వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం

ఖండం I మరియు II

BRAOU

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

హైదరాబాదు

1991- 92

T-3447
3-12-93

రచయితల బృందం

ఆచార్య ఎ.శంకరయ్య (సంపాదకుడు)

డా.వి.గంగాధర్

డా.ఆర్.సుదర్శన్

శ్రీ ఎస్.హనుమంతరావు

శ్రీ వి.వి.సుబ్రహ్మణ్య శర్మ

సహసంపాదకులు

ఆచార్య వి.నాగరాజనాయుడు

శ్రీ పి. క్రిష్ణారావు

Dr. BRAOU
LIBRARY

Dr. B.R.A.O.U. LIBRARY
Acc. T- 3447
Date 3-12-93
Call No. 350

తెలుగు అనువాదం

డా.కె.రామకృష్ణ శర్మ

టి. నాగేశ్వర రావు

ముఖచిత్రం

చంద్ర

BRAOU

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం
హైదరాబాదు

ప్రథమ ముద్రణ 1984

పరిష్కరణ 1990

ద్వితీయ ముద్రణ 1991

కాపిరైటు © 1984 ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

అన్ని హక్కులు విశ్వవిద్యాలయానివి. ఈ పుస్తకంలోని ఏ భాగం అయినా ఉపయోగించుకోదలచుకుంటే, విశ్వవిద్యాలయం అనుమతి పొందాలి.

ఈ పాఠాలు సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం పాఠ్యప్రణాళికలో ఒకభాగం. పాఠ్యప్రణాళిక మొత్తం వివరాలు ఈ పుస్తకం చివరలో వున్నాయి.

ఇతర వివరాలకు : డైరక్టరు (ఎకాడమిక్), ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం, 6-3-645 సోమాజీగూడ, హైదరాబాదు-500004.

Printed at:
SRUTHI GRAPHICS (P) LTD.
8-3-231/G/4
SRI KRISHNA NAGAR
HYDERABAD - 500 045

పీఠిక

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం బి.కాం.విద్యార్థులకు రూపొందించిన రెండవ సంవత్సర పాఠ్యప్రణాళికలోని వ్యాపారగణాంకశాస్త్రమునకు సంబంధించిన వివిధ అంశాల వివరణే ఈ పుస్తకం. బి.కాం. మూడు సంవత్సరముల కోర్సులో రెండవ సంవత్సరం చదివే ఈ అంశాలు పాఠ్యవిష-యానికి సంబంధించిన ప్రధానభాగం. సౌలభ్యంకోసం పాఠ్యప్రణాళికను ఖండాలగాను, ఆఖండాలను తిరిగి కొన్ని భాగాలుగాను విభజించాం. ప్రతి ఖండం సాధారణంగా పాఠ్యవిషయానికి సంబంధించిన ఒక ప్రత్యేక రంగాన్ని పరామర్శిస్తుంది. విద్యార్థి పెద్దకష్టములేకుండా తనంతతాను చదివి పాఠాలు అర్థం చేసుకోవడానికి అనువుగా భాగాలను నిపుణులు రూపొందించారు. ప్రతిభాగానికి ముందు ఆ భాగం విషయక్రమం, తర్వాత ఉద్దేశాలు ఉంటాయి. భాగం చివరలో విద్యార్థికి విషయం ఎంత వరకు అర్థమయిందో అన్నదాన్ని పరీక్షించడానికి అభ్యాసాలుంటాయి. పరిచయంలేని సాంకేతిక పదాల వివరణలు ప్రతిభాగం చివరలో పదకోశం కింద యిచ్చాం.

వ్యాపారవ్యవహారాలకు, వ్యూహాలకు సంబంధించి నిర్ణయాలను తీసుకొని తద్వారా వ్యాపార పురో-భివద్ధి సాధించడానికి ఈ గణాంకశాస్త్రం ఉద్దేశింపబడినది. వ్యాపారపరిధిలోకి వచ్చే క్లిష్టమైన దృగ్విషయాలను విశ్లేషణచేసి వాటిని సంఖ్యలద్వారా, చిత్రపటములద్వారా సమర్పణచేసి తగిన నిర్ణ-యాలను తీసుకొనుటకుగాను ఈశాస్త్రము అనేక సాధనాలను అందిస్తుంది. ఈ శాస్త్ర ఉపయోగము అధ్యయనము చేసేవారికన్నా, ఆచరణలో పెట్టేవారికి చాలాఎక్కువ.

వ్యాపారగణాంక శాస్త్రంలోని ముఖ్యమైన అంశాలను దాని విశిష్టతను, ప్రాముఖ్యతను గురించి అర్థంచేసుకోవడానికి ఈపాఠ్యాంశాలు ఎంతో ఉపయోగపడతాయని మా విశ్వవిద్యాలయం ఆశిస్తున్నది.

BRAOU

BRAOU

విషయ సూచిక

ఖండం - I : గణాంకశాస్త్రం - దత్తాంశ సేకరణ - వర్గీకరణ - సమర్పణ

భాగం - 1	గణాంక శాస్త్ర పుట్టుక, అభివద్ధి, నిర్వచనం	1
భాగం - 2	గణాంక శాస్త్ర పరిధి, ప్రాముఖ్యత, పరిమితులు	15
భాగం - 3	దత్తాంశ స్వభావం	31
భాగం - 4	దత్తాశ సేకరణ	44
భాగం - 5	ప్రతిచయన పద్ధతులు	66
భాగం - 6	దత్తాంశ వర్గీకరణ	88
భాగం - 7	దత్తాంశ శ్రేణీకరణ	97
భాగం - 8	దత్తాంశ పట్టీకరణ	127
భాగం - 9	చిత్రపటాత్మకంగా దత్తాంశ సమర్పణ	133
భాగం - 10	రేఖాపటాత్మకంగా దత్తాంశ సమర్పణ	157

ఖండం - II : సగటులు

భాగం - 11	సగటుల పరిచయం	184
భాగం - 12	అంకమధ్యమం	192
భాగం - 13	మధ్యగతం, చతుర్థాంశాలు	219
భాగం - 14	బాహుళకం	250
భాగం - 15	గుణమధ్యమం, హారమధ్యమం	273

BRAOU

BRAOU

ఖండం -I: గణాంకశాస్త్రం - దత్తాంశ సేకరణ - వర్గీకరణ - సమర్పణ

భాగం - 1: గణాంకశాస్త్ర పుట్టుక,అభివృద్ధి,నిర్వచనం

విషయక్రమం

1.0 ఉద్దేశాలు

1.1 పరిచయం

1.2 గణాంకశాస్త్ర పుట్టుక,అభివృద్ధి

1.3 గణాంకశాస్త్ర అర్థం

1.4 గణాంకశాస్త్ర నిర్వచనం

1.5 గణాంక దత్తాంశానికి, గణాంక పద్ధతులకు గల వ్యత్యాసాలు

1.6 సారాంశం

1.7 అవగాహనా ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

1.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.10 పదకోశం

1.0 ఉద్దేశాలు

గణాంకశాస్త్ర స్వభావాన్ని, దాని అభివృద్ధిని గురించి విద్యార్థులకు తెలియజేయడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశం. ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- గణాంకశాస్త్ర పుట్టుకను, అభివృద్ధిని వివరించగలగాలి
- గణాంకశాస్త్రం అనే పదాన్ని నిర్వచించగలగాలి
- గణాంక దత్తాంశం, గణాంక పద్ధతుల మధ్య వ్యత్యాసాలను గుర్తించ గలగాలి.

1.1 పరిచయం

నవీనయుగంలో మానవుని చైతన్యంలో గణాంకశాస్త్రం ఒక విశిష్టస్థానాన్ని సంపాదించుకొన్నదని చెప్పవచ్చు. గణాంకశాస్త్రం మానవుని అభివృద్ధినీ, చైతన్యాన్ని కొలవడానికి, లెక్కించడానికి, వ్యాఖ్యానించడానికి తోడ్పడుతుంది. సంఖ్యాత్మకంగా ఒక కార్యకలాపాన్ని గూర్చి లేదా ప్రక్రియకు సంబంధించిన ఉత్పత్తినిగానీ, అమ్మకాలనుగానీ, జనాభానుగానీ, జాతీయాదాయాన్ని గానీ గణాంకశాస్త్రం వివరిస్తుంది. గణాంకశాస్త్రం అంటే వివిధ పద్ధతుల సముదాయం. అది వివిధ నిర్ణయాలను తీసుకోవడానికి తోడ్పడుతుంది. గణాంకశాస్త్రం దత్తాంశ సేకరణ, సూక్ష్మీకరణకై అవసరమైన మెళకువలను, పద్ధతులను సమకూరుస్తుంది. ఈ గణాంకశాస్త్రం దత్తాంశాన్ని ఒక పద్ధతి ప్రకారం అర్థవంతంగా సమర్పించేందుకు అవకాశాన్ని కూడా కలిగిస్తుంది.

గణాంకశాస్త్రం వ్యాపారనిర్ణయాలను తీసుకొనడానికి ఒక సమాచార విభాగంగా ఉపయోగపడుతుంది. నిర్వాహకులకు, పూర్వపు రికార్డులను విశ్లేషణచేయడం ద్వారా అన్ని స్థాయిలలో నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి భవిష్యత్తులో వ్యాపార ప్రవృత్తులను అంచనావేయడానికి వీలుకల్పిస్తుంది.

B R A O U

1.2 గణాంకశాస్త్ర పుట్టుక, అభివృద్ధి

"స్టాటిస్టిక్స్" అనే పదం "స్టాటస్" అనే లాటిన్ పదంనుండి, "స్టాటో" అనే ఇటలీ పదం నుండి, "స్టాటిస్టిక్" అనే జర్మనీ పదం నుండి పుట్టింది. ఈ పదాలన్నిటి అర్థం కూడా 'రాజకీయ రాజ్యం' అనీ లేదా రాజకీయవేత్త కళ అని చెప్పవచ్చు. కనుక గణాంకశాస్త్రం అనేది ఒక రాజ్యం పరిపాలనావసరాలనుంచి ఉద్భవించిందని చెప్పవచ్చు. ప్రాచీన సాంస్కృతిక దేశాలన్నింటిలో ఏదో ఒక నిర్దిష్టమైన గణాంకాల సేకరణ పద్ధతి అమలులో ఉన్నట్లుగా సాక్ష్యాధారాలు ఉన్నాయి. ఉదా: ప్రాచీన ఈజిప్టులో వివిధ కుటుంబ పెద్దల జాబితాను తయారుచేసి రక్షకభటులు ప్రభుత్వానికి ఇచ్చినట్లు చరిత్రలో ఉంది. అలాగే ప్రాచీన జుడియా దేశంలో వివిధ సందర్భాలలో జనాభాలెక్కలను తయారుచేయడం జరిగింది. క్రీస్తుపూర్వం 2030లో జుడియా దేశపు జనాభా 38,00,000లుగా అంచనా కట్టడం జరిగింది. రోమ్ దేశంలో మొదటి జనాభా లెక్కలను క్రీ.పూ. 435 లో గణించడం జరిగింది. ఇకపోతే, మధ్యయుగంలో చాలా దేశాలలో పన్నులకు సంబంధించి, మిలటరీ సేవలకు సంబంధించి, ఎగుమతి,దిగుమతులకు సంబంధించి చాలా సర్వేలను జరిపారు.

ఈ సర్వేలన్నింటినీ కూడా రాజకీయ ఉద్దేశాలకోసమో, మిలటరీ బలగాన్ని అంచనా వేసుకునే ఉద్దేశ్యంతోనూ, క్రొత్తపన్నులను విధించే ఉద్దేశ్యంతోనూ జరపడం జరిగింది. ఉదాహరణకు, చక్రవర్తి విలియమ్స్ ఇంగ్లాండ్ దేశపు రాజుకాగానే, పన్నుల విధింపు కోసమై వివిధ భూములపై సర్వే జరపమని ఆదేశించారు. ఆ సర్వేఫలితాలను క్రీ.శ.1086కు చెందిన శాసనముల దైనందిన పుస్తకం (Dooms day book) లో నమోదు చేయడం జరిగింది. 16వ శతాబ్ద ప్రారంభంలో, వివరణాత్మక గణాంకాలను కలిగిన గణాంక పుస్తకాలను విడుదల చేయడం జరిగింది.

16వ శతాబ్దారంభంలో, గణాంక పద్ధతులను భౌతిక శాస్త్రాలలో మాత్రమే ఉపయోగించేవారు. 16వ శతాబ్దంలో, ఖగోళ శాస్త్రజ్ఞులు (Astronomers) నక్షత్రాల, గ్రహాల కదలికలను నమోదుచేసి, భవిష్యత్తులో వాటి స్థానాలను గురించి అంచనా వేయడం జరిగింది. సర్ ఇసాక్ న్యూటన్ గురుత్వాకర్షణశక్తి సిద్ధాంతాన్ని ఈ గుణాంకాల ఆధారంగానే రూపొందించగలిగాడు. క్రమక్రమేణా గణాంక పద్ధతులను రాజకీయ శాస్త్రం, అర్థశాస్త్రం, సామాజికశాస్త్రాలలో కూడా ఉపయోగించడం జరిగింది.

17 వ శతాబ్దంలో గణాంకపద్ధతులను 'రాజకీయ గణితం' (Political arithamatic) అనే పేరుతో ఉపయోగించారు . ప్రాణిగణాంకాలకు తండ్రివంటివాడని పేరుపొందిన కెప్టెన్ జాన్‌గ్రాంట్ అను లండన్ శాస్త్రవేత్త (1620-1674) జనన మరణాలకు సంబంధించిన గణాంకాల గురించి అధ్యయనం చేశాడు."లండన్‌లో మరణాలపై పరిశీలన" (Observations on the London Deaths) అనే పుస్తకం ముద్రించడం జరిగింది. ఆ పుస్తకం సాంఘింక గణాంకాల మీద మొదటి అధ్యయనంగా పరిగణించడం జరుగుతుంది. ఆ పుస్తకంలో గణాంకాల సేకరణ అధ్యయనాల గురించి నొక్కివక్కాణించడం జరిగింది. గ్రాంట్ రాసిన గ్రంథం చదివి ప్రేరితుడై, విలియమ్ పెట్టి (William Petty) అనే ఫ్రెంచి శాస్త్రవేత్త 'రాజకీయ గణితంపై వ్యాసాలు' అనే పుస్తకాన్ని రాసాడు. ఆ పుస్తకంలో నిరూపించదగిన సంగతులు (Empirical facts) లేకపోయినప్పటికీ, గణనల ద్వారా ఖచ్చితత్వం పొందాలని అతడు కోరడం జరిగింది. 'రాజకీయ గణితం అభివృద్ధి' అర్థ శాస్త్ర ఉద్భవానికి వీలయింది. అదే కాలంలో అక్రమ సంతానాన్ని అరికట్టే ఉద్దేశ్యంతో వివిధ చర్చీల పూజారులు జననమరణాలు, వివాహాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాలను, సంఖ్యలను సేకరించడం జరిగింది. అదేకాలంలో ఎడ్మాండ్ హాల్లి (Edmund Hally) ప్రతి వయస్సుకీ జీవితకాలపు అంచనాను ఇవ్వగలిగే జీవితకాలపట్టీని మొట్టమొదట తయారుచేశాడు. బ్రెస్లాలో మరణాల రికార్డులకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని కాస్పర్ న్యూమెన్ (Casper New man) అను శాస్త్రవేత్త 1691లో సేకరించాడు. ఆ తరవాత

జేమ్స్‌డాడ్రన్, ధామస్ సింప్సన్, డాక్టర్ ప్రైస్ మొదలైన శాస్త్రజ్ఞులు మరణాల పట్టీలను తర్వాత తయారుచేశారు. ఈ కాలంలోనే 'జీవితబీమా' కూడా అభివృద్ధి చెందింది.

బెర్నౌలీ (Bernouli 1605-1705) అనేశాస్త్రవేత్త మొట్టమొదటిగా పెద్ద సంఖ్యల సిద్ధాంతాన్ని గురించి వివరించడం జరిగింది. నవీన గణాంకశాస్త్రానికి చెప్పుకోదగిన కృషి సల్పినవాడు L.A.J. Quetlet (1796-1874) " సగటుమనిషి" అనేపదాన్ని మొదటిసారి వుపయోగించినవాడు ఇతడే. సగటు మనిషి చర్యలు సంఘమునుండి వెల్లడయిన సగటు ఫలితాలకు దగ్గరగా ఉంటాయి. సిద్ధాంతపరమైన ఆ సగటు నుండి, సగటు మనిషి చర్యలు ఏమాత్రము వైవిధ్యము గలిగి ఉన్నప్పటికీ ఆ వైవిధ్యాన్ని దోషాలపద్ధతిన లేక, సంభావ్యతా సిద్ధాంతం పద్ధతిన సరిదిద్దవచ్చు. Quetlet కూడా బెర్నౌలీచే ప్రతిపాదించబడిన,"పెద్ద సంఖ్యల సిద్ధాంతాన్ని వృద్ధిలోకి తెచ్చారు.

బెర్నౌలీ, అతని మేనల్లుడు Daniel Bernouli (1700-1782) సంభావ్యతా సిద్ధాంతానికి గట్టిపునాదులువేసి సాధారణ అంచనా అనే భావనను వెల్లడించారు. తదను గుణంగా 'సాధారణ అంచనా' (normal expectation) కూడా చేయగలుగుతున్నారని వీరి అభిప్రాయం. వాస్తవానికి కార్డెనో (G.Cardano) (1501-1536) అనేగణిత శాస్త్రజ్ఞుడు పెద్దజూదగాడు. అతడు జూదపు ఆటలో విపత్తు (Risk) ను తగ్గించే ఉద్దేశ్యంతో చాలా సూత్రాలను కనుక్కోవడం జరిగింది. లాప్లేస్ (Laplace) అనే శాస్త్రవేత్త 1749-1827 లో పై సిద్ధాంతాన్ని అభివృద్ధిచేస్తూ పటిష్టమైన సంభావ్యతా సిద్ధాంతాన్ని కనుగొన్నాడు. అతడి సిద్ధాంతం చాలా ప్రాముఖ్యాన్ని పొందింది.

ప్రతిచయనంద్వారా కొన్ని అంశాలను పరిశీలించి దాని ఆధారంగా మొత్తం జన సంఖ్యను గూర్చి నిర్ణయాలను తీసుకోవడంలాంటి వివిధ గణాంక పద్ధతుల సముదాయం సంభావ్యతా సిద్ధాంతం ఆధారంగా వచ్చిందే. గ్యాలీలో (galileo), బ్లెయిసే పాస్కల్ (Balais Pascal), డేమేర్ (Demere), ఫార్మిట్ (fermet) వంటి గణితశాస్త్రజ్ఞులు గణాంక శాస్త్రాభివృద్ధికి అనంతమైన కృషిని చేశారు.

జర్మనీలో, శాస్త్రీయ పద్ధతిన దత్తాంశ సేకరణ కేవలం 18వ శతాబ్దపు ఆఖరులో జరిగింది. ఇండియాలో మాత్రం పద్ధతి ప్రకారము గణాంకాల సేకరణ చాలా కాలం నుండి ఉంది. చంద్రగుప్తుడి కాలంలో రాబడి ఖర్చులకు సంబంధించి, జననమరణాలకు సంబంధించి, మిలటరీ వ్యవహారాలకు సంబంధించి దత్తాంశ సేకరణ ఏ పద్ధతిన జరిగిందో మెగస్తనీస్ చక్కగా వివరించాడు. కౌటిల్యుని అర్థశాస్త్రంలో కూడా దత్తాంశ సేకరణ సూత్రాలను వ్యక్తం చేయడం జరిగింది. మొగలుల కాలంలో కూడా, దత్తాంశ సేకరణ జరిగింది. ఆ సేకరణ పద్ధతిని"తుజక్-ఇ-బాబరీ అనీ ఐ-నీ-అక్బరీ" అని వర్ణించినారు. అక్బరు కాలంలో, భూమి శిస్తును నిర్ణయించడానికి రాజా తోడర్‌మల్ భూమి గణాంకాలను సేకరించాడు. అయితే అవన్నీ వర్ణనాత్మకమైన గణాంకాలే.

19వ శతాబ్దంలో కూడా, ఆ కాలంనాటి సాంఘిక, ఆర్థిక సమస్యలను వర్ణించే గణాంక రికార్డులను తయారు చేయడం జరిగింది. ఆ కాలంలో సేకరించిన గణాంకాలు చాలా మటుకు వర్ణనాత్మకమైనవే. ఈ శతాబ్దంలో గణాంకశాస్త్ర పరిధి పెరిగి వివిధ సమస్యల పరిష్కారానికి, నిర్ణయాలకు తోడ్పడుతున్నది.

19వ శతాబ్దం చివరి వరకు గణాంకశాస్త్ర ఉపయోగం కేవలం ప్రభుత్వానికి ప్రజల సమస్యలకు మాత్రమే పరిమితమై ఉండేది. కానీ, ఈనాడు గణాంకశాస్త్రాన్ని, గణాంక పద్ధతులని, ఉపయోగించకుండా ఏ రంగమూ, ఏ శాఖాలేదని చెప్పడంలో అతిశయోక్తి లేదు. దీనికి కారణం, ప్రభుత్వానికి, వ్యాపారానికి, విజ్ఞానశాస్త్రాలకి గణాంకాల అవసరం విపరీతంగా కలగడమే. దత్తాంశాలను ఉపయోగించడంలో వచ్చిన సాంకేతిక విప్లవంవల్ల, గణాంక సిద్ధాంతాలలోనూ శాస్త్రీయ విప్లవం రాక తప్పలేదు.

BRAOU

గత మూడు శతాబ్దాలలో గణాంక శస్త్రాభివృద్ధికి అనంతమైన సేవ చేసిన నిపుణులుగా కార్ల్ ఫ్రెడ్‌రిక్ (Carl Fredrich 1777-1855), ఫ్రాన్సిస్‌గాల్టన్ (1822- 1911, Francis Galton) అడాల్ఫ్ క్వెట్‌లెట్ (1796-1874, Adolphe Quetlet) లను పేర్కొనవచ్చు.

ఈ నాటికి విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్న సహసంబంధం, ప్రతిగమన సూత్రాలను కనిపెట్టిన ఘనత (Karl Pearson) కార్ల్‌పియర్సన్ (1857-1937), కార్ల్‌పియర్సన్ శిష్యుడు విలియమ్.S. గాసెట్ (1876-1937) లదే. Wlliam S. Gosset "స్టూడెంట్" అనే కలం పేరుతో వివిధ గణాంక సూత్రాలను కనిపెట్టడం జరిగింది. గణాంక దత్తాంశంనుండి నిర్ణయాలను తీసుకునేందుకు వీలుగా ఫిషర్ అను అర్థిక శాస్త్రనిపుణుడు వివిధ సూత్రాలను వివిధ పదాలను కనిపెట్టాడు. ఇంకా చాలామంది శాస్త్రజ్ఞులు, గణాంక శాస్త్రంలో అమితమైన కృషి జరిపినప్పటికీ, కార్ల్ పియర్సన్, ఫిషర్‌లు నిజమైన నిపుణులుగా చలామణి అవుతున్నారు.

అర్థిక శాస్త్రరంగంలో, అగస్టిన్ కోర్నాట్ (Augustine cornot 1801-1877) లియాన్ వాల్‌రస్ (Leon walras 1834-1910) విల్‌ఫ్రెడోపెరెటో (Vilfredo Pareto 1845-1923) ఆల్‌ఫ్రెడ్ మార్షల్ (Alfred Marshall 1842-1914), ఎడ్జ్‌వర్తు (Edgeworth), ఏ.యల్. బౌలే (A.L. Bowley) లు గణాంక శాస్త్రా అభివృద్ధికి కృషిచేసిన గొప్ప అర్థిక శాస్త్రవేత్తలు. వర్ణనాత్మక శాస్త్రంగా ఉన్న గణాంక శాస్త్రానికి ఉపయోగరూపం (Applied form) కల్పించి అర్థిక సమస్యలను పరిమాణాత్మకంగా అధ్యయనం చేయడానికి నాంది పలికారు.

ఇండియాలో ప్రొఫెసర్ మహాలనోబిస్. డాక్టర్ V.K.R.V.రావు, R.C. దేశాయ్, డాక్టరు P.V.సుఖాత్మే, అనే శాస్త్రవేత్తలు గణాంకశాస్త్రానికి ఎనలేని ప్రాముఖ్యతను కల్పించారు.

ఇంతవరకూ గణాంకశాస్త్ర వృద్ధి ఏ విధంగా జరిగిందో చరిత్రని పరిశీలిస్తే, గణాంక శాస్త్రానికి మూడు మూలాలు ఉన్నట్లుగా చూడవచ్చు. 1) ప్రభుత్వ రికార్డులు 2) గణిత శాస్త్రం 3) రాజకీయ రాజ్యం.

కనుక గణాంక శాస్త్రానికి రాజుల శాస్త్రంగా Science of Kings పేరు మొదట్లో ఉన్నా, సిద్ధాంత పరంగా, ఉపయోగరంగంలో బాగా వృద్ధిని సాధించిందని చెప్పవచ్చు. ఈనాడు అత్యంత అనిశ్చిత పరిస్థితులలో కూడా నిర్ణయాలు తీసుకునేందుకు బాగా ఉపయోగబడుతున్నది. నూతన గణాంకశాస్త్ర అభివృద్ధికి క్రింది రెండు కారకాలు కారణంగా చెప్పవచ్చు.

i. గణాంక శాస్త్రానికి డిమాండు పెరగడం.

ii. గణాంకాల సేకరణకయ్యే వ్యయం తగ్గడం.

i. గణాంక శాస్త్రానికి డిమాండు పెరగడం

ప్రాచీన సంస్కృతి కాలంలో గణాంకశాస్త్రం సంఘ పరిస్థితులను గూర్చి అధ్యయనం చేయడానికి మాత్రమే పరిమితమై ఉండేది. ప్రభుత్వ ప్రధాన కర్తవ్యం శాంతిభద్రతలను కాపాడటం అయి ఉండేది. దేశంలోని అర్థిక పరిస్థితులను గురించి ప్రభుత్వం ఏ మాత్రం జోక్యం కల్పించుకునేది కాదు. ఈనాడు ప్రభుత్వం జోక్యం కల్పించుకోని రంగమంటూ అసలు లేదు అనడంలో అతిశయోక్తి లేదు. ప్రభుత్వ పరిధి పెరగడంతో గణాంకశాస్త్రానికి డిమాండు కూడా పెరిగింది. గతశతాబ్దం కంటే ఈ శతాబ్దంలో వివిధ విషయాల్లో అత్యంతమైన పరిశోధన కూడా పెరుగుతున్నది. పరిశోధనలకి గణాంకశాస్త్ర ఉపయోగం ఎక్కువగా కావాలి. అది కూడా గణాంకశాస్త్ర డిమాండు పెరుగుదలకి తోడ్పడింది.

ii. గణాంకాల సేకరణకయ్యే వ్యయం తగ్గడం.

గణాంకాల సేకరణకయ్యే వ్యయం, కాలయాపన వల్ల గణాంకశాస్త్ర ఉపయోగం తక్కువగా ఉండేది. ప్రతిచయన పద్ధతులు అభివృద్ధి చెందడం చేతనూ, ఎలక్ట్రానిక్ యంత్రాలైన కంప్యూటర్లు, గణనయంత్రాలు (calculators) వృద్ధిచెందడం చేతనూ, గణాంకాల సేకరణ, విశ్లేషణ, వివరణలు తక్కువవ్యయంతో, తక్కువ కాలవ్యవధితో సాధించడానికి వీలవుతున్నది. దీనివల్ల వివిధ సమస్యల పరిష్కారానికి గణాంకశాస్త్రాన్ని విరివిగా వాడుతున్నారు.

1.3. గణాంక శాస్త్రం అర్థం

గణాంక శాస్త్రానికి చాలా అర్థాలున్నాయి. సాధారణంగా దృగ్గోచరమైన విషయాలను సంఖ్యాత్మకంగా వివరించే దత్తాంశముగా దీనిని వాడుతుంటాం. కొందరు దీనిని సంఖ్యల శాస్త్రంగాను, వాస్తవాలను రేఖల రూపంలో లేక చిత్రపటాల రూపంలో సమర్పణ చేయడమే గణాంకశాస్త్రమని భావిస్తారు. అంచనాకు ఉపకరించే, నిర్ణయాలు తీసుకోడానికి వీలయ్యే సంఖ్యల విశ్లేషణను గణాంకశాస్త్రంగా భావిస్తారు మరికొందరు. సూక్ష్మంగా చెప్పాలంటే గణాంకశాస్త్రానికి మూడురకాలైన రూపాలున్నాయి.

(i) గణాంకాలను వస్తువుగా (product)

(ii) గణాంకశాస్త్రం - ఒక ప్రక్రియగా (process)

(iii) గణాంక సూత్రాలను ఉపకరణాలుగా (Application).

i) గణాంకాలను వస్తువుగా (Statistics as a Product)

గణాంక దత్తాంశాన్ని వస్తువుగా పరిగణిస్తారు. వివిధ దృగ్గోచర విషయాల సంఖ్యాత్మక సమగ్ర సమాచారాన్ని గణాంక దత్తాంశం అంటాం. ఉదా: జాతీయాదాయం, అమ్మకాలు, ఉత్పత్తి, జనన మరణాలు మొదలగు వాటిని సంఖ్యాత్మకంగా తెలుసుకుంటాం. వాటినే 'గణాంకాలు' అంటారు. ఇక్కడ 'గణాంకాలు' అనే పదానికి బహువచన ప్రయోగం కలగచేస్తాం. తెలుగులో 'గణాంకాలు' అనే వాడతాం. కాని ఇంగ్లీషులో "స్టాటిస్టిక్స్" అనే పదము వాడతారు. "గణాంకశాస్త్రము" అని తెలుగులో దేనినైతే అంటామో దానిని కూడా ఇంగ్లీషులో 'Statistics' అనే అంటారు. ఇంగ్లీషులో 'statistics' అనే పదములో రెండర్థాలు ధ్వనిస్తాయి. 'గణాంకాలు'గా ధ్వనించే అర్థానికి statistics ను బహువచనముగానూ, 'గణాంకశాస్త్రము' గా ధ్వనించే statistics ను ఏకవచనంగానూ ప్రయోగిస్తాం. మనకి ఆ అసందిగ్ధతలేదు. ఇక్కడ 'గణాంకాలు' అంటే దత్తాంశముగా అర్థము చేసుకోవాలి.

ii) గణాంకశాస్త్రం - ఒక ప్రక్రియగా (Statistics-as a Process)

ఇక్కడ గణాంక శాస్త్రాన్ని ఒక ప్రక్రియగా లేక ఒక పద్ధతిగా వివరించడమైనది. గణాంక పరిశోధనకు ఉపకరణాలుగా గణాంక పద్ధతులను ఉపయోగిస్తారు. దత్తాంశాన్ని సేకరించి, వ్యవస్థీకరించి, సమర్పించి, విశ్లేషించి, వివరించడమే గణాంకశాస్త్ర ప్రధాన కర్తవ్యం. ఇక్కడ Statistics అనే పదాన్ని ఏకవచన ప్రయోగంగా ఉపయోగిస్తారు. గణాంక శాస్త్రాన్ని, అనిశ్చిత పరిస్థితులలో నిర్ణయాలు తీసుకోడానికి ఉపయోగించే వివిధ పద్ధతులలో విజ్ఞానాన్ని పెంపొందించే ముఖ్యమైన పద్ధతిగా, సూత్రంగా, పరిశోధనాత్మక అధ్యయనముగా పరిగణిస్తారు.

iii) గణాంకశాస్త్రం - ఒక ఉపకరణంగా (Statistics as an Application)

స్టాటిస్టిక్స్‌ని ఏకవచన అర్థంలో ప్రతిచయన కొలమానంగా చెబుతాం. ఉదాహరణకు, ప్రతిచయన సగటును స్టాటిస్టిక్ అని అంటారు. దీనికి సమానమైన జనాభా లేదా యూనివర్స్ విలువను పరామితి

BRAOU

(Parameter) అని అంటాం. అంటే జనాభా సగటు పరామితి అన్నమాట. ప్రతిచయనానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే స్టాటిస్టిక్ లైనటు వంటి అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల ద్వారా జనాభా పరామితులను అంచనా కట్టడం జరుగుతుంది.

1.4 గణాంక శాస్త్ర నిర్వచనం

వివిధ గణాంక శాస్త్రవేత్తలు, గణాంక శాస్త్రాన్ని వివిధ రకాలుగా నిర్వచించినారు. కొందరు Statisticsను "గణాంక దత్తాంశం" గా బహువచన ప్రయోగం చేయగా ఇతరులు Statistics ను గణాంక పద్ధతుల శాస్త్రంగా (Statistical methods) ఏకవచన ప్రయోగం చేశారు. ముఖ్యమైన కొన్ని నిర్వచనాలను క్రింద ఇవ్వడం జరిగింది.

A) "గణాంక దత్తాంశం" గా గణాంకశాస్త్రం

1) బౌలే అనే శాస్త్రవేత్త గణాంకాలను, "ఏ విచారణా విభాగంలోనైనా, ఒకదానికొకటి సంబంధం గలిగిన విషయాలనే గణాంకాలు అంటారు," అని వివరించడం జరిగింది.

Bowley defined statistics as "numerical statements of facts in any department of enquiry placed in relation to each other".

పై నిర్వచనాన్ని పరిశీలిస్తే, కింది విషయాలు వెల్లడి అవుతాయి.

a) గణాంకాలు ఒక విచారణకు చెంది ఉంటాయి. అంటే ఒక విషయన్ని గూర్చి వాస్తవాలు తెలుసుకోడానికి విచారణ జరిపినపుడు ఆ వాస్తవాలు గణాంకాల రూపంలో బయటకు వస్తాయి. విచారణ లేకుండా గణాంకాలు బయటకు వచ్చే అవకాశం తక్కువ.

b) గణాంకాలు సంఖ్యాత్మక విషయాలుగా వెల్లడి అవుతాయి. అంటే వెల్లడయిన వాస్తవిక విషయాలు (facts) సంఖ్యాత్మకంగా, లేక పరిమాణాత్మకంగా గోచరించినపుడు వాటిని 'గణాంకాలు' అంటారు.

c) ఆ సంఖ్యాత్మక వాక్యాలను ఒకదానికొకటి సంబంధం కలిగి ఉండేటట్లుగా ఏర్పాటు చేయాలి. అప్పుడు మాత్రమే వాటిని పోల్చి పరిశీలించడానికి వీలు కలుగుతుంది.

బౌలే అభిప్రాయం ప్రకారం, అన్ని గణాంకాలు సంఖ్యాత్మక విషయాలే కానీ, అన్ని సంఖ్యాత్మక విషయాలు గణాంకాలు కావు. ఈతని నిర్వచనము కేవలము 'విచారణ' అనే విషయానికి పరిమితమై ఉంది. వివిధ గణాంక పద్ధతులను గురించి ప్రస్తావించడం జరగలేదు. పైగా విచారణ స్వభావాన్ని గురించిగాని, విషయాల (facts) స్వభావాన్ని గురించిగాని, ప్రస్తావించలేదు. అందువల్ల ఈ నిర్వచనం సమగ్రముగా లేదని చెప్పవచ్చు.

2) యూల్, కెండాల్ అను శాస్త్రవేత్తలు గణాంకాలను ఈ విధంగా నిర్వచించారు.

"Statistics are quantitative data affected to a marked extent by a multiplicity of causes".

"బహుకారణాలవల్ల ప్రభావితం కాబడే పరిమాణాత్మక దత్తాంశాన్ని గణాంకాలు" అంటారు.

ఈ నిర్వచనం ప్రకారం, (a) పరిమాణాత్మక దత్తాంశాన్ని గణాంకాలు అంటారు. (b) అయితే ఆ దత్తాంశం బహుకారణాలవల్ల ప్రభావితమై ఉండాలి. (c) ఆ కారణాలు ఒక దానికొకటి సంబంధముగలిగి, ఒకదానిపై ఒకటి ఆధారపడి యుండవచ్చు. ఈ నిర్వచనం గణాంకాలు ఏ రంగానికి చెందాయో తెలియచేయులేదు.

BRAOU

3) Tuttle defined statistics as measurements, enumerations or estimates of natural or social phenomenon usually systematically arranged, analysed and presented so as to exhibit important relationships among them.

"వివిధ విషయాలమధ్య సంబంధాలను ప్రస్ఫుటపరచడానికి ఒక పద్ధతి ప్రకారం ఏర్పాటు చేయబడి, విశ్లేషించబడి సమర్పించబడిన సాంఘిక, సహజ సంఘటనలకు చెందిన కొలమానాలను, లెక్కింపులను, లేక అంచనాలను గణాంకాలు అంటారు."

పై నిర్వచనాన్ని పరిశీలిస్తే కింది విషయాలు వెల్లడి అవుతాయి.

a) గణాంకాలు ఏదో ఒక సాంఘిక లేక సహజ సంఘటనకు సంబంధించినవై ఉంటాయి. ఉదా : జననాలు, తుఫాన్లు, వరదలు, వగైరాలు.

b) సంఘటనలను కొలచి లేక లెక్కించి లేక అంచనా కట్టి ఉండాలి. ఉదా :- పంట నష్టం ఎంత అయిందో కొలవడం జరుగుతుంది. జనాభా ఎంత ఉన్నాదో లెక్కించడం జరుగుతుంది. గత శతాబ్దంలో నిరక్షరాస్యత ఎంత ఉండి ఉంటుందో పాత దత్తాంశాన్ని బట్టి అంచనా కట్టడం జరుగుతుంది.

c) ఆ గణాంకాలు పద్ధతి ప్రకారం ఏర్పాటు చేయబడి, విశ్లేషింపబడి, సమర్పణ చేయబడి ఉండాలి.

d) అప్పుడు ఆ గణాంకాలను సరిపోల్చేందుకు వీలవుతుంది.

4) Connor defined statistics as measurements, enumerations or estimates of natural or social phenomenon systematically arranged so as to exhibit their interrelations.

"విషయాలమధ్య సంబంధాలను ప్రస్ఫుటపరిచే విధంగా ఒక పద్ధతి ప్రకారం ఏర్పాటు చేయబడిన సాంఘిక, సహజ సంఘటనలకు చెందిన, కొలమానాలు, లెక్కింపులు, లేక అంచనాలే గణాంకాలు."

కానర్ నిర్వచనం చాలామటుకు టటిల్ నిర్వచనాన్ని పోలి ఉండడాన్ని చూడవచ్చు. ఆ రెంటికీ మధ్య చెప్పుకోదగిన వ్యత్యాసమల్లా కానర్ నిర్వచనంలో 'విశ్లేషణ,' 'సమర్పణ' అనే పదాలు లేక పోవడమే.

పై నిర్వచనాలన్నీ అసంపూర్ణమైనవిగానే చెప్పవచ్చు. ప్రతి నిర్వచనం కొన్ని విషయాలను మాత్రమే ప్రస్తావించింది. ప్రొఫెసర్ హొరేస్ సెక్రిస్ట్ ఇచ్చిన నిర్వచనం సమగ్రంగాను, సంతృప్తిగాను ఉందని చెప్పవచ్చు.

According to Horace Secrist, "Statistics are aggregate of facts affected to a marked extent by multiplicity of causes, numerically expressed, enumerated or estimated according to reasonable standards of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose and placed in relation to each other.

పూర్వనిర్ధారిత లక్ష్యానికిగాను బహుకారణాలవల్ల ప్రభావితం అయ్యే సమిష్టి విషయాలు, ఏవైతే సక్రమమైన పద్ధతిలో సేకరింపబడి, సాధ్యమైనంత యదార్థత ననుసరించి, అంచనా వేయబడి లేదా లెక్కింపబడి, సంఖ్యాపూర్వకంగా ప్రస్ఫుటం అవుతాయో అవి ఒకదానికొకటి సంబంధము కలిగిఉండి పోల్చడానికి అనువుగా ఉన్నప్పుడు, వాటిని 'గణాంకాలు' అంటారు.

పై నిర్వచనాన్ని పరిశీలిస్తే కింది లక్షణాలను గమనించవచ్చు.

BRAOU

i)గణాంకాలు ఎల్లప్పుడూ సమష్టి విషయాలై ఉంటాయి.

గణాంకాలు ఎల్లప్పుడూ సమష్టి విషయాలు, సంఘటనలను గూర్చి తెలియజేస్తాయి. వ్యష్టి విషయాల గురించి తెలియజేయవు. ఉదా: ఒక వ్యక్తి ఆదాయం రూ.12,000; ఒక సంస్థ ఆస్తుల మొత్తం రూ.12 లక్షలు మొదలయిన వాక్యాలు సంఖ్యాపూర్వక వాక్యాలైనప్పటికీ గణాంకాలుగా పరిగణనపొందవు. కాగా, "1982 లో చిన్న తరహా పరిశ్రమల మొత్తం లాభదాయకత 1981 కన్న 5% పెరిగింది." అన్న వాక్యం గణాంక వాక్యంగా పరిగణిస్తారు.

ii) గణాంకాలు సంఖ్యాత్మకముగానే ప్రస్ఫుటం అవుతాయి.

సంఖ్యాపూర్వకం కాని వాక్యాలు గణాంకాలు కావు. గుణాత్మక వాక్యాలు కూడా సంఖ్యాపరంగా చెప్పినపుడు గణాంకాలవుతాయి. కానీ " భారతదేశము పేదదేశము" "ఆహార ఉత్పత్తి విషయంలో భారతదేశము స్వయంసమృద్ధిని సాధించినది" అనే వాక్యాలు గణాంకాలు కావు. కాగా "1982-83 సంవత్సరంతో పోల్చిచూస్తే, ఆహారధాన్యాల ఉత్పత్తి 1983-84 లో 150 మిలియన్‌టన్నులనుండి 175 మిలియన్ టన్నులకి పెరిగింది" అనేది గణాంక వాక్యంగా పరిగణిస్తారు.

iii) గణాంకాలు బహుకారణాలవల్ల ప్రభావితం అవుతాయి.

విషయాలను, సంఖ్యలను గణాంకాలుగా పరిగణించడానికి అవి వివిధ కారకాలచేత ప్రభావితం అయి వాటివల్ల ఉద్భవించి ఉండాలి. ఆ కారకాన్ని విడగొట్టి, దీని ప్రభావం ఈ అంశంమీద ఇంత ఉంది అని ఖచ్చితంగా చెప్పలేం. ఉదా: గోధుమ ఉత్పత్తి 1983-84 లో 64 మిలియన్ టన్నులు అన్నప్పుడు, ఆ ఉత్పత్తికి భూమిసారం, వర్షపాతం, ఎరువుల ఉపయోగం, యంత్రాల ఉపయోగంవంటి వివిధ కారకాలవల్ల ప్రభావితమై వచ్చిన గణాంకాలు అందులో ఫలాని కారకం ప్రభావం ఇంత అని గణాంకాలు చెప్పలేవు.

iv) గణాంకాలను ఒకే పద్ధతి ప్రకారం సేకరించి, ఏర్పాటుచేసి, విశ్లేషణ చేసి, సమర్పణ చేయడం జరుగుతుంది.

దత్తాంశసేకరణకు ముందు సేకరణవిషయమై ముందుగా ప్రణాళిక చేసుకొని, తదనుగుణంగా దత్తాంశసేకరణ చేస్తారు. హడావిడిగా అనాలోచితంగా సేకరించిన సంఖ్యాత్మక దత్తాంశము అపాయకరమైన నిర్ణయాలకు దారితీయడమేకాక అవి గణాంకాలుగా పరిగణనకురావు. సేకరించిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించి, ఏర్పాటుచేసి తగిన విధంగా మలచడం ద్వారా సముచితమైన నిర్ణయాలు తీసుకునేందుకు అవకాశము కల్పించాలి. అప్పుడు వాటిని గణాంకాలు అంటారు.

BRAOU

v) పూర్వనిర్ధారిత లక్ష్యసాధనకై గణాంకాల సేకరణ.

గణాంక సేకరణ ఏ ఉద్దేశ్యంతో చేస్తున్నారో ముందుగానే నిర్వచించాలి. పూర్వనిర్ధారిత లక్ష్యం లేకుండా దత్తాంశసేకరణ చేస్తే, అది నిరుపయోగం అవుతుంది. ఉదా: ధరలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సేకరించ దలుచుకుంటే, ఆ సేకరణోద్దేశాన్నిబట్టి టోకు ధరలు లేక చిల్లర ధరలు, రెంటిలో ఏ ధరలు సేకరించాలో తెలుస్తుంది. లేదా ఏఏ వస్తువులను పరిగణనలోకి తీసుకోవాలో తెలుస్తుంది.

vi) గణాంకాలు సాధ్యమైనంత వరకు యథార్థత ననుసరించి అంచనా వేస్తారు లేదా లెక్కిస్తారు.

ఒక సంఘటనకు సంబంధించిన గణాంకాలను రెండు విధాలుగా సేకరించవచ్చు. 1. లెక్కింపు చేయడం 2. అంచనా కట్టడం (Enumeration). లెక్కింపు పద్ధతిలో కోశం (Universe) లోని ప్రతి అంశాన్ని పరిగణలోకి తీసుకుంటూ, దత్తాంశ సేకరణ చేస్తూ జరిపిన సర్వేని లెక్కింపు పద్ధతి

అంటారు. సాధారణ సర్వే ద్వారా (యూనివర్స్) కోశంలోని విలువలను గురించి ఊహించడాన్ని (Prediction) అంచనా అంటారు. అంచనాలు, లెక్కింపుల వలె యాదార్థతను కలిగి ఉండవు. నూటికి నూరు పాళ్ళు యదార్థత రెంటిలోనూ అసాధ్యమైనప్పటికీ లెక్కింపు పద్ధతిలో ఖచ్చితత్వం ఎక్కువగా వచ్చే అవకాశం ఎక్కువ. అయితే, ఖచ్చితత్వం ఎంత ఉండాలి అనేది దత్తాంశ సేకరణ ఉద్దేశ్యాన్ని బట్టి ఆధారపడి ఉంటుంది. వీలయినంత యదార్థత ప్రమాణాలను సాధించవలసిన అవసరం మాత్రం చాలా ఉంది.

vii)గణాంకాలను ఒకదానికొకటి సంబంధం కలిగి ఉండే విధంగా ఏర్పాటుచేయవలసి ఉంటుంది.

గణాంకాలు రెండు లేక అంతకు మించిన వ్యవహారాలను పోల్చడానికి వీలు గలిగి ఉండాలి. కాలానుగుణంగాగానీ, ప్రాంతీయానుగుణంగాగానీ, ఏర్పాటు చేయబడిన గణాంకాలు పోల్చడానికి అనువుగా ఉంటాయి. ఒకే రకమైన సంఘటనలు వివిధ కాలాల్లో సంభవించినపుడు, ఆ కాలానుగుణ సంఘటనలను పోల్చవచ్చు. అదే విధంగా, వివిధ ప్రాంతాలలో జరిగిన వివిధ సంఘటనలను పోల్చవచ్చు. ఆ పోల్చడంలో ఏక రూపతను చూసుకుని పోల్చాలి. సంబంధం లేని రెండు వ్యవహారాలను పోల్చడం కేవలం అవివేకమూ, అర్థరహితమూ, వృధా యత్నమూ అవుతుంది.

B. గణాంక పద్ధతిగా గణాంక శాస్త్రం (Statistics as a method)

1. బౌలే అనే శాస్త్రవేత్త ప్రకారం, "Statistics is the science of the measurements of social organism regarded as a whole in all its manifestations."

"సామాజిక వ్యవస్థ స్పష్టీకరించినపుడు, ఆ విలువలను సమిష్టిగా గణన చేసే శాస్త్రమే " గణాంక శాస్త్రం.

ఈ నిర్వచనంలో సామాజికపరమైన సంఘటనలను మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకున్నారు. పైగా, ఈ పద్ధతిలో గణాంక శాస్త్రం ఒక పద్ధతిగా మాత్రమే చూడటం జరిగింది. ఈ పద్ధతి దత్తాంశం విశ్లేషణ, సమర్పణ, వివరణలను, గురించి ఏ మాత్రం తెలియజేయులేదు. అందువల్ల అసంతృప్తికరమైనదిగా చెప్పవచ్చు.

(2) Boddington defined "Statistics as the science of estimates and Probabilities."

"గణాంక శాస్త్రం, అంచనాల, సంభావ్యతలను గూర్చి తెలియజేసే శాస్త్రజ్ఞానం. బోడింగ్‌టన్ ఈ నిర్వచనం, గణాంక శాస్త్ర పరిధిని కేవలం అంచనాలకు, సంభావ్యతలకు పరిమితం చేస్తుంది. కానీ గణాంక పద్ధతులలో ఇవి కేవలం ఒక భాగం మాత్రమే."

(3) "W.I. King defined, Statistics as the method of judging collective, natural or social phenomenon from the results obtained by the analysis of an enumeration or collection of estimates."

"అంచనాల లేక లెక్కింపుల సేకరణలను విశ్లేషణ చేయడంవల్ల వచ్చిన ఫలితాల ఆధారంగా సహజ లేక సామాజిక సంఘటనలను గూర్చి ఒక నిర్ణయం తీసుకునే పద్ధతినే గణాంక శాస్త్రమంటారు."

ఈతని నిర్వచనం ప్రకారం, గణాంక శాస్త్రం దత్తాంశాన్ని వివరించడమే ప్రాధాన్యంగా కలిగి ఉంటుంది. ఆ దత్తాంశం కూడా సహజ లేక సామాజిక సంఘటనలకు చెంది ఉంటుంది. ఆ దత్తాంశాన్ని లెక్కింపు ద్వారా అంచనా ద్వారా సేకరించి ఉండవచ్చు. ఈ నిర్వచనంలో సేకరణ, విశ్లేషణ, సమర్పణలకు ఎటువంటి ప్రాముఖ్యత లేదు.

B R A O U

(4) Professor Kendall defined "statistics as the branch of scientific method which deals with the data obtained by counting or measuring properties of population of natural phenomenon".

ప్రొఫెసర్ కెండాల్ ప్రకారం "సహజ సంఘటనల జనసంఖ్య లక్షణాలను లెక్కింపుద్వారాగానీ, కొలవడంద్వారాగానీ సాధించిన దత్తాంశము గూర్చి పరిశీలన జరిపే శాస్త్రీయ పద్ధతిలోని ఒక శాఖనే గణాంకశాస్త్రం అంటారు."

ఈతని నిర్వచనము కేవలం సహజ సంఘటనలకే పరిమితమైనది. పైగా దత్తాంశ సేకరణ భాగాన్ని మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకుంటుంది. సామాజిక శాస్త్రాలలో గణాంక శాస్త్ర ఉపయోగాన్ని వర్ణించడంలేదు.

పై నిర్వచనాలన్నీ అసంపూర్ణాలే. అన్నీ గణాంక పద్ధతులనీ పరిగణనలోకి తీసుకున్న నిర్వచనం ఒక్కటి కూడా లేదు. ఈ కింది నిర్వచనాలన్నీ సంపూర్ణ నిర్వచనాలుగా పరిగణనపొందుతున్నాయి.

(1) Professor Levitt states that, " statistics deals with the collection, classification and tabulation of numerical facts as the basis for explanation, description and comparison of phenomenon".

ఏదైనా ఒక సంఘటనని వివరించి, వర్ణించి, సరిపోల్చే ఉద్దేశ్యంతో సంఖ్యాపూర్వకమైన విషయాల గూర్చి దత్తాంశ సేకరణ, వర్గీకరణ, పట్టీకరణ చేయడాన్ని గణాంక శాస్త్రం అంటారు.

(2) Croxton and Cowden defined statistics or statistical methods as the "collection, presentation , analysis and interpretation of numerical data".

క్రాక్స్టన్, కౌడెన్‌లు గణాంక శాస్త్రాన్ని "సంఖ్యాత్మక దత్తాంశసేకరణ, సమర్పణ, విశ్లేషణ వివరణగా" వర్ణించారు.

వీరి నిర్వచనంలో కింది విషయాలు తెలుస్తాయి:

i. సహజ లేక సామాజిక సంబంధిత విషయాన్ని దత్తాంశముగా గుర్తించడం జరుగుతుంది.

ii. ఆ దత్తాంశం సంఖ్యా పూర్వకం కావాలి. సంఖ్యాత్మక దత్తాంశాన్నే గణాంకశాస్త్రం పరిశీలిస్తుంది.

iii. ఆ దత్తాంశాన్ని సేకరించే, విశ్లేషించే, సమర్పించే, వివరించే ప్రక్రియ గణాంక పద్ధతిగా గణాంక శాస్త్రంగా అర్థం చెప్పారు.

3) R.H. వెస్సల్, E.R. విల్లెట్ మరి A.J. సైమన్‌లు గణాంకశాస్త్రమును పరిమాణాత్మక దత్తాంశ సముదాయాన్ని విశ్లేషణ కూడిన వ్యవహారం జరిపే శాస్త్రంగా వర్ణించారు. ఈ విశ్లేషణలో "దత్తాంశ సేకరణ, వర్గీకరణ, సంక్షిప్తీకరణ, సమర్పణ, వివరణలు కూడా ఇమిడి ఉన్నాయి."

4) సేటర్, వానర్‌మెన్‌లు"నిర్ణయ కార్యక్రమంలో దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించేందుకూ, పరిమాణాత్మక దత్తాంశాన్ని సేకరించి, సమర్పించి, విశ్లేషించడానికి, అభివృద్ధి పరచిన వివిధ పద్ధతుల, ఉపాయాల, సముదాయమే గణాంకశాస్త్రం" అన్నారు.

పై నిర్వచనాలను నిశితంగా పరిశీలిస్తే, అనుమాన రహితంగా గణాంకశాస్త్రాన్ని 'శాస్త్రం'గా 'విజ్ఞాన సముదాయంగా ' (Science) చెప్పవచ్చు. పై నిర్వచనాలకి 'వ్యవస్థీకరణ' అనేపదాన్ని చేరిస్తే సంపూర్ణమవుతుంది. కనుక సంపూర్తి నిర్వచనాన్ని కింద వివరించాం.

"సంఖ్యాత్మక దత్తాంశాన్ని సేకరించి, వ్యవస్థీకరించి, సమర్పించి, విశ్లేషించి, వివరణ చేసే ఒక పద్ధతుల శాస్త్రమే గణాంక శాస్త్రం."

ఈ నిర్వచనాన్ని కింద వివరించాం.

1. **సేకరణ:** గణాంక పరిశోధనలో మొదటి దశ దత్తాంశ సేకరణ. దత్తాంశసేకరణకు ముందుగా పరిశోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, దత్తాంశ వనరులను, సేకరించే పద్ధతులను, అవసరమైన ఖచ్చితత్వాన్ని గూర్చి ముందుగా పథకము వేసుకోవడమే కాక స్పష్టంచేయాలి. ఆ తరువాత, దత్తాంశాన్ని పద్ధతి ప్రకారం సేకరించాలి. హడావిడిగా దత్తాంశాన్ని సేకరిస్తే దాని ఆధారంగా తీసుకున్న నిర్ణయాలు నమ్మదగనివై, తప్పు త్రోవను పట్టించేవిగా ఉంటాయి. ఒక్కొక్కప్పుడు మనకు కావలసిన దత్తాంశము ముద్రించిన వనరుల నుండి లేదా ముద్రించని వనరులనుండి గానీ సిద్ధంగా ఉండవచ్చు. పరిశోధకుడు వృధా ప్రయాసలతో, అనవసర ఖర్చుతో, మళ్ళీ దత్తాంశాన్ని సేకరించకుండా సిద్ధంగా ఉన్న దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించుకోవచ్చు.

2. **వ్యవస్థీకరణ:** ముద్రిత వనరుల నుండి సేకరించిన దత్తాంశం సాధారణంగా వ్యవస్థీకృతమయి ఉంటుంది. సర్వే ద్వారా సేకరించిన దత్తాంశం సాధారణంగా అవ్యవస్థీకృతంగా ఉంటుంది. ఆ దత్తాంశాన్ని ముందుగా సంపాదకీయం చేయాలి. తప్పులను సరిదిద్దాలి. పరీక్ష పూర్తయిన తరువాత కొన్ని సాధారణ లక్షణాలను దృష్టిలో ఉంచుకుని వాటిని వర్గీకరించాలి. వర్గీకరించిన దత్తాంశాన్ని పట్టీకరించాలి. పట్టీకరణలో ప్రధాన ఉద్దేశం దత్తాంశాన్ని అర్థవంతంగా సమర్పణ చేయడమే.

3. **సమర్పణ:** గణాంక పరిశోధన దశలో ముఖ్యమైన దశ దత్తాంశాన్ని తగిన రీతిలో సమర్పణ చేయడం. సమర్పణ చేయడానికి పట్టీలను (Tables) ను, రేఖాపటాలను (graphs), చిత్రపటాలను (diagrams) ఉపయోగించవచ్చు. రేఖాపటాలు, చిత్రపటాలు, చదువరులకు ఆకర్షణీయంగా ఉంటాయి. సమర్పణ ప్రధానోద్దేశ్యం చక్కటి గణాంక విశ్లేషణకు వీలు కల్పించడమే.

4. **విశ్లేషణ:** సంబంధిత చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని కలిగించడమే విశ్లేషణ ఉద్దేశ్యం. దత్తాంశాన్ని విశ్లేషణచేయడానికిగాను, సగటులను, విచరణాలను, ఇతర గణాంక సూత్రాలను ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. లేదా గణాంక నిర్ణయ సిద్ధాంతం, సహ సంబంధ గుణకం వంటి సంకీర్ణపద్ధతులను గూడా వినియోగించవచ్చు.

5. **వివరణ:** గణాంక పరిశోధనలో ఆఖరిదశ దత్తాంశాన్ని వివరించడం. ఈ దశలో సేకరించిన దత్తాంశాన్ని వివరించడం, దత్తాంశం ఆధారంగా నిష్పక్షపాతంగా హేతుబద్ధంగా నిర్ణయాలను తీసుకోవడం జరుగుతుంది. దత్తాంశాన్ని వివరించడానికి అత్యంత అనుభవం, నైపుణ్యం కావాలి. దత్తాంశాన్ని తప్పుగా వివరించడంవల్ల తప్పుడు నిర్ణయాలు తీసుకోవడమేకాక, గణాంక పరిశోధన ప్రధానోద్దేశాన్ని భంగపరచినట్లవుతుంది.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

(1) స్టాటిస్టిక్స్ అనే పదాన్ని వివరించండి.

BRAOU

అవగాహన ప్రశ్న - 2

(2) గణాంక పద్ధతులలోని వివిధ దశలను క్లుప్తంగా వివరించండి.

1.5. గణాంక దత్తాంశానికి, గణాంక పద్ధతులకుగల వ్యత్యాసాలు

'Statistics' అనే పదం బహువచన ప్రయోగంలో గణాంక దత్తాంశాన్ని, ఏకవచన ప్రయోగంలో గణాంకపద్ధతులను తెలియజేస్తుందని ఇంతకుముందు చూశాం. ఒక దృగ్విషయం సంఖ్యాత్మక విషయాలను, సమిష్టి విషయాలను గణాంక దత్తాంశం తెలియజేస్తుంది. ముడిగా వున్న దత్తాంశాన్ని వ్యవస్థీకరించటానికి ఉపయోగపడే పరికరాలుగా, పద్ధతులుగా, 'గణాంక పద్ధతి' తెలియజేస్తుంది. గణాంకదత్తాంశానికి, గణాంక పద్ధతికిగల కొన్ని వ్యత్యాసాలను కింద వివరించాం.

గణాంకదత్తాంశం	గణాంకపద్ధతులు
1) బహువచన ప్రయోగంగా వాడటం జరిగింది.	1) ఏక వచన ప్రయోగంగా వాడటం జరిగింది.
2) విషయాలను సంఖ్యాత్మక వాక్యాలలో వివరిస్తాం.	2) గణాంక పరిశోధనలో గల వివిధ దశలను వివరిస్తాం.
3) వర్ణించే స్వభావాన్ని కలిగి ఉంటుంది.	3) విశ్లేషణ స్వభావాన్ని కలిగి ఉంటుంది.
4) ముడిదత్తాంశాన్ని అందిస్తుంది.	4) గణాంకదత్తాంశాన్ని ఉపయోగంలోకి తీసుకు రావడానికి అవసరమైన పద్ధతులను, ఉపకరణాలను అందిస్తుంది.
5) గణాంకదత్తాంశాన్ని మరింత తయారీలోకి తీసుకుని వస్తే తప్ప, ఎటువంటి ప్రయోజనంగానీ, ఉపయోగంగాని ఉండదు. యధాతథంగా గణాంక దత్తాంశం వల్ల ఏ ఉపయోగంలేదు.	5) గణాంక పద్ధతులు, సూత్రాలు తగిన గణాంక దత్తాంశం దొరకకపోతే, ఎందుకూ పనికి రాక, నిరుపయోగంగా ఉంటాయి.
6) సేకరించిన దత్తాంశం స్వభావం, ఉద్దేశ్యం, వివిధ గణాంక పద్ధతులలో ఏ పద్ధతిని ఉపయోగించాల్సినదీ ఆదేశిస్తుంది.	6) అందుబాటులో ఉన్న వివిధ గణాంక పద్ధతులు దత్తాంశాన్ని సేకరించడంలో మార్గదర్శకంగా పనిచేస్తాయి. ఉపయోగంలో ఉన్న గణాంక పద్ధతులకు భిన్నంగా దత్తాంశ సేకరణ చేస్తే, అది నిరుపయోగంగా ఉంటుంది.

పై భేదాలను గమనిస్తే, కేవలం దత్తాంశ సేకరణ చేయడం నిరుపయోగమని తెలుతుంది. సముచితమైన నిర్ణయాలు తీసుకోడానికి, సేకరించిన దత్తాంశాన్ని తగిన విధంగా వ్యవస్థీకరించి, విశ్లేషించ వలసి ఉంటుంది. కనుక, గణాంక దత్తాంశం గణాంక పద్ధతులవల్ల విడివిడిగా ప్రయోజనం ఏమిలేదు. ఆ రెండూ ఒక దాని కొకటి పూరకాలు.

BRAOU

1.6. సారాంశం

గణాంకశాస్త్రం రాజ్య అవసరాలను తీర్చడానికై ఆవిర్భవించింది. పూర్వకాలంలో రాజులు జననమరణాలు, పంటల ఉత్పత్తి, ఎగుమతి దిగుమతులు ఇత్యాది అంశాలకు సంబంధించి గణాంకాలను సేకరించేవారని చెప్పడానికి తగిన సాక్ష్యాధారాలున్నాయి. ఈ గణాంకాలన్నీ వర్ణనాత్మకంగా ఉండి రాజకీయ, పరిపాలనా ఉద్దేశ్యాలను తీర్చడానికై ఉపయోగపడేవి. 19వ శతాబ్దపు రెండో అర్థ భాగం వరకు, గణాంకశాస్త్ర ఉపయోగం ప్రభుత్వ అవసరాలను తీర్చడానికి లేదా సాంఘిక సమస్యలను అధ్యయనం చేయడానికి మాత్రమే పరిమితం అయి ఉండేది. కాని ఈనాడు ఈ శాస్త్రాన్ని ఉపయోగించని శాఖ అంటూ ఏదీలేదు. ఆధునిక గణాంకశాస్త్రం అభివృద్ధి చెందడానికి కారణం గణాంకాలను సేకరించడానికి అయ్యే వ్యయం తగ్గడం; ప్రతి శాస్త్రంలో వీటి ఉపయోగం పెరగటంగా చెప్పుకోవచ్చు. స్టాటిస్టిక్స్ అనే పదాన్ని కొంతమంది గణాంక వేత్తలు బహువచనంలో ప్రయోగించి, దానిని ' గణాంక దత్తాంశం ' అని పిలవగా; మరికొంతమంది దానిని ఏకవచన ప్రయోగంలో ప్రయోగించి, 'గణాంక పద్ధతులు' అని అన్నారు. స్టాటిస్టిక్స్‌ను గణాంక దత్తాంశంగా నిర్వచించినట్లయితే దాని అర్థం ఈ విధంగా ఉంటుంది. ముందుగా నిర్ణయించుకున్న ఉద్దేశ్యానికిగాను, అనేక శక్తులచే ప్రభావితమౌతున్న విషయాలను, తగినంత ఖచ్చిత ప్రమాణాలు ద్వారా, ఒక క్రమపద్ధతిలో అంకెలరూపంలో వివరించడమే గణాంకదత్తాంశం. ఇకపోతే, దత్తాంశాన్ని సేకరించడం, వ్యవస్థీకరించడం, విశ్లేషించడం, సమర్పణ చేయడం, వివరణ చేసే పద్ధతుల సముదాయాన్ని గణాంకపద్ధతులుగా నిర్వచించవచ్చు.

1.7 అవగాహనా ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. స్టాటిస్టిక్స్ అనే పదాన్ని ఏకవచన, బహువచన అర్థాలలో వివరిస్తాం. ఏకవచన ప్రయోగంలో ఈ పదానికి అర్థం గణాంక పద్ధతులు కాగా, బహువచన ప్రయోగంలో దీని అర్థం సంఖ్యా దత్తాంశం.

2. కింద చూపిన విధంగా వివిధ దశలను పేర్కొని, ప్రతి దశ గురించి సంక్షిప్తంగా రాయండి.

   i. దత్తాంశ సేకరణ
   ii. దత్తాంశ వ్యవస్థీకరణ
   iii. దత్తాంశ సమర్పణ
   iv. దత్తాంశ విశ్లేషణ
   v. దత్తాంశ వివరణ

1.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. కింది వాటిని క్లుప్తంగా వివరించండి.

   i) గణాంకాలు అనేవి సమిష్టి విషయాలు.
   ii) గణాంక శాస్త్రం సంభావ్యతలకు సంబంధించిన శాస్త్రం.
   iii) గణాంక శాస్త్రం అనేది ఒక శాస్త్రీయ పద్ధతి.
   iv) గణాంక శాస్త్రం సగటుల శాస్త్రం.
   v) గణాంక శాస్త్రం రాజుల శాస్త్రం.
   vi) గణాంక శాస్త్రం ఖచ్చితమైన శాస్త్రం.
   vii) గణాంక శాస్త్రం మానవుని సంక్షేమ శాస్త్రం.

2. ఉన్నత గణాంక శాస్త్రానికి దోహదం చేసిన భారతీయ అర్థశాస్త్రవేత్తలను పేర్కొనండి.

B R A O U

3. భారతదేశంలో క్రమమైన గణాంక సేకరణ ఎప్పుడు జరిగిందో ఉదాహరణాల సహాయంతో వివరించండి.

4. అన్ని గణాంకా విషయాలు సంఖ్యాత్మక నివేదికలు. కాని సంఖ్యాత్మకంగా చెప్పిన అన్ని విషయాలు గణాంకాలు కావు.

5. "గణాంక దత్తాంశం గణాంక పద్ధతులు అనేవి ఒకదానికొకటి పూరక మైనవి." - మీరు ఒప్పుకోంటారా? ఉదాహరణపూర్వకంగా మీ వాదాన్ని బలపరచండి.

6. వ్యాపార నిర్వాహకులకు సమాచారాన్ని అందించి తద్వారా నిర్ణయాన్ని తీసుకోవడానికి ఉపయోగపడే శాస్త్రంగా గణాంక శాస్త్రం ఎట్లా ఉపయోగపడుతుంది.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

7. గణాంకాలు అంటే ఏమిటి? వాటి లక్షణాలు తెలుపండి.

8. గణాంక శాస్త్రపు నిర్వచనాలను కొన్నింటిని విమర్శనాత్మకంగా నిర్వచించి వాటిలో ఏది ఉన్నతమైనదో తెలుపండి.

1.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ : 'వ్యాపార గణాంకశాస్త్రము',
   బి.అప్పల నాయుడు తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు, 1983.
2. Gupta S.P. :'Statistical Methods', Sultan Chand & Co., New Delhi.

1.10 పదకోశం

స్టాటిస్టిక్స్ : ఈ పదాన్ని ఏకవచన, బహువచన అర్థాలలో ఉపయోగిస్తాం. బహువచన ప్రయోగంలో దీని అర్థం సంఖ్యా దత్తాంశాన్ని తెలియజేస్తే ఏకవచన ప్రయోగంలో గణాంక పద్ధతులను తెలియజేస్తుంది.

గణాంక పద్ధతులు : స్టాటిస్టిక్స్ అనేపదాన్ని ఏకవచన ప్రయోగంలో ఉపయోగించినట్లయితే, గణాంక పద్ధతులు అనే అర్థం వస్తుంది. గణాంక పద్ధతులలో దత్తాంశసేకరణ, వ్యవస్థీకరణ, సమర్పణ, విశ్లేషణ, వివరణ మొదలైన దశలు ఉంటాయి.

దత్తాంశం : సంఖ్యాత్మక విషయాలు

BRAOU

భాగం-2: గణాంక శాస్త్ర పరిధి, ప్రాముఖ్యత, పరిమితులు

విషయక్రమం

2.0 ఉద్దేశాలు

2.1 పరిచయం

2.2 గణాంక శాస్త్ర పరిధి

2.3 గణాంకశాస్త్రం కళా? లేక శాస్త్రమా?

2.4 గణాంకశాస్త్ర విధులు

2.5 గణాంక శాస్త్ర ప్రాముఖ్యం

2.5.1 వ్యాపారానికి

2.5.2 బాంకర్లు, బ్రోకర్లు, భీమా కంపెనీలకు

2.5.3 అర్థశాస్త్రవేత్తలకు

2.5.4 ప్రభుత్వానికి

2.6 గణాంకశాస్త్ర పరిమితులు

2.7 గణాంకశాస్త్రంపై అవిశ్వాసం

2.8 సారాంశం

2.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

2.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

2.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

2.12 పదకోశం

B R A O U

2.0 ఉద్దేశాలు

వ్యాపారానికి, అర్థశాస్త్రజ్ఞులకు, ప్రభుత్వానికి గణాంక శాస్త్రం ఏ విధంగా ఉపయోగపడుతుందో తెలియజేయడమేగాక, గణాంకశాస్త్ర పరిమితులు, గణాంక పద్ధతులను ఉపయోగించేటప్పుడు తీసుకోవల్సిన జాగ్రత్తలను చర్చించడమే ఈ భాగం ఉద్దేశం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

* గణాంకశాస్త్ర పరిధిని గుర్తించగలగాలి
* గణాంకశాస్త్రాన్ని కళగానూ, శాస్త్రంగానూ వివరించగలగాలి
* గణాంకశాస్త్ర విధులను రాయగలగాలి
* గణాంకశాస్త్ర ప్రాముఖ్యతను విశదీకరించ గలగాలి
* గణాంకశాస్త్రానికి ఉన్న పరిమితులను తెలుప గలగాలి
* గణాంకశాస్త్రంపై ప్రజలకు అవిశ్వాసం కలగడానికి గల కారణాలను రాయగలగాలి.

Dr. BRAOU
LIBRARY
Acc. No. T-3447
Class No: 310

2.1 పరిచయం

ఇది గణాంకాల యుగం. పూర్వకాలంలో ఏవో కొన్ని సమస్యలను మాత్రమే పరిష్కరించడానికి గణాంకాలను వాడేవారు. కాని ఈనాడు గణాంకాలను ఉపయోగించని శాస్త్రాన్ని చూడటం చాలా అరుదైన విషయం. భౌతిక శాస్త్రాలైనా, రసాయనిక శాస్త్రాలైనా గణాంకాల సహాయం లేనిదే వాటి అవగాహన చాలా కష్టం. ఈ భాగం వివిధ శాస్త్రాలను గణాంకాల ఉపయోగం, గణాంక పద్ధతులను ఉపయోగించేటప్పుడు తీసుకోవాల్సిన జాగ్రత్తల గురించి చర్చిస్తుంది.

2.2 గణాంకశాస్త్ర పరిధి

రాజకీయవేత్త కళగా ఆరంభమై ఈనాడు గణాంకశాస్త్ర సూత్రాలు, పద్ధతులు విజ్ఞాన శాస్త్ర శాఖలన్నింటిలోనూ, అంటే భౌతికశాస్త్రం, ప్రకృతిశాస్త్రం, సాంఘికశాస్త్రం, వాణిజ్యశాస్త్రం మొదలైన వాటన్నిటిలోకి అవసరంగా ఉంది. గణాంకశాస్త్ర ప్రయోగం నానాటికి పెరగటానికి కారణమేమిటంటే, ఎప్పటికప్పుడు మార్పులకు లోనవుతున్న దత్తాంశాన్ని గణాంకశాస్త్ర సూత్రాలు, పద్ధతులు సమగ్రతను సాధించటానికి వీలు కల్పిస్తాయి. భౌతిక, ప్రాకృతిక, సామాజిక శాస్త్ర రంగాలలో పరిష్కార మార్గాలను కనిపెట్టడానికిగాను గణాంకశాస్త్రం విస్తృతంగా ఉపయోగపడుతుంది.

గణాంకశాస్త్రం శాస్త్రీయ పద్ధతుల ద్వారా ప్రణాళికారచన చేయడంలోనూ, పరికల్పనలోని వివిధ దశలను నిర్మించి యదార్థతను తెలుసుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది. పరికల్పనను నిర్మించేటప్పుడు దత్తాంశమందలి సంబంధాలను వర్ణించవలసి ఉంటుంది. పరికల్పనను విచారించేటపుడు గణాంక దత్తాంశం యదార్థతను అంచనాల సంబంధాన్ని రుజువు చేయవలసి ఉంటుంది. అంటే, గణాంక, పద్ధతులు, విధానాలు అసమగ్రమైనప్పటికీ, విజ్ఞానాన్ని అందించటంలో చాలా ఉపయోగపడతాయి.

గణాంకశాస్త్రంలోని విషయాన్ని అర్థంచేసుకోవడానికి క్రాక్స్టన్, కౌడెన్‌ల పరిశీలనలు ఎంతో ఉపయోగపడతాయి. వీరి ప్రకారం, గణాంక పద్ధతులు నానాటికి విస్తృతమవుతున్న మానవుని ఆలోచనా కార్యకలాపాలలో సంఖ్యా దత్తాంశాన్ని సమకూర్చి, ఎంతగానో ఉపయోగపడుతున్నవి. ఈనాడు ఏ సందర్భములోనైనా సరే గణాంకపద్ధతిని ఉపయోగించక పోవడం అనేదిలేదు.

మానవుని జీవన సరళిలోని అన్ని కార్యకలాపాలందు గణాంకపద్ధతులు విశిష్ట ప్రాముఖ్యతను సంతరించుకోవడానికి తప్పనిసరియై ఉన్నవి.

2.3 గణాంక శాస్త్రం కళా? లేక శాస్త్రమా?

గణాంకశాస్త్రం కళా? లేక శాస్త్రమా? అని నిర్ణయించడానికి ముందుగా శాస్త్రమంటే ఏమిటో, కళ అంటే ఏమిటో తెలుసుకోవాలి. సాధారణ సత్యాలను కనుక్కొనేందుకై పద్ధతి ప్రకారం అమర్చుకున్న సంచిత విజ్ఞానాన్నే 'శాస్త్రం' అంటారు. సూక్ష్మంగా చెప్పాలంటే వివిధ వ్యవహారాల మధ్య కార్యాకారణ సంబంధాన్ని గూర్చి అధ్యయనం చేసే విజ్ఞాన సముదాయమే శాస్త్రం. వ్యక్తులకు గల జ్ఞానాన్ని పెంపొందించి పదునుపెడుతుంది. ప్రయోగాత్మకపు సాక్ష్యమాధారంగా అన్వయాన్ని (Generalise) విస్తరింపజేస్తుంది. అట్లాంటి అన్వయాలనే శాస్త్రవిధులు అంటారు. కార్ల్‌పియర్సన్ ప్రకారం శాస్త్రమనేదానికి కొన్ని విశిష్ట లక్షణాలు ఉండాలి. ఉదా: పౌరులకు మానసిక విద్యను సమకూర్చడం; సామాజిక సమస్యలను గూర్చి చెప్పడం; వాస్తవ జీవితంలో సుఖము ఇవ్వడం; కళాత్మకమైన విద్యలలో సంతృప్తిని కలిగించే అవకాశం ఇవ్వడం వంటివి ఉండాలి.

గణాంకశాస్త్రం అనేక ఆర్థిక, సాంఘిక సమస్యలపై దృష్టిని కేంద్రీకరిస్తుంది. మానవుని దైనందిన సమస్యలను పరిష్కరించడానికి అవసరమైన పరికరాలను, సాంకేతిక పద్ధతులను సమకూరుస్తుంది. గణాంక

BRAOU

పద్ధతులు మానవ సంక్షేమాన్ని లక్ష్యంగా కలిగిన వ్యాపార రంగాలలోను, ఆర్థిక వ్యవహారాలలోను విస్తారంగా ఉపయోగిస్తారు. ఈ గణాంక, పద్ధతులు వివిధ కోణాలనుండి కార్యాకారణ సంబంధాన్ని సమకూరుస్తుంది. గణాంక దత్తాంశం, గణాంక పద్ధతులు లేకుండా పౌరులకు శాంతియుతమైన, సుఖప్రదమైన జీవితాన్ని కల్పించడానికి, అనేక మానవసంక్షేమ పథకాలను రూపొందించి అమలు పరచడానికి ప్రభుత్వానికి దుర్లభమవుతుంది.

ఈ విధంగా శాస్త్రంగా పరిగణించడానికి అవసరమైన షరతులన్నిటినీ గణాంక శాస్త్రము సంతృప్తిపరుస్తుంది. కనుక, ఈ గణాంక శాస్త్రాన్ని "శాస్త్రంగా" పరిగణించవచ్చు. ఏది ఏమైనప్పటికీ గణాంక శాస్త్రం భౌతిక శాస్త్రాలవలె ఖచ్చితమైన శాస్త్రం కాదు. కనుక గణాంకశాస్త్రాన్ని "శాస్త్రీయ పద్ధతుల శాస్త్రంగా" లేదా ఒక "ప్రత్యేక విజ్ఞాన విభాగంగా" పిలవడం సముచితంగా ఉంటుంది.

కళ అనగా "ఒక నిశ్చిత వుద్దేశ్యాన్ని సాధించడానికిగాను వివిధ విషయాలను చేబట్టే నైపుణ్యం" అని చెప్పవచ్చు. కళ అనేది ఒక సమస్యను పరిష్కరించుకోడానికి సూచించబడిన కార్యకలాపాల సముదాయం. గణాంకాలను ఒక క్రమ పద్ధతిలో సేకరించి, వర్గీకరించి, విశ్లేషించి, సమర్పణచేయక పోయినట్లయితే, కేవలం గణాంకాలు ఎలాంటి ఉద్దేశ్యాలు తీర్చలేవు. అది శాస్త్రం అని అనబడదు. కాని గణాంకశాస్త్రం ఈ నిబంధనలనన్నింటిని సంతృప్తిపరుస్తుంది. గణాంక శాస్త్రం అవసరమైన పరికరాలను, పద్ధతులను అందిస్తున్నప్పటికీ, వాటిని సక్రమంగా ఉపయోగించడం గణాంకవేత్త ఇష్టంపై ఆధారపడి ఉన్నది. కనుక గణాంకశాస్త్రాన్ని కళ అని పిలుస్తాం.

గణాంకశాస్త్రం అవసరమైన సూత్రాలను పద్ధతులను సమకూర్చటమే గాక నిర్ణయించుకున్న ధ్యేయ సాధనకు మార్గాన్ని సూచిస్తుంది. శాస్త్రీయంగా గణాంకశాస్త్రాన్ని శాస్త్రీయ పద్ధతులను కళాత్మకంగా అనువర్తింపజేసే శాస్త్రంగా పరిగణిస్తాం. కనుక గణాంకశాస్త్రాన్ని కళగానూ, శాస్త్రంగానూ వివరించవచ్చు. టిప్పెట్ (Tippet) మాటలలో చెప్పాలంటే గణాంకశాస్త్రం కళా, శాస్త్రం కూడా. శాస్త్రంగా దీనిలో ముఖ్యంగా గణాంక పద్ధతులు ఒక క్రమంగా ఉండి అన్నిరంగాల అంశాలకు సంబంధించి సాధారణీకరణలను చేయడానికి ఉపయోగపడతాయి. కళగా చాలావరకు గణాంకశాస్త్ర విజయం గణాంకవేత్త నిపుణత, ప్రత్యేక అనుభవం, ఆయారంగాలలో అతని పరిజ్ఞానంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

2.4 గణాంకశాస్త్రం విధులు

రాబర్ట్ బర్గెస్ ప్రకారం గణాంకశాస్త్రం పరిమాణాత్మక దత్తాంశాన్ని విశ్లేషణచేయుటం ద్వారా మానవుని అమాయకత్వాన్ని, పక్షపాతవైఖరికి, సాంప్రదాయ విధానాలకు, యధేచ్ఛగా తీసుకున్న నిర్ణయాలకు, అపరిపూర్ణ విధానాల ద్వారా నిర్ణయాలను తీసుకోవడానికి స్వస్తిపలికి, శాస్త్రీయంగా నిర్ణయాలు తీసుకొనుటకు దోహదం చేసింది. సమస్యలను సాధించటానికి గణాంకశాస్త్రం శాస్త్రీయ దృక్పథాన్ని ప్రసాదించి మానవుల విజ్ఞానాన్ని పెంపొందిస్తుంది. ప్రతినిత్యం గణాంకశాస్త్ర ప్రాముఖ్యత పెరగడానికి ఈ కింద చెప్పబడిన విధులను ఈ శాస్త్రం నిర్వహించటంవలననే అని చెప్పవచ్చు.

1. స్థూల దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడం.
2. ఒక నిశ్చితమైన రూపంలో విషయములను సమర్పించడం.
3. తారతమ్య అధ్యయనం చేయడానికి వీలుకల్పించడం.
4. అంచనాలు వేయడంలో తోడ్పడడం.
5. పరికల్పనను తయారుచేసి పరీక్షించడంలో సహాయం చేయడం.
6. తగిన విధానాలను (Policies) తయారు చేయడానికి వీలు కల్పించడం.
7. సంఖ్యాత్మకమైన కొలతలను ఇవ్వడం.

BRAOU

8. వ్యక్తి విజ్ఞానాన్ని అనుభవాన్ని పెంపొందించడం.

9. పరిస్థితిని చూసి వ్యాఖ్యానించడానికి ప్రయత్నించడం.

i) స్థూల దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడం: స్థూల దత్తాంశాన్ని చదవడం, అర్థంచేసుకోవడం, జ్ఞాపకముంచుకోవడం చాలా కష్టమైన పని. గణాంక దత్తాంశం అనేది యాజమాన్యానికి నిర్ణయం తీసుకొనడానికి ఎటువంటి సహాయం చేయదు. కాని గణాంక పద్ధతులు మాత్రం స్థూల దత్తాంశాన్ని సంగ్రహపరచి దానిని ఒక సంఖ్యలో నివేదించడానికి అవసరమైన వాహకాలను (means) సమకూరుస్తుంది. ఆ సంఖ్య సగటుగాని, విస్తృతిగాని, విచరణం గాని, వైషమ్యంగాని, గుణకంగాని ఏదైనా కావచ్చు. ఆ ఏకైక సంఖ్య మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించి అర్థవంతంగా ఉంటుంది. పైగా అది ఎక్కువ వీలుగానూ, అర్థము చేసుకోగలిగేటట్లుగానూ, స్పష్టంగానూ ఉంటుంది. అసందిగ్ధతను తొలగిస్తుంది. అర్థంచేసుకోవడానికి తేలికగా, అనుసరించడానికి సులభంగా ఉంటుంది. చదువరులు సంఖ్య దత్తాంశము ముఖ్య లక్షణాలను త్వరగా అర్థము చేసుకోవచ్చు. పటాలు, రేఖాచిత్రాలు కూడా దత్తాంశాన్ని చాలా ఆకర్షణీయంగా నివేదించటానికి ఉపయోగపడతాయి.

ii) విషయాలను (Facts) ఒక నిశ్చితరూపంలో సమర్పించటం: గణాంకశాస్త్ర విధులలో అత్యంత ముఖ్యమైనది దత్తాంశమును ఒక సంక్షిప్త, నిశ్చితరూపంలో సమర్పించటం. అప్పుడప్పుడు సంఖ్యాత్మకంగా వివరించిన విషయాలు అస్పష్టంగా ఉంటాయి. ఒక నిశ్చితమైన పరిమాణాత్మక రూపంలో సమర్పించబడిన విషయాలు చదువరులకు చాలా సౌకర్యంగా ఉండి ఎలాంటి కష్టం లేకుండా దృగ్విషయాలను అర్థంచేసుకోవడానికి వీలుగా ఉంటాయి. అలాగాక ఈ సమస్యను పరిమాణాత్మకంగా కొలిచి, సంఖ్యాత్మకంగా చెప్పినట్లయితే సమస్యకు సంబంధించిన ఒక నిశ్చితమైన సమాచారం ఉంటుంది.

ఉదా: "1984లో నిరుద్యోగులైన పట్టభద్రులుగా రిజిష్టరు చేసుకున్నవారు 1983 కంటె ఎక్కువ." ఈ వాక్యం ఎలాంటి స్పష్టమైన ఉద్దేశాన్నిగాని, సమస్య పరిమాణాన్ని గూర్చిగాని చెప్పదు. పైగా ఈ సమస్య సంఖ్యాత్మకంచేసి సంఖ్యారూపంలో చెప్పినపుడు అది సమస్యను గూర్చిన నిశ్చితమైన సమాచారాన్ని ఇవ్వగలుగుతుంది. ఉదా: "1984లో రిజిష్టరయిన నిరుద్యోగ పట్టభద్రులు, 1983లోని వారి సంఖ్యయైన 1.25 లక్షల నుండి 1.5 లక్షల వరకూ పెరిగింది" అని చెప్పడం.

iii) తారతమ్య అధ్యయనం చేయడానికి వీలు కల్పించడం: అంకెలు, వాటిని ఇతర సంబంధిత సంగతులతో పోల్చిచూస్తే తప్ప, తమంతటతాము ఎటువంటి అర్థాన్నీయవు. సంగతులను (facts) పోల్చడానికిగాను గణాంకశాస్త్రం అవసరమైన పరికరాలను, పద్ధతులను సమకూరుస్తుంది. A.L. బౌలే చెప్పిన ప్రకారం గణాంకశాస్త్ర ముఖ్య ఉపయోగం వివిధ అంశాల సాపేక్ష ప్రాముఖ్యతను గూర్చి అధ్యయనం చేయడమే. దత్తాంశాన్ని పోల్చడానికి గణాంకశాస్త్రం సగటులు, నిష్పత్తులు, శాతాలు, విచరణాలు, ప్రామాణిక దోషాలు, గుణకాలు, రేఖాచిత్రాలు, చిత్రపటాల వంటి కొన్ని ముఖ్యమైన ఉపకరణాలను, పద్ధతులను, సాంకేతికాలను అందిస్తుంది. దత్తాంశాన్ని పోల్చే విధానము తెలుసుకోవడం వల్ల ఒకానొక కాలవ్యవధిలో కలిగిన మార్పులను లేదా రెండు ప్రాంతాల మధ్యగల మార్పులను తెలుసుకోగలం. అలాగే జరిగిపోయిన కాలంలోని సంగతులను విశ్లేషించడంవలన, భవిష్యత్తులో రాబోయే మార్పుల పర్యవసానాన్ని (Impact) తెలుసుకోవడానికి వీలవుతుంది.

iv) అంచనాలు వేయడంలో తోడ్పడడం: గణాంక శాస్త్రం పూర్వకాలానికి చెందిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించటమే గాక భవిష్యత్తును అంచనా వేయడానికి, ఊహించడానికి కూడా సహాయం చేస్తుంది. వ్యాపారనిర్వహణ విధులు, ప్లానింగ్‌తో ప్రారంభమవుతాయి. ఆ ప్లానింగ్‌కి భవిష్యత్ దృష్ట్యా అంచనాలను వేయవలసి ఉంటుంది. గణాంకశాస్త్రం భవిష్యత్తులో కలిగే విలువలను శాస్త్రీయంగా ఊహించి చెప్పడానికిగాను, ఉపయోగకరమైన పద్ధతులను సమకూరుస్తుంది. భవిష్యత్ సంఘటనలను

BRAOU

అంచనావేయడానికి కాలశ్రేణులు, ప్రతిగమన విశ్లేషణలు, బహిర్నివేశనం (Extrapolation) వంటి గణాంక పద్ధతులు చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటాయి. గత దత్తాంశపు తీరుతెన్నులను విశ్లేషణ చేసి అర్థము చేసుకోవడం వలన భవిష్యత్ సంఘటనలను ఊహిస్తాము.

v) పరికల్పనను తయారుచేసి పరీక్షించడంలో సహాయం చేయడం: ఇది గణాంకశాస్త్రం అత్యంత ముఖ్యమైన సైద్ధాంతిక విధులలో ఒకటి. పరికల్పనను రూపొందించి పరిశీలించటమేగాక, క్రొత్త సిద్ధాంతాన్ని కనుగొనడానికి కూడా గణాంకపద్ధతులు ఉపయోగపడును. జె.యం. కీన్సు ప్రకారం గణాంకశాస్త్రం ప్రాథమిక విధి ఏమంటే! తదుపరి ఆగమనం వివరణ (Deductive explanation) కు సాధ్యమైనా, కాకపోయినా, ప్రయోగాత్మక సిద్ధాంతాలను మాత్రం సూచించాలి. ఆగమన తర్కంలో (Deductive Reasoning) ప్రయోగాత్మక సిద్ధాంతాల ఫలితాలను గణాంక శాస్త్రం సరిచూస్తుంది. వివిధ విజ్ఞాన శాఖల సిద్ధాంతాల ఖచ్చితత్వాన్ని పరిశీలించడానికి గణాంక పద్ధతులు ఉపయోగపడతాయి.

vi) తగిన విధానాలను తయారుచేయడానికి వీలు కల్పించడం: ప్రస్తుతమున్న విధానాలను, పద్ధతుల సామర్థ్యాన్ని విలువకట్టడానికి గణాంక విశ్లేషణ ఎంతగానో ఉపయోగపడుతుంది. ఇది వివిధ సాంఘిక, ఆర్థిక, వ్యాపార రంగాలలో తగిన విధానాలను రూపొందించడానికి ఉపయోగపడును. ప్రభుత్వం పన్నుల విధానాన్ని, ఎగుమతి-దిగుమతి విధానాన్ని, సాంఘిక-ఆర్థిక సంక్షేమ కార్యక్రమాలను రూపొందించటానికి గణాంక దత్తాంశము, గణాంక పద్ధతులు చాలా ఉపయోగపడతాయి.

vii) సంఖ్యాత్మకమైన కొలతలను ఇచ్చుట: ఒక దృగ్విషయం వివిధ లక్షణాలను కొలవడానికి గణాంకశాస్త్రం తగిన ఉపకరణాలను, పద్ధతులను సమకూర్చుతుంది. కొన్ని లక్షణాలను ఎలాంటి కష్టం లేకుండా కొలవచ్చు. కాని మరికొన్ని లక్షణాలు ముఖ్యంగా గుణాత్మకమైన వాటిని పరిమాణాత్మకంగా కొలవలేం. కాని గణాంకపద్ధతుల సహాయంతో గుణాత్మకమైన దత్తాంశాన్ని కూడా కొలిచి సంఖ్యామానాలలో చెప్పవచ్చు.

viii) వ్యక్తి విజ్ఞానాన్ని, అనుభవాన్ని పెంపొందించటం: గణాంక పద్ధతులు ప్రతిరంగంలోనూ మానవుని దైనందిన సమస్యలను పరిష్కరించడానికి ఉపయోగపడ్తాయి. గణాంక శాస్త్రం హేతుబద్ధమైన ఆలోచనా విధానాన్ని, తర్కాన్ని పెంపొందించడానికి తోడ్పడును. క్రొత్త సిద్ధాంతాలను, భావనలను రూపొందించడంలో సహాయ పడును. నిజానికి గణాంక శాస్త్ర పద్ధతులను ఉపయోగించకపోయి ఉంటే వివిధ రంగాలలో పరిజ్ఞానం మానవజాతికి అందకపోయేది అనడంలో అతిశయోక్తి లేదు. అందుకే బౌలే గణాంక శాస్త్ర ప్రథమ విధి వ్యక్తిగత అనుభవాన్ని పెంపొందింప జేయడమే అన్నాడు.

ix) పరిస్థితిని చూసి వ్యాఖ్యానించడానికి ప్రయత్నించడం: వివరింపబడిన ఫలితాలకు సంభావ్యమైన కారణాలను అనుసరించడం ద్వారా పరిస్థితిని వ్యాఖ్యానించడానికి గణాంక శాస్త్రం ఉపయోగపడుతుంది. ఒక ఉత్పత్తి సంస్థలో ఒకానొక యంత్రం వస్తూత్పత్తి చేయడం తగినంత సామర్థ్యం చూపకపోతే ఉత్పత్తి మేనేజరు గణాంక పద్ధతులను ఉపయోగించి, అందుకుగల కారణాలను కనుక్కోవచ్చు. అలాంటి లోపం యంత్రంలోనైనా ఉండవచ్చు లేదా ఆపరేటర్ అజాగ్రత్తవలననైనా ఏర్పడవచ్చు.

అవగాహన ప్రశ్న-1

బృహత్తరంగా ఉన్న దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడానికి వాడే గణాంక సాధనాలేవి?

B R A O U

2.5 గణాంక శాస్త్ర ప్రాముఖ్యం

ఈనాడు విజ్ఞానశాస్త్ర వివిధరంగాలలో గణాంకపద్ధతులు, గణాంక సూత్రాలు విస్తారంగా వాడుచున్నారు. ప్రజలు తెలిసో, తెలియకో వారి దైనందిన సమస్యలను పరిష్కరించడంలో గణాంక పద్ధతులను విరివిగా ఉపయోగిస్తున్నారు. గణాంక శాస్త్రాన్ని వ్యాపార, ఆర్థిక, ప్రజా పరిపాలనా రంగాలకు ఎక్కువగా ఉపయోగిస్తున్నారు. "ఉత్తమ పౌరునికి రాయడం, చదవడం ఎంత అవసరమో ఒకనాటికి గణాంకపు ఆలోచన కూడా అంతే అవసరమని" H.G. వెల్స్ అన్నాడు. నిజంగానే ఈనాడు ఆ అవసరం ఏర్పడింది. వాస్తవిక జీవితంలో గణాంకశాస్త్రాన్ని ఎలా అనువర్తింప చేయవచ్చునో కొన్ని పద్ధతులను ఈ కింద వివరించడమైనది.

2.5.1 వ్యాపారానికి

వ్యాపార సాఫల్యం ఉత్పత్తి, అమ్మకాలను సమర్థవంతంగా నిర్వహించడం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. ఈ రెండూ వ్యాపార స్థల నిశ్చయం (Location) మీద, సంస్థ పరిమాణం మీద, మార్కెటింగ్ పైన, నాణ్యమైన యంత్రాల మీద ఆధారపడి ఉంటాయి.

i. వ్యాపార స్థానాన్ని నిర్ణయించడం: వ్యాపార స్థానాన్ని నిర్ణయించడానికి ముందు ముడిసరుకుల, శ్రామికుల లభ్యతకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సేకరించి వ్యవస్థీకరించి, విశ్లేషణచేసి, ఒక క్రమ పద్ధతిలో వివరించవలసి ఉంటుంది. శాస్త్రీయ పంథాలో తీసుకున్న నిర్ణయాలు సత్ఫలితాలను ఇవ్వడమే గాక సంస్థవికాసానికి దోహదం చేస్తాయి. స్థానిక పన్నులకు సంబంధించిన వివిధ రాష్ట్ర ప్రభుత్వాలు ఇచ్చిన ప్రోత్సాహకాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని కూడా సేకరించవలసి ఉంటుంది. వీటన్నిటిని ఒకదానితో మరొకటి పోల్చటం ద్వారా వ్యవస్థాపకులకు సక్రమమైన వ్యాపార స్థానాన్ని నిర్ణయించడం సుకరమవుతుంది.

ii. పరిమాణం: గణాంక పద్ధతులు వివిధ ఊహాపూర్వక ఉత్పత్తి స్థాయిలలో సంస్థ ఆదాయ వ్యయవిశ్లేషణను పోల్చి అధ్యయనం చేయడానికి తోడ్పడతాయి. సంస్థల పరిమాణాలలో తగిన పరిమాణాన్ని ఎంపిక చేయడంలో నిర్వాహకులకు గణాంకపద్ధతులు చేదోడు, వాదోడుగా ఉంటాయి. ఏ వ్యాపార సంస్థకైనా అమ్మకాల రాబడి రెండు ముఖ్యకారణాలపైన ఆధారపడి ఉంటుంది. a) అమ్మిన వస్తుపరిమాణము b) వస్తువు అమ్మకపుధర. ఈ రెండు కారకాలు వ్యాపార సంస్థ పరిమాణముపైన, ఉత్పత్తి స్థాయి పైన ఆధారపడి ఉంటాయి. అమ్మకపు ధరను నిర్ణయించడానికి ఉత్పత్తి వ్యయాన్ని ఆధారంగా పరిగణించడం జరుగుతుంది.

iii. మార్కెటింగ్ నిర్ణయాలు: మార్కెటింగ్ నిర్ణయంలో డిమాండును అంచనావేయడం, వస్తువును ప్లానింగ్ చేయడం, ధర నిర్ణయము చేయడం, వస్తువులను అమ్మడానికై ప్రోత్సాహకాలను (Promotional methods) గూర్చి నిర్ణయం తీసుకోవడం, పంపిణీ విధానాన్ని నిర్ణయించడం, మార్కెట్ సర్వే జరపడం, మార్కెట్ పరిశోధన జరపడం కూడా ఇమిడివున్నాయి. డిమాండును అధ్యయనం చేయడానికి కావలసిన శాస్త్రీయ సాధనాలను గణాంక పద్ధతులు అందిస్తాయి. ఈ విధంగా అధ్యయనం చేయడం వలన నిర్వాహకులు ఖచ్చితమైన అమ్మకపు అంచనాలను వేసి, తదనుగుణంగా వ్యాపార కార్యక్రమాలను రూపొందిస్తారు. కాలశ్రేణుల విశ్లేషణ చేయడం వలన ఋతుకారకంగా, వ్యాపార చక్రాల కారకంగా డిమాండులో వచ్చేమార్పులను గుర్తించడానికి వీలవుతుంది. భవిష్యత్ ఆర్థిక పరిస్థితులను అంచనా వేయడానికిగానూ, బహిర్నివేశన పద్ధతి, ప్రతిగమన పద్ధతి చాలా ఉపయోగపడతాయి.

ఏ వస్తువును ఉత్పత్తి చేయాలన్నా లేకా క్రొత్త వస్తువుల రూపకల్పన చేయాలన్నా కూలంకషంగా వినియోగదారుల సర్వేచేయవలసి ఉంటుంది. ఆ సర్వేలవల్ల వినియోదారుల రుచులు, అభిరుచులు తెలుస్తాయి. ఈనాడు ఉత్పత్తిదారులు తయారుచేసే వస్తురూపం విషయంలోగానీ, వస్తురకాల విషయంలోగానీ వినియోగదారుని పాత్ర అమోఘంగా పెరుగుతున్నది. తయారుచేస్తున్న వివిధ వస్తువులలో ఒక వస్తువు ఉత్పత్తిని ఆపివేయడం విషయంలోగానీ, క్రొత్తవస్తువును అదనంగా ఉత్పత్తిచేసే విషయంలోగానీ నిర్ణయం తీసుకోవడానికి వ్యయ ఆదాయాల విశ్లేషణ (Cost benefit Analysis) చేయవలసి ఉంటుంది. ఆ విశ్లేషణ గణాంక పద్ధతులద్వారా చేయవచ్చు.

తప్పుడు ధర నిర్ణయ విధానాలను తీసుకోకుండా ఉండడానికిగాను, వ్యయదత్తాంశాన్ని విశ్లేషణ చేయడం ద్వారా ధరనిర్ణయాలను తీసుకోవాలి. వ్యయదత్తాంశం సంస్థ రికార్డులనుండి, పోటీదార్ల విధానాల నుండి సేకరించవచ్చు. గణాంక పద్ధతులను వివేకముతో ఉపయోగించి ధరనిర్ణయం చేయాలి. సంస్థ రికార్డులనుండి, పోటీ దారుల నుండి ఉత్పత్తి వ్యయానికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సేకరించి, విశ్లేషణచేసి ధరను నిర్ణయించినట్లయితే ధర నిర్ణయ విధానంలో తప్పులు దొర్లవు.

వివిధ ప్రోత్సాహక పద్ధతులకు, అమ్మకాలకు మధ్య సహసంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి, అంచనాలను, వేయడానికి, ప్రతిగమన - సహసంబంధ సాధనాలు చాలా ఉపకరిస్తాయి. వీటి సహాయంతో ప్రకటనలపై చేసే వ్యయాన్ని సమర్థనీయామా? లేదా? అని నిర్ణయించవచ్చు.

వివిధ పంపిణీ విధానాలలో తగిన పంపిణీ విధానాన్ని ఎంపిక చేయడానికి గాను మేనేజిమెంటు కింది విషయములలో తులనాత్మక పరిశీలన (Comparative study) జరుపవచ్చు.

iv. ఉత్పత్తి ప్రణాళిక (Production Planning): ఉత్పత్తిని ప్లానింగ్ చేయడంలోనూ, సరుకు నిల్వల నియంత్రణ (inventory control) చేయడంలోను తగిన నిర్ణయాలు తీసుకునేందుకు వీలుగా నిర్వాహకులకు గణాంక పద్ధతులు దోహదము చేస్తాయి. ఖచ్చితమైన అమ్మకపు అంచనాలు, నిర్వాహకులకు ఉత్పత్తి ప్రణాళికను క్రమబద్ధం చేయడానికి తోడ్పడతాయి. వివిధ వస్తువుల ఉత్పత్తి షెడ్యూళ్ళను తయారు చేయడం కూడా ఉత్పత్తి ప్లానింగ్‌లో ఒక భాగమే. ఉత్పత్తి ప్రణాళిక ఆధారంగా ముడిసరుకుల అవసరాలను నిర్ణయించడమేకాక, శాస్త్రీయ పంథాలో వాటిని సేకరించడానికి (procure) కూడా వీలవుతుంది. ఈ చర్య నిర్వాహకులకు సరుకునిల్వల పై సక్రమమైన నియంత్రణను విధించడానికి తోడ్పడుతుంది. అభిలషణీయస్థాయిలో సరుకు నిల్వలను ఉంచడంవలన అధిక లేక అల్పసరుకు నిల్వల వల్ల ఏర్పడు విషమ పరిణామాలేవి ఏర్పడవు.

v. నాణ్యత నియంత్రణ (Quality control): నాణ్యతను నియంత్రణ చేయడానికి నిర్వాహకులకు గణాంక పద్ధతులు ఉపకరణాలుగా ఉపయోగపడతాయి. చాలా మటుకు పెద్ద సంస్థలు గణాంక నాణ్యత నియంత్రణ విభాగాలను ప్రత్యేకంగా ఏర్పాటు చేస్తున్నారు. ఈనాడు, వ్యాపార ప్రపంచం అత్యంత పోటీని ఎదుర్కొంటున్నది. ఆ పోటీని ఎదుర్కొనడానికి నిర్వాహకులు, నాణ్యమైన వస్తువులను, సేవలను, సముచితమైన, తగిన ధరలలో అందించడానికి శ్రమ పడవలసి ఉంటుంది.

vi. సిబ్బంది పరిపాలన (Personnel Administration): ఉద్యోగుల పని సామర్థ్యాన్ని పరీక్షించటం, వారిపని లాభనష్టాలను బేరీజు వేయడం, వారి పనిలో సమర్థత సరిగా లేకపోతే హెచ్చరించడం మొదలయినవి అన్నీ సిబ్బంది పరిపాలన కిందికి వస్తాయి. ఈ కార్యక్రమాన్ని గణాంక పద్ధతుల సహాయంతో నిర్వహించవచ్చు.

ఆ విధంగా గణాంక పద్ధతుల సహాయంతో ఉద్యోగుల పనిని పరీక్షించిన మీదట, వారికి తగిన

BRAOU

ప్రోత్సాహకాలను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. వ్యాపార సంస్థకి ఒక ఉద్యోగి ఎంతవరకు ఉపయోగం ఉంటుందనే విషయం అతని పనిచేయగలశక్తిని బట్టి, అతనికి పనిలోగల ఆసక్తిని బట్టి, అతడి స్వభావాన్ని బట్టి ఆధారపడి ఉంటుంది. అయితే ఆసక్తిని, శక్తిని పరీక్షించడంలో గణాంక పద్ధతులు అమితంగా ఉపయోగిస్తారు. ఉద్యోగులకు పైన చెప్పిన మానసిక విషయాలలో పరీక్షలను జరపడానికి గణాంక పద్ధతులు అమితంగా ఉపయోగపడతాయి.

vii. ఖాతాల ఆడిటింగ్: ఒక వ్యాపార సంస్థ పరిస్థితులను గూర్చి తెలిసికోవడానికి ఆ సంస్థ ఆదాయ వ్యయ పట్టీ, ఆస్తి అప్పుల పట్టీలను తయారు చేస్తాం. ఆదాయ వ్యయ పట్టీని తయారు చేసేటప్పుడు స్వభావాన్ని బట్టి లేదా గుణాలనుబట్టి వివిధ ఖర్చులను, ఆదాయాలను వర్గీకరించి, ఒక క్రమపద్ధతిలో సమర్పిస్తాం. ఆస్తి అప్పుల పట్టీలోని వివిధ ఆస్తులను, అప్పులను సమూహాలుగా ఏర్పరచినపుడు, ఆ వర్గీకరణ గణాంక సూత్రాలకనుగుణంగా చేయవలసి ఉంటుంది.

అకౌంటింగ్ రికార్డుల ద్వారా పొందిన గతించిన కాలపు దత్తాంశం (historical data), ఆధారంగా ఆర్థిక నివేదికలను తయారు చేయడం జరుగుతుంది. ఈ విధంగా పొందిన దత్తాంశం ఆస్తి అప్పుల, ఖర్చుల, ఆదాయాల ప్రస్తుత విలువలను ప్రతిబింబించదు. ఈ నివేదికల ఆధారంగా వ్యాపారం వాస్తవిక విలువను తెలుసుకొనేందుకు వీలుపడదు. కానీ, సూచీసంఖ్యలవంటి గణాంక పద్ధతుల సహాయంతో, గతకాలపు సంఖ్యలను సర్దుబాటుచేసి, చదువరులకు సంస్థ యదార్థ, యథాన్యాయ విలువలను అందించడానికి వీలవుతుంది. అకౌంటింగ్‌లో వివిధ ఆర్థిక నిష్పత్తుల గణనచేసి, చదువరులకు సంస్థ ఆర్థిక నివేదికలోని వివిధ అంశాల మధ్యగల సంబంధాన్ని వివరించడానికి కూడా వీలవుతుంది.

ఆడిటింగ్ ప్రధానధ్యేయం అకౌంటింగ్ దత్తాంశం విశ్వాసాన్ని కాపాడటమే. అకౌంటింగ్ దత్తాంశాన్ని సరిచూడటం ద్వారా ఈ ప్రధాన ధ్యేయాన్ని సరిచూడడం సాధించవచ్చు. ప్రతివ్యాపార వ్యవహారాన్ని సరిచూడటం అంటే చాలా వ్యయ ప్రయాసలతో కూడినది. ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి గణాంకశాస్త్రం ప్రతిచయన పద్ధతిని అందిస్తుంది. ఆడిటర్ అకౌంటింగ్ దత్తాంశములోని కొన్ని అంశాలను మాత్రమే యాదృచ్ఛిక పద్ధతిలో ఎంపిక చేసి, వాటిని టెస్ట్ ఆడిట్ చేయడం జరుగుతుంది. ఈ టెస్ట్ ఆడిట్‌వల్ల బయట పడ్డ ఫలితాల ఆధారంగా చేసుకొని నిజాయితీని, అన్ని వ్యాపార వ్యవహారాల విశ్వసనీయతను నిర్ణయించవచ్చు.

viii. క్రియాత్మక పరిశోధన: క్రియాత్మక పరిశోధన పద్ధతులు లాభాలను అత్యధికం చేయడానికి, వ్యయాన్ని అత్యల్పము చేయడానికి ఉద్దేశించారు. ఈ పద్ధతులు అభిలషణీయ సరుకు నిల్వలస్థాయిలను నిర్ణయించడానికి, (Economic order quantity) ఆదాపూర్వకమైన ఆర్డర్ పరిమాణమును నిర్ణయించడానికి కూడా తోడ్పడతాయి. ఇటువంటి నిర్ణయాలవిషయంలో సంభావ్యతా సిద్ధాంతాన్ని విరివిగా ఉపయోగిస్తున్నారు. ఇవిగాక, సరళాత్మక కార్యక్రమపద్ధతి (Linear programming), క్రీడా సిద్ధాంతం (games theory), క్లిష్ట మార్గ పద్ధతిని (Critical Path Method C.P.M.), కార్యక్రమాన్ని విలువకట్టి పునఃపరిశీలన చేసే పద్ధతి (Programme Evaluation & Review Technique PERT) వంటి క్రియాత్మక పరిశోధనలన్నీ (operations research) గణాంకశాస్త్ర పద్ధతులపై ఆధారపడి ఉన్నాయి.

2.5.2 బాంకర్లు, బ్రోకర్లు, భీమాకంపెనీలకు

బాంకర్లు ఖాతాదార్ల ఋణయోగ్యతను (Credit worthiness) విలువ కట్టడానికి గాను నిష్పత్తులను, శాతాలను విరివిగా ఉపయోగిస్తున్నారు. స్టాకులను, వాటాలను కొనడం, అమ్మడం వంటి చర్యలను గైకొనే బ్రోకర్లకు సంభావ్యత పరిజ్ఞానం చాల ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. వివిధ పెట్టుబడి విభాగాల నుండి రాదగిన రాబడి మొత్తాలను నిర్ణయించడానికి సంభావ్యతా సిద్ధాంతం బాగా ఉపయోగపడుతుంది.

BRAOU

ఈ గణాంక పద్ధతుల సహాయంతో భీమా కంపెనీలు, భవిష్యత్ తేదీలలో గడువు తీరే ప్రస్తుత జీవిత పాలసీల మీద ఆర్థిక విపత్తును గణన చేయడానికి వీలవుతుంది.

ఈ ఆర్థిక విపత్తు గణన వివిధ వయోపరిమితిగల పాలసీదార్ల జీవితకాలపు అంచనా పైన ఆధారపడి ఉంటుంది. గణాంక పద్ధతులు భీమాకంపెనీలకు ప్రీమియంరేట్లను నిర్ణయించడానికి ఆధారభూతమైన మరణాల పట్టీలను నిర్మించడానికి కూడా ఉపయోగపడతాయి.

2.5.3 అర్థశాస్త్రవేత్తలకు

అర్థశాస్త్రంలో గణాంకశాస్త్రం ప్రాముఖ్యాన్ని గూర్చి ప్రముఖ అర్థశాస్త్రవేత్త ఆచార్య ఆల్ఫ్రెడ్ మార్షల్ పరిశీలనలు స్పష్టంచేస్తాయి. ఇతర ఆర్థికశాస్త్రవేత్తల వలె "గడ్డి పోచలవంటి గణాంకాలు ఉపయోగించి నేనుకూడా భవన నిర్మాణానికి గావలసిన ఇటుకలను తయారుచేసుకోవలసి ఉంటుంది" అని అన్నాడు.

i) ఆర్థిక సమస్యలను అధ్యయనం చేయడం: డిమాండు, సప్లయ్ పరిస్థితులు, సంఘంలో వివిధ వర్గాల ఆదాయస్థాయిలు, వినియోగదారుల వినియోగ ప్రవర్తన, జీవన ప్రమాణం, ఆదాయాలలో అసమానతలు, పొదుపు- పెట్టుబడుల స్థాయిలు, నిరుద్యోగ- చిరుద్యోగ సమస్యలవంటి ఆర్థిక సమస్యలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సేకరించడం ఆర్థిక శాస్త్రవేత్తల ప్రధాన విధులలో ఒకటి. ఈ ఆర్థికసమస్యలపై గణాంక విశ్లేషణ జరిపినపుడు, వాటిని సరిఅయిన దృక్పథంలో అర్థం చేసుకోవడానికి వీలవుతుంది.

ii) ఆర్థిక సిద్ధాంతాలను రూపొందించడం: అర్థశాస్త్ర సూత్రాలు, నిగమనతర్కంపై ఆధారపడి ఉన్నాయి. వీనియందు అనేక సంస్థల ఆర్థిక ప్రవర్తనను గూర్చి అధ్యయనం చేస్తాం. ఉదా: ఏన్‌జిల్స్ వినియోగితా సూత్రం ఒక పట్టణములో వివిధ కుటుంబాల బడ్జెట్‌లను అధ్యయనం చేయడం ద్వారా రూపొందించడం జరిగింది. అలాగే డిమాండు సూత్రము డిమాండు వ్యాకోచత్వ సూత్రంకూడా నిగమన తర్కంపై ఆధారపడి ఉంది. అంతేగాక, ఆగమన తర్కంపై రూపొందించిన పరికల్పనను పరీక్షించడానికి కూడా గణాంక పద్ధతులు ఉపయోగపడతాయి.

iii) జాతీయాదాయంను మదింపుచేయడం: జాతీయాదాయాల లెక్కల మదింపునకై కొన్ని స్థూల చలరాశులైనటువంటి ఉత్పత్తి, ఆదాయం, ఖర్చు, పొదుపు, పెట్టుబడులకు సంబంధించిన విషయాలపై ఒక క్రమ పద్ధతిలో దత్తాంశాన్ని సేకరించడం, వర్గీకరించడం, సమర్పించడం అవసరమౌతుంది. ఈ విధంగా సేకరించిన దత్తాంశాన్ని భౌగోళిక ప్రాంతాలనుబట్టిగాని, ఆర్థిక వ్యవస్థలోని రంగాలను బట్టిగాని, లేదా అధికారిక ప్రాంతాలనుబట్టి వర్గీకరించవలసి ఉంటుంది. ఈ విధంగా విశ్లేషణాత్మకంగా సమర్పించిన దత్తాంశం ఆర్థిక వ్యవస్థ పరిస్థితికి మార్పును, మార్పుదిశను తెలుసుకొనడానికి సహాయపడుతుంది. జాతీయాదాయ లెక్కలు ఆర్థికవ్యవస్థలోని వివిధరంగాల ఉత్పత్తి విలువలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని కూడా తెలియజేస్తాయి.

iv) ఆర్థిక ప్రణాళిక: జనాభావృద్ధికి, ఉద్యోగస్థాయి, పారిశ్రామికీకరణస్థాయికీ, మూలధనకల్పన రేటుకు, ఉత్పత్తి సామర్థ్యపు స్థాయిని, సహజవనరుల పూర్తివినియోగం మొదలయిన వాటి ప్రవృత్తులకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని గణాంకశాస్త్రం ఇస్తుంది. ఈ దత్తాంశం ఆధారంగా, ఆర్థిక ప్రణాళికలను తయారు చేసేటప్పుడు కాలానుగుణంగా లక్ష్యాలను (Targets) నిర్ణయించడం, వివిధ రంగాల వృద్ధి సాధించడంలో ప్రాముఖ్యాలను నిర్ణయించడం జరుగుతుంది. ఈ కార్యక్రమం అంతా గత ప్రణాళిక ఫలితాలను దృష్టియందుంచుకుని ప్రస్తుత ప్రణాళికను రూపొందిస్తాం. గణాంకాలు లేకపోతే పటిష్టమైన ప్రణాళికను రూపొందించటానికి వీలుపడదు అనడంలో అతిశయోక్తి లేదు.

BRAOU

ఆర్థికసమస్యకు గణాంక దృక్పథాన్ని వర్తింపచేయడం, సమస్యల స్వభావాన్ని, పరిధిని, లోపాల సంఖ్యను గుర్తించటమేగాక, వాటిని ఎలా ఎదుర్కోవాలో కూడా సూచిస్తుంది. ఎ.ఎల్.బౌలే అభిప్రాయపడినట్టు "రాజకీయశాస్త్రాన్ని అధ్యయనం చేసే ఏ విద్యార్థికూడా గణాంక పద్ధతులను తెలుసుకోకుండా, తనకు రాజకీయ శాస్త్రంలో ప్రావీణ్యముందని చెప్పలేడు. తెలిసినట్టుగా ప్రవర్తించలేడు. గణాంక పద్ధతులు తెలుసుకోవడం అంటే గణాంకపద్ధతులకు గల ఇబ్బందులు తెలుసుకున్న వాడై, ఖచ్చితమైన సంఖ్యలు ఎక్కడ లభ్యమవుతాయో, గణాంకాల సాక్ష్యాన్ని ఎక్కడ విమర్శించడానికి వీలవుతుందో తెలుసుకుని అతని అంచనాలపై నమ్మకం ఉండాలి. C.E. ఎన్‌జిబర్గ్ (C.E. Engeberg) చెప్పినట్లు, ఏ ఆర్థికవేత్తైనా గణాంక దత్తాంశాన్ని కూలంకషంగా అధ్యయనం చేయనిదే ఉత్పత్తి, సంపద, పంపిణీకి సంబంధించిన వివరణను ఇవ్వలేడు. భారతదేశ ప్రణాళికా ప్రక్రియలో లోపాలేర్పడడానికి కారణమేమిటంటే! పూర్తిగణాంకాలు లభించకపోవడం; లభించిన గణాంకాలకు ఖచ్చితత్వం సరిపడినంతగా లేకపోడం అని చెప్పవచ్చు.

2.5.4 ప్రభుత్వానికి

వాస్తవానికి గణాంకశాస్త్ర పుట్టుక, వృద్ధి ప్రభుత్వాల లేక రాజ్యాల పరిపాలనావసరాల నుండి ఉద్భవించిందని ఇదివరలోనే చెప్పడమైనది. ఈనాటి నూతన ప్రభుత్వాలు ప్రజాసంక్షేమాన్ని పెంపొందించుటలో మునిపడి ఉన్నాయి. అభివృద్ధి ప్రక్రియలో ఉన్న ప్రతిబంధకాలను అవగాహన చేసుకోవడం ఎంతైనా అవసరం. ప్రభుత్వానికి ఆర్థిక, సాంఘిక కార్యక్రమాలకు సంబంధించిన గణాంకాలు, అనేక పథకాలను రూపొందించటానికి సహాయపడతాయి. ప్రణాళికలను రూపొందించడానికి, అమలుచేయడానికి, ప్రణాళిక ఫలితాలను తెలుసుకోవడానికి ఆయా రంగాలందు గణాంకాలను సేకరించవలసి ఉంటుంది. అందుకే ప్రతి మంత్రిత్వశాఖ సమర్థవంతమైన నిర్వహణకు గణాంకదత్తాంశంపై ఆధారపడతాయి.

2.6 గణాంక శాస్త్ర-పరిమితులు

ప్రస్తుతం, గణాంక శాస్త్ర ఉపయోగం ప్రత్యేకించి ఏ ఒక్క రంగానికి పరిమితమైలేదు. చాలా క్లిష్టమైన సమస్యలను కూడా పరిష్కరించడానికి గణాంక పద్ధతులను విరివిగా వాడుతున్నారు. అయినప్పటికీ, గణాంక శాస్త్రం అన్ని పరిమితులకూ అతీతమైనదని మాత్రం ఎవరూ అనుకోరాదు. గణాంక శోధన చాలా పగడ్బందీగా జరగడంపై గణాంకాల ఉపయోగం ఆధారపడి ఉంటుంది. దత్తాంశాన్ని చాలా జాగ్రత్తగా సేకరించి, వ్యవస్థీకరించి, విశ్లేషించి, సమర్పించి, వ్యాఖ్యానించినపుడు మాత్రమే తప్పుడు అన్వయాలు, తప్పుడు ఊహానిశ్చయాలకు దారితీయకుండా ఉంటుంది. కొన్ని ముఖ్య పరిమితులను ఈ దిగువ చర్చించడం జరిగింది.

i) సమస్యల పరిమాణాత్మక విషయాన్ని మాత్రమే పరిగణనలోనికి తీసుకుంటుంది: వేతనాలు, ధరలు, ఉత్పత్తివంటి పరిమాణాత్మక పదాలలో కొలవదగిన, లెక్కింపదగిన, స్పష్టం చేయదగిన సంఘటనలను మాత్రమే గణాంక శాస్త్రం అధ్యయనం చేస్తుంది. పరిమాణాత్మక పదాలలో సూచించలేని గుణాత్మక విషయాలను గణాంకవిశ్లేషణ చేయడానికి వీలు కాదు. ఉదా:- నిజాయితీ, పేరు ప్రతిష్ఠలు, సామర్థ్యం, తెలివితేటలు మొ.నవి సంఖ్యాత్మకంగా స్పష్టం చేయడానికి వీలు కాదు. అయితే, ఇటువంటి గుణాత్మక విషయాలను కూడా గణాంక శాస్త్రంలో పరోక్షంగా వాటిని పరిమాణాత్మకం చేసి పరిశీలించడం జరుగుతుంది. కానీ, అవి నిర్దిష్టంగా ఖచ్చితంగా ఉండవు. విద్యార్థుల తెలివితేటలను, వారికి పరీక్షలలో వచ్చిన మార్కులనుబట్టి నిర్ణయించ వచ్చు.

ii) గణాంక శాస్త్రం సమిష్టి విషయాలను గురించి వ్యవహరిస్తుంది: వ్యష్టి దత్తాంశాన్ని

BRAOU

గణాంక శాస్త్రం పరిగణలోనికి తీసుకోదు. అనంతమైన దత్తాంశానికి చెందిన విలువలను మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకుంటుంది. ఉదాహరణకు, ఒక నిర్ణీతకాలంలో ఒక కార్మికుని వేతనాల వివరాలు గణాంకాలుగా పరిగణింపబడతాయి. అందువల్ల వ్యక్తిగత సమస్యలను పరిష్కరించడానికి గణాంకశాస్త్రం ఉపయోగపడడంలేదు. కనుక గణాంకాల విశ్లేషణ, ఉపయోగం సామూహిక లక్షణాలకు సంబంధించిన సమస్యలకు మాత్రమే పరిమితమై ఉన్నది.

iii) గణాంక ఫలితాలు సగటున మాత్రమే నిజాలు: గణాంకశాస్త్రం సగటులను గూర్చి వ్యవహరిస్తుంది. పరిశీలనలో ఉన్న దత్తాంశపు సగటు నడవడికను మాత్రమే గణాంక ఫలితాలు తెలియజేస్తాయి. ఈ సగటులు ఒకదానికొకటి సంబంధంలేని వ్యక్తిగత అంశాల ఆధారంగా నిర్మింపబడినవి. అందువల్ల గణాంక ఫలితాలను విచక్షణారహితంగా అన్ని వ్యక్తిగత సమస్యలకు అన్వయించరాదు. ఉదా:- భారతదేశపు తలసరి ఆదాయాన్ని గణనచేసినపుడు వచ్చిన (ఫలితాన్ని) సంఖ్యను ఆదాయాలలో విచరణ స్థాయిని కనుక్కుంటే తప్ప వ్యక్తిగత కేసులలో అన్వయించరాదు. ఆదాయం విస్తరణ గణనచేయడంవల్ల వివిధ వ్యక్తుల ఆదాయాల లోని విచరణస్థాయిని తెలియజేస్తుంది.

iv) గణాంకాలు ఫలితాలుకావు; ఫలితాలు కనుగొనడానికి ఒక సాధనం మాత్రమే: గణాంకశాస్త్రం ఒక సమస్యను అధ్యయనం చేసే వివిధ పద్ధతులలో ఒకటి మాత్రమే. చాలా సందర్భాలలో ఒక సమస్యను అధ్యయనం చేయడానికి– దేశ సంస్కృతిని, మతాన్ని, తత్వాన్ని దృష్టియందుంచుకొనవలసి ఉంటుంది. గణాంకశాస్త్రం అటువంటి సమస్యలను అధ్యయనం చేయడానికి పనికిరాదు. అందువల్లనే ఉపయోగకరమైన నిర్ణయాలను తీసుకొనడానికి, గణాంక పద్ధతుల ద్వారా సాధించిన ఫలితాలను ఇతర సాక్ష్యాలతో రుజువుచేయవలసి ఉంటుంది. గణాంక ఫలితాలను, గణాంక నిపుణులు వివరించినప్పుడు మాత్రమే గణాంక విశ్లేషణ వాస్తవిక పరిస్థితులపై వెలుగును చూపిస్తుంది. గణాంక సాధనాలకు గల పరిమితుల గురించి పూర్తి అవగాహన లేని వారు ఈ ఫలితాలను సమస్యల పరిష్కారానికి తగినట్లుగా అన్వయించలేరు. గణాంకశాస్త్రం సాధనాలను సమకూరుస్తుంది. వాటిని తగిన రీతిలో ఉపయోగించుకునే బాధ్యత శోధకునిదే. అందువల్లనే గణాంకశాస్త్రం కేవలం సాధనము; ఫలితం మాత్రం కాదని చెప్పడమైనది.

v) గణాంక పద్ధతులను విచక్షణారహితంగా అన్ని పరిస్థితులకు అన్వయించరాదు: గణాంకాలను ఒక నిర్దిష్టమైన లక్ష్యసాధనకై సేకరించడం జరుగుతుంది. అందుచేత సేకరించిన దత్తాంశాన్ని ఏ నిర్దిష్ట ఉద్దేశ్యానికి సేకరించామో దానికే ఉపయోగించాలి. గణాంకాలను విచక్షణా రహితముగా అన్ని పరిస్థితులకు అన్వయించడంవల్ల, తప్పుత్రోవను పట్టించే నిర్ణయాలను తీసుకోవడం జరుగుతుంది. ఒకసారి సేకరించిన దత్తాంశాన్ని జాగ్రత్తగా భద్రపరిచి, తరువాత అధ్యయనాలకు ఉపయోగించవచ్చు. అయితే అటువంటి సమయాల్లో దత్తాంశాన్ని జాగ్రత్తగా పరీక్ష చేయవలసి ఉంటుంది.

vi) గణాంకాలను దుర్వినియోగపరచే అవకాశముంది: ప్రతివారు వారి సొంత అభిప్రాయాలను నిరూపించుకోవడానికి గణాంకాలను దుర్వినియోగపరిచే అవకాశం ఉంది. అసంపూర్తి సమాచారం ఆధారంగా తీసుకున్న గణాంక నిర్ణయాలు తప్పుడు నిర్ణయాలుగా పరిణమించే అపాయము ఉంది. W.I. కింగ్ చెప్పినట్లు గణాంకాలకు గల ప్రధాన లోపం ఏమిటంటే, “నాణ్యత విషయం వాటిని చూడగానే తెలియక పోవడమే”. గణాంకాలను అనుభవంలేని ఆరంభకులు కూడా ఉపయోగించుకునేందుకు వీలు ఉన్న కారణాన, గణాంకాలను దుర్వినియోగ పరిచే అవకాశం ఉంది.

గణాంకాలను, గణాంక పరిశోధకులు వారి ఇష్టాలకనుగుణంగా వ్యాఖ్యానించు కునేందుకు వీలవుతుంది. గణాంక పరిశోధకుడు తప్పుడు విషయాలను సరి అయిన విషయాలుగానూ, సరిఅయిన విషయాలను తప్పుడు విషయాలగానూ నిరూపించేందుకు ప్రయత్నించవచ్చు. అందువల్ల గణాంకాలను దుర్వినియోగం చేయవచ్చు, లేదా జాగ్రత్తగా ఉపయోగం చేయవచ్చు. గణాంకాలతో అద్భుతాలను కూడా సృష్టించవచ్చు.

BRAOU

అవగాహనా ప్రశ్న-2

గణాంక శాస్త్ర పరిమితులేవి?

2.7 గణాంకశాస్త్రంపై అవిశ్వాసం (Distrust of Statistics)

గణాంకాల ఉపయోగం సేకరించిన దత్తాంశం నమ్మికపైన, సరి అయిన వ్యాఖ్యానంపైన ఆధారపడి ఉంటుంది. సంఖ్యలు సౌకర్యంగా ఉండి ఏ విషయాన్నైనా నమ్మదగినట్లుగా చేస్తాయి. మార్క్ ట్వైన్ (Mark Twain) గణాంకశాస్త్రం గురించి వ్యాఖ్యానిస్తూ ఇలా అన్నారు. "ప్రపంచంలో మూడురకాల అబద్ధాలు ఉన్నాయి. అబద్ధాలు, పచ్చి అబద్ధాలు, గణాంకాలు". అంటే అబద్ధాలలో ఉన్నతమైన అబద్ధాలు గణాంకాలు అన్నమాట. పైగా, గణాంకాలు ఏ విషయాన్నైనా నిరూపించగలవనీ, ఒక ఔన్సు నిజంలో కొన్నిటన్నుల గణాంకాలను సృష్టించవచ్చునని చాలామంది అభిప్రాయం.

అనుభవంలేని వారి చేతిలో గణాంక పద్ధతులు చాలా అపాయకరమైన పనిముట్లుగా పరిణమించడం జరుగుతుంది. తప్పుడు విషయాలను సరియైన విషయాలుగా నిరూపించడానికి సంఖ్యలను చాలా తేలికగా మలుచుకోవచ్చు. కనుక అమాయకత్వం, పక్షపాత వైఖరుల వలన ప్రజలు గణాంకాలను దుర్వినియోగ పరుస్తున్నారు. దీని వల్ల, గణాంక శాస్త్రం మీద సాధారణ ప్రజలకు అపనమ్మకం. అవిశ్వాసం, అగౌరవం ఏర్పడ్డాయి. గణాంకాలు బంకమన్ను వంటివి. వాటితో తనకు నచ్చిన విధంగా దైవాన్ని గానీ, దయ్యాన్ని గానీ చేయవచ్చు. మన ఇష్టాన్ని బట్టి, సామర్థ్యాన్ని బట్టి ఆధారపడి ఉంటుంది. కనుక గణాంక దత్తాంశాన్ని క్రింది విధాలుగా దుర్వినియోగ పరచవచ్చు:

a) నిర్వచనాలను మార్చటం.

b) కావలసినంత దత్తాంశం లభ్యం కాకపోవడం, చిన్న ప్రతిచయనాలను తీసుకోవడం.

c) పక్షపాతం.

d) దత్తాంశాన్ని తప్పుగా వ్యాఖ్యానించడం.

e) గణాంక పద్ధతుల దుర్వినియోగం.

a) నిర్వచనాలను మార్చడం: ఒక పదం నిర్వచనంలో ఏ కొద్ది మార్పు చేసినా, మొత్తం నిర్ణయాలలోనే మార్పువస్తుంది. ఉదా:- రెండు కర్మాగారాలలో కార్మికుల సంఖ్యను పోల్చేటప్పుడు, "కార్మికుడు" అనే పదంలో ఏక రూపత లేదా నిలకడ లేకపోయినట్లయితే తప్పుత్రోవను పట్టించే అవాంఛనీయమైన నిర్ణయాలను తీసుకునే అవకాశం ఉంది. అంటే రెండు కర్మాగారాలలో, ఒక కర్మాగాలంలో 'కార్మికుడు' అనే నిర్వచనంలో తాత్కాలిక కార్మికులను చేర్చి, మరొక కర్మాగారంలో చేర్చలేదని అనుకోండి. పోల్చగలగడం అసాధ్యం అవుతుంది. పోలికలు లేని వాటిని పోలిస్తే తప్పుడు ఫలితాలు వస్తాయి.

B R A O U

b) కావలసినంత దత్తాంశం లభ్యం కాకపోవడం, చిన్న ప్రతిచయనాలను తీసుకోవడం: తగినంత దత్తాంశాన్ని సేకరించకుండా నిర్ణయాలు తీసుకుంటే అవి తప్పుద్రోవను పట్టించేవిగా, తప్పుడు నిర్ణయాలుగా పరిణమిస్తాయి. అధ్యయనానికి ఎంపిక చేసిన ప్రతిచయనం చిన్నదైనపుడు, పెద్ద జనసంఖ్యలోని లక్షణాలకు ప్రాతినిధ్యం వహించే అవకాశం ఆ ప్రతిచయనానికి ఉండదు. ఉదా: ఒక కళాశాలలో 5,000 మంది విద్యార్థుల నుండి కేవలం 50 మంది విద్యార్థులను మాత్రమే ఎంపిక చేసి, ప్రతిచయనంగా తీసుకున్నట్లయితే, వారు తెలివిగల వారైనంత మాత్రాన మొత్తం కళాశాలలోని విద్యార్థులు తెలివిగలవారని చెప్పడం తప్పుడు నిర్ణయమే అవుతుంది. ఎందువల్లంటే 5,000 మందిగల కోశం (Universe) నుండి కేవలం 50 మందిని మాత్రమే ఎంపిక చేయడంవల్ల యూనివర్స్‌లో ప్రాముఖ్యత లేని ప్రతిచయన నిష్పత్తిని ఎంపిక చేసినట్లవుతుంది. అసంపూర్తి దత్తాంశం ఆధారంగా తీసుకున్న నిర్ణయాలు తప్పకుండా తప్పుద్రోవను పట్టించేవిగా ఉంటాయి. సరి అయిన నిర్ణయాలను తీసుకోవడానికి అన్ని సంఘటనల లక్షణాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సేకరించవలసి ఉంటుంది. కింద పరిశీలనలను గమనించండి.

1982-83 సంవత్సరానికి సంస్థ 'A' యొక్క లాభాలు రూ. 75,000 కాగా, అదే కాలానికి సంస్థ 'B' లాభాలు రూ. 1,00,000. ఈ దత్తాంశం ఆధారంగా సంస్థ 'B' సంస్థ 'A' కన్న మంచిది, అని నిర్ణయం తీసుకునే అవకాశం ఉంది. అయితే, ఆ సంస్థలలో పెట్టిన పెట్టుబడి వివరాలను తెలుసుకున్న తరువాత మన నిర్ణయాలు మారవచ్చు. ఆ సంస్థలు వరుసగా 'A' రూ. 10,00,000 'B' రూ. 20,00,000 చొ.న పెట్టుబడి పెట్టినట్లుగా ఊహించినట్లయితే, పెట్టుబడులపై లాభపురేట్లు వరుసగా 7.5%, 5%గా చూడవచ్చు. ఇప్పుడు సంస్థ 'A' సంస్థ 'B' కన్న చాలా లాభదాయకమైన సంస్థగా నిర్ణయించవచ్చు.

c) పక్షపాతం: గణాంక పరిశోధన జరిపేటపుడు, గణాంక నిపుణుడు చాలా నిష్పక్షపాతంగ ఉండాలి. పరిశోధకుడు ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో పక్షపాతాన్ని గలిగి ఉండవచ్చు. గణాంక పరిశోధకుడు వివరణలను ఇచ్చేటపుడు నిష్పక్షపాతంగా లేనట్లయితే తప్పుడు నిర్ణయాలు తీసుకొనే ప్రమాదముంది. ఉదా: విద్యార్థుల ఖర్చుల అలవాట్ల విషయమై సర్వే జరిపేటపుడు, కొంతమంది విద్యార్థులను ప్రతిచయనంగా ఎంపిక చేయవలసి ఉంటుంది. ఆ ఎంపిక చేసేటపుడు బాగా డబ్బున్నవారి పిల్లలను మాత్రమే ఎంపిక చేసినట్లయితే నిర్ణయాలు తప్పుద్రోవను పట్టించేవిగా ఉంటాయి.

d) దత్తాంశాన్ని తప్పుగా వ్యాఖ్యానం చేయడం: గణాంక విశ్లేషణ ఫలితాలను వ్యాఖ్యానించేటప్పుడు, గణాంక పద్ధతుల పరిమితులను, లక్షణాలను, భావనలను గూర్చి పూర్తిగా తెలిసికొని ఉండాలి. అనుభవం లేని వ్యక్తులు చేసే వ్యాఖ్యానాలు (Interpretations) తప్పుద్రోవను పట్టించేవిగా ఉండవచ్చు. తగిన జాగ్రత్తలు తీసుకోకపోతే, తీవ్రమైన పొరపాట్లు చేసే అవకాశం చాలా ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఉదా: "ఒక సంస్థ లాభాలు 1982లో 1.8 లక్షల రూపాయలు కాగా ఆ లాభాలు 1983 నాటికి 1.5 లక్షలకు తగ్గాయనుకుందాం. అయితే 1983లో సంస్థ సంవత్సరానికి రు. 94,000లు లాభాన్నిచ్చే 'M' అనే వస్తు ఉత్పత్తిని, ముడి సరుకుల లభ్యతలేని కారణంగా మూసేసిందనుకోండి. అంటే, రూ. 94,000ల లాభాన్నిచ్చే వస్తువుల ఉత్పత్తి చేయకపోయినా రూ. 1.5 లక్షలు లాభం వచ్చింది. అంటే, సంస్థ కొచ్చేలాభం పెరిగిందే కానీ, తగ్గలేదు. కేవలం లాభాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని తీసుకుంటే, సంస్థ లాభదాయకత తగ్గినట్లు అర్థమవుతుంది.

e) గణాంక పద్ధతుల దుర్వినియోగం: గణాంక శాస్త్రం సగటులను గూర్చి, సమిష్టి విషయాలను గూర్చి మాత్రమే వ్యవహరిస్తుంది. ఒక్కొక్క విషయాన్ని గూర్చి మాత్రం వ్యవహరించదు. సగటులు ఎల్లప్పుడు తప్పుద్రోవను పట్టిస్తాయి. విస్తరణ ఎంత ఉన్నదీ పరిగణనలోకి తీసుకుంటే తప్ప సగటుల ఆధారంగా చేసిన సాధారణీకరణలు (generalisations) అసత్యంగా ఉంటాయి. అలాగే సమిష్టి విషయాలకు సంబంధించిన వివరణలను, ఒక్కొక్క విషయానికి అన్వయించినట్లయితే, అది గణాంకపద్ధతుల దుర్వినియోగమే అవుతుంది. అలాగే రెండు రకాల ఆధారాలతో (bases)

నిర్మించిన రేఖాపటాలనుపయోగించి నపుడు రెండు లేదా అంతకుమించిన అసంబంధిత చలరాశులమధ్య సహసంబంధాన్ని గణించినపుడు, అసంబంధిత లక్షణాలమధ్య సహచర్యాన్ని గణించినపుడు తప్పుడు ఫలితాలనిస్తుంది. ఉదా: a) ఒక నది కాలువలోతు సగటున 3 అడుగుల 6 అంగుళాలు అన్నప్పుడు, ఆ నదిలోతు ఒక చోట 6 అడుగులు, మరొకచోట 1 అడుగులోతు ఉండవచ్చు. లోతుకు సంబంధించిన విస్తరణను తెలుసుకోకుండా నదిని దాటడానికి సగటులోతును ఆధారంగా తీసుకుంటే ప్రమాదం సంభవించటం ఖాయం.

పైన సూచించిన వివిధ లోపాలవల్ల, పరిమితులవల్ల, గణాంకవేత్తల తెలివితక్కువతనము, అవినీతివల్ల గణాంకశాస్త్రం మీద ప్రజలకు అపనమ్మకం, అవిశ్వాసం చెలరేగింది. నిజానికి గణాంకశాస్త్రం అనేది పనికిమాలిన శాస్త్రం కాదు. కాని శాస్త్రాన్ని తమ స్వార్థానికి ఉపయోగించుకునే ప్రజలు మాత్రం పనికిమాలినవారే. గణాంకశాస్త్రం రెండువైపుల పదునుగల కత్తివంటిది. దీనిని జాగ్రత్తగా ఉపయోగించకపోతే హానికరమైన ఫలితాలేర్పడతాయి. లోపము గణాంకపద్ధతులలో గాక వాటిని ఉపయోగించే వారిలో ఉంటుంది.

2.8 సారాంశం

పరికల్పనను రూపొందించి, దానిని పరీక్షించడానికి సంబంధించిన పద్ధతులను ఒక ప్రణాళికను తయారు చేసుకోడానికి గణాంకశాస్త్రం ఎంతగానో ఉపయోగపడుతుంది. ఈ శాస్త్రం అవసరమైన సూత్రాలను, పద్ధతులను సమకూర్చటమే గాక, సాధించాలనుకున్న ధ్యేయాలను సాధించడానికి ఈ సూత్రాలు, పద్ధతులు ఒక మార్గాన్ని చూపుతాయి. గణాంకశాస్త్రాన్ని శాస్త్రీయ పద్ధతులను అన్వయించే ఒక కళగా చెప్పుకోవచ్చు.

పరిమాణాత్మకంగా, శాస్త్రీయంగా నిర్ణయాలు చేయడానికి గణాంకాలు ఎంతో ఉపయోగపడటమే గాక, వ్యక్తి అమాయకత్వాన్ని, పక్షపాత వైఖరిని, ఇష్టం వచ్చినట్లు నిర్ణయాలు చేసే నియమాలను తొలగించడానికి కూడా ఉపయోగపడతాయి. పెద్దమొత్తంలో ఉన్న దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించి, ఒక నిశ్చిత రూపంలో సమర్పణ చేయడానికి అవకాశం ఉన్నందువల్ల ఈ శాస్త్ర ప్రాముఖ్యత నానాటికి పెరుగుతూ ఉంది. పైగా, రెండు లేక అంతకంటే ఎక్కువ పరిమాణాత్మక విషయాల మధ్య తారతమ్యాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి, భవిష్యత్తులో వాటి ప్రవృత్తులు ఎలా ఉంటాయో అంచనా వేయడానికి ఈ శాస్త్ర విజ్ఞానం ఎంతో ఉపయోగకారిగా ఉంటుంది. వ్యాపార నిర్వాహకులు వ్యాపార స్థలాన్ని, కర్మాగారపు యంత్ర పరిమాణాన్ని నిర్ణయించడానికి, తమ వస్తువుల మార్కెటింగ్, ఉత్పత్తి, ప్రణాళిక, నాణ్యత నియంత్రణ, సిబ్బంది పాలన, ఖాతా పుస్తకాల నిర్వహణ తీరు, ఆడిటింగ్ మొదలైన అంశాలకు సంబంధించి సరియైన నిర్ణయాలు చేయడానికి గణాంకశాస్త్రం చాలా సహాయపడుతుంది. వివిధ ఆర్థిక, సాంఘిక పథకాలను రూపొందించి అమలు చేయడానికి ప్రభుత్వానికి గణాంక సమాచారం ఎంతో అవసరం. ఆ సమాచారాన్ని ఈ శాస్త్రం సమకూరుస్తుంది. అయితే ఈ శాస్త్ర ఉపయోగం కొన్ని పరిమితులకు లోనై ఉన్నది. ఇది ముఖ్యంగా సమిష్టి విషయాలలో మాత్రమే వ్యవహరిస్తుంది. అంటే ఒక్కొక్క విషయాన్ని ప్రత్యేకంగా అధ్యయనం చేయదన్న మాట. ఈ శాస్త్రం అంత ఖచ్చితమైన శాస్త్రం కాకపోవటం వల్ల దీని ఫలితాలు సుమారుగా మాత్రమే వాస్తవంగా ఉంటాయి. ఈ పరిమితులు, ఇంకా వ్యక్తి అమాయక ధోరణి, పక్షపాత వైఖరి ఈ శాస్త్ర దుర్వినియోగానికి దారితీస్తూ ఉంటాయి. ఇది ప్రజలలో ఈ శాస్త్రం పట్ల ఒక రకమైన అగౌరవాన్ని, అపనమ్మకాన్ని సృష్టించింది.

2.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. బృహత్తరమైన దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడానికి ఉపయోగించే సాధనాలు:

నగటులు, నిష్పత్తులు, విస్తరణ కొలమానాలు, గుణకాలు మొదలైనవి.

2. క్రింది ఆరు పరిమితులను రాస్తే చాలు:

– పరిమాణాత్మక విషయాలతోనే వ్యవహరించడం
– సమిష్టి విషయాలతోనే వ్యవహరించడం
– ఫలితాలు సుమారుగా మాత్రమే వాస్తవంగా ఉండటం
– ఈ శాస్త్ర విషయాలు నిర్ణయాలుగా గాక, నిర్ణయానికి రావడానికి మాత్రమే ఉపయోగపడటం
– అన్ని పరిస్థితులలోను ఈ శాస్త్రాన్ని ఉపయోగించడానికి వీలు లేకపోవడం
– గణాంక శాస్త్ర దుర్వినియోగానికి అవకాశం

2.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. ఈ క్రిందివానిని వివరించండి.

i) గణాంక శాస్త్రం పరిమాణాత్మక సమస్యలను మాత్రమే వివరిస్తుంది.

ii) గణాంక శాస్త్రం ఫలితాలు సుమారుగా మాత్రమే నిజాలు.

iii) గణాంకాలు అనేవి ఫలితాలు గావు, కేవలం అవి ఫలితాలను కనుక్కోవడానికి ఉపయోగపడే ఒక సాధనం.

iv) విచక్షణా రహితంగా గణాంకశాస్త్రాన్ని అన్ని పరిస్థితుల్లోనూ ఉపయోగించటానికి వీలుపడదు.

v) గణాంకాలు అనేవి పచ్చి అబద్ధాల నిలయం.

vi) సాంఘిక సమస్యలపై గణాంకశాస్త్రం ప్రతిబింబిస్తుంది.

2. గణాంకశాస్త్ర దుర్వినియోగానికి సంబంధించిన రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

3. గణాంకశాస్త్ర పరిమితులను తెల్పండి.

4. అంచనాలు వేయడంలో గణాంకశాస్త్రం ఎలా ఉపకరిస్తుంది.

5. జాతీయాదాయన్ని గణించటంలో గణాంకపద్ధతులు ఎలా ఉపయోగపడతాయి ?

6. వ్యక్తి పరిజ్ఞానాన్ని అనుభవాన్ని గణాంకశాస్త్రం ఏ విధంగా ఇనుమడింపజేస్తుంది?

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

7. "గణాంకాలు ఒక ముద్దలాంటివి. వాటి నుండి నీకు నచ్చిన విధంగా దైవాన్ని లేదా దయ్యాన్ని గాని చెయ్యవచ్చు" వివరించండి.

8. గణాంక శాస్త్ర పరిమితులను చర్చించండి. గణాంక శాస్త్ర అవిశ్వాసానికి కారణాలు తెల్పండి.

9. వ్యాపారం, పరిశ్రమ దృష్ట్యా గణాంక శాస్త్ర ప్రాముఖ్యతను తెల్పండి.

10. ఆర్థిక వ్యవస్థలో ప్రణాళికా విధానాలను రూపొందించటంలో గణాంకాల ప్రాముఖ్యతను తెల్పండి.

BRAOU

11. "గణాంకాలు గడ్డి పోచలాంటివి. వానినుండి ఆర్థికవేత్తలు తమకు నచ్చిన విధంగా ఇటుకలను తయారు చేస్తారు" (మార్షల్). భారతదేశపు ఆర్థిక ప్రణాళికా రచనలో గణాంకాల ప్రయోజనాన్ని తెల్పండి.

2.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:	వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం, తెలుగు అకాడమి, హైద్రాబాదు, 1983.
2.	Gupta S.P.	:	Statistical Methods, Sultan Chand & Co., New Delhi.

2.12 పదకోశం

కార్యకారక సంబంధం	:	కొన్ని సందర్భాలలో జరిగిన ఒక సంఘటన మరొక సంఘటన జరగటానికి దారి తీస్తుంది. స్వతంత్ర, అస్వతంత్ర సంఘటనల మధ్య సంబంధాన్ని కారణ ఫలిత సంబంధం లేక కార్యాకారక సంబంధం అని అంటాం.
గణాంక శాస్త్ర అవిశ్వాసం	:	గణాంకాలపై అపనమ్మకం

BRAOU

భాగం-3: దత్తాంశ స్వభావం

విషయక్రమం

3.0 ఉద్దేశాలు
3.1 పరిచయం
3.2 దత్తాంశ అర్థం, స్వభావం
3.3 దత్తాంశాలలో రకాలు
3.4 గణాంకశోధన - అర్థం
3.5 గణాంకశోధనలో రకాలు
3.6 గణాంకశోధనలో దశలు - ప్లానింగ్
3.7 సారాంశం
3.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు
3.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు
3.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు
3.11 పదకోశం

3.0 ఉద్దేశాలు

దత్తాంశ స్వభావాన్ని, దత్తాంశాలలో రకాలను, గణాంకశోధనను, గణాంక శోధనను ప్లాన్ చేయడాన్ని వివరించడమే ఈభాగం ఉద్దేశ్యం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

* దత్తాంశ అర్థాన్ని, స్వభావాన్ని వివరించ గలగాలి
* గణాంక శోధన అర్థాన్ని, దానిలోని రకాలను విశదీకరించ గలగాలి
* దత్తాంశంలోని రకాలను తెలుపగలగాలి
* గణాంక శోధనలోని వివిధ దశలను గుర్తించ గలగాలి.

B R A O U

3.1 పరిచయం

దత్తాంశం అనే పదం సంఖ్యాత్మక విషయాలను తెలియజేస్తుంది. ఈ సంఖ్యాత్మక విషయాలను గణాంక శోధన ద్వారా సేకరిస్తాం. గణాంక శోధనలో కనుగొన్న విషయాల ఉపయోగం, అలా సేకరించిన అంశాల విశ్వసనీయతపై ఆధారపడి ఉంటుంది. కాబట్టి, గణాంక శోధన ప్రణాళికను కడు జాగ్రత్తతో రూపొందించుకొని ఆ తరువాత ఆచరణలో పెట్టాలి. ఖచ్చితమైన దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి, గణాంక శోధకుడు దత్తాంశ సేకరణకు సరియైన పద్ధతులను ఎంపిక చేసుకోవాలి. ఈ భాగంలో గణాంక శోధన ప్రణాళిక, దాని ఆచరణను విపులంగా వివరించడమైనది.

3.2 దత్తాంశ అర్థం, స్వభావం

దత్తాంశం అంటే సంఖ్యాత్మక విషయాల సముదాయం (Set). ఈ సంఖ్యాత్మక విషయాలు, ఉత్పత్తి అయిన లేక అమ్మబడిన యూనిట్లుగాని, లాభనష్టాలుగాని, జనాభా పరిమాణాన్నిగాని, జాతీయాదాయానికిగాని సంబంధించినవై ఉండవచ్చు. పూర్వనిర్ధారిత లక్ష్యాలను సాధించటానికి కొన్ని

విషయాలపై జరిపిన పరిశీలనలను గణాంక దత్తాంశంగా పరిగణించడం జరుగుతుంది. లెవిన్ అనే శాస్త్రవేత్త ప్రకారం, "సంబంధిత పరిశీలన సేకరణను దత్తాంశం అనవచ్చు". దత్తాంశం గణాంకశాస్త్రంలో అత్యంత ప్రాముఖ్యతను పొందుతోంది. అందుకు కారణం అన్ని గణాంక నిర్ణయాలను సంఖ్యా పూర్వక విషయాల, అంకెల ఆధారంగా తీసుకోవటం.

3.3 దత్తాంశాలలో రకాలు

దత్తాంశం పరిమాణాత్మకమై గానీ, గుణాత్మకమై గానీ ఉండవచ్చు. పరిమాణాత్మక విషయాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని ప్రత్యక్షంగా కొలవ వచ్చు, లేదా సంఖ్యాత్మక అంశాలలో లెక్కించవచ్చు. గుణాత్మక విషయాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని నిర్దిష్ట పదాలలో ప్రత్యక్షంగా కొలవడం వీలుపడదు. పరోక్షంగా దానిని పరిమాణాత్మకం చేయవచ్చు. గుణాత్మక దత్తాంశాన్ని అధ్యయనం చేస్తున్నపుడు ఆ ప్రత్యేక లక్షణం ఉన్నదా, లేదా అనేది మాత్రమే గుర్తించడం జరుగుతుంది. ఉత్పత్తి, అమ్మకాలు, ఆదాయాలు మొదలగునవి పరిమాణాత్మక దత్తాంశానికి ఉదాహరణలు. కాగా, ఐశ్వర్యం (rich), బీదరికం, తెలివితేటలు మొదలగునవి గుణాత్మక దత్తాంశంగా పరిగణించడానికి ఉదాహరణలు. పరిమాణాత్మక దత్తాంశం యూనివేరియేట్, బైవేరియట్, మల్టీవేరియేట్ అయి ఉండవచ్చు. యూనివేరియేట్ దత్తాంశం ఏకచలరాశిని వర్ణించగా, బైవేరియేట్, మల్టీవేరియేట్ రెండు లేక అంతకుమించిన చలరాశులను వర్ణిస్తాయి. ఉదా:- పబ్లిక్ రంగంలోని కంపెనీలలో లాభాలను యూనివేరియేట్ దత్తాంశంగా పేర్కొన వచ్చు. ఒక వస్తువు ఉత్పత్తి అమ్మకాలకు సంబంధించిన దత్తాంశం ద్విచలరాశి (బైవేరియేట్) దత్తాంశానికి ఉదాహరణగా పరిగణించవచ్చు. కాగా, ఒక వస్తువు ధర, సప్లయ్, డిమాండులకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని బహుళచలరాశి (multivariate) గా గుర్తిస్తారు.

3.4 గణాంక శోధన - అర్థం

సాధారణంగా దత్తాంశాన్ని గణాంక శోధనద్వారా సేకరించడం జరుగుతుంది. ఒక చలరాశి లేదా లక్షణానికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని ఒక శాస్త్రీయ పద్ధతి ప్రకారం సేకరించే విధానాన్ని గణాంక శోధన అంటాం. ఈ సేకరణ నిర్దిష్టమైన ధ్యేయాన్ని సాధించడం కోసం ఉద్దేశించినదై ఉంటుంది. గణాంక సూత్రాలను, గణాంక పద్ధతులను అన్వయించడం ద్వారా జ్ఞానాన్ని వెదకడమే గణాంక శోధన. అది ఒక వ్యక్తికి లేక సంస్థకు కావలసిన సమాచారాన్ని పదాలలో కాక, అంకెలలో సేకరించే ఒక ప్రక్రియ. ఈ రకమైన గణాంక శోధనా ప్రక్రియలో లక్షణాలకు సంబంధించి, దత్తాంశాన్ని పరోక్ష పద్ధతిన కొలవడం జరుగుతుంది. గణాంక శోధన జరిపే వ్యక్తిని గణాంక శోధకుడు అనీ, ఎవరి వద్ద నుండైతే దత్తాంశాన్ని సేకరిస్తామో అతనిని లేక ఆ యూనిట్‌ను ప్రత్యుత్తరధారి (respondent) అని అనవచ్చు.

3.5 గణాంక శోధనలో రకాలు

శోధకుడు దత్తాంశ సేకరణ కార్యక్రమాన్ని ప్రారంభించడానికి ముందుగా, ఏ రకమైన శోధన చేయవలెనో నిర్ణయించుకోవాలి. ఎందుకంటే, శోధన రకాన్ని బట్టి దత్తాంశాన్ని వ్యవస్థీకరించే కార్యక్రమం ఆధారపడి ఉంటుంది. పైగా, వ్యవస్థాపూర్వకమైన ఏర్పాట్లు, ప్రశ్నావళి- షెడ్యూళ్ళ తయారీ, దత్తాంశ సేకరణ పద్ధతులు, సూత్రాలు అన్నీకూడా గణాంక శోధనా విధానంపై ఆధారపడతాయి.

గణాంక విచారణ లేక, శోధనను కింది రకాలలో జరుపవచ్చును.

BRAOU

3.5.1 ప్రత్యక్ష, పరోక్ష విచారణలు

3.5.2 ప్రాథమిక, పునరావృత విచారణలు

3.5.3 క్రమ లేక తాత్కాలిక విచారణలు

3.5.4 రహస్య విచారణ లేక బహిర్గత విచారణలు

3.5.5 అధికారిక, అనధికారిక, పాక్షికాధికారిక విచారణలు

3.5.6 విస్తృత లేక పరిమితవిచారణలు

3.5.7 సంక్షిప్త (pilot) విచారణ లేదా సమగ్రమైన విచారణ

3.5.1 ప్రత్యక్ష లేక పరోక్ష విచారణ: ప్రత్యక్ష విచారణ అంటే ఎవరి దగ్గరైతే సమాచారం ఉంటుందో వారి దగ్గరి నుండే నేరుగా సమాచారాన్ని సేకరించడం. అలాకాక, మూడవ వ్యక్తుల ద్వారా సమాచారాన్ని సేకరించడాన్ని పరోక్ష విచారణ అంటాం.

3.5.2 ప్రాథమిక, పునరావృత విచారణలు: ఒక అంశంపై మొట్ట మొదటిసారి నిర్వహించిన విచారణను ప్రాథమిక విచారణ అంటారు. ఈ రకమైన విచారణను నిర్వహించటానికి సమర్థవంతమైన ప్రణాళిక, సమగ్రమైన వ్యవస్థాపూర్వక ఏర్పాట్లు అవసరం. ప్రాథమిక విచారణ పూర్తికాగానే మళ్లీ అదే అంశంపై విచారణను నిర్వహించినట్లయితే, దానిని పునరావృత విచారణ అంటారు. ఈ రకమైనటువంటి విచారణకు ప్రత్యేక ప్రణాళిక అవసరముండదు. ఎందుకంటే, ప్రాథమిక పరిశోధన ప్రణాళికను ముందే రూపొందించటం వలన కొన్ని సవరణలతో మాత్రమే పునరావృత పరిశోధనకు ప్రణాళికను రూపొందిస్తాం.

3.5.3 క్రమ, లేక తాత్కాలిక విచారణలు: క్రమ విచారణ క్రమంగా, అవిచ్ఛిన్నంగా కొనసాగుతుంది. నిర్దిష్టకాలాల్లో, నియమిత అంతరాలలో (Regular Intervals) ఈ విచారణ జరుపుతారు. కాగా తదర్థ విచారణ నిర్ణీత కాలాల్లో, నిర్దిష్ట ప్రయోజనానికి, నిర్దిష్ట లక్ష్యసాధనకోసం జరుపుతారు.

3.5.4 రహస్య లేక బహిర్గత విచారణలు: రహస్య విచారణను చాలా గోప్యంగా నిర్వహిస్తారు. పోతే, బహిర్గత విచారణను బాహాటంగా నిర్వహిస్తారు.

BRAOU

3.5.5 అధికారిక, అనధికారిక, పాక్షికాధికారిక శోధనలు: ప్రభుత్వంచే, ప్రభుత్వం తరపున జరిపిన శోధనలు అధికారిక శోధనలు అవుతాయి. ఈ శోధనలో, సమాచారాన్ని తప్పనిసరిగా అందించేటట్లు సమాచారకులపై (informants) ప్రభుత్వం ఒత్తిడిని కూడా తేగలదు. కొన్ని చట్టాలు సమాచారంనందించే వ్యక్తులపై నిబంధనలను విధించడం జరిగింది. అందువల్ల, సమాచారం ఎవరి నుండి రాబట్టవలెనన్నా రాబట్టవచ్చు. ప్రభుత్వం పెద్దమొత్తాలను ఖర్చు పెట్టగలిగిన సామర్థ్యాన్ని గలిగి ఉంటుంది కనుక, ఈ శోధనల పరిధి, స్వభావమూ కూడా విస్తారంగా ఉంటాయి. కాగా, ప్రభుత్వ ఏజన్సీలుకాని ఇతరుల అనధికార శోధనలు పరిమిత పరిధిని కలిగి ఉండటమేకాక, దత్తాంశ సమీకరణ వనరులను రాబట్టే అవకాశాలు తక్కువగా ఉంటాయి. దత్తాంశాలను రాబట్టడంలో వివిధ సమస్యలు కూడా ఎదురౌతాయి. ప్రభుత్వ పోషణ (Patronage) కింద పనిచేసే విశ్వవిద్యాలయాలు, పరిశోధనా సంస్థల వంటి సంస్థలు (దర్యాప్తు) చేసే శోధనను (investigation) పాక్షిక-అధికారిక పరిశోధన అంటారు.

3.5.6 విస్తృత లేక పరిమిత శోధనలు: వివిధ వ్యవహారాలపై విస్తారంగా శోధన జరిపినపుడు అది విస్తృత పరిశోధన అవుతుంది. కొన్ని వ్యవహారాలను మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకుంటే, అది పరిమిత శోధన అవుతుంది.

3.5.7 సంక్షిప్త (Pilot) లేదా సమగ్రమైన (comprehensive) విచారణ: సమగ్ర విచారణకు ముందు సంక్షిప్త విచారణను చేయడం జరుగుతుంది. దీని ద్వారా శోధన జరిపేటప్పుడు ఎదురయ్యే సమస్యలను అర్థంచేసుకోవడం జరుగుతుంది. కాగా సమగ్రశోధనలో శోధనా ధ్యేయాన్ని (ఉద్దేశ్యాన్ని) సాధించడానికి అవసరమైన కూలంకషాధ్యయనం (indepth study) చేయడం జరుగుతుంది.

అయితే, పైన వివరించిన వివిధ శోధనలు ఒక దానికొకటి సంబంధం లేని, స్వతంత్రమైనవి కావు. విచారణ పరిధిని బట్టి, స్వభావాన్నిబట్టి, వనరుల అందుబాటును బట్టి ఈ శోధనలను ఒకదానికొకటి మార్చుకోవచ్చు.

3.6 గణాంక శోధనలో దశలు-ప్లానింగ్

చక్కగా వ్యవస్థీకరింపబడిన గణాంక శోధనలో కింది దశలుంటాయి.

ఎ) గణాంక శోధనను ప్లానింగ్ చేయడం.

బి) దత్తాంశ సేకరణ.

సి) దత్తాంశాన్ని వ్యవస్థీకరించడం.

డి) దత్తాంశ సమర్పణ.

ఇ) దత్తాంశ విశ్లేషణ.

ఎఫ్) దత్తాంశ వివరణ లేక వ్యాఖ్యానం.

గణాంక శోధనను ప్లానింగ్ చేసే విషయాన్ని ఈ భాగంలోను, మిగతా విషయాలను తరువాత భాగాలలోనూ వివరించడమైనది.

ఎ) గణాంక శోధనను ప్లానింగ్ చేయడం

గణాంక శోధనలో ప్రథమం అత్యంత ప్రాముఖ్య దశ ప్లానింగ్. ఈ శోధన గూర్చి ముందుగా ప్లానింగ్ చేయక పోయినట్లయితే, పథకం లేక ప్లాన్ అమలు పరచడంలో ఎదుర్కొనే సమస్యలను గురించి ఏమాత్రంగణాంక శోధకుడికి తెలియకపోవచ్చు. తత్ఫలితంగా, అధ్యయనం ఉద్దేశ్యాలను సాధించడానికి తగిన దత్తాంశాన్ని సేకరించలేని పరిస్థితి ఏర్పడుతుంది. జాగ్రత్తగా ప్లాన్ చేసిన గణాంకశోధన, శోధకుడికి సముచితమైన దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి, శాస్త్రీయ పంథాలో వ్యవస్థీకరించి, సమర్పించి, విశ్లేషించి, వివరించడానికి తోడ్పడుతుంది. అప్పుడు అర్థవంతమైన నిర్ణయాలను తీసుకోవడమే కాక, సమస్యాపూర్వకమైన పరిస్థితులను సరిఅయిన దృక్పథంతో అర్థం చేసుకునేందుకు వీలవుతుంది.

శోధనను కింది విధంగా ప్లానింగ్ చేయవచ్చు.

(i) శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని నిర్వచించడం.

(ii) వివిధ అంశాలను నిర్దిష్ట పరచడం.

(iii) సమాచార వనరుల గురించి నిర్ణయం.

(iv) అంతిమ ఫలితాలలో కావలసిన యదార్థతను నిర్ణయించడం.

(v) దత్తాంశాన్ని సేకరించే పద్ధతిని గూర్చి నిర్ణయించడం.

(i) శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని నిర్వచించడం: ముందుగా, శోధకుడు శోధనాధ్యేయాన్ని స్పష్టంగా, నిర్దిష్ట పదాలలో తెలియజేయాలి. అలాగే శోధనా పరిధిని కూడా నిర్వచించవలసి ఉంటుంది. ధ్యేయాన్ని చెప్పడంలో శోధనను ఏ ఉద్దేశ్యంతో జరుపుతున్నారో తెలియజేయడమే. విచారణ పరిధి శోధన స్వభావాన్ని గూర్చి తెలియజేస్తుంది. దీనివల్ల ఏ రకమైన సమాచారంకావాలో, ఎంతమంది ప్రత్యుత్తరదారులను కలవవలసియుంటుందో, ఎన్ని భౌగోళిక ప్రాంతాలను సందర్శించవలసి ఉంటుందో తెలుస్తుంది. ఉదా: శోధకుడు వినియోగదార్ల సర్వే విషయంలో శోధన జరుప నిశ్చయించినట్లయితే, అతని ప్రధాన ధ్యేయం వినియోగదార్ల అభిరుచులకు, అభిప్రాయాలకు అనుగుణంగా ఉత్పత్తిని క్రమబద్ధం చేయడం అయిఉండాలి. ఈ ధ్యేయాన్ని సాధించాలంటే ఎన్ని మార్కెట్ రంగాలను పరిగణనలోకి తీసుకోవాలో, ప్రస్తుత భవిష్యత్ వినియోగదార్లను ఎంత మందిని కలుసుకోవాలో ముందుగా నిర్ణయించుకోవాలి. వీలయినంతమటుకు వస్తువు పైన వినియోగదార్ల అభిప్రాయాన్ని, ప్రత్యామ్నాయ వస్తువులు పూరక వస్తువులు దొరికే సౌలభ్యాన్ని గుర్తించి, దత్తాంశాన్ని సేకరించవలసి ఉంటుంది. ధ్యేయాన్ని, పరిధిని ముందుగా స్పష్టం చేయడంవల్ల, అవసరమైన అసంబంధిత దత్తాంశాన్ని సేకరించే పని తప్పుతుంది. తత్ఫలితంగా సందిగ్ధత లేకుండా శోధకుని విలువైన కాలం, ద్రవ్యం వృధా కాకుండా ఉంటాయి. ఈ విషయాన్ని ధ్రువపరుస్తూ వెసల్, విల్లెట్, సైమన్‌లు ఇలా అన్నారు. "శోధనా కార్యక్రమపు ప్రధానోద్దేశ్యాన్ని సంక్షిప్తంగా, నిర్దిష్టమైన పదాల్లో వెల్లడి చేయాలి. ఈ విధంగా చేయడంవల్ల తగిన సమాచారాన్ని సేకరించడమేకాక, అనవసర ఖర్చును, అనవసర దత్తాంశములను సేకరించే అవకాశాన్ని తగ్గిస్తుంది". ఉద్దేశ్యాలను నిర్దిష్టీకరణం (specification) చేయడంవల్ల, సేకరింపబడిన దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడం, పట్టీకరించడం, విశ్లేషించడం, వ్యాఖ్యానించడం సుకరమవుతుంది. గణాంక శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని నిర్దిష్టంగా చెప్పడం వల్ల కలిగే ప్రయోజనాన్ని, ఆచార్య యా-లన్-చౌ పరిశీలనలవల్ల తెలుసుకోవచ్చు. వారి ప్రకారం "ఉద్దేశ్యాన్ని స్పష్టపరచిన తరువాతనే, విచారించే సమస్యకు ఏదత్తాంశం తగినదై ఉంటుందో నిర్ణయించడానికి వీలవుతుంది. ఈ విధంగా స్పష్టం చేయకపోవడం వల్ల, సేకరించిన దత్తాంశం పూర్తిగా సంబంధం లేనిదై, అనవసరమైనదై ఉండటమేకాక, సమస్యను విపులీకరించడానికి బదులుగా మరింత క్లిష్టపరిచే అవకాశం ఉంది. గణాంక వివరణల నాణ్యత, దత్తాంశం ఎంతవరకు సముచితమైనదీ, ఎంతవరకు ఖచ్చితమైనది అనే అంశాలమీద ఆధారపడి ఉంటుందనే విషయం జ్ఞాపకం ఉంచుకోవాలి. దత్తాంశం ఖచ్చితత్వం, సముచితమైనదా? కాదా అనే విషయాలు సమస్యను రూపొందించడంలో గల యధార్థత పై ఆధారపడి ఉంటుంది. గణాంక పద్ధతులు, సూత్రాలు, సముచితంకాని దత్తాంశానికి అనువర్తింప చేసినట్లయితే, ఆ పద్ధతులూ, సూత్రాలు ఎంత శుద్ధమైనవైనప్పటికీ, సమగ్రమైనప్పటికీ, సమస్యలను పరిష్కరించడంలో ఉపయోగకరమైన ఫలితాలను ఇవ్వలేవు".

శోధన పరిధిని నిర్ణయించడంలో, శోధనా ధ్యేయాన్ని, శోధన కొనసాగించడానికి అవసరమైన ద్రవ్యాన్ని, కాలాన్ని, అనుభవజ్ఞులైన, శిక్షితులైన సిబ్బంది, వంటి వనరుల లభ్యతనీ దృష్టిలో ఉంచుకోవలసి ఉంటుంది.

(ii) వివిధ పదాల ప్రత్యేక వివరణలు (specifications of various items): శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని గూర్చిన నిర్ణయం పూర్తి అయిన తరువాత, శోధకుడు అతని అధ్యయనానికి సంబంధించిన వివిధ పదాలను గూర్చి వివరించవలసి ఉంటుంది. సందిగ్ధతనూ, గందరగోళాన్ని నివారించడానికిగాను, గణాంక శోధనలోని వివిధ దశలలో ఉపయోగించిన వివిధ పదాలను స్పష్టంగా సమగ్రంగా వివరించడం, నిర్వచించడం శ్రేయస్కరం. ఆ విధంగా ఇచ్చిన నిర్వచనాలను, గణాంక శోధన జరిపినంత కాలం కూడా ఒకే విధంగా ఉపయోగించాలి. ఉదా: కార్మికుల వేతనాల పై జరిపే శోధనలో "కార్మికుడు" అన్న పదాన్ని ముందుగా స్పష్టపరచాలి. శోధన జరుపుతున్నపుడు, ఒక దశలో "కార్మికుడు" అన్న నిర్వచనములో తాత్కాలిక కార్మికుల్ని కూడా చేర్చి, మరొక దశలో చేర్చక పోయినట్లయితే, ఏకరూపత లోపించినట్లవుతుంది. ఈ విధమైన అసంబద్ధత (inconsistency) వల్ల శోధన ఉద్దేశ్యం నెరవేరదు.

B R A O U

గణాంక దత్తాంశాన్ని లెక్కింపు చేయడానికి, కొలవడానికి, ఏ గణాంక ప్రమాణాలను (statistical units) ఉపయోగించనున్నదీ ముందుగా స్పష్టపరచాలి. గణాంకాలను సేకరించడం, వ్యవస్థీకరించడం, విశ్లేషించడం గణాంక ఫలితాలను వ్యాఖ్యానించడం వంటి వివిధ చర్యలను ఏ ప్రమాణాలలో (Units) చేయడం జరుగుతుందో ఆ యూనిట్లను లేక ప్రమాణాలను గణాంక ప్రమాణాలు (Statistical Units) అంటారు. గణాంక ప్రమాణాన్ని స్పష్టంగా నిర్వచించడంవల్ల అనర్థాలకు దారితీయకుండా, దత్తాంశంలో ఏకరూపతను (Homogenity) సాధించడానికి వీలవుతుంది. ఇది అర్థవంతమైన తారతమ్యాల (Comparisons) పరిశీలనకు తోడ్పడుతుంది. ప్రమాణమును (Unit) నిర్వచించవలసిన అవసరం గుణాత్మక దత్తాంశంనకు ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఎందువల్లననగా, గుణాత్మక దత్తాంశంనకు ప్రమాణ సూచనలు లేక ఆక్షిప్తములు (Connotations) ఉండవు.

గణాంక ప్రమాణాలు సాంప్రదాయకమైన లేక సహేతుకం కానివై ఉండవచ్చు. సాంప్రదాయక ప్రమాణాలు జగద్విదితమై, అందరిచే అంగీకరింపబడినవై ఉండడంచేత, వాటిని ప్రత్యేకించి నిర్వచించవలసిన అవసరంలేదు. కాని సహేతుకంకాని ప్రమాణాలు (Arbitrary Units) ఒక శోధనకూ మరొక శోధనకూ మారిపోతూ ఉంటాయి. అందువల్ల, వాటి అర్థాలను స్పష్టం చేయవలసి ఉంటుంది. మీటరు, లీటరు, గంట, సంవత్సరం, టన్ను, మొదలగునవి సాంప్రదాయక ప్రమాణాలకు ఉదాహరణలు. కాగా, కార్మికులు, వేతనాలు, మూలధనం, లాభాలు, మొదలగునవి సహేతుకము కాని ప్రమాణాలను ఉదాహరణలుగా చెప్పవచ్చు.

గణాంక ప్రమాణాలను రెండు ఉపవర్గాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. a) సేకరణ ప్రమాణాలు, b) విశ్లేషణ, వ్యాఖ్యాన ప్రమాణాలు. గణాంక ప్రమాణాల వర్గీకరణను కింది పటం ద్వారా చూపవచ్చు.

పటము - 1

గణాంక ప్రమాణాలు

- సేకరణ ప్రమాణాలు
  - A. సాధారణ ప్రమాణాలు
  - B. సంయుక్త ప్రమాణాలు
  - C. సంకీర్ణ ప్రమాణాలు
- విశ్లేషణ, వ్యాఖ్యాన ప్రమాణాలు

BRAOU

సేకరణ ప్రమాణాలు, ప్రత్యేక వివరణల కనుగుణంగా దత్తాంశాన్ని ఏ నమూనాలలో సేకరించినదీ, కొలచినదీ, నమోదు చేసినదీ తెలియజేస్తాయి. శోధన ఉద్దేశ్యానికీ, పరిధికీ తగిన విధంగా, సేకరణ ప్రమాణాలను నిర్వచించవలసి ఉంటుంది. ఆ తరువాతనే శోధన ప్రారంభం చేయాలి.

సేకరణ ప్రమాణాలు సాధారణ, సంయుక్త, సంకీర్ణ ప్రమాణములై ఉండవచ్చు. ఒక షరతును లేక లక్షణాన్ని నిర్ణయించే సమితి (set) ని సాధారణ ప్రమాణమంటారు. దీనినే సాంప్రదాయక ప్రమాణం అని కూడా అంటారు. ప్రమాణ ఉపయోగానికి పరిమితిని కలిగించే కొన్ని అర్హతదాయకమైన

షరతులతో గూడిన సాధారణ ప్రమాణాలను "సంయుక్త ప్రమాణాలు" అంటారు. కాగా సాధారణ ప్రమాణానికి రెండు లేదా అంతకుమించిన అర్హతలను సంకలనం చేయడంద్వారా రూపొందించిన ప్రమాణాన్ని "సంకీర్ణ ప్రమాణం" అంటారు. ఒక రూపాయి, ఒకటన్ను, ఒకఇల్లు, ఒకవెల, ఒక కార్మికుడు, సాధారణ ప్రమాణాలకు ఉదాహరణలు. కాగా, ఒక మెట్రిక్ టన్ను, ఒక నైపుణ్య కార్మికుడు, ఒక పాసింజరు కిలోమీటరు, ఒక గంటకు యంత్రం మొదలగునవి సంయుక్త ప్రమాణానికి ఉదాహరణలు. ఒక పని గంటకు వేతనం, గంటకు కిలోమీటర్ల వేగం, లీటరుకు కిలోమీటరుల దూరం, మొదలైనవి సంకీర్ణ ప్రమాణానికి ఉదాహరణలు.

విశ్లేషణ, వ్యాఖ్యానాల ప్రమాణాలు, గణాంకదత్తాంశాన్ని విశ్లేషించి, సమర్పించి, వ్యాఖ్యానించడానికి ఉపయోగించే గణాంక ప్రమాణాలుగా పేర్కొనవచ్చు. ఈ విశ్లేషణ, వ్యాఖ్యాన ప్రమాణాలు, కోరబడిన ఖచ్చితత్వాన్ని బట్టి, ఒక శోధనకీ మరొక శోధనకీ మారుతూ ఉంటాయి. ఉదా: రేట్లూ, నిష్పత్తులూ, శాతాలు, గుణకాలు మొదలగు నవి. విజాతీయ (Heterogeneous factors) కారకాల మధ్యగల సంబంధాన్ని స్పష్టం చేయడానికి రేట్లను ఉపయోగిస్తాం. సజాతీయ కారకాలలోగల సంబంధాన్ని వర్ణించేందుకు నిష్పత్తులను, శాతాలను ఉపయోగిస్తాం. రేట్లు సాధారణంగా వేయికి ఇంత అని సూచించడం జరుగుతుంది. గుణకాన్ని యూనిట్ ఒక్కంటికి రేటును సూచించడం ద్వారా ఉపయోగిస్తాం. కాగా, నూటికి ఇంత అనీ స్పష్టం చేసే గణాంక ప్రమాణాన్ని 'శాతం' అంటారు. నిష్పత్తిని శాతాలలోగానీ, గుణకములలోగానీ స్పష్టంచేయవచ్చు.

మంచి గణాంక ప్రమాణానికి క్రింది లక్షణాలు ఉండాలి.

(a) అది సాధారణమై, స్పష్టంగా ఉండాలి: సాధారణమైన, స్పష్టమైన పదాలలో నిర్వచించాలి. శోధనతో సంబంధమున్న ప్రతివారు గణాంక ప్రమాణాన్ని అర్థము చేసుకోగలగాలి. దీనిని గందరగోళంగా, సందిగ్ధంగా పరిణమించకుండా, కాఠిన్యత లేకుండా నిర్వచించాలి.

(b) శోధన ఉద్దేశ్యానికీ, పరిధికీ, తగినదై ఉండాలి: హోరేస్ సెక్రిస్ట్ చెప్పినట్లుగా, "అధ్యయనం ఉద్దేశ్యము, అధ్యయనం ప్రమాణం ఒకదానితో ఒకటి వ్యుత్క్రమాల (reciprocals) వంటివి. గణాంక ప్రమాణాలను, శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని పరిగణనలోకి తీసుకోకుండా నిర్వచించరాదు. అలాగే ప్రమాణాల స్పష్టతలేకుండా సముచితమైన ఖచ్చితత్వంతో శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, ధ్యేయాన్ని వెల్లడిచేయలేం.

(c) అది నిర్దిష్టంగా ఉండాలి: శోధనలో ఉపయోగించిన ప్రమాణం నిర్దిష్టంగా ఉండాలి. గణాంక ప్రమాణం నిర్దిష్టంగా లేకపోవడంవల్ల, దానిని అపార్థం చేసుకోవటమే కాక, ఆ గణాంక ప్రమాణాల ఆధారంగా సేకరింపబడిన దత్తాంశంలో ఖచ్చితత్వం లోపించవచ్చు. నిర్హేతుకమైన ప్రమాణాల విషయంలో (arbitrary units) నిర్దిష్టమైన అర్థాలను ఆ ప్రమాణాలకు ఆపాదించే జాగ్రత్త వహించాలి.

(d) గణాంక ప్రమాణం సాధించేందుకు వీలుగా ఉండాలి (it must be ascertainable): అధ్యయనపు ప్రమాణం ఏదైనా వాస్తవ ప్రపంచంలో లేదా జనసంఖ్యలో చలామణిలో ఉండాలి. అది ఊహాపూరితమై (hypothetical) , వాస్తవంకానిదై (unreal) ఉండరాదు. W. I. కింగ్ అను శాస్త్రవేత్త మాటలలో "ఎంపిక అయిన గణాంక ప్రమాణాన్ని సమగ్రంగా నిర్వచించడమేకాక సరిఅయిన రీతిలో కనుక్కోవడం జరగాలి".

(e) గణాంక ప్రమాణం నిలకడ కలిగినదై, ప్రమాణం (standard) తో గూడినదై ఉండాలి: ప్రమాణం వివిధరకాల అవధులలో, వివిధ ప్రాంతాలలో నిలకడగనూ, ప్రమాణీకరణనూ (standard) కలిగినదై ఉండాలి. గణాంక ప్రమాణాల విలువలు అతి తరచుగా (frequent) మారుతూ ఉన్నట్లయితే, ఆ

గణాంక ప్రమాణాల ఆధారంగా సేకరించిన దత్తాంశం తారతమ్య పరిశీలనకు పనికిరానిదై గణాంక శోధన ప్రయోజనమే లోపించవచ్చు.

(f) అది సజాతీయమై (homogeneous) ఉండాలి: తారతమ్యాన్ని పరిశీలించటానికి వీలు కల్పించవలెనంటే; గణాంక ప్రమాణం సజాతీయమై, ఏకరూపతను, ఏక ధర్మాన్ని గలిగి ఉండాలి. ప్రమాణాలు విజాతీయాలైతే (heterogenous) తారతమ్య పరిశీలన కష్టమై, గందరగోళం ఏర్పడటమేకాక, తప్పుద్రోవను పట్టించే విధంగా ఉంటుంది.

(g) గణాంక ప్రమాణం స్వయం వివరణను కలిగి ఉండాలి (It must be self explanatory): గణాంక ప్రమాణాన్ని చూడగానే అర్థం తెలిసేట్లుగా, అర్థాన్ని దానంతట అది వివరించుకునే రీతిగా ఉండాలి. దాని అర్థాలను తెలుసుకోవడానికి దీర్ఘ వివరణల అవసరం రాకూడదు. వాటి అంతట అవే అర్థాన్ని స్ఫురింపజేయుగల గణాంక ప్రమాణాలు గణాంక శోధకునికి గందరగోళం కలిగించకుండా, అతని పనిని సుకరం చేస్తాయి.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

మంచి గణాంక ప్రమాణానికి ఉండాల్సిన లక్షణాలు ఏవి?

iii)సమాచార వనరుల విషయమై నిర్ణయం: గణాంక శోధనా ధ్యేయాన్ని, పరిధినీ తెలిపి, గణాంక ప్రమాణాలను నిర్ణయించిన తరువాత, గణాంక శోధనను ప్లానింగ్ చేసే వివిధ దశలలో మూడవదశ దత్తాంశవనరుల గూర్చి ఒక నిర్ణయం తీసుకోడం. దత్తాంశవనరులు ప్రాథమిక, ద్వితీయ వనరులని రెండు విధాలుగా చెప్పవచ్చు. ఒక ప్రత్యేక గణాంక పరిశోధనా ధ్యేయాన్ని సాధించడానికి ప్రప్రథమంగా ఒక అంశంపై సేకరించిన సంఖ్యాత్మక విషయాలను ప్రాథమిక దత్తాంశం అని అంటారు. ఒక ప్రత్యేక గణాంక శోధనకై సేకరింపబడి, ఇతర గణాంక శోధనలకు ఉపయోగించే సంఖ్యాత్మక విషయాలను, "ద్వితీయ దత్తాంశం" అంటారు. ప్రాథమిక దత్తాంశంలో ప్రత్యుత్తరదారులనుండి జనాభాలెక్కల పద్ధతిలో సేకరించిన దత్తాంశం, ప్రత్యేకంగా మౌఖిక ఇంటర్‌వ్యూ పద్ధతిద్వారా సేకరించిన దత్తాంశాలు కూడా కలిసి ఉంటాయి. కాగా, ద్వితీయ వనరులలో, ముద్రితమైన, ముద్రితం కాని రికార్డులనుండి సేకరించిన దత్తాంశం కలిసి ఉంటుంది. ప్రాథమిక దత్తాంశానికి ద్వితీయ దత్తాంశానికీ గల తారతమ్యం చాలా కొద్ది మాత్రమే. అంతస్తులో (degree) తేడా మాత్రమే ఉంది. అంటే ప్రాథమిక దత్తాంశం, తరువాత ఉపయోగస్థాయిలో ద్వితీయ దత్తాంశంగా మారిపోతుంది. కారణం, ఒక వ్యక్తి చేతిలో ప్రాథమిక దత్తాంశంగా ఉన్న దత్తాంశం ఇతరుల చేతిలోకి పోయినపుడు ద్వితీయ దత్తాంశంగా మారిపోతుంది. ప్రాథమిక, ద్వితీయ వనరులలో దేనిని ఎంపిక చేయాలి? అనే విషయం శోధన ఉద్దేశ్యం, స్వభావం, పరిధి, కావలసిన ఖచ్చితత్వపు స్థాయిలను (degree) బట్టి నిర్ణయించడం జరుగుతుంది.

B R A O U

iv)అంతిమ ఫలితాలలో కావలసిన ఖచ్చితత్వం: దత్తాంశ సేకరణ ప్రారంభం చేయకముందు కావలసిన ఖచ్చితత్వాన్ని స్పష్టమైన పదాలలో వివరించవలసి ఉంటుంది. సంపూర్ణ ఖచ్చితత్వం అసాధ్యం కావున, పరిశోధకుడు తగినంత ఖచ్చితత్వాన్ని లక్ష్యంగా పెట్టుకోవాలి.

దీనికి కింది కారణాలు వివరించడమైనది.

a) గణాంక శాస్త్రం ప్రధానంగా అంచనాల శాస్త్రంగా వర్ణించడమైనది.

b) అసంకల్పిత పక్షపాతం ఉంటుంది.

c) సమానీకృతాలు (approximations), సూక్ష్మీకరణలు (Simplifications) చేయవలసి ఉండటం.

d) దత్తాంశంను సేకరించడంలో, వ్యవస్థీకరించడంలో, విశ్లేషించడంలో, సమర్పించడంలో, వ్యాఖ్యానించడంలో తప్పులు దొర్లడం.

e) వనరులకుగల పరిమితులు.

W. I. కింగ్ ప్రకారం, "ప్రతి గణాంక సమస్యకీ, ప్రతి అంశానికి కావలసిన ఖచ్చితత్వ ప్రమాణాన్ని ముందుగా నిర్ణయించడం అవసరం. ప్రతి దృష్టాంతాన్ని కూడా, ఈ ప్రమాణస్థాయి అత్యంత ఖచ్చితత్వస్థాయిని పొందే విధంగా ఉండకపోవచ్చు".

ఒక ప్రత్యేక విచారణకు అవసరమైన ఖచ్చితత్వస్థాయి, శోధన ఉద్దేశ్యాలను, పరిధినీ పరిశోధకుని కాలం, ద్రవ్యాలను బట్టి ఆధారపడి ఉంటుంది. అత్యంత అధికస్థాయిలో ఖచ్చితత్వాన్ని పొందడానికి అధిక వ్యయాన్ని చేయడం శ్రేయస్కరం కాదు. అదే విధంగా, వ్యయాన్ని తగ్గించడానికి, ఖచ్చితత్వాన్ని త్యాగం చేయరాదు. రిగిల్ మెన్ (Rigglemen), ఫ్రిస్బి (Frisbee) ల మాటల్లో చెప్పినట్లయితే "దేనినైనా కొలవడంలోగాని, లేదా లెక్కించడంలో గాని చేసే వ్యయం, వాని ఆచరణ ఉపయోగంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. గణాంక దోషాన్ని పూర్తిగా తుడిచి వేయలేకపోయినప్పటికి తార్కికమైన లేదా సహేతుకమైన యదార్ధస్థాయికి ఈ గణాంకదోషాన్ని తగ్గించవచ్చు.

BRAOU

v)దత్తాంశ సేకరణ పద్ధతులు: గణాంక విచారణ, ప్లానింగ్‌లో ఆఖరిదశ దత్తాంశసేకరణ పద్ధతులను నిర్ణయించడం. ఈ దశలో దత్తాంశంను ఏ పద్ధతులలో సేకరించాలో నిర్ణయించవలసి ఉంటుంది. ముఖ్యంగా రెండు పద్ధతులు ఉన్నాయి. అవి (1) జనాభా లెక్కల పద్ధతి (Census method), (2) ప్రతి చయన పద్ధతి (Sampling method).

Census పద్ధతినే సంపూర్ణ జనాభా లెక్కింపు పద్ధతి అనికూడా అంటారు. ఈ పద్ధతిలో జనాభాలోని లేక సార్వత్రికంలోని (Universe) ప్రతి అంశాన్ని (Unit) పరిగణనలోకి తీసుకుని దత్తాంశ సేకరణ చేస్తాం. హాంబర్గ్ ప్రకారం, "ఒక సమూహంలో ఉన్న గణాంక విచారణ పరిధిలోకి వచ్చే అన్ని అంశాలను పరిగణనలోకి తీసుకొనే పద్ధతిని జనాభా పద్ధతి (Census method)" అంటారు. కాగా ప్రతిచయన పద్ధతిలో, సార్వత్రికంలోని (Universe) కొన్ని అంశాలను మాత్రమే అధ్యయనం చేయడం జరుగుతుంది. ఈ విధంగా ఎంపిక చేసిన అంశాలను మాత్రమే అధ్యయనం చేయడం జరుగుతుంది. ఈ విధంగా ఎంపిక చేసిన అంశాలు, మొత్తం జనాభాకు లేదా సార్వత్రికానికి ప్రాతినిధ్యాలుగా పరిగణించడం జరుగుతుంది. ఈ ప్రతిచయన పద్ధతిలో కొన్ని అంశాలను అధ్యయనం చేయుడంవల్ల సాధించిన ఫలితాలను మొత్తం జనాభాకి లేదా సార్వత్రికంలోని అన్ని అంశాలకు అనువర్తింపచేయడం జరుగుతుంది.

గణాంక శోధనను జాగ్రత్తగా ప్లానింగ్ చేసిన పిమ్మట, శోధకుడు దానిని అమలు జరుపవలసి ఉంటుంది. చక్కగా ప్లానింగ్ చేసిన గణాంక శోధన, శోధకుడు దానిని కార్యరూపంలో పెట్టడానికి,

అమలుజరుపడానికి సౌలభ్యాన్ని సమకూరుస్తుంది. గణాంక శోధనను అమలు జరుపటంలో కిందిదశలు ఉంటాయి.

(ఎ) అవసరమైన వ్యవస్థాపూర్వక ఏర్పాట్లను చేయడం.

(బి) వివిధ నమూనాలను తయారుచేయడం.

(సి) అవసరమైన క్షేత్రసిబ్బందిని (field staff) నియమించడం.

(డి) దత్తాంశాన్ని విధాయకం (Processing) చేసి, విశ్లేషించడం.

(ఇ) అంతిమ నివేదికను తయారుచేయడం.

ఎ) వ్యవస్థాపూర్వక ఏర్పాట్లు: ఏ గణాంక శోధనలకైతే చిన్న అచ్ఛాదన (smaller coverage) ఉంటుందో వాటికి విస్తృతమైన వ్యవస్థాపూర్వక ఏర్పాట్లు అవసరం లేదు. కాని, విస్తృతమైన పరిధిగల శోధనలకు విస్తృతమైన వ్యవస్థాపూర్వకమైన ఏర్పాట్లు కావాలి. అప్పుడప్పుడు శోధకుడు తన శోధన జరపడానికి క్షేత్ర శోధకుల (field investigators) సహాయం తీసుకోవలసి ఉంటుంది. కొన్ని దేశాలలో శోధన జరపడానికి ప్రత్యేక నైపుణ్యముగల సంస్థలు ఉన్నాయి. వ్యవస్థాపూర్వకమైన ఏర్పాట్లు, శోధన పరిధి స్వభావాన్ని బట్టి ఆధారపడి ఉన్నాయి.

బి) వివిధ నమూనాలన తయారుచేయడం: దత్తాంశాన్ని సేకరించడంలో, సమర్పించడంలో, ప్రశ్నావళి, షెడ్యూళ్ళు, దత్తాంశ పట్టీలవంటి నమూనాలు చాలా అవసరం అయి ఉంటాయి. ఆ నమూనాలను ముందుగా తయారుచేయించాలి. వాటిని పద్ధతి ప్రకారం తయారుచేయించడంవల్ల శోధకుని పని సుకరమవుతుంది. గణాంక శోధన అమలు జరపడంలో గందరగోళం గానీ, చేసిన పనిని మళ్ళీ చేయడంగానీ జరగదు.

సి) అవసరమైన క్షేత్ర సిబ్బందిని (field staff) నియమించడం: దత్తాంశ సేకరణకి, శోధనా పరిధి పెద్దదైనప్పుడు ఎక్కువమంది క్షేత్ర సిబ్బందిని నియమించవలసి ఉంటుంది. సమర్థనీయులు, సుశిక్షితులైన శోధకులు దొరకకపోతే, ఎవరినైనా ఎంపిక చేసి శిక్షణను ఇచ్చి, పర్యవేక్షణచేస్తూ వారిచేత దత్తాంశ సేకరణ ప్రక్రియను సక్రమంగా చేయించాలి. దత్తాంశ సేకరణ తెలివితేటలతోనూ, నిజాయితీతోను, శ్రమతోనూ, శాస్త్రీయ విజ్ఞానముతోనూ కూడినదైనందున, శోధకుల ఎంపిక జాగ్రత్తగా జరుగాలి. శోధకుల ఎంపిక పూర్తి అయిన తరువాత, ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలోను, దత్తాంశ సేకరణలో నవీన పద్ధతులను ఉపయోగించడంలోను, ప్రశ్నావళిలో ఉపయోగించిన వివిధ పదాలను అర్థం చేసుకోవడంలోనూ, ఇతర గణాంక పద్ధతులను జాగ్రత్తగా వాడటంలోనూ, శోధకులకు తగిన శిక్షణను ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. తగిన శిక్షణ పొందిన తరువాత, శోధకులను లెక్కింపునకు పంపవచ్చు. అవసరమైతే, అనవసర దత్తాంశ సేకరణ జరగకుండా చూడడానికి గానూ, క్షేత్ర పరీక్షలను (field checks) లేదా తనిఖీలను, క్షేత్ర ఆడిట్‌లను కూడా జరిపించవచ్చు. సమాచారాన్ని ఇవ్వని వ్యక్తులనుండి కూడా సమాచారాన్ని పొందేందుకై, వారిని కూడా ఒప్పించేటట్లు చేయాలి.

డి) దత్తాంశాన్ని విధాయకంచేసి విశ్లేషించడం: లెక్కింపు ద్వారా సేకరించిన దత్తాంశభాండం (mass data) లో, ముడిరూపంలో ఉన్న వివిధ విజాతీయ అంశాలు ఉంటాయి. వాటిని మరింత గణాంక వ్యవహారణ చేసే నిమిత్తమై దత్తాంశంను విధాయకం చేసి, విశ్లేషించిన దత్తాంశం మరింత సుగ్రాహ్యామై (intelligible) అర్థంచేసుకోడానికి తేలికగా ఉంటుంది. దత్తాంశాన్ని విధాయికం చేయడానికి శారీరక, యాంత్రికశ్రమలతో గూడిన పద్ధతులను ఉపయోగించవచ్చు. తగిన ఖచ్చితత్వాన్ని సాధించడానికై గణనయంత్రాలు (Calculators), కంప్యూటర్లు, పంచ్‌కార్డ్‌లవంటి నూతన దత్తాంశ విధాయికతా యంత్రాలను ఉపయోగించవచ్చు. దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడానికిగానూ, సాధారణ పద్ధతులైన సగటులు, విస్తరణ, వైషమ్యం వంటివి, నవీన పద్ధతులైన (Sophisticated) కాలశ్రేణుల విశ్లేషణ, సంభావ్యతలవంటివి

కూడా ఉపయోగించవచ్చు.

ఇ) అంతిమ నివేదికను తయారుచేయడం: దత్తాంశాన్ని విధాయికంచేసి, విశ్లేషించిన తరవాత, ఆ ఫలితాలను తగిన నమూనాలో లేదా నివేదికలో సమర్పించవలసి ఉంటుంది. నివేదిక సాధారణంగా లేదా సాంకేతికమైనదిగా గాని కావచ్చు. సాధారణ నివేదిక దత్తాంశ వర్ణన, శోధనా ఫలితాలను కలిగి ఉంటుంది. సాంకేతిక నివేదిక ప్రతిచయన నమూనా, గణాంక ప్రమాణాలు, గణనపద్ధతులవంటి అదనపు సమాచారాన్ని కలిగి ఉంటుంది. మంచి నివేదికలో కింది విషయాలు ఉండాలి.

1) సర్వే ఉద్దేశ్యాన్ని తెలియజేయడం

2) పరిధిని వర్ణించడం

3) శోధన కల్పన, రూపాల నిర్ధారణలు

4) సమాచార సేకరణ స్వభావాన్ని, పద్ధతులను తెలియజేయడం

5) గణాంక విశ్లేషణలు, గణనలలో విధానాలు

6) ఫలితాల గణనలు

7) యదార్ధతస్థాయి (degree of accuracy)

8) సిబ్బంది, యంత్రాలను ఉపయోగించిన వివరాలు

9) తారతమ్యాలు

10) నిర్దేశం (reference), పాదసూచికలు, సూచీలు మొదలగునవి.

3.7 సారాంశం

గణాంక విశ్లేషణకు మూలం గణాంక దత్తాంశం. సాధారణంగా దత్తాంశం అనే పదాన్ని అంకెల రూపంలో వివరించదగిన విషయాలకు వాడటం జరుగుతుంది. దత్తాంశం అనేది పరిమాణాత్మక లేదా గుణాత్మక విషయాలకు సంబంధించినదై ఉండవచ్చు. పరిమాణాత్మక విషయాల దత్తాంశాన్ని ప్రత్యక్షంగా కొలవడానికి వీలుపడుతుంది. గుణాత్మక విషయాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని కొలవడానికి వాటిని వర్గీకరిస్తాం. పరిమాణాత్మక విషయాల దత్తాంశాన్ని ఒక నిశ్చితమైన రూపంలో కొలవవచ్చు. ఇది ఏక చలరాశి, ద్విచలరాశి, బహుళచలరాశి దత్తాంశంగా ఉండవచ్చు. ఏక చలరాశి దత్తాంశం ఒక వస్తువు లేదా విషయం తాలూకు ఒకే లక్షణాన్ని వివరించగా, ద్విచలరాశి దత్తాంశం రెండు లక్షణాలను, బహుళ చలరాశి దత్తాంశం రెండు కంటే ఎక్కువ లక్షణాలను వివరిస్తుంది. ఈ దత్తాంశాన్ని వ్యవస్థీకరించడానికి ఒక వివరణాత్మకమైన ప్రణాళిక అవసరం. ఈ ప్రణాళికను రూపొందించడానికి తగిన వ్యవస్థా పూర్వక ఏర్పాట్లు, శిక్షణ పొందిన గణాంక శోధకులు ఉండాలి.

3.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. ఈ కింది ఏడు అంశాలను రాస్తే చాలు

BRAOU

i. అది సులభంగానూ, స్పష్టంగాను ఉండాలి.

ii. అది శోధన ఉద్దేశ్యానికి, పరిధికి అనువుగా ఉండాలి.

iii. అది నిర్దుష్టంగా ఉండాలి.

iv. అది సాధించడానికి వీలు ఉండాలి.

v. అది నిలకడగా, ప్రమాణీకరించినదై ఉండాలి.

vi. అది సజాతీయమై ఉండాలి.

vii. అది వ్యయం వివరణను కలిగి ఉండాలి.

3.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. గణాంక దత్తాంశాన్ని నిర్వచించండి.
2. ద్విచలరాశి దత్తాంశం అంటేఏమిటి? ఉదాహరణ ఇవ్వండి.
3. ఏక చలరాశి దత్తాంశం అంటే ఏమిటి?
4. రహస్య, వెల్లడి చేయదగిన శోధనలంటే ఏమిటి?
5. గణాంక ప్రమాణాన్ని నిర్వచించండి.
6. గణాంక ప్రమాణాన్ని ఏవిధంగా వర్గీకరిస్తారు?
7. సాంప్రదాయిక గణాంక ప్రమాణాలను గురించి మీకేం అర్ధమైంది? సోదాహరణంగా తెల్పండి.
8. సాధారణ గణాంక ప్రమాణం గూర్చి మీకేం తెలుసు?
9. గణాంక ప్రమాణానికి గల సజాతీయత (homogenity) అంటే ఏమిటి?
10. సంయుక్త గణాంక ప్రమాణం అంటే ఏమిటి?
11. స్వచ్ఛందంగా, సహేతుకంకాని (arbitrary) గణాంక ప్రమాణం అంటే ఏమిటి?
12. విస్తృత, పరిమిత పరిశోధనల మధ్యగల తేడాను వివరించండి.
13. ఒక గణాంక శోధనలోని వివిధ దశలను తెలపండి.
14. ప్రత్యక్ష, పరోక్ష శోధనలకు గల తేడాలు ఏవి?
15. అధికారిక, అనధికారిక శోధనల మధ్యగల తేడాలను వివరించండి.
16. విశ్లేషణ, వ్యాఖ్యానాలకై ప్రమాణాలు (units) అంటే ఏం అర్ధమయింది?
17. మంచి నివేదిక (report) లేక రిపోర్టులో ఉండే విషయాలు ఏమిటి?
18. దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడానికి ఏ విధంగా ఉపక్రమిస్తారు.

BRAOU

డి. వ్యాస ప్రశ్నలు

19. "శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని నిర్వచించడం అనే కార్యక్రమం గణాంక శోధనలో విశిష్టస్థానాన్ని ఆక్రమించుకుంది". ఈ వ్యాఖ్యను సోదాహరణంగా వివరించండి.

20. గణాంక శోధనలో గల వివిధ దశలను క్లుప్తంగా వివరించండి.

21. గణాంక శోధనను నిర్వచిస్తూ, గణాంక శోధనలో వివిధ రకాలను తెలపండి.

22. "గణాంక ప్లానును అమలు జరపడం అత్యంత ప్రాముఖ్యతను కలిగి ఉన్నది". శోధనకై గణాంక ప్లానును అమలు జరపడంలో వివిధ దశలను దృష్టిలో ఉంచుకుని, పై వ్యాఖ్యను వివరించండి.

23. మంచి గణాంక ప్రమాణానికి గల లక్షణాలను తెలపండి.

3.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, డి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు, 1983.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Co, New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

3.11 పదకోశం

చలరాశి : ఒక విషయానికి సంబంధించి పరిమాణాత్మకంగా అధ్యయనం చేయడాన్ని చలరాశి అని అంటాం. ఉదాహరణకు వివిధ సంవత్సరాలలో నమోదైన వర్షపాతం, వివిధ కాలాలలో ఒక వస్తువు ధర, ఒక తరగతిలోని విద్యార్థుల ఎత్తులు మొదలైనవి.

గణాంక శోధన : ఫలితాలను తారుమారు చేసే ఎలాంటి నియంత్రణ విధించకుండా, అధ్యయనం చేయదలచుకొన్న జనాభా యూనిట్లనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించే ప్రక్రియను గణాంక శోధన అంటాం.

గణాంక ప్రమాణం : గణాంకశోధకుడు దత్తాంశాన్ని సేకరించి, వ్యవస్థీకరించి, విశ్లేషించి, వివరణ చేయడానికి ఉపయోగించే కొలమానం.

ప్రాథమిక దత్తాంశం : సిసలైన గుణం గల దత్తాంశం

ద్వితీయ దత్తాంశం : ఇంతకు ఎవరైనా దత్తాంశాన్ని సేకరించి ఉండి, ఆ దత్తాంశాన్ని గణాంక శోధకుడు తన శోధనలో ఉపయోగించినట్లయితే, అది ద్వితీయ దత్తాంశం అనబడుతుంది.

BRAOU

భాగం-4: దత్తాంశ సేకరణ

విషయుక్రమం

4.0 ఉద్దేశాలు

4.1 పరిచయం

4.2 దత్తాంశ సేకరణ అర్థం, ప్రాముఖ్యం

4.3 దత్తాంశ మూలాలు

4.4 ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలకు గల తేడాలు

4.5 ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలకు గల ప్రయోజనాలు, పరిమితులు

4.6 ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాల మధ్య ఎంపిక

4.7 ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే పద్ధతులు

4.8 ప్రశ్నావళికి, షెడ్యూల్‌కు గల తేడాలు

4.9 ప్రశ్నావళి లేదా షెడ్యూల్‌ను తయారు చేసే విధానం

4.10 ప్రాథమిక దత్తాంశ సేకరణ పద్ధతులలో తగిన పద్ధతిని ఎంపిక చేయడం

4.11 ద్వితీయ దత్తాంశ సేకరణ

4.11.1 ప్రచురిత మూలాలు

4.11.2 ప్రచురితం కాని మూలాలు

4.12 ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించడంలో తీసుకోవల్సిన జాగ్రత్తలు

4.13 దత్తాంశాన్ని ఎడిటింగ్ చేయడం

4.14 సారాంశం

4.15 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

4.16 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

4.17 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

4.18 పదకోశం

BRAOU

4.0 ఉద్దేశాలు

ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే వివిధ పద్ధతులను, ద్వితీయ దత్తాంశ వనరులను, ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించేటప్పుడు తీసుకోవలసిన జాగ్రత్తలను గురించి తెలియ జేయడమే ఈ భాగం ఉద్దేశం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత మీరు:

* వివిధ రకాల దత్తాంశ అర్థాన్ని వివరించగలగాలి
* ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే వివిధ పద్ధతులను వివరించ గలగాలి
* ద్వితీయ దత్తాంశ వనరులను గుర్తించ గలగాలి
* దత్తాంశాన్ని ఎడిటింగ్ చేసే విధానాన్ని విశదీకరించ గలగాలి.

4.1 పరిచయం

భాగం-3లో గణాంక శోధనకు సంబంధించిన మొదటి దశ అయినటువంటి గణాంక శోధనను ప్లాన్‌చేయడం గురించి తెలుసుకున్నాం. ఈ భాగంలో రెండవ దశ అయినటువంటి దత్తాంశ సేకరణను గురించి చర్చిద్దాం. ఏదైనా ఒక సమస్యకు సంబంధించి నిర్ణయం తీసుకోవాలంటే పరిమాణాత్మక విషయాల సేకరణ అనేది అవసరం. కాబట్టి, అలాంటి సంఖ్యలను లేదా సంఖ్యాత్మక విషయాలను ఒక క్రమపద్ధతిలో సేకరించాలి. ఈ విధంగా సేకరించిన సంఖ్యాత్మక విషయాలు తుది ఫలితాలకు ఆధారమౌతాయి. దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి ముందు, ఆ దత్తాంశం లభించే మూలాలను గుర్తించాలి. మనకు అవసరమైన దత్తాంశాన్ని ఇంతకుముందెన్నడూ, ఎవ్వరూ సేకరించ కుండా ఉన్నట్లయితే, అలాంటి దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి ప్రత్యక్ష మౌఖిక పద్ధతి, పరోక్ష మౌఖిక పద్ధతి, విలేకరులద్వారా సమాచారాన్ని సేకరించే పద్ధతి, ప్రశ్నావళి, షెడ్యూల్ పద్ధతులలో దేనినైనా వాడవచ్చు. ఒకవేళ మనకు కావాల్సిన దత్తాంశాన్ని ఇంతకు ముందు ఎవరైనా సేకరించడం జరిగినట్లయితే, దత్తాంశ సేకరణ మరో విధంగా ఉంటుంది. ఇక వివరాలను చూద్దాం.

4.2 దత్తాంశ సేకరణ అర్థం, ప్రాముఖ్యం

గణాంక శోధన ఉద్దేశ్యాలను సాధించడానికై, ఒక పద్ధతి ప్రకారం అర్థవంతంగా సమాచారాన్ని సమీకరణ (assembling) చేసినట్లయితే, దానిని 'దత్తాంశ సేకరణ' అంటారు. క్రయ్, పాట్టన్, టిబ్బిట్‌ల ప్రకారం, "దత్తాంశ సేకరణ అంటే ముద్రిత వనరులనుండి ఇదివరకే సిద్ధం చేయబడినది కాక, క్రొత్త దత్తాంశాన్ని నిర్దిష్ట శోధన నిమిత్తమై చేసిన సమీకరణ (assembling) అని అర్థం". ఈ నిర్వచనం ప్రాథమిక వనరుల నుంచి సేకరించే దత్తాంశానికి పరిమితమై ఉంది. స్థూలంగా చెప్పాలంటే, దత్తాంశ సేకరణ అనే ఈ పదం ప్రాథమిక, ద్వితీయ వనరులకు కూడా వర్తిస్తుంది.

దత్తాంశ సేకరణ, గణాంక శోధన ప్రక్రియలో అత్యంత ప్రాముఖ్యదశ అయి ఉన్నది. శోధన అంతిమ ఫలితాలు వివిధ వనరులనుండి సేకరించిన దత్తాంశం మీద ఆధారపడి ఉంటాయి. శోధకుడు ఏ మాత్రం ఉపేక్షతనూ, నిర్లక్ష్యంనూ, పక్షపాతాన్ని చూపినప్పటికీ, అంతిమ ఫలితాలు దోషపూరితమై, నిష్ప్రయోజనాలై ఉంటాయి. అందువల్ల దత్తాంశ సేకరణ జాగ్రత్తగానూ, సక్రమంగాను జరుపవలసి ఉంటుంది.

4.3 దత్తాంశ మూలాలు

గణాంక పరిశోధనకు దత్తాంశాన్ని ప్రాథమిక, ద్వితీయ మూలాల నుండి సేకరించవచ్చు. ఇక్కడ 'మూలాలు' అంటే, దత్తాంశాన్ని పొంది ఉన్న వ్యక్తి లేదా సంస్థగా గుర్తించవచ్చు, లేదా దత్తాంశాన్ని ముద్రించిన నివేదికగా, లేదా పబ్లికేషన్ సంస్థగా గుర్తించవచ్చు. 'ప్రాథమిక మూలాలు' అనగా ప్రథమ పరిశోధన జరపడం ద్వారా దత్తాంశాన్ని సేకరించిన వ్యక్తి, సంస్థ లేదా పబ్లికేషన్‌గా అర్థం చేసుకోవచ్చు. అయితే, ఆ దత్తాంశం ఇదివరలో ఎవరూ సేకరించి ఉండరాదు. నీస్‌వేంగర్ (Neiswanger) మాటలలో చెప్పినట్లయితే "ఏ అధికార సంస్థచే దత్తాంశంసేకరింపబడి, విశ్లేషించబడినదో, ఆ సంస్థచే ప్రచురింపబడిన ప్రచురణను ప్రాథమిక మూలాలుగా గుర్తించవచ్చును". 'ద్వితీయ వనరులు' అంటే వారి సొంత ప్రయోజనానికి ఇతర సంస్థలచే, లేక ఇతర వ్యక్తులచే సేకరింపబడి, విశ్లేషింపబడి, సమర్పింపబడిన సమాచారాన్ని అందించే మూలాన్ని ద్వితీయ మూలంగా గుర్తించాలి.

ప్రాథమిక మూలాల నుండి సృష్టింపబడిన దత్తాంశాన్ని ప్రాథమిక దత్తాంశం అంటారు. ద్వితీయ

B R A O U

మూలాల నుండి సేకరించిన దత్తాంశాన్ని ద్వితీయ దత్తాంశం అంటారు. శోధన ప్రక్రియలో మౌలికంగా సేకరించిన దత్తాంశాన్ని ప్రాథమిక దత్తాంశం అంటారు. ఇతరులచే సేకరించబడిన దత్తాంశాన్ని శోధనకు ఉపయోగిస్తే, అది ద్వితీయ దత్తాంశం అవుతుంది.

4.4 ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలకు గల తేడాలు

ప్రాథమిక దత్తాంశానికి, ద్వితీయ దత్తాంశానికి గల తేడాను ఖచ్చితంగా వివరించడం చాలా కష్టం. ఎందువల్లనంటే, ఆ తేడా కేవలం సాపేక్షతేడా మాత్రమే. ఆచార్య హోరేస్ సెక్రిస్ట్ ఈ విధంగా అన్నారు, "ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలకు గల తేడా చాలామటుకు అంతస్తు (degree) తేడా మాత్రమే. ఒకరి చేతిలో ద్వితీయ దత్తాంశంగా ఉన్నది మరొకరి చేతిలో ప్రాథమిక దత్తాంశంగా పరిగణింపబడవచ్చు." ఉదా: సార్వత్రిక విశ్వ విద్యాలయంవారు, వారి అవసరానికి బి.కాం పట్టభద్ర పరీక్షకు వెళ్ళే విద్యార్థుల వివరాలను ప్రత్యక్ష లెక్కింపు పద్ధతిన సేకరించడం జరిగినట్లయితే, ఆ దత్తాంశం విశ్వవిద్యాలయం వారికి ప్రాథమిక దత్తాంశమవుతుంది. ప్రభుత్వముగాని, ఇతర సంస్థగాని, అదే సమాచారం అవసరమై, సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం వారి రికార్డులనుండి సేకరించడం జరిగినట్లయితే, ఆ దత్తాంశం ప్రభుత్వానికి లేక ఇతర సంస్థకి ద్వితీయ దత్తాంశం అవుతుంది. ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాల మధ్యగల తేడా కేవలం సాపేక్ష తారతమ్యమే అయినప్పటికి, కింది విషయాలు ఆ తారతమ్యాన్ని వివరిస్తాయి.

ప్రాథమిక దత్తాంశం	ద్వితీయ దత్తాంశం
1. అసలైనమూలం నుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడం జరుగుతుంది.	అసలైనమూలం నుండి మరొకరు సేకరించిన దత్తాంశాన్ని గణాంక శోధనకి ఉపయోగించుకోవడం జరుగుతుంది.
2. దత్తాంశం దాని రూపంలో మౌలిక స్వభావాన్ని కలిగి ఉంటుంది.	దత్తాంశం శుద్ధి చేసిన రూపంలో ఉంటుంది.
3. గణాంక శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని దృష్టిలో ఉంచుకొని, దానికి తగినట్లుగా, గణాంక ప్రమాణ నిర్వచనాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది.	దత్తాంశ సేకరణ సమయంలో ఉపయోగించిన ప్రమాణాల (units) నిర్వచనాలను, గణాంక శోధన ఉద్దేశ్యానికి స్వీకరించవలసి ఉంటుంది.
4. దత్తాంశ సేకరణ నిమిత్తమై క్రొత్త శోధనా ప్లానును తయారు చేయడమే కాకుండా, అమలు జరుపవలసి ఉంటుంది.	దత్తాంశ సేకరణ పూర్తయి, విధానీకరణ కూడా పూర్తి అయినందున, క్రొత్త శోధనా ప్లానింగ్‌ను తయారు చేయాల్సిన అవసరం లేదు.

అవగాహన ప్రశ్న-1

ప్రాథమిక దత్తాంశానికి, ద్వితీయ దత్తాంశానికి మధ్యగల వ్యత్యాసాలను రాయండి.

BRAOU

4.5 ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలకుగల ప్రయోజనాలు, పరిమితులు

ప్రాథమిక, లేక ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించడానికి ముందుగా, వాటికిగల ప్రయోజనాలను, పరిమితులను తెలుసుకోవడం అవశ్యకం.

ప్రాథమిక దత్తాంశం-ప్రయోజనాలు:

(1) ప్రాథమిక దత్తాంశం శోధన లక్ష్యానికి, ఉద్దేశ్యాలకు తగినట్లుగా, సముచిత మైన, ఖచ్చితమైన, నమ్మదగిన సమాచారాన్ని అందిస్తుంది.

(2) ద్వితీయ దత్తాంశంలాకాక, ప్రాథమిక దత్తాంశం పుస్తకాల నుండి అంకెలను నకలు రాసుకోవడంలో చేయదగిన దోషాలను, తప్పులను నివారిస్తుంది.

(3) ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించడంలో వివిధ పదాలను, శోధన లక్ష్యాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని, దానికి తగినట్లుగా నిర్వచించడం జరుగుతుంది. అందువల్ల, శోధన ఉద్దేశ్యానికై సేకరించిన దత్తాంశాన్ని పూర్తిగా అర్థవంతంగా ఉపయోగించుకోవచ్చు.

పరిమితులు:

(1) ప్రాథమిక వనరులనుండి దత్తాంశ సేకరణ చేయడానికి వివరణాత్మక ప్లానింగ్, అధిక కాల వినియోగంతో ప్లానింగ్‌ను అమలు జరుపడం అవసరమవుతాయి.

(2) దత్తాంశ సేకరణకు సమర్థులైన, శిక్షితులైన, తెలివిగలవారైన, అత్యంత విశ్వాస పాత్రులైన, లౌక్యులైన క్షేత్ర శోధకులను నియమించవలసి ఉంటుంది. అటువంటి శోధకులను ఎంపిక చేయడానికి దత్తాంశ సేకరణ చేసే సంస్థకు ఆర్థిక ఒత్తిడి లేక భారంతో సహా, వివిధ కష్టనష్టాలు ఏర్పడే అవకాశం చాలా ఉంది.

(3) ప్రాథమిక దత్తాంశ విశ్వాసం శోధకుని నిజాయితీ, విశ్వాసపాత్రత, చిత్తశుద్ధిపైన మాత్రమే కాక, సమాచారకులు (informants) అందించే సహకారము పైన కూడా ఆధారపడి ఉంటుంది. తరచుగా, శోధకులు చిత్తశుద్ధి లేకుండా సున్నితమైన ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడంలో ప్రత్యుత్తరధారుల (respondents) సహకారం లేకపోతే, సేకరించబడిన దత్తాంశం తప్పు దోవను పట్టించే సమాచారాన్ని అందించే అవకాశం లేకపోలేదు.

ద్వితీయ దత్తాంశం-ప్రయోజనాలు :

(1) ఇదివరకే సేకరింపబడి, విశ్లేషింపబడి ఉండుటచేత, ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని సమీకరించుకోవడం

(gather) చాలా సౌకర్యవంతమైన వవి.

(2) కాల, ద్రవ్య వనరుల పరిమితి కారణంగా వ్యక్తులు లేక ప్రైవేటు సంస్థలు, జనాభా లక్షణాలు, వంట నమూనాల వంటి వ్యవహారాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సేకరించడం వీలుపడదు. అటువంటి దత్తాంశాన్ని ద్వితీయ వనరులకు ఉపయోగించవలసి ఉంటుంది.

(3) కాలం, ద్రవ్యం, శ్రమల దృష్ట్యా ద్వితీయ దత్తాంశ సేకరణ చాలా పొదుపుగా చేయవచ్చు.

పరిమితులు :

(1) దత్తాంశాన్ని నిర్దిష్ట ప్రయోజనానికి సేకరించి ఉన్నప్పుడు, ఆ దత్తాంశం ప్రస్తుత గణాంక శోధనకు సముచితం కాకపోవచ్చు.

(2) దత్తాంశ సేకరణ సమయంలో ఉద్దేశించిన ఖచ్చితత్వం, ప్రస్తుత శోధనకై అవసరమైన ఖచ్చితత్వం ఒకటి కాకపోవచ్చు. ఆ రెండూ వేరైనపుడు, ద్వితీయ దత్తాంశం సముచితము కానిది అవుతుంది.

(3) దత్తాంశసేకరణలో, సేకరించే సంస్థ లేక వ్యక్తి; పక్షపాతంతో గూడిన, పక్షపాతంతో గూడని తప్పులను చేసే అవకాశం ఉంది. అందువల్ల ద్వితీయ దత్తాంశము విశ్వసనీయమైనది కాదు.

(4) ద్వితీయ దత్తాంశములో ఉపయోగించిన పదాలు, నిర్దేశములు ప్రస్తుత శోధనకు అన్ని వేళలా ఉపయోగ పడక పోవచ్చును.

4.6 ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాల మధ్య ఎంపిక

ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలకు గల సాపేక్ష ప్రయోజనాలు, లోపాలు పరిగణించిన తరువాత, శోధకుడికి సముచితమైన దత్తాంశాన్ని ఎంపిక చేసే సమస్య ఎదురౌతుంది. సాధారణంగా, ద్వితీయ వనరులద్వారా శోధన ఉద్దేశ్యానికీ, విశ్లేషణకీ సముచితమైన దత్తాంశం లభ్యం కానప్పుడు, ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ఈ రోజులలో ఎక్కువగా ద్వితీయ దత్తాంశాన్నే ఉపయోగిస్తున్నారు. ఎందువల్లనంటే, వివిధ శోధన రంగాలలో ఈ దత్తాంశం లభిస్తున్నది. అయినప్పటికీ ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలు రెండూ ఒకదానికొకటి సంబంధం లేని పద్ధతులుకావు. చాలా శోధనలలో, ఈ రెండు వనరుల నుండి సేకరించిన దత్తాంశాలను ఒకదానికొకటిని పూరకాలుగా ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ఒక నిర్దిష్ట దత్తాంశ వనరులను ఎంపిక చేయడం లేదా రెంటినీ మలుచుకోవడం అనేది ఈ క్రింది కారకాలపైన ఆధారపడి ఉంటుంది.

i) శోధన స్వభావం, ఉద్దేశ్యం, పరిధి: ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలలో ఒక దానిని ఎంపిక చేసుకోవడం శోధన స్వభావం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. శోధన స్వభావం ప్రకారం, సమాచార సేకరణ, జనాభా లెక్కల పద్ధతిన ప్రతియూనిట్‌ను పరిగణనలోకి తీసుకోవాలని ఉంటే, ప్రాథమిక దత్తాంశం తగినదై ఉంటుంది. దత్తాంశ వనరులను ఎంపిక చేసుకోవడంలో, శోధన ఉద్దేశం, పరిధి కూడా ఆధారాలవుతాయి. ఎందుకంటే, ఎంపిక చేసిన వనరులను బట్టి, శోధన ఉద్దేశానికి దత్తాంశం సముచితమైనదీ, లేనిదీ, తగినదీ, లేనిదీ, చెప్పవచ్చును. శోధన పరిధి కనుక పెద్దదైనట్లయితే, ప్రాథమిక దత్తాంశం పైన ఎక్కువ నిబంధనలను ప్రకటించవలసి ఉంటుంది.

BRAOU

ii) ఆర్థిక వనరుల లభ్యత: దత్తాంశ వనరుల ఎంపిక, ఆర్థికవనరుల లభ్యతపైన కూడా బాగా ఆధారపడి ఉంటుంది. ప్రాథమిక దత్తాంశ సేకరణకు చాలా పెద్ద మొత్తాలలో సొమ్ము వాడవలసి ఉంటుంది. ప్రాథమిక దత్తాంశ సేకరణ ప్లానింగ్ చేయడానికీ, నమూనాలను తయారు చేయడానికీ, శోధకులకు శిక్షణనివ్వడానికీ, వివిధ కార్యక్రమాలను వ్యవస్థీకరించడానికీ, చాలా డబ్బు కావలసి ఉంటుంది. ద్వితీయ దత్తాంశానికి ఈ ఇబ్బంది లేకుండా ప్రతిదీ సిద్ధపరచి ఉంటుంది. అందువల్ల, ఆర్థిక సమస్య తీవ్రంగా పరిణమించదు. కనుక ఆర్థిక వనరుల కొరత ఏర్పడినపుడు, ద్వితీయ దత్తాంశానికి అధిక్యతను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఆర్థిక వనరుల కొరత లేక, కొల్లలుగా ద్రవ్యమున్నపుడు, విశ్వసనీయతను, ఖచ్చితత్వాన్ని గలిగిన ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని ఎంపిక చేయడం మంచిది.

iii) కాల లభ్యత (Availability of time): గణాంక శోధనలన్నింటిలోను చాలా క్లిష్టమైన కారకం కాలం. గణాంక శోధన జరపడానికీ, దత్తాంశ సేకరణ చేయడానికీ, కాలం ఎంత ఉన్నదీ, దృష్టిలో ఉంచుకొని, దత్తాంశ వనరులకు సంబంధించిన నిర్ణయం తీసుకోవాలి. ఒక్కొక్కసారి, కొన్ని గణాంక శోధనలను జరిపి అంతిమ ఫలితాలను విధానీకరించి సమర్పణ చేసేటప్పటికి, గణాంక శోధన ధ్యేయానికి కాలదోషం పట్టవచ్చు. ఉదాహరణకు, ఒక కంపెనీకి వేసవికాలంలో ఏయిర్ కూలర్ల డిమాండు ఎంత ఉంటుందో కనుక్కోవలసి ఉండి, దేశం మొత్తంలో గల ప్రత్యుత్తరదారులనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడం మొదలు పెడితే, ప్రాథమిక వనరుల నుండి దత్తాంశ సేకరణ పూర్తి అయ్యే సమయానికి ఋతువు మారిపోయి వర్ష ఋతువు వచ్చిందనుకొంటే, ఇక శోధన జరిపి ప్రయోజనం ఏమిటి? అందువల్ల కాలం తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని ఎంపిక చేయడం శ్రేయస్కరం కాదు. ప్రయోజనకారికూడా కాదు. ద్వితీయ దత్తాంశమే సముచితమై ఉంటుంది.

iv) కావలసిన యధార్థత (Accuracy desired): దత్తాంశంలో ఎంత వరకు సమగ్రత (precision) అవసరమో దానిని బట్టి కూడా దత్తాంశ వనరులను ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. అత్యంత అధికమైన యధార్థత గణాంక శాస్త్రంలో అసాధ్యమైనప్పటికీ, వీలయినంత యధార్థతను, దత్తాంశం సాధించ వలసి ఉంటుంది. దానికి గల వివిధ పరిమితుల కారణంగా, ద్వితీయ దత్తాంశం శోధనకవసరమైన, అత్యంత అధికమైన యదార్థతను ఇవ్వదు. ప్రాథమిక దత్తాంశం పద్ధతి ప్రకారం సేకరింపబడినట్లయితే, ఎక్కువ యదార్థతను అందిస్తుంది. అందువల్ల, ఏ గణాంక శోధనలకైతే, అత్యధిక యదార్థత స్థాయి అవసరమవుతుందో, వాటికి ప్రాథమిక దత్తాంశం బాగా ఉపయోగపడుతుంది.

v) దత్తాంశాన్ని సేకరించే సంస్థ స్వభావం: సేకరించేసంస్థ ప్రభావం వనరుల ఎంపిక పైన చాలా ఉంటుంది. ప్రభుత్వ సంస్థ దత్తాంశాన్ని సేకరించే కార్యక్రమాన్ని చేపట్టినట్లయితే, అత్యధిక వ్యయాన్ని భరించగలిగే శక్తి ఉంటుంది కనుక, ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని ఎంపిక చేయవచ్చు. కాగా, వ్యక్తిగానీ, ప్రైవేటు సంస్థకాని శోధనను జరుపుతూ ఉన్నట్లయితే, వారు దత్తాంశాన్ని విస్తృత భౌగోళిక ప్రాంతాలనుండి సేకరించ వలసి ఉంటే, డబ్బు కొరత కారణంగా, కాలం కొరతకారణంగా, భారీ ఎత్తున చేపట్టే సామర్థ్యలోపం కారణంగా, ద్వితీయ వనరులను ఎక్కువ నమ్మవలసిన అగత్యం ఏర్పడుతుంది. అయితే, దత్తాంశాన్ని కేవలం ఒక చిన్న ప్రాంతంనుండి, ప్రతిచయన పద్ధతిన, సేకరించవలసి ఉన్నప్పుడు, ప్రాథమిక వనరులను విరివిగా ఉపయోగించుకోవచ్చు. అయితే, ఏ దత్తాంశ మూలమైనప్పటికీ (source), శోధన ధ్యేయాన్ని పూర్తిగా సాధించడానికి వీలుకల్పించలేక పోవచ్చు. ప్రతి దత్తాంశ (వనరులకు) మూలానికి గల పరిమితులను పరిగణనలోకి తీసుకుంటూ, దత్తాంశ సేకరణ చేసే సమయంలో రెండు రకాల వనరుల మధ్య సాయుధ్యాన్ని సమకూర్చ గలగాలి.

BRAOU

4.7 ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే పద్ధతులు

i. మౌఖిక చర్చా పద్ధతి.

ii. పరోక్ష మౌఖిక ఇంటర్‌వ్యూ.

iii. విలేఖరుల ద్వారా సమాచారం.

iv. ప్రశ్నావళులు (Questionnaires).

v. షెడ్యూళ్ళు (Shedules).

i. **మౌఖిక చర్చా పద్ధతి (Direct Personal Interview):** ఈ పద్ధతిలో జవాబునిచ్చే వ్యక్తులతో వ్యక్తిగత సంప్రదింపులు జరపడం ద్వారా శోధకుడు ంశాన్ని సేకరిస్తాడు. ఈ పద్ధతి ప్రత్యేకంగా, గుణాత్మక నడవడికలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని దానికి చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. ఈ పద్ధతిలో శోధకుడు వ్యక్తిగతంగా జవాబునిచ్చే వ్యక్తుల ప్రతిక్రియలను (reactions) పరిశీలించి, వారి మనోవైఖరిని నిర్ధారణచేయడానికి వీలవుతుంది. ఈ పద్ధతిలో శోధకుడు ఎటువంటి పక్షపాతాన్ని చూపకపోయినట్లయితే, సరి అయిన, విశ్వసనీయమైన సమాచారాన్ని పొందేందుకు వీలవుతుంది. అదనంగా, ఈ పద్ధతి విజయవంతం కావడానికి, శోధకుడికి కింది లక్షణాలు ఉండాలి.

(a) జవాబునిచ్చే వ్యక్తుల నుండి విశ్వసనీయమైన దత్తాంశాన్ని రాబట్టగలిగే నైపుణ్యం ఉండాలి. కొన్నిసార్లు, వ్యక్తిగత విషయాలకు చెందిన దత్తాంశం ప్రత్యక్షంగా, తేలికగా వెల్లడికాదు. అటువంటి సమయాలలో, శోధకుడు తన తెలివితేటలను, నైపుణ్యాన్ని ఉపయోగించి జవాబులిచ్చే వ్యక్తితో సరదాగా కబుర్లు చెపుతూ, సహజధోరణిలో, వారిని నొప్పించకుండా కావలసిన సమాచారాన్ని రాబట్టాలి.

(b) జవాబునిచ్చే వ్యక్తులను క్రాసు పరీక్ష జరిపినపుడు లేదా వారిని బాగా పొగిడినపుడు, వారిచ్చే సమాధానాలు, అసలు దత్తాంశంనుండి వైవిధ్యాన్ని పొంది ఉంటుంది. అటువంటి పరిస్థితులలో, శోధకుడు సరి అయిన, అసలైన దత్తాంశాన్ని కనుక్కోవడానికి యుక్తిపరుడై, కౌశల్యముగలవాడై ఉండాలి. అవి లోపించినట్లయితే, అనవసర సమాచారాన్ని సేకరించే అవకాశం ఉంది.

(c) శోధకుడికి మతం మీద, కులం మీద, రంగుమీద, సెక్స్, వగైరాలమీద కఠిన నమ్మకాలు ఉండరాదు.

(d) శోధకుడు నమ్రతను కలిగి, మర్యాద [illegible]నవాడై, జవాబునిచ్చే వారి మనస్తత్వాన్ని బట్టి తన్నుతాను సర్దుబాటు చేసుకోగలవాడై ఉండాలి. జవాబునిచ్చే వారి ప్రాంతంలోని పరిస్థితులను స్వయంగా తెలుసుకున్నవాడై ఉండాలి.

(e) శోధకుడు పక్షపాతాన్ని, పూర్వనిర్ధారిత అభిప్రాయాలను గలిగి ఉండరాదు. అవి యథార్థ దత్తాంశాన్ని సేకరించడాన్ని నిరోధిస్తాయి.

ప్రయోజనాలు: మౌఖిక చర్చ పద్ధతికి ఈ కింది ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి.

(a) ఈ పద్ధతి, జవాబునిచ్చే వ్యక్తులతో ముఖాముఖిన జరిపే పరస్పర చర్యలద్వారా శోధకుడు

BRAOU

అసలైన, యథార్థమైన, కావలసిన, సముచితమైన, సరైన సమాచారాన్ని సేకరించేందుకు తోడ్పడుతుంది.

(b) ప్రశ్నలలో వ్యక్తిగత స్వరాన్ని కలిగిన వాటికి జవాబిచ్చే వ్యక్తులు పక్షపాత సమాచారాన్ని అందించే అవకాశం ఉంది. మౌఖిక చర్చా పద్ధతి ఈ అసత్యాన్ని నివారించేందుకు తోడ్పడుతుంది. ఎందుకంటే, ఈ పద్ధతిలో శోధకుడు నైపుణ్యంతో, తెలివితేటలతో వారికి శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని వివరించడం ద్వారా, సరి అయిన సమాచారాన్ని రాబట్టే అవకాశం ఉంది.

(c) ఈ పద్ధతిలో శోధకుడు జవాబిచ్చే వ్యక్తుల భాషనుబట్టి తగినట్లుగా, తన భాషను మార్చుకొని వారితో మౌఖిక చర్చ జరపడం ద్వారా కావలసిన దత్తాంశాన్ని పొందేందుకు వీలుంది.

(d) ఈ పద్ధతి నిర్వహింపదగినదై ఉంటుంది. కావలసిన సమాచారాన్ని రాబట్టడానికి, దత్తాంశ సేకరణ ప్రక్రియలో అవసరమైన సర్దుబాట్లు చేయవలసి ఉంటుంది.

లోపాలు: ఈ పద్ధతిలో కొన్ని పరిమితులు కూడా ఉన్నాయి.

(a) ఈ పద్ధతి శోధన పరిధి పరిమితంగా ఉన్న పరిస్థితిలో మాత్రమే పనికివస్తుంది. శోధనపరిధి విస్తృతమైనకొద్దీ, ఈ పద్ధతి ఉపయోగం పరిమితమవుతుంది. ఎందుకంటే, ఈ పద్ధతి కాలయాపన, వ్యయ ప్రయాసలతో కూడుకొన్నది.

(b) మౌఖిక చర్చా పద్ధతిని శోధకుని వ్యక్తిగత పక్షపాతాన్నిబట్టి ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ఈ విషయంలో ఆచార్య W.I. కింగ్ ఇలా అన్నారు. "ఈ విధమైన విచారణ వ్యక్తిగత పర్యవేక్షణ వల్ల అదనపు యథార్థతను ఇవ్వగలిగినప్పటికీ, పూర్తి ప్రాతినిధ్యం వహించేటంత, కూలంకషంగా వివరించడం జరగదు. పైగా, వ్యక్తి గత అంశాన్ని ఎక్కువగా ప్రతిబింబించి, యథార్థతకు దూరంగా ఉంటుంది. శోధకుల పక్షపాత ధోరణి, అభిరుచులు అతి తరచుగా ఏర్పడి వారికి తెలియకుండానే, నిర్ణయాలను తప్పుదోవను పట్టిస్తాయి".

(c) దత్తాంశ సేకరణకు ముందు శోధకుడు తగినంత శిక్షణ పొంది ఉండకపోతే, వారికి నైపుణ్యం, తెలివితేటలు, నిజాయితీ, ధైర్యం, మేధస్సు వంటి ముఖ్య లక్షణాలు లేకపోయినట్లయితే, ముఖాముఖి దత్తాంశ సేకరణ పద్ధతిలో తగిన దత్తాంశం దొరకదు.

ఈ పద్ధతి ప్రాంతాల దృష్ట్యా పరిమిత పరిధిని కలిగిన శోధనలకు, ద్రవ్యం, కాలం, వ్యక్తుల సామర్థ్యాలచే సమర్థింపబడిన శోధనలకు తగినదై ఉంటుంది.

(ii) **పరోక్ష మౌఖిక ఇంటర్వ్యూ (indirect Oral Interview):** సేకరించ దలిచిన దత్తాంశం సంకీర్ణమై, సమాచారాన్నిచ్చే వ్యక్తులు సమాచారాన్ని ప్రత్యక్షంగా అందించడానికి వ్యతిరేకులై, ఇష్టపడనివారై ఉన్నప్పుడు, పరోక్ష మౌఖిక ఇంటర్వ్యూ పద్ధతిని అవలంబించాలి. ఈపద్ధతిలో, శోధకుడు ఎవరి గురించి సమాచారాన్ని సేకరిస్తున్నాడో వారిని నేరుగా కలవకుండా వారితో సంబంధమున్న, వారి సమస్యలను గూర్చి తెలిసియున్న ఇతర వ్యక్తులను లేక సంస్థలను ప్రశ్నించడం ద్వారా ఇంటర్వ్యూ జరపడం జరుగుతుంది. కింది పరిస్థితులలో ఈ పద్ధతిని విజయవంతంగా ఉపయోగించవచ్చు.

a) శోధకుడు పరోక్షంగా సంప్రదించబోయే వ్యక్తులకు శోధన విషయానికి సంబంధించి జవాబునిచ్చే పరిజ్ఞానం ఉండాలి.

BRAOU

b) శోధకుడు అవసరమైన తెలివిని, జ్ఞానాన్ని, నైపుణ్యాన్ని, నిజాయితీని, ధైర్యాన్ని, కలిగి ఉండాలి.

c) పక్షపాత సమాచారాన్ని రాబట్టే ఉద్దేశ్యంతో శోధకుడు ఉపయోగించిన యుక్తులచే సమాచారం ఇచ్చే వ్యక్తులు ప్రభావితులు కారాదు.

ప్రయోజనాలు: ఈ పద్ధతిలో దత్తాంశ సేకరణ చేయుడంవల్ల కింది ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి.

a) ముఖాముఖి వ్యక్తిగత సంప్రదింపుల పరిస్థితిలో దత్తాంశ సేకరణ చేయుడం వల్ల, శోధకుడు తగిన, సముచితమైన, ఖచ్చితమైన సమాచారం పొందగలడు.

b) ఈ పద్ధతిలో విస్తృతంగా వివిధ ప్రాంతాలను లెక్కలోకి తీసుకోవడమేకాక, తక్కువ కాలం, తక్కువ ద్రవ్యంతో శోధన జరుపవచ్చు.

c) శోధన మరింత సమర్ధవంతంగాను, సరైనదిగానూ జరుపుటకు అవసరమైన నిపుణుల అభిప్రాయాన్ని సేకరించవచ్చు.

లోపాలు: ఈ పద్ధతిలో కింది లోపాలు ఉన్నాయి.

a) ఈ పద్ధతిద్వారా సేకరించిన దత్తాంశం పరోక్ష స్వభావాన్ని కలిగి ఉంటుంది. కనుక, శోధకుల, సమాధానం ఇచ్చే వ్యక్తుల వ్యక్తిగత కారకాల మీద దత్తాంశం ఖచ్చితత్వం ఆధారపడి ఉంటుంది.

b) ప్రత్యక్ష పర్యవేక్షణ లేని కారణాన, దత్తాంశంలో రెస్పాండెంట్‌ల, శోధకుల వ్యక్తిగత పక్షపాతాన్ని చొప్పించేందుకు వీలవుతుంది.

ఈ పద్ధతి రెండు పరిస్థితులలో తగినదై ఉంటుంది. (a) అసలైన వనరుల నుండి దత్తాంశాన్ని పొందే వీలు లేనప్పుడు. (b) రెస్పాండెంట్‌లను ప్రత్యక్షంగా సంప్రదించడం ద్వారా, తగిన ఖచ్చితమైన దత్తాంశాన్ని శోధకుడు పొందలేని స్వభావంగల దత్తాంశమైన సమయంలో.

(iii) **విలేఖరుల ద్వారా సమాచారం:** ఈ పద్ధతిలో వివిధ ప్రాంతాలలో దత్తాంశ సేకరణ నిమిత్తమై, విలేఖరులు అనబడే వ్యక్తులను నియమించడం జరుగుతుంది. ఈ విలేఖరులు క్రమ బద్ధంగా సమాచారాన్ని సేకరించి, వారి కేంద్రీయ కార్యాలయానికి తరువాత విధానీకరణకు (processing), విశ్లేషణకు పంపిస్తారు. ఈ విలేఖరులకు సాధారణంగా నిర్దిష్ట జీతం చెల్లించడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతిలో కింది ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి.

(a) దత్తాంశ సేకరణ పొదుపుగా అవ్వడమే కాక, విస్తృత ప్రాంతాన్ని పరిగణనలోకి తీసుకుంటుంది.

(b) దత్తాంశాన్ని క్రమబద్ధంగా సేకరించడం జరుగుతుంది కనుక, అవిచ్ఛిన్నత ఉంటుంది.

ఈ పద్ధతిలో కింది పరిమితులు ఉంటాయి.

(a) విలేఖరుల వ్యక్తిగత పక్షపాతం దత్తాంశ యదార్ధతను, పర్యాప్తతను (adequacy) ప్రభావితం

చేస్తుంది.

(b) దత్తాంశాన్ని విలేఖరులు నివేదించడంలో (report) నిర్లక్ష్యం చూపవచ్చు.

(c) వివిధ విలేఖరులు వివిధ పద్ధతులలో దత్తాంశాన్ని సేకరించినట్లయితే, దత్తాంశ సేకరణలో ఏకరూపత లోపించవచ్చు.

ఈ పద్ధతిని: (a) ఎక్కడైతే సమాచార ప్రవాహం ఎడతెరిపి లేకుండా అవసరమవుతుందో అక్కడ, (b) అత్యధిక స్థాయిలో యథార్థత అవసరంలేని చోట అంటే విచారణకు ఉజ్జాయింపుగా చేసిన అంచనాలు సరిపోతాయో అక్కడ బాగా ఉపయోగిస్తారు.

(iv) ప్రశ్నావళులు (Questionnaires): ప్రశ్నావళి ద్వారా దత్తాంశ సేకరణ చేయడం చాలా ముఖ్యమైనదేకాక, బహుళ ప్రచారంలో ఉన్నది. ఈ పద్ధతిలో శోధనకు అవసరమైన దత్తాంశాన్ని సేకరించే ఉద్దేశ్యంతో తయారు చేసిన వివిధ ప్రశ్నలను కలిగిన ప్రత్యేక నమూనా పత్రసహాయంతో దత్తాంశాన్ని సేకరించడం జరుగుతుంది. ఆ నమూనాను 'ప్రశ్నావళి' అంటారు. కనుక ప్రశ్నావళి అంటే, "ఒక సమస్యకు సంబంధించిన, ముఖ్యమైన, పొసగిన ప్రశ్నల జాబితాను కలిగిన ముద్రిత నమూనా అని చెప్పవచ్చు". సూక్ష్మంగా చెప్పాలంటే ప్రశ్నావళి అంటే నిర్దిష్టమైన నమూనాలో గల ప్రశ్నల జాబితా. ఆ జాబితాకు సమాధానాలు రెస్పాండెంటులు భర్తీ చేయవలసి ఉంటుంది. ఈ ప్రశ్నావళులను పోస్టు ద్వారా రెస్పాండెంటులకు పంపి, వాటిని భర్తీచేసి తిప్పిపంపవలసినదిగా, శోధకుడు కోరుతూ ఒకలేఖ కూడా వ్రాయడం జరుగుతుంది. అవసరమైతే, రెస్పాండెంట్లకు, వారినుండి సేకరించిన దత్తాంశం గుప్తంగా ఉంచబడుతుందని హామీని ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. ఈ పద్ధతికి కింద ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి.

(a) ఈ పద్ధతి విస్తృత భౌగోళిక ప్రాంతాలను ఆవృతం (cover) చేయగలదు.

(b) ఈ పద్ధతి సాపేక్షికంగా పొదుపైనది. ఎందువల్లనంటే, ద్రవ్యం, కాలం, ఉద్యోగుల వంటి వనరులను తక్కువగా వినియోగించడం జరుగుతుంది.

(c) ఇల్లెర్‌సిక్ (Illersic) మాటలలో చెప్పాలంటే ఈ పద్ధతిలో గల గొప్ప ప్రయోజనం ఏమిటంటే, అతి తక్కువ వ్యయంతో పెద్ద పరిమాణంలో విచారణను జరుపవచ్చు.

(d) రెస్పాండెంట్‌ల నుండి మౌలిక దత్తాంశాన్ని సేకరించ గలుగుతాడు శోధకుడు.

(e) దత్తాంశాన్ని ఈ పద్ధతిలో అవిచ్ఛిన్నంగా సేకరించవచ్చు.

(f) ప్రశ్నావళులను రెస్పాండెంట్లు తమంతట తామే భర్తీ చేస్తారు. కనుక, శోధకుని వ్యక్తిగత పక్షపాతానికి తావులేదు.

(g) అత్యంత అధిక పరిధిని ఆవృతమై (covers) ఉన్న కారణాన, ప్రశ్నావళి పద్ధతి అధిక యథార్థతను గలిగి ఉంటుంది.

అయితే, ఈ పద్ధతిలో కూడా లోపాలు లేకపోలేదు.

BRAOU

a) ప్రశ్నావళులను కేవలం అక్షరాస్యులకు మాత్రమే ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. కనుక, ఈ పద్ధతి కేవలం అక్షరాస్యులకు మాత్రమే పరిమితమై ఉంటుంది.

b) చాలామంది రెస్పాండెంట్లు వారికి పంపిన ప్రశ్నావళులను భర్తీచేసి, బట్వాడా చేయరు. ఒక్కొక్కసారి, వారు తలా తోకాలేని సమాధానాలను, అసంపూర్ణసమాధానాలను, తెలివితక్కువ సమాధానాలను రాసి పంపుతారు.

c) కొన్నిసార్లు, రెస్పాండెంట్లు అసత్యసమాచారం ఇవ్వవచ్చు. ఈ అసత్యాలను వ్యక్తిగతంగా అరికట్టే అవకాశం లేదు. ఎందుకంటే ఈ పద్ధతిలో శోధకుడికి రెస్పాండెంట్లతో వ్యక్తిగత పరిచయం ఉండదు.

(d) ఈ పద్ధతి మార్చడానికి వీలుగలదై (flexible) ఉండదు. ఒకసారి ప్రశ్నావళిని బట్వాడా చేసిన తరువాత, శోధకుడికి, వాటిపై వచ్చే జవాబులపై ఎటువంటి నియంత్రణ ఉండదు. వ్యక్తిగత ఇంటర్వ్యూలోవలె, సమాధానం చెప్పని ప్రశ్నలకు, పాక్షికంగా సమాధానం చెప్పిన ప్రశ్నలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని రాబట్టడానికి, ఉపప్రశ్నలను అడిగేందుకు వీలు లేదు.

ఈ ప్రశ్నావళి పద్ధతి a) రెస్పాండెంట్‌లను శాసనాత్మకంగా దత్తాంశాన్ని ఇవ్వమని ఆదేశించే అధికారంగల ప్రభుత్వ ఏజన్సీలకు, b) ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని పొందవలసి ఉన్నపుడు లేదా ద్వితీయ దత్తాంశపు యధార్థతను సరిచూసుకోవడానికి c) రెస్పాండెంట్‌లు బాగా విద్యావంతులైనపుడు తగినదై ఉంటుంది. సేకరించవలసిన దత్తాంశం సంకీర్ణమై, రహస్యంగా ఉంచదగినదైనపుడు ఈ పద్ధతి తగినది కాదు.

ప్రశ్నావళి నమూనా

"క్రమబద్ధమైన మార్కెట్లలో అమ్మకపు పద్ధతి, ధర నిర్ణయాల గురించి సమాచారాన్ని సేకరించడానికై రైతులకు ఉద్దేశించిన ప్రశ్నావళి".

గ్రామం .... మార్కెట్ కమిటీ ....

(A) వ్యక్తిగత భోగట్టా

1. పేరు ....

2. వయస్సు ....

3. కులం BC/SC/ST/సాధారణం.

4. విద్య, అర్హతలు ....

5. వృత్తి:

a) ప్రాథమిక ....

b) ద్వితీయ ....

6. కుటుంబ పరిమాణం.

BRAOU

(A) i) వయోజనులు ....

ii) పిల్లలు ....

(B) i) సంపాదించే సభ్యుల సంఖ్య ....

ii) ఆధీనులు ....

7. భూకమతాలు (ఎకరాలలో) వివరాలు

	మెట్ట	మాగాణి	మొత్తం
(a) సొంత భూమి	....	....	....
(b) సాగుచేసిన భూమి (కౌలుకు తీసుకున్న దానితోసహా, కౌలు కిచ్చినది వదిలివేయగా)	....	....	....

(B) అమ్మే విధానం, ధరనిర్ణయం

(తగిన సమాధానాన్ని టిక్కు మార్క్ ద్వారా గుర్తించండి)

(8) a) మార్కెట్టులో ప్రస్తుత అమ్మకపు విధానంతో మీరు సంతృప్తి చెందినారా? — ఔను/లేదు

b) సంతృప్తి పొందక పోయినట్లయితే ప్రస్తుత విధానం లో లోపాలు ఏమిటి?

c) తగిన అమ్మకపు విధానాన్ని సూచించండి.

సూచన: (b), (c)లకు స్థలం చాలకపోతే, వేరే పేజీలో రాసి, జతపరచండి.

9. ప్రస్తుత వేలంపాట విధానంతో మీరు సంతృప్తి పొందినారా? — ఔను/లేదు

(a) వేలంపాట కాలాలు మీకు వీలుగా ఉన్నాయా?

b) సంతృప్తి పొందకపోతే కారణాలు ఏమిటి?

10. మార్కెట్‌లో వేలంపాట ప్రకటనను మీరు వింటారా? — ఔను/లేదు

11. మార్కెట్‌లో ప్రవేశించిన తరువాత, ధర విషయంలో మార్కెటు అధికారులను మీరు సంప్రదిస్తారా? — ఔను/లేదు

12. వేలంపాటకు వర్తకులు వెనువెంటనే మీవద్దకు వస్తారా? — ఔను/లేదు

13. వేలంపాట, ఎల్లప్పుడూ, అధికారులు సమక్షంలో జరుగుతుందా? — ఔను/లేదు

14. a ప్రతిపాదించిన ధర మీకు సంతృప్తికరంగా లేకపోతే, మీరు ఏంచేస్తారు?

i) చలామణిలో ఉన్నధరలో అమ్ముతారు. ( )

ii) పంటను వెనక్కి తీసుకుపోతారు. ( )

iii) మార్కెట్ గిడ్డంగులను ఉపయోగించుకుంటారు. ( )

iv) కమీషన్ ఏజంటువద్ద ఉంచుతారు. ( )

15. a) మార్కెటులో ప్రతిపాదింపబడే ధరలు సముచితమైనవనీ, సరసమైనవనీ మీరు భావిస్తున్నారా? — ఔను/లేదు

b) మీరు భావించకపోతే, అవి

i) ఉత్పత్తి వ్యయంకంటే తక్కువ. ( )

ii) ఉత్పత్తి వ్యయానికి సమానం ( )

iii) ఉత్పత్తి వ్యయంకన్న స్వల్పంగా ఎక్కువేకానీ, లాభసాటికాదు. ( )

16. ముఖ్యమైన వస్తువులకు ప్రభుత్వంచే నిర్ణయించిన — ఔను/ లేదు

BRAOU

ఆలంబనధర (support price) గూర్చి మీకు తెలుసా?

17. a) మార్కెట్‌లో ధరలను కృత్రిమంగా పెంచడం జరుగుతున్నదని మీరు అనుమానిస్తున్నారా? — ఔను /లేదు

b) మీరు అనుమానిస్తున్నట్లయితే, అందుకుగల కారణాలు ఏమిటి?

18. a) మీరు పంటను ఎప్పుడైనా సంస్థకు సంబంధించిన కొనుగోలుదార్లకు అమ్మారా? — ఔను /లేదు

b) అమ్మినట్లయితే, మీ అనుభవాలను తెలియజేయండి.

19. a) వ్యవసాయక మార్కెట్ సంఘం (ఏ.యమ్.సి.) వారి సేవలను గురించి మీ అభిప్రాయం.

i) చాలా బాగున్నాయి. ( )

ii) బాగున్నాయి. ( )

iii) సంతృప్తికరంగా ఉన్నాయి. ( )

iv) బాగాలేవు. ( )

v) ఏమీ బాగాలేవు. ( )

b) మీ అభిప్రాయానికి కారణాలు తెలియజేయండి.

20. ప్రశ్నావళిలో ఇమిడిలేనప్పటికీ, మీరు చెప్పదలుచుకున్న విషయాలు

(v) షెడ్యూళ్ళు: యధార్ధమైన, తగిన జవాబును రాబట్టడానికి ప్రశ్నావళి పద్ధతికి పూరకంగా పరిగణింపబడే దత్తాంశసేకరణ పద్ధతి "షెడ్యూళ్ళ పద్ధతి". ఈ పద్ధతిలో దత్తాంశాన్ని షెడ్యూళ్ళద్వారా సేకరించడానికి పరిగణకులను (enumerators) నియమించడం జరుగుతుంది. పరిశోధించబడే సమస్యకుచెందిన నిర్దిష్ట ప్రశ్నలను కలిగి ఉన్న నమూనాను "షెడ్యూల్" అంటారు. షెడ్యూళ్లను రెస్పాండెంట్‌లకు అందివ్వక, వారిని వ్యక్తిగతంగా ప్రశ్నించి, వారి సమాధానాలను పరిగణకులు రికార్డుచేసుకోవడం జరుగుతుంది.

షెడ్యూళ్ళ పద్ధతికి కింది ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి.

a) రెస్పాండెంట్‌లతో పరిగణకులకు వ్యక్తిగత పరిచయం ఉంటుంది. కనుక, విశ్వసనీయమైన, యధార్ధమైన దత్తాంశాన్ని పొందవచ్చు.

b) విద్యావంతులుకాని వ్యక్తులనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి ఈ పద్ధతిని సులభంగా అన్వయించవచ్చు.

c) షెడ్యూళ్లలో రూపొందించిన ప్రశ్నలకే పరిమితమై, రెస్పాండెంట్‌లను ప్రశ్నించ వలసి ఉంటుంది. కనుక, పరిగణకుని వ్యక్తిగత పక్షపాతం దత్తాంశాన్ని తగినంత ప్రభావితం చేయలేక పోవచ్చు.

d) పరిగణకులు రెస్పాండెంట్‌లకుగల సంశయాలను నివృత్తిచేయగలరు. వారిని సమాచారాన్ని అందించేటట్లుగా ఒప్పించగలరు. కనుక, జవాబు రాకపోవడం అనే సమస్యను తగ్గించగలుగుతారు ఈ పద్ధతిలో.

ఈ పద్ధతికి కింది లోపాలు లేకపోలేదు.

a) రెస్పాండెంట్‌లను ప్రత్యక్షంగా కలవడంవల్ల కాలం వృథా ఔతుంది.

b) ఈ పద్ధతిలో పరిగణకులను ఎంపిక చేసి, శిక్షణ ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. ఇది చాలా ఖరీదైన

BRAOU

పని.

c) ఈ పద్ధతి విజయం పరిగణకుల నైపుణ్యం, సుశిక్షణ, మేధస్సుపైన ఆధారపడి ఉంటుంది.

షెడ్యూళ్ళ పద్ధతి (a) నిరక్షరాస్యులైన ప్రజలనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించవలసి నపుడు, తగినదై ఉంటుంది. పైగా, ఈ పద్ధతి విస్తృతంగా అందరిచే అంగీకరింపబడి, వాస్తవికతకు దగ్గరగా ఉంటుంది. ఎందుకనంటే, పరస్పర సంప్రదింపులద్వారా జవాబులను అధిక రేటులో పొందవచ్చు. దత్తాంశాన్ని టెలిఫోన్, విలేకరుల ద్వారా కూడా సేకరించవచ్చు.

4.8 ప్రశ్నావళికి, షెడ్యూల్‌కు గల తేడాలు

చెప్పుకోదగిన పెద్ద తేడాలు ఎక్కువగా లేకపోయినా, కింది అంశాలను గుర్తుంచుకోవచ్చు.

ప్రశ్నావళి	షెడ్యూల్
a) పోస్టుద్వారా పంపడం జరుగుతుంది.	పరిగణకుల సహాయంతో పంపడం జరుగుతుంది.
b) సమాధానాలు రెస్పాండెంట్‌లు మాత్రమే రికార్డు చేస్తారు.	పరిగణకులు మాత్రమే రికార్డు చేస్తారు.
c) దత్తాంశాన్ని సేకరించడంలో ఇది పరోక్ష పద్ధతి అవుతుంది.	దత్తాంశాన్ని సేకరించడంలో ఇది పూర్తిగా ప్రత్యక్ష పద్ధతి అవుతుంది.
d) ఈ పద్ధతిలో సమాచారాన్ని సేకరించడానికి తక్కువ వ్యయము అవుతుంది.	ఈ పద్ధతిలో దత్తాంశ సేకరణ చాలా వ్యయంతో కూడినదై ఉంటుంది.
e) దత్తాంశం విస్తృత ప్రాంతాల నుండి సేకరించవలసినపుడు ఈ పద్ధతి తగినదై ఉంటుంది.	పరిమితమైన భౌగోళిక ప్రాంతాన్ని మాత్రమే ఆవృతం (cover) చేయవలసినపుడు షెడ్యూళ్ళ పద్ధతి సరి అయినది అవుతుంది.
f) రెస్పాండెంటులు, చదువరులైనపుడు ఈ పద్ధతి బాగా అనుకూలంగా ఉంటుంది.	రెస్పాండెంట్‌లు విద్యావంతులైనా, కాక పోయినా ఈ పద్ధతి ఉపయోగించవచ్చును.

ప్రశ్నావళి ద్వారాగానీ, షెడ్యూళ్ళ ద్వారాగానీ, లేదా లెక్కింపు పద్ధతి ద్వారాగానీ, జవాబులను పొందే ముందు తీసుకోవలసిన జాగ్రత్తలు:

a) ప్రశ్నావళిని జాగ్రత్తగా తయారుచేసి ముద్రించాలి.

b) పరిగణకులను ఎంపిక చేసుకోవడంలో, శిక్షణ ఇవ్వడంలో, పర్యవేక్షించడంలో, జాగ్రత్త వహించి, ప్రశ్నావళులను, షెడ్యూళ్ళను పరీక్ష (test checking) జరిపినట్లయితే సముచితమైన విశ్వసనీయమైన దత్తాంశాన్ని సేకరించ వచ్చు.

c) రెస్పాండెంట్‌లకు శోధన ఫలితాలను ఉచితంగా పంచి ఇవ్వడం, ఉచిత బహుమానాలు పంచి ఇవ్వడం, తగ్గింపు కూపన్లు పంచివ్వడం వంటి ప్రోత్సాహకాలను ఇవ్వడం ద్వారా ఆకర్షించాలి.

d) ప్రతిచయన పరిమాణం, వీలయినంత మటుకు పెద్దది తీసుకోవడం వలన జవాబు ఇవ్వనివారి

BRAOU

సంఖ్య పెరిగినా, దాని ప్రభావం యథార్థత మీద ఉండదు.

e) ప్రశ్నావళి భర్తీకాబడి తప్పని సరిగా తిరిగి రావాలంటే, స్టాంపులు అంటించి, మనచిరునామా రాసిన ఒక కవరును జతపరచాలి.

f) అవసరమైతే, జవాబునిచ్చేవారికి, మరొక లేఖ రాయడమో, వ్యక్తిగతంగా దర్శించడమో చేయడంవల్ల, జవాబులివ్వనివారి రేటు తగ్గించవచ్చు.

4.9. ప్రశ్నావళి లేదా షెడ్యూల్‌ను తయారు చేసే విధానం

ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించడంలో ప్రశ్నావళికి లేక షెడ్యూల్‌కి ఒక విశిష్ట స్థానం ఉంది. దానికి కారణం, సముచితమైన, సంబంధిత, ఖచ్చితమైన దత్తాంశ సేకరణ విజయం కేవలము ప్రశ్నావళులను లేక షెడ్యూళ్ళను ఎంత జాగ్రత్తగా లక్ష్యంతో తయారుచేస్తామో ఆ విధానంపైన ఆధారపడి ఉంటుంది. ప్రశ్నావళులను, షెడ్యూళ్ళను తయారు చేయడంలో శోధకుడు కొన్ని సమస్యలను ఎదుర్కోవలసి ఉంటుంది.

ఆర్థర్ కోర్న్ హౌసర్ ప్రశ్నావళులను తయారు చేయడంలో సమస్యలను కింది విధంగా వర్గీకరించాడు.

a) ప్రశ్నావళిలో ఉండదగిన ప్రశ్నల సంఖ్యపై నిర్ణయం.

b) ప్రశ్నల పదగుంభనపై నిర్ణయం.

c) ప్రశ్నకు వచ్చే సమాధాన రూపం గూర్చి నిర్ణయం.

d) ప్రశ్నల వరుసలో ప్రతిప్రశ్నకు గల స్థానాన్ని నిర్ణయించడం.

ప్రశ్నావళిని తయారు చేయడంలో నిర్దిష్టమైన కఠినమైన నిబంధనలను స్పష్టం చేయలేకపోయినప్పటికీ కింది ముఖ్యమైన సూత్రాలను పాటించవచ్చు.

a) ప్రశ్నావళిలోని ప్రశ్నల సంఖ్య వీలయినంత తక్కువగా ఉండటమే కాక, ఆ ప్రశ్నలు శోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని, ధ్యేయాన్ని సమగ్రంగా ఆవృతం (cover) చేయాలి. సుదీర్ఘమైన ప్రశ్నావళికి సమాధానం రాయడం కాల వృధాపూరితమై, విసుగుతోగూడినదై, కష్టమైన పనిగా ఉండును.

b) ప్రశ్నలు సాధారణమై, స్పష్టమై, అసందిగ్ధంగా ఉండి, సరైన పంథాలో అర్థమయ్యేటట్లుగా ఉండాలి. స్పష్టమైన, అసందిగ్ధమైన ప్రశ్న రెస్పాండెంట్లచే తేలికగా అర్థంచేసుకోబడి సముచితమైన యదార్థమైన దత్తాంశాన్ని రాబట్టడానికి తోడ్పడుతుంది. సాంకేతిక పదాలను ప్రశ్నావళిలో వాడినపుడు, వాటిని స్పష్టంగా నిర్వచించడం వల్ల, రెస్పాండెంట్లు స్పష్టంగా అర్థం చేసుకొని సరైన సమాధానాలను రాస్తారు. వీలయినంతమటుకు ప్రశ్నలను ప్రమాదకరం కాని, నమ్రతతో కూడిన పదాలతో రూపొందించాలి.

c) సరైన పదాలను, సరైనస్థానంలో ఉపయోగిస్తూ ప్రశ్నలను తయారు చేయడం వలన, రెస్పాండెంట్లు స్పష్టంగా, పొరపాటు లేకుండా అర్థం చేసుకునేందుకు వీలవుతుంది.

d) ప్రశ్నలను తార్కికమైన (logical) వరుసలో ఉండేటట్లు ప్రశ్నావళిని రూపొందించాలి. అది ప్రత్యుత్తర దార్లకు ప్రశ్నావళి ధ్యేయాన్ని, అర్థాన్ని, తెలుసుకొనేందుకు తోడ్పడడమే కాక, అతడు ఇచ్చే సమాధానాల నాణ్యతను పెంచేందుకు ఉపయోగపడుతుంది. వీలయినంత మటుకు ఒక సమూహానికి చెందిన ప్రశ్నలను ఒకచోట కూర్చాలి. ఇది పట్టీకరణను సుకరం చేయడమే కాక, కొన్ని అంశాలను

వదిలి వేయడం అనేది జరుగకుండా చేస్తుంది. మళ్ళీ చేయడం వంటి తప్పులను దొర్లనివ్వదు.

e) ప్రశ్నలకు సమాధానాలు సుదీర్ఘమైన వివరణలను కోరేటట్లుగాను, వివిధ గణనలను చేయవలసిన అవసరం ఏర్పడేటట్లు ఉండరాదు.

f) వీలయినంతమటుకు, సాధారణమైన, బహువిధ ఎంపిక ప్రశ్నలను (multiple choice questions) కోరాలి. సాధారణమైన ప్రశ్నలకు తగిన సమాధానాలను సూచించడం ద్వారా, వివిధ ప్రత్యామ్నాయ సమాధానాలలో సరైన సమాధానాన్ని ఎంపిక చేసుకునేందుకు వీలుగా ప్రశ్నావళులను తయారు చేయాలి. ఈ ప్రశ్నలు, 'ఔను' 'కాదు' అని చెప్ప గలిగే రెండు ప్రత్యామ్నాయ సమాధానాలను కలిగి ఉండవచ్చు, లేదా బహుళ ప్రత్యామ్నాయ సమాధానాలను కలిగి ఉండవచ్చు.

g) సమాధానాలను రెండు ప్రత్యామ్నాయాలుగా సూచించలేని పక్షంలో, వివృత ప్రశ్నలను (open questions) రూపొందించాలి. ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వివృతమై, రెస్పాండెంట్లకు సుదీర్ఘమైన సమాధానాలను రాసే స్వేచ్ఛ కలుగుతుంది. వారు, వారిభాషలో స్వేచ్ఛగా సమాధానాలను రాయవచ్చును. నిబంధనలను విధించడం జరగదు.

h) నిర్దిష్ట సమాచారం అవసరమైనపుడు, ప్రశ్నలు సాధారణమై, ప్రత్యక్షంగా ఉండాలి. రెస్పాండెంట్లు సరిఅయిన సమాధానాన్ని ఇవ్వగలిగినపుడే ఆ ప్రశ్నలను వేయాలి.

i) ప్రజల నమ్మకాలను, అహాన్ని, ప్రభావితం చేసే వ్యక్తిగత విషయాలకు సంబంధించిన ప్రశ్నలను అడగరాదు. ఆచార్య హోరేస్ సెక్రిస్ట్ చెప్పినట్లు "కష్టమైన, తెలియని, అపనమ్మకాన్ని, అనుమానాన్ని రేకెత్తించే ప్రశ్నలను అడిగి నట్లయితే, సమాధానాలు అసంపూర్తిగానూ, క్లుప్తముగాను, అంటీ అంటనట్లుగానూ, సాధారణంగాను, తప్పించు కునేటట్లుగానూ ఉంటాయి".

j) రెస్పాండెంట్‌లకు, ప్రశ్నావళులను భర్తీ చేసేందుకు అవసరమైన సూచనలను ఇవ్వాలి.

k) కింది వ్యవహారాలను ఆవృతం (cover) చేసే విధంగా, ఒక లేఖను రాసి శోధకుడు రెస్పాండెంట్లకు ప్రశ్నావళితో జత చేసి పంపాలి.

A) శోధకుని పేరు, చిరునామా, ఇతర వివరాలు

B) విచారణ ఉద్దేశ్యం, పరిధి.

C) వివిధ పదాల నిర్వచనాలు.

D) సమాచారాన్ని గుప్తంగా ఉంచడం జరుగుతుందని హామీ.

l) సమాధానాలు సరి అయినవా? కావా? అని తనిఖీ చేయడానికిగానూ, సమాధానాలలో ఏకరూపత, నిలకడ ఉండేటట్లు చూడటానికి గానూ, సమాధానాలను బలపరిచే కొన్ని క్రాస్ ప్రశ్నలను వేయాలి.

m) ప్రశ్నావళిని రూపొందించే సమయంలో పట్టీకరణ, విధానీకరణలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి.

n) ఉద్దేశించిన రెస్పాండెంట్లకు ప్రశ్నావళులను జారీ చేయడానికి ముందుగా ప్రశ్నావళిపై పైలట్ అధ్యయనాన్ని జరుపవలసి ఉంటుంది. ఈ అధ్యయనం శోధకునకు అతని ప్రశ్నావళిలో గల లోపాలను ఎత్తి చూపేందుకు, వాటిని సరిదిద్దేందుకు తోడ్పడుతుంది. పైలట్ అధ్యయనం జవాబు రాని అవకాశాలను

B R A O U

అంచనా వేయడానికి కూడా తోడ్పడి, ప్రశ్నావళిని తిరిగి రూపొందించడానికి సహకరిస్తుంది. ముందుగా ప్రశ్నావళిని పరీక్షించడం అతి నైపుణ్యంతోనూ, జాగ్రత్తతోను, లక్ష్యంతోనూ చేయాలి. లేని పక్షంలో ప్రశ్నావళిని తయారు చేసిన ఉద్దేశం నెరవేరదు. చక్కటి ఫలితాలను పొందడానికి, తగిన పరీక్ష జరపడం, పునరాలోచన జరపడం, పునః పరీక్ష జరపడం శ్రేయస్కరం.

4.10 ప్రాథమిక దత్తాంశ సేకరణ పద్ధతులలో తగిన పద్ధతిని ఎంపిక చేయడం

ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే అన్ని పద్ధతులకు వివిధ ప్రయోజనాలు, లోపాలు ఉన్నాయి. అన్ని శోధనలకు పనికొచ్చే ఏకైక పద్ధతి ఏదీ లేదు కనుక ఒక నిర్దిష్ట సేకరణ పద్ధతిని ఎంపిక చేసేముందు, శోధన ఉద్దేశ్యం, పరిధి, స్వభావం, లభ్యమగు వనరులు, కావలసిన యధార్థత స్థాయి మొదలైనన కారకాలను లక్ష్యంతో పరిగణించవలసి ఉంటుంది. ఈ కారకాలు తగిన పద్ధతిని ఎంపిక చేసుకోవడంలో మార్గదర్శకంగా పనికొచ్చినప్పటికీ, దత్తాంశ సేకరణ విజయం చాలామటుకు శోధకుని నైపుణ్యం, అనుభవం, సాధారణ పరిజ్ఞానం వంటి వ్యక్తిగత గుణాల మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. ఆచార్య A. L. బౌలే చెప్పినట్లు, "సేకరణలో సాధారణ పరిజ్ఞానం ముఖ్య ఆవశ్యకం కాగా, అనుభవం ముఖ్య ఉపాధ్యాయుడుగా ఉంటుంది" .

4.11 ద్వితీయ దత్తాంశ సేకరణ

కాలం, ద్రవ్యంల ఇబ్బందులవల్ల, ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించడం అన్ని వేళలా సాధ్యం కాదు. అందువల్ల ద్వితీయ వనరుల ద్వారా సేకరించబడిన దత్తాంశం మీద ఆధారపడవలసి ఉంటుంది. ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి, నిర్దిష్టమైన పద్ధతులుగానీ, ఉపాయాలు గానీ లేవు. ఇదివరకే సేకరించిన వనరుల నుండి నమోదు చేసుకోవడం జరుగుతుంది. ద్వితీయ దత్తాంశ వనరులను రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు.

4.11.1 ప్రచురితమూలాలు

4.11.2 ప్రచురితంకాని మూలాలు

4.11.1 ప్రచురిత మూలాలు

వివిధ సంస్థలు, ఏజన్సీలచే సేకరించిన గణాంక దత్తాంశం, ప్రచురించబడినదై ఉంటుంది. సాధారణ గణాంక శోధనలలో, బహిర్గత స్వభావంగలిగిన గణాంక శోధనలలో, సాధారణంగా ఫలితాలను ముద్రించి ప్రజల ఉపయోగానికి సిద్ధం చేసి ఉంచుతారు. ఎవరైతే తమ శోధనలకు ఈ ముద్రిత సమాచారాన్ని ఉపయోగిస్తారో, వారికి ఈ దత్తాంశం ద్వితీయ దత్తాంశం అవుతుంది. ప్రచురితమైన ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని కిందివాటి నుండి పొందవచ్చు.

a) ప్రభుత్వ ప్రచురణలు: వివిధ రంగాలకు చెందిన గణాంక దత్తాంశాన్ని ప్రభుత్వం, ప్రభుత్వ అధికారిక సంస్థలు సేకరించి ముద్రిస్తారు. నిర్దిష్ట కాలానుగుణంగా, దత్తాంశాన్ని సేకరించి ముద్రించడంలో రిజిస్ట్రార్ జనరల్ సెన్సస్ కమీషనర్ ఆఫ్ ఇండియా-క్రొత్తఢిల్లీ, లేబర్ బ్యూరో, అర్ధ గణాంక శాఖల డైరక్టరేటు, జాతీయ ప్రతిచయన సర్వే సంస్థ (National sample survey orgn.), కేంద్రీయ గణాంకాల సంస్థ (Central statistical organisation) వంటివి వివిధ అధికారిక సంస్థలుగా పరిగణన పొందుతున్నాయి. ముఖ్యమైన అధికారిక ముద్రణలుగా, ఉత్పత్తికి సంబంధించి నెలవారీ గణాంకాలు, పరిశ్రమలకు సంబంధించిన వార్షిక సర్వే, జాతీయ ఆదాయ గణాంకాలు, ప్రాణి గణాంకాల నివేదిక, వివిధశాఖల పరిపాలన నివేదికలను చెప్పుకోవచ్చు. కొన్నిసార్లు, ప్రభుత్వంచే నియామకం పొందిన కమి·

B R A O U

నివేదికలు కూడా ముఖ్య వనరులుగా చెప్పవచ్చు. ఉదా: వ్యవసాయ ధరనిర్ణయ సంఘం, పే కమీషన్, భూసంస్కరణల కమిటీ మొదలైనవి.

b) పాక్షిక ప్రభుత్వ సంస్థల పబ్లికేషన్లు: కొన్ని సంస్థలు ప్రభుత్వ అజమాయిషీ కింద గణాంక శోధనలు జరిపి ఫలితాలను నివేదికల రూపంలో ముద్రించడం జరుగుతుంది. అటువంటి రిపోర్టులను పాక్షిక ప్రభుత్వ సంస్థల పబ్లికేషన్లు అంటారు. ఉదా: రిజర్వుబ్యాంకు, గణాంక శాఖ, ఆర్థిక వృద్ధి సంస్థ, విదేశీ వర్తక సంస్థ, పురపాలక సంస్థ, వివిధ జిల్లాల బోర్డులు మొదలైన సంస్థలు వివిధ రంగాలలో కూలంకష అధ్యయనం చేయడానికి ఆధార దత్తాంశం అందించే నివేదికలను పబ్లిష్ చేస్తుంది.

c) శోధన సంస్థల ప్రచురణలు: వివిధ శోధన సంస్థలు వివిధ ప్రాజెక్టులను తీసుకుని, వాటిపై నివేదికలను ప్రచురించడం జరుగుతుంది. వారు రిసర్చి జర్నల్స్‌లలో కూడా వీటిని ప్రచురించవచ్చు. భారతీయ గణాంక సంస్థ (Indian statistical institute), ఇన్‌స్టిట్యూట్ ఆఫ్ అప్లైడ్ మాన్‌పవర్ రిసర్చ్, శ్రామిక రిసర్చి సంస్థ (Institute of labour research), వివిధ విశ్వ విద్యాలయాలు, మొదలైనవి వివిధ ప్రచురణలను చేసే రిసర్చి సంస్థలుగా చెప్పవచ్చు.

d) ఇతర సంస్థల నుండి దత్తాంశ వనరుల సేకరణ: చార్టెడ్ అకౌంటెంట్లసంస్థ, కార్మిక సంఘాలు, స్టాక్ ఎక్స్‌ఛేంజి, సహకార సంఘాలు, రాష్ట్ర ఆర్థిక సంస్థల వంటి వివిధ పబ్లిక్ ప్రైవేటు, వాణిజ్య ఆర్థిక సంస్థలు వారి కార్యకలాపాలపై నివేదికలను ప్రచురిస్తారు.

e) వార్తా పత్రికలు, నియతకాలిక పత్రికలు: వివిధ రంగాలలో అవసరమైన దత్తాంశాన్ని వార్తాపత్రికలు, నియతకాలిక పత్రికలు నివేదిస్తాయి. సాంఘిక, ఆర్థిక, వర్తక, విత్త (financial) వ్యవహారాలకు సంబంధించి గణాంక దత్తాంశాన్ని అందించే నియతకాలిక పత్రికలు, జర్నల్స్‌లలో The Economic Times, The Financial Express, Commerce, Capital, Lok Udyog మొదలైనవి ముఖ్యమైనవి.

f) అంతర్జాతీయ సంస్థల నివేదికలు: అర్థశాస్త్రం, వర్తకం, విత్తాల వంటి ప్రాపంచిక వ్యవహారాలపై గణాంక దత్తాంశాన్ని కొన్ని అంతర్జాతీయ సంస్థలు ప్రచురిస్తున్నాయి. వాటిలో ముఖ్యమైన సంస్థలు—అంతర్జాతీయ శ్రామిక సంస్థ (International Labour Organisation), అంతర్జాతీయ ద్రవ్యనిధి (International Monetary Fund), ప్రపంచ ఆరోగ్య సంస్థ (World Health Organisation), అంతర్జాతీయ గణాంక విద్యాసంస్థ (International Statistical Education Institute) మొదలైనవే కాక, ఐక్యరాజ్య సమితి గణాంక సాంవత్సరిక పుస్తకం, ఐక్యరాజ్య జనాభా సాంవత్సరిక పుస్తకం (V. N. Demographic Year Book) మొదలైనవాటిని ప్రచురిస్తుంది.

4.11.2 ప్రచురితం కాని మూలాలు

గణాంక దత్తాంశాలు అన్నీ చాలా కారణాలవల్ల ప్రచురింప బడవు. అటువంటి వనరులు ప్రైవేటు సంస్థల అంతర్గత రికార్డుల నుండి, వ్యక్తిగత శోధకుల శోధన ఫలితాల నుండి పొందవచ్చు. శోధకుడు అటువంటి కార్యాలయాలను దర్శించి, వారి వద్దగల పత్రాల నుండి, రికార్డుల నుండి సమాచారాన్ని తీసుకోవలసి ఉంటుంది.

4.12 ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించడంలో తీసుకోవలసిన జాగ్రత్తలు

అసమంజసమైన ప్రతిచయన పరిమాణం వల్లగానీ, వివిధ యూనిట్ల నిర్వచనాలలో దోషాలవల్లగానీ, ప్రత్యామ్నాయ దోషాలవల్లగానీ, అంకగణితపు దోషాలవల్లగానీ, ఇదివరకే సేకరించబడి సిద్ధపరచబడిన

త్తాంశం ప్రస్తుత అధ్యయనానికి దగినదై ఉండకపోవడంచేత, ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించడంలో చాలా లక్ష్యశుద్ధిని చూపాలి. ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని యదాతథంగా స్వీకరించరాదు. ఆ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించేటప్పుడు శోధకుడు దానిని పరిశీలించి (scrutinize), దత్తాంశ విశ్వసనీయత సమంజసమా? కాదా? తగినదా లేదా అనే విషయాలలో సంతృప్తుడు కావాలి. వెస్సల్, విల్లెట్, సైమన్‌లు చెప్పినట్లు, "ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించడంలో అత్యంత లక్ష్యాన్ని చూపాలి. ప్రస్తుత సమస్యకు దత్తాంశాన్ని అన్వయించవచ్చునో లేదో నిర్ణయించడానికిగాను, మొట్ట మొదట దత్తాంశ సేకరణ చేసినప్పుడు, జరిపిన శోధన ధ్యేయాన్ని, అప్పుడు ఉపయోగించిన వివిధ పదాల నిర్వచనాలు, అర్థాలు, తెలిసి ఉండాలి. అదనంగా, దత్తాంశ సేకరణ చేసిన సంస్థ స్వభావం, పరపతిని కూడా పరిగణించాలి. తను ఉపయోగించే దత్తాంశం ఏ వనరుల నుండి పొందాడో ఆ వనరుల నిజాయితీ మీద తగినంత నమ్మకం ఉండాలి. వారు అనుచిత పక్షపాతవైఖరితోనూ, అసత్యవర్ణనతోనూ, దత్తాంశ సేకరణ జరిపినారేమోనని అనుమానం ఉండరాదు". ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించేటప్పుడు, కింది జాగ్రత్తలు తీసుకోవడం అవసరం.

a) ప్రస్తుత శోధన ఉద్దేశ్యానికి, పరిధికీ, తగినదై ఉన్నదీ లేనిదీ చూసుకోవాలి.

b) దత్తాంశం విశ్వసనీయతను శోధకుడు పరీక్షించవలసి ఉంటుంది. విశ్వసనీయత అంటే ప్రస్తుత శోధనలో ఆ ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఎంతవరకు ప్రత్యామ్నాయ పరచవచ్చునో తెలుసుకోవడమే. దత్తాంశ విశ్వసనీయతను సేకరించే సంస్థ విచారణ విధం, సేకరణ పద్ధతులు, వివిధ యూనిట్ల నిర్వచనాలు మొదలగునవి పరీక్షించడం ద్వారా కనుగొనవచ్చును. సైమన్ కుజ్నెట్స్‌కూడా ఇదే అభిప్రాయాన్ని వెలిబుచ్చడం జరిగింది. ద్వితీయ దత్తాంశపు విశ్వసనీయతను ముఖ్యంగా దాని వనరులను పరీక్షించడం ద్వారా నిర్ధారించవచ్చు. గణకులు, దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించేవారు, చాలామటుకు ప్రభుత్వ సంస్థలచే జారీచేయబడిన శ్రేణులను యథాతథంగా నమ్ముతారు. వాటి విశ్వసనీయతను కనీసం విచారణనైనా జరుపకుండా స్వీకరిస్తారు.

c) సేకరించిన ద్వితీయ దత్తాంశం సమంజసమై, దాని పరిధి విచారణ పరిధికీ, ధ్యేయానికి తగినదై ఉండాలి. దత్తాంశం సమంజసమైనది కాకపోతే, ఆ దత్తాంశం ఆధారంగా తీసుకున్న నిర్ణయాలు దోషపూరితమై, నిష్ప్రయోజనమవుతాయి.

4.13 దత్తాంశాన్ని ఎడిటింగ్ చేయడం

తరచుగా, ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశ వనరుల ద్వారా సేకరించిన దత్తాంశం క్రమరాహిత్యంగానూ, తెలివి తక్కువగానూ ఉండవచ్చు. అటువంటి దత్తాంశాన్ని ఎడిటింగ్ ద్వారా తగినట్లుగా చేయాలి. ఎడిటింగ్ అంటే దత్తాంశాన్ని సరైన ఉపయోగంలోకి తెచ్చేందుకై శుద్ధిచేసే ప్రక్రియ. ఈ ప్రక్రియ దత్తాంశానికి, నిలకడనూ, ఏకరూపతనూ సంపూర్ణతనూ, యథార్థతనూ తెస్తుంది. ఎడిటింగ్ చేయడం చాలా అవసరం. ఎందువల్లంటే, సేకరణ చేయడంలో, సంకల్పిత, అసంకల్పిత పక్షపాతాల కారణంగా, శోధకుడు అసందర్భ, అనవసర సమాచారాన్ని, మాదిరులను సేకరించి ఉండవచ్చును. లేదా, ప్రశ్నలనూ, యూనిట్లనూ, ప్రతిచయనాలనూ అపార్థము చేసుకోవడంవల్ల దత్తాంశ సేకరణలో దోషాలు దొర్లి ఉండవచ్చు. వీటిని సరిదిద్దడానికి ఎడిటింగ్ చాలా అవసరం. దత్తాంశాన్ని ఎడిటింగ్ చేయడానికి చాలా నేర్పు ఉండాలి. క్రమ్, పాట్టన్, టిబ్బిట్‌లు పరిశీలించినట్లు, "ఎడిటింగ్ ప్రక్రియ నిర్లక్ష్యం చేయదగిన, సాధారణ వ్యవహారంకాదు. ఎడిటింగ్‌కు అత్యంత సమర్థత అధర్మభీతితో కూడిన లక్ష్యం, శాస్త్రీయ వాస్తవికత (objectivity) అవసరం". వివిధ పద్ధతులద్వారా సేకరించిన దత్తాంశాన్ని ఎడిట్ చేయడంవల్ల, దత్తాంశం ఏకరూపతను గలిగినదై, విశ్వసనీయమై, సమంజసమై, తగినదై ఉంటుంది. ఈ వ్యవహారాలపై, జరిపే ఎడిటింగ్ ప్రక్రియ కింద వివరించడమైనది.

BRAOU

a) ఏకరూపత లేక సజాతీయత: ఏకరూపతకై, సజాతీయతకై ఎడిటింగ్ చేయడం అంటే, స్వీకరించిన దత్తాంశాన్ని, ఒకే రకమైన వ్యాఖ్యానాలు చేసేందుకు వీలుగా మలచడం విజాతీయ లక్షణాలను గలిగిన అంశాలను గుర్తించి, తొలగించడం ద్వారా ఇది సాధ్యమౌతుంది. లేనిచో ఆ దత్తాంశం ఆధారంగా తీసుకున్న నిర్ణయాలు పోల్చడానికి వీలు లేకుండా ఉంటాయి. ప్రాథమిక దత్తాంశం విషయంలో, వివిధ ప్రశ్నలకు సమాధానాలను ఇవ్వడంలో ఏకరూపతను సాధించవలసి ఉంటుంది. ఉదా: కార్మికుల వేతనాల రేటును కోరినపుడు, కొందరు వారానికి సూచించగా, కొందరు నెలకు సూచిస్తారు. అందువల్ల ఏకరూపత లోపిస్తుంది.

b) విశ్వసనీయత: నమ్మకం కోసం ఎడిటింగ్ చేయడం శోధకుడికి చాలా కష్టమైన పని, దత్తాంశం యథార్థమైనపుడు, నమ్మదగినదిగా పరిగణిస్తారు. దత్తాంశ యథార్థత శోధకుని నైపుణ్యంపైన, రెస్పాండెంట్ వ్యక్తిత్వంపైన ఆధారపడి ఉంటుంది. అపనమ్మకమైన, యదార్థం కాని దత్తాంశం మూలంగా తీసుకున్న నిర్ణయాలు సరైనవిగా ఉండవు. గుమాస్తాలు చేసే తప్పులు, తేలికగా కనుగొనగలగడమే కాక, వాటిని సరిదిద్దవచ్చు. కాని తప్పుడు సమాచారాన్ని సేకరించడంవల్లగానీ, లేదా రెస్పాండెంట్లు తప్పులను చెప్పడంవల్ల గానీ ఏర్పడ్డ అస్తవ్యస్తాన్ని గుర్తించడం, సరిచూడటం, సరిదిద్దడం చాలా కష్టం. అందువల్ల, అపనమ్మకాన్ని కలిగించే అంశాలను తొలగించడంలో అత్యంత జాగ్రత్తనూ, లక్ష్యమునూ చూపితే అప్పుడు దత్తాంశం అర్థమవుతుంది.

c) సమంజసం (adequacy): సమంజసం అంటే సేకరించిన దత్తాంశం అన్ని విషయాలలో సంపూర్ణమైనదగుటయే కాక, శోధన ఉద్దేశ్యానికీ, పరిధికీ తగినదై ఉండటం. ప్రశ్నావళి లేక షెడ్యూళ్ళ విషయంలో, అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు సంపూర్తిగా రాసింది లేనిది జాగ్రత్తగా చూసుకోవాలి. సమాధానంరాని ప్రశ్నలను తిరిగి వేయడం ద్వారా సమాధానం రాబట్టుకోవాలి. ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించే పక్షంలో, ప్రస్తుత శోధన ఉద్దేశ్యం, పరిధికీ తగినదా? లేదా? చూసుకోవాలి.

d) నిలకడ: సేకరించిన దత్తాంశంలో అసందిగ్ధతగానీ, విరుద్ధతగానీ ఉండరాదు. చాలా పరిస్థితులలో కొన్ని ఎదురు ప్రశ్నలను (cross questions) వేయుడంద్వారా, సమాచారాన్ని పరీక్షించుకోవాలి. ఆ పరిస్థితులలో, ఎటువంటి వైరుధ్యాలు ఉండరాదు. ఉదా: నీవు సొంత ఇల్లును గలిగి ఉన్నావా? అన్న ప్రశ్నకు, "ఔను" అన్న సమాధానం రాగా, నీవు ఇంటి అద్దె ఎంత చెల్లిస్తున్నావు? అన్న మరొక ప్రశ్నకు, రెస్పాండెంటు నెలకు రూ. 400/- అని రాస్తే, విరుద్ధ అభిప్రాయాలు గలిగినదిగా పరిగణిస్తాం. దత్తాంశంలో నిలకడకై, అటువంటి సమాధానాలను ఎడిట్ చేయవలసి ఉంటుంది.

BRAOU

4.14 సారాంశం

గణాంక దత్తాంశాన్ని ప్రథమ మూలం నుండి గాని ద్వితీయ మూలం నుండి గాని లేదా రెండింటి నుండైనాగాని సేకరించవచ్చు. ఒక వ్యక్తి దత్తాంశాన్ని మొట్టమొదటి సారిగా అసలైన మూలం నుండి సేకరించినట్లయితే అలాంటి మూలాన్ని ప్రధాన మూలం అని అంటాం. ఈ మూలం నుండి సేకరించిన దత్తాంశంలో ఖచ్చితత్వం, విశ్వసనీయత ఎక్కువగా ఉంటాయి. కాని ప్రధాన మూలం నుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి ఎక్కువ మంది గణాంక సేకరణ వ్యక్తులు, చాలా ధనం కావాల్సి ఉంటుంది. ప్రధాన మూలంనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి ప్రత్యక్ష వ్యక్తిగత మౌఖిక పద్ధతి, పరోక్ష మౌఖిక పద్ధతి, విలేఖరుల ద్వారా సమాచారాన్ని సేకరించే పద్ధతి, ప్రశ్నావళి పద్ధతి, షెడ్యూల్ పద్ధతి మొదలైనవి ఉన్నాయి. ఒక వ్యక్తి లేదా ఏజెన్సీ ఇంతకు ముందే దత్తాంశాన్ని సేకరించి, వ్యవస్థీకరించిన మూలం నుండి సమాచారాన్ని సేకరిస్తే, ఆ మూలాన్ని ద్వితీయ మూలం అని అంటాం. ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని ప్రచురించిన మూలాల నుండి గాని, ప్రచురితం గాని మూలాలనుండి గాని సేకరించవచ్చు. ద్వితీయ మూలం నుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడం వల్ల కాలం, ధనం, మానవ

వనరుల వినియోగం ఆదా అవుతాయి. కాని ఈ దత్తాంశవు ఖచ్చితత్వాన్ని, విశ్వసనీయతను చాలా జాగ్రత్తగా పరిశీలించాల్సి ఉంటుంది. వివిధ మూలాల నుండి సేకరించిన దత్తాంశం అస్తవ్యస్తంగా ఉండి, అర్థం చేసుకోడానికి వీలుగా ఉండదు కాబట్టి, దానిని ఎడిటింగ్ చేయాల్సి ఉంటుంది. దీనివలన సేకరించిన సమాచారంలో ఉన్న అనవసరమైన అంశాలు తొలగించడం జరుగుతుంది.

4.15 అవగాహనా ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. ప్రాథమిక దత్తాంశం	ద్వితీయ దత్తాంశం
i. దీనిని అసలైన మూలాల నుండి సేకరిస్తాం	దీనిని ఇంతకుముందు సేకరించి ఉన్న మూలం నుండి తీసుకొంటాం.
ii. దత్తాంశం మౌలిక స్వభావాన్ని కలిగి ఉంటుంది.	దత్తాంశం శుద్ధి చేసిన రూపంలో ఉంటుంది.
iii. శోధన ఉద్దేశానికి అనుగుణంగా గణాంక ప్రమాణవు నిర్వచనాన్ని మార్చుకోవచ్చు.	ఇంతకుముందు గణాంక ప్రమాణాలకు వాడిన నిర్వచనాలను ఉపయోగిస్తాం.
iv. శోధన కోసం ఒక కొత్త ప్రణాళికను తయారు చేసుకోవాలి.	అలాంటి అవసరంలేదు.

4.16 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. a) ప్రాథమిక దత్తాంశం
   b) దత్తాంశ సేకరణ
   c) ద్వితీయ దత్తాంశం
   d) దత్తాంశమును ఎడిటింగ్ చేయడం
2. ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే పద్ధతులను తెలపండి.
3. ప్రశ్నావళి అంటే ఏమిటి?
4. షెడ్యూల్ అంటే ఏమిటి?
5. ద్వితీయ దత్తాంశానికి వనరులేవి?
6. ప్రశ్నావళిని తయారీ చేయడంలో తీసుకోవలసిన ముందు జాగ్రత్తలేవి?
7. ద్వితీయ దత్తాంశానికి గల ప్రయోజనాలు, పరిమితులు వివరించండి.
8. ప్రశ్నావళికీ, షెడ్యూల్ కీ గల ప్రయేజనాలేవి?
9. ప్రశ్నావళి పద్ధతిలో గల ప్రయోజనాలేవి?
10. ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని ఎడిట్ చేయడానికి అవసరమైన జాగ్రత్తలేవి?
11. ఏకధర్మానికి, సజాతీయతకై (homogeneity), ఎడిటింగ్ చేయడం అంటే ఏమిటి?

BRAOU

బి. వ్యాసప్రశ్నలు

12. ప్రాథమిక దత్తాంశాన్ని సేకరించే వివిధ పద్ధతులను సూక్ష్మంగా వివరించండి.
13. ద్వితీయ వనరులంటే ఏమిటి? ద్వితీయ దత్తాంశానికి గల ముఖ్య వనరులేవి?
14. ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాలను ఎంపిక చేసుకోవడంలో ప్రభావితంచేసే కారణాలు ఏవి?
15. ప్రత్యక్ష వ్యక్తిగత ఇంటర్వ్యూ పద్ధతిన దత్తాంశ సేకరణను విమర్శనాత్మకంగా పరీక్షించండి.
16. ప్రశ్నావళి పద్ధతిలోని ప్రయోజనాలను చర్చించండి. ఈ పద్ధతి ఏ పరిస్థితులకు తగినదై ఉంటుంది.
17. ప్రశ్నావళి యొక్క ముఖ్య అవశ్యకాలు ఏమిటి?
18. ద్వితీయ దత్తాంశాన్ని స్వీకరించే ముందు తీసుకునే ముందు జాగ్రత్తలేవి?
19. దత్తాంశాన్ని ఎడిట్ చేయడం ఎందుకు? దత్తాంశాన్ని ఎడిట్ చేసే విధానాన్ని వివరించండి.
20. ఒక బట్టలమిల్లులో "పనిచేసే పరిస్థితులను తెలుసుకునేందుకై" కార్మికులను ఉద్దేశిస్తూ, ప్రశ్నావళిని తయారు చేయండి.
21. ప్రశ్నావళి పద్ధతిని విమర్శనాత్మకంగా విలువకట్టండి. ఈ పద్ధతిని మీరు ఎక్కువగా ఎందుకు అభిలషిస్తారు?

4.17 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు. 1983
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Co., New Delhi.
3.	Gupta B.N.	:	Statistics, Sahitya Bhavan, Agra.

4.18 పదకోశం

జనాభా పద్ధతి	:	ఒక శోధనకు సంబంధించి ఉన్న అంశాలన్నింటిని లెక్కలోకి తీసుకోవడాన్ని జనాభా పద్ధతి అంటాం.
ప్రతిచయన పద్ధతి	:	ఈ పద్ధతి ప్రకారం జనాభాలోని కొన్ని అంశాలను మాత్రమే లెక్కలోకి తీసుకుంటాం.
ప్రశ్నావళి	:	దీనిలో ఒక సమస్యకు సంబంధించి వరుసగా ప్రశ్నలు ఉంటాయి. ఈ ప్రశ్నావళిని నిర్ణయించుకున్న వ్యక్తులకు పంపడం జరుగుతుంది. వారు తమ స్వదస్తూరితో ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాస్తారు.
షెడ్యూల్	:	దీనిలో కూడా ప్రశ్నలు ఉంటాయి. అయితే ఇందులోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలను పరిగణకులు (enumerators) వ్యక్తులతో ముఖాముఖి చర్చించుట ద్వారా పూరిస్తారు.

BRAOU

భాగం-5: ప్రతిచయన పద్ధతులు

విషయక్రమం

5.0 ఉద్దేశాలు

5.1 పరిచయం

5.2 జనాభా పద్ధతి

5.3 ప్రతిచయన పద్ధతి

5.4 ప్రతిచయన సిద్ధాంతాలు

5.4.1 గణాంకాల క్రమత్వ సిద్ధాతం

5.4.2 పెద్ద సంఖ్యల జడత్వ సిద్ధాంతం

5.8 గణాంక దోషాలు

5.8.1 ప్రతిచయన దోషాలు

5.8.2 అప్రతిచయన దోషాలు

5.9 సారాంశం

5.10 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

5.11 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

5.12 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

5.13 పదకోశం

BRAOU

5.0 ఉద్దేశాలు

జనాభా, ప్రతిచయన పద్ధతుల ద్వారా దత్తాంశాన్ని సేకరించే తీరును చర్చించడం; వాటిని అన్వయించడం; వాటిలో గల ప్రయోజనాలను, లోపాలను తెలియజేయడం; వివిధ రకాలైన గణాంక దోషాలను తెలియజేయడాన్ని ఉద్దేశాలుగా ఈ భాగం కలిగి ఉంది.

ఈ భాగాన్ని అధ్యయనం చేసిన తరువాత, మీరు:

* జనాభా, ప్రతిచయన పద్ధతుల అర్థాన్ని వివరించగలగాలి.
* ప్రతిచయన సిద్ధాంతాలను విశదీకరించగలగాలి.
* ప్రతిచయన ఆవశ్యకాలను గుర్తించగలగాలి.
* ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసేటప్పుడు గమనించాల్సిన విషయాలను రాయగలగాలి.
* ప్రతిచయన పద్ధతులను వర్గీకరించగలగాలి.
* గణాంక దోషాలను వర్గీకరించగలగాలి.

5.1 పరిచయం

గణాంక దత్తాంశాన్ని జనాభా పద్ధతి (Census Method)లో గాని, ప్రతిచయన పద్ధతి (Sampling Method)లో గాని సేకరించవచ్చు. జనాభాలోని అన్ని అంశాలను అధ్యయనం చేయాలనుకొన్నప్పుడు

జనాభా పద్ధతిని అనుసరిస్తాం. అలాకాక, జనాభాలోని కొన్ని అంశాలను మాత్రమే అధ్యయనం చేసి తద్వారా వచ్చిన ఫలితాలను జనాభా మొత్తానికి వర్తింపచేసి నిర్ణయం తీసుకోవాలనుకొన్నప్పుడు ప్రతిచయన పద్ధతిని పాటిస్తాం. జనాభా పద్ధతిని అనుసరించడం, ఆచరించడం సాధ్యం కానప్పుడు, ప్రతిచయన పద్ధతిని అనుసరిస్తాం.

5.2 జనాభా పద్ధతి (Census Method)

దత్తాంశ సేకరణలో జనాభా పద్ధతి అనగా, యూనివర్స్‌లోని లేక జనాభాలోని ప్రతియూనిట్‌ను పరిగణనలోనికి తీసుకుని, సమాచారాన్ని సేకరించే పద్ధతిగా వర్ణించవచ్చు. ఇక్కడ జనాభా లేక యూనివర్స్, అంటే గణాంక శోధన పరిధిలోకి వచ్చే అన్ని పరిశీలనలను కలిపిన మొత్తం అని అర్థం. యా-లన్-చౌ చెప్పినట్లు "ఒకానొక సమస్యలో పరిశీలించవలసిన మొత్తం ప్రజలను లేదా వస్తువుల మొత్తాన్ని జనాభా అందురు". వ్యక్తిగత పరిశీలనలను అంశాలు (items) అనీ, మూల పదార్థమనీ (elements) చెప్పవచ్చు. ఉదా:- సింగరేణి బొగ్గుగనుల కంపెనీలో కార్మికవేతనాల నిర్మాణం గురించి అధ్యయనం చేయదలిస్తే, అందులో పనిచేసే కార్మికులందరినీ కలిపి జనాభా లేదా యూనివర్స్‌గా చెప్పవచ్చు.

జనాభా పద్ధతికి (census method) కింది ప్రయోజనాలు, లోపాలు గలవు.

(a) ప్రయోజనాలు:

(i) జనాభాలోని ప్రతి యూనిట్ నుండి సమాచారాన్ని సేకరిస్తాం. అందువల్ల, ఫలితాలు యదార్థాలై, విశ్వసనీయమై ఉంటాయి.

(ii) జనాభా పద్ధతి సంపూర్ణ వివరణాత్మక దత్తాంశం ఆధారంగా, యూనివర్స్‌ను వివరంగా అధ్యయనం చేయడానికి తోడ్పడుతుంది.

(b) లోపాలు:

(i) సెన్సస్ పద్ధతిద్వారా విచారణ చాలా ఖర్చుతోగూడినదై, అమితమైన కాలాన్ని త్యజించే అవసరమేర్పడి, శిక్షితులైన ఉద్యోగులను అధిక సంఖ్యలో నియమించవలసిన అవసరాన్ని కలిగి ఉంటుంది. ఈ కారణంచేత చిన్న సంస్థలు ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించే శక్తి లేనివై ఉంటాయి. పరిశోధన ఫలితాలు త్వరితగతిన అవసరమైనపుడు ఈ పద్ధతి తగినదై ఉండదు.

(ii) ఈ పద్ధతి జనాభాలోని యూనిట్లను లెక్కించడానికి వీలయినపుడు మాత్రమే అన్వయించగలం. అనంతమైన యూనిట్లు గల జనాభా లెక్కింపు పరిస్థితులలో, యూనిట్లను లెక్కింపుచేయలేం కనుక, సెన్సస్ పద్ధతిని అన్వయించలేం.

యుక్తత (suitability): సెన్సస్ పద్ధతి కింది పరిస్థితులలో తగినదై లేదా యుక్తమై ఉంటుంది.

అ) జనాభా లేక యూనివర్స్ చాలా చిన్నదైనపుడు, పూర్తి లెక్కింపు పద్ధతి తప్ప వేరే తరుణోపాయం లేనప్పుడు.

B R A O U

b) విచారణకి యదార్థమైన ఫలితాలు అవసరమైనపుడు.

c) జనాభాలోని అంశాలన్నీ, విజాయితీయాలైనపుడు లేదా ఒకదానికొకటి సంబంధం లేనివైనపుడు.

d) శోధకుని పరిశీలనకై ఉన్న వనరులు అధిక సంఖ్యలో ఉన్నప్పుడు.

e) ఫలితాలు తక్షణమే అవసరం కానప్పుడు.

5.3 ప్రతిచయన పద్ధతి

ఈ పద్ధతిని మొట్టమొదటి 1912లో డాక్టర్ ఏ.యల్. బౌలే అను శాస్త్రజ్ఞుడు శ్రామికుల బీదరికం ప్రభావాన్ని గూర్చి అధ్యయనం చేసేటప్పుడు ఉపయోగించడం జరిగింది. 1934లో భారత ప్రభుత్వం బౌలే, రాబర్ట్సన్ సంఘంచేసిన సిఫార్సుల కనుగుణంగా ప్రతిచయన సర్వేను (sample survey) స్వీకరించడం జరిగింది.

జనాభా పద్ధతివలెకాక, ప్రతిచయన పద్ధతిలో మొత్తం యూనివర్స్‌లోని, కొన్ని అంశాలను మాత్రమే అధ్యయనం చేయడం జరుగుతుంది. ఆ అధ్యయనం ఆధారంగా వచ్చిన ఫలితాలను, ప్రతిచయనం ఏ యూనివర్స్ నుండి ఎంపిక చేయడం జరిగిందో ఆ యూనివర్స్‌లోని ప్రతి అంశానికి అనువర్తించడం జరుగుతుంది. మౌలిక జనాభా గురించి తార్కికమైన అనుమితులను (logical inferences) తీయడానికి, పెద్ద జనాభా నుండి కొన్ని ప్రాతినిధ్యపు యూనిట్లను ఎంపికచేసి, పరిశీలించడం జరుగుతుంది. కనుక ప్రతిచయన విధానంలో (a) ప్రాతినిధ్యం వహించే ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడం (b) సమాచారాన్ని సేకరణచేసి, విశ్లేషణ చేయడం (c) జనాభానుగూర్చి అనుమితులను తీయడానికి తగిన గణాంక పద్ధతులను అన్వయించడం జరుగుతుంది.

"ప్రతిచయనానికిగల ప్రయోజనాలు, లోపాలు" కింద వివరించడమైనది.

(a) ప్రయోజనాలు: (i) మొత్తం యూనివర్స్‌లో ఒక భాగాన్ని మాత్రమే సేకరిస్తాం కనుక, పొదుపైన పద్ధతిగా చెప్పవచ్చు. ఒక్కొక్క యూనిట్‌కి దత్తాంశసేకరణ వ్యయం చాలా ఎక్కువగా కనపడ్డా, మొత్తం దత్తాంశ సేకరణకయ్యే సమగ్రవ్యయం, జనాభా పద్ధతిలోకన్న తక్కువగా ఉంటుంది. పైగా దత్తాంశాన్ని కొద్దిమంది గణకుల సహాయంతో సేకరించవచ్చు. ఈ పద్ధతిలో శోధనను వ్యవస్థీకరించడానికయ్యే వ్యయం తక్కువగా ఉంటుంది.

(ii) ఈ పద్ధతిలో కాలం; సేకరణలోనే కాక దత్తాంశాన్ని విధానీకరించడంలోనూ, విశ్లేషించడంలోనూ పొదుపు చేయవచ్చు. కనుక, సెన్సస్ పద్ధతికన్న ఈ పద్ధతిలో కాలం తక్కువ పడుతుంది.

(iii) దత్తాంశాన్ని కొద్ది యూనిట్లనుండి మాత్రమే సేకరించడమవుతుందన్న పరిమితి ఉన్నప్పటికీ, సుశిక్షితులైన పరిగణకులను నియమించడంద్వారా, ఈ పద్ధతిలో ప్రతిచయన దోషాలనూ, ఇతర దోషాలనూ తగ్గించవచ్చు.

iv) ప్రతిచయన పద్ధతిలో కొన్ని యూనిట్లను మాత్రమే లెక్కలోకి తీసుకుంటాం కాబట్టి ఆ యూనిట్లనుండి సమాచారాన్ని చాలా ఎక్కువగా పొందడానికి వీలవుతుంది.

BRAOU

v) తరచుగా, సంపూర్ణ లెక్కింపు పద్ధతిన సేకరించిన దత్తాంశం ఆధారంగా తీసిన ఫలితాల యధార్థతను, ప్రతిచయన పద్ధతి ద్వారా పరీక్ష చేయవచ్చు.

b) లోపాలు: i) ప్రతిచయన పద్ధతులు చాలా జాగ్రత్తగా ప్లాన్ చేసి, రూపొందించకపోతే, విశ్వసనీయమైన ఫలితాలను ఇవ్వవు. ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో శాస్త్రీయ సూత్రాలను పాటించకపోతే, ప్రతిచయనం జనసంఖ్యకు ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా ఉండదు. అటువంటి ప్రతిచయనాలు తప్పుదోవను పట్టించే, అపనమ్మకమైన ఫలితాలను ఇస్తాయి.

ii) ప్రతిచయనం ద్వారా దత్తాంశ సేకరణ చేయడానికి శిక్షితులైన సిబ్బందిని నియమించవలసి ఉంటుంది. శిక్షితులైన సిబ్బందిని నియమించనట్లయితే, దత్తాంశ సేకరణను పక్షపాతం ప్రభావితం చేసి, తత్ఫలితంగా అంతిమ ఫలితాలు తప్పుగా వచ్చే అవకాశంఉంది.

iii) ప్రతిచయన పద్ధతిలో నిర్దిష్టమైన వ్యవస్థా పూర్వక నిర్మాణం లేక పోయినట్లయితే అనుచితంగా కాలాన్నీ, ధనాన్నీ వృధా చేయవలసి వస్తుంది.

iv) ప్రతిచయన ఎంపిక, దాని పరిమాణాన్ని నిర్ణయించడం తీవ్రసమస్యలుగా పరిణమించవచ్చు. విభిన్న అంశాలను కలిగి ఉన్న పెద్ద జనసమూహం విషయంలో ఈ సమస్యలు ఎదురౌతూ ఉంటాయి. ప్రతి ప్రతిచయన పద్ధతికీ పరిమితులున్న కారణాన, ప్రాతినిధ్యపు ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడం చాలా కష్టం.

v) యూనివర్స్‌లోని ప్రతి యూనిటు నుండి సమాచారాన్ని సేకరించవలసి ఉన్నప్పుడు, ప్రతిచయన పద్ధతిని అన్వయించడానికి వీలుండదు. ఇన్ని పరిమితులు ఉన్నప్పటికీ ప్రతిచయన పద్ధతి విస్తృతంగా చాలా మందిచేత అంగీకరింపబడి, విస్తృతంగా వాడబడుతోంది. ప్రాతినిధ్యపు ప్రతిచయనాన్ని యాదృచితంగా ఎంపిక చేసినప్పుడు విశ్వసనీయమైన, యదార్థమైన ఫలితాలు వచ్చే అవకాశం చాలా ఎక్కువగా ఉండును.

5.4 ప్రతిచయన సిద్ధాంతాలు

గణాంకశాస్త్రంలో, పూర్తి లెక్కింపు అసాధ్యమైనప్పుడు, ప్రతిచయన యూనిట్లు జనసంఖ్యలోని యూనిట్లన్నిటినీ ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయన్న భావనతో, కొన్ని మాదిరి యూనిట్లను అధ్యయనంచేసి, వాటి ఫలితాలను జనాభాకు అనువర్తించడం జరుగుతుంది. ఈ భావన, రెండు ప్రతిచయన సిద్ధాంతాలనుండి ఉద్భవించింది.

5.4.1. గణాంకాల క్రమత్వ సిద్ధాంతం (Law of statistical Regularity).

5.4.2. పెద్ద సంఖ్యల జడత్వ సిద్ధాంతం (Law of inertia of large numbers).

5.4.1. గణాంకాల క్రమత్వ సిద్ధాంతం

ఈ సిద్ధాంతం, ఒక నిర్దిష్ట అంశాన్ని ఎంపిక చేయబడటానికి లేక చేయబడకపోవడానికి సమానావకాశాలు ఉన్నాయని తెలియజేసే సంభావ్యత సిద్ధాంతం ఆధారంగా అభివృద్ధి అయింది. జనాభాలోని వివిధ యూనిట్లు వివిధ కారకాల వల్ల ప్రభావితం అవుతాయి. ఒక యూనిట్‌కు మరొక యూనిట్‌కు వైవిధ్యం కొద్దిగా ఉంటుంది. కానీ, ప్రతి యూనిట్‌లోనూ విచరణాలు (variations)

B R A O U

లేదా తేడాలు విస్తృతంగా ఉండవు. కనుక, జనాభా వివిధ యూనిట్ల లక్షణాలను ప్రతిబింబించే చిన్న యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసేందుకు వీలును కల్పిస్తుంది. W.I. కింగ్ ప్రకారం "ఒక పెద్ద జనసమూహం నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక ప్రతిచయనాన్ని తీసుకుంటే, సగటున, ఆ ప్రతిచయనానికి తప్పకుండా పెద్ద జనసమూహ లక్షణాలు ఉంటాయి". (According to W.I. king "the law of stastical regularity lays down that a moderately large number of items chosen at random from a very large group are almost sure on the average to have the characteristics of the large group").

జనాభా యూనిట్ల లక్షణాలలో వైవిధ్యాలను (variations) కలిగించే కారణాలు స్వతంత్రమై, ఒకదానికొకటి సంబంధం గలిగినవై, సగటు విలువకు పైనా, క్రిందా సమానంగా కేంద్రీకృతమయి ఉంటాయి. ఈ ప్రక్రియను "గణాంక ఏకరూపత" (statistical uniformity) అంటారు. యా-లన్-చౌల ప్రకారం, గణాంక ఏకరూపత లేక క్రమత్వం అంటే, "తెలుసుకొనదగిన లక్షణాలు, ఒకానొక గరిమనాభి చుట్టూ కూడుకొని ఉండే తత్వాన్ని గలిగి ఉండటం." కనుక, గణాంక క్రమత్వ సూత్రంవలన, ఒక పెద్ద సమూహంనుండి యాదృచ్ఛికంగా ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసినట్లయితే, ఆ ప్రతిచయనానికి జనాభాలోని వివిధ అంశాల లక్షణాలకు బహుకొద్ది తేడా ఉంటుంది. వైవిధ్యం (diversity) కారణంగా, వివిధ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనాలను ఎంపిక చేసినట్లయితే, అవి చాలామటుకు సామీప్యాన్ని కలిగి ఉన్నప్పటికీ, ఏ రెండు ప్రతిచయనాలు పూర్తిగా ఒకే అర్థాన్ని ఇవ్వవు.

ఈ సిద్ధాంతం కింది భావనలపై ఆధారపడి ఉంది.

a) ప్రతిచయనాన్ని యాదృచ్ఛిక పద్ధతిలో ఎంపిక చేయడమైనది.

b) ప్రతిచయనమందు చాలా అంశాలు ఉంటాయి.

c) ఫలితాలు సగటున మాత్రమే వాస్తవాలు.

ఇక్కడ యాదృచ్ఛిక ఎంపిక అనగా, ప్రతి అంశానికి ప్రతిచయనమందు ఎంపిక కాబడే అవకాశం సమానంగా ఉండటం అని అర్థం. ఆ ప్రతిచయనం యూనివర్స్‌కు, న్యాయంగా ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. ఈ సిద్ధాంతానికి గణాంక శాస్త్రంలో ఒక విశిష్ట స్థానం ఉంది. ఎందుకంటే, ప్రతిచయన ఆధారంగా యూనివర్స్ గురించి అనుమితులను (inferences) లేదా నిర్ణయాలను చేయవచ్చు. ఈ సిద్ధాంతం, విజ్ఞాన శాస్త్ర సూత్రాలవలె నిర్దిష్టమైనది కాక పోయినప్పటికీ, ఈ సిద్ధాంతం ఆధారంగా ఎంపిక చేసిన ప్రతిచయనాలు, సహేతుకమైన యథార్థ ఫలితాలను ఇస్తాయి.

5.4.2. పెద్ద సంఖ్యల జడత్వ సిద్ధాంతం

దీనికి 'భారీ దత్తాంశ స్థిరత్వపు సిద్ధాంతం' అనే మరో పేరుకూడా ఉన్నది. ఈ సిద్ధాంతం గణాంకాల క్రమత్వ సిద్ధాంతానికి పూరకంగా ఉండడమేగాక, ఆ సిద్ధాంతం నుండే ఉద్భవించింది. దత్తాంశపరిమాణం పెరిగినకొద్దీ, హెచ్చుతగ్గులు తక్కువగా ఉంటాయనే భావన ఆధారంగా ఈ సిద్ధాంతం రూపొందించబడింది. దీనికి కారణం కొన్ని అంశాలలో దొర్లిన హెచ్చులు మరి కొన్ని అంశాలలో ఉన్న తగ్గులతో రద్దు అయిపోతాయి. అంటే, సుమారుగా పెద్ద మొత్తంలో అంశాలను పరిగణనలోనికి తీసుకోవడంవల్ల, చిన్న పరిశీలనల వల్ల కలిగే హెచ్చుతగ్గులను సరిచేస్తుంది. కనుక, ఈ జడత్వ సిద్ధాంతం, ప్రతిచయనం పరిమాణాన్ని పెంచడంవల్ల, ఫలితాలను యదార్థాలుగా మలిచే అవకాశం ఉందని తెలియజేస్తుంది. H.M. వాకర్ (H.M. Walker) మాటల్లో చెప్పినట్లయితే, "ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని పెంచడం జరిగినట్లయితే, యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనాల విభాజనం వాటి మౌలిక జనాభా విభాజనాలతో

BRAOU

చాలావరకు సరిపోతుంది. దీనినే "పెద్ద సంఖ్యల జడత్వ సిద్ధాంతం అంటారు". యదార్థ ఫలితాలను పొందడానికై, చాలామటుకు పరిశీలనలు, పెద్ద సంఖ్యలో ప్రతిచయనంలో కూర్చడం జరుగుతుంది. కానీ, ఏ గణాంక సిద్ధాంతంకూడా ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని నిర్ణయించలేదు. అయితే, ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని, కాలం, వ్యయం, యదార్థత స్థాయి మొదలగు కారకాలను బట్టి నిర్ణయిస్తారు.

5.5 ప్రతిచయనానికి అవశ్యకాలు

ప్రతిచయనంలో ముఖ్యమైన విశేషం మౌలిక జనాభాలను (parent population) గురించి అనుమితులను (inferences) తీయడం. ప్రతిచయనానికి కింది అవశ్యకాలు ఉన్నప్పుడు మాత్రమే ఈ అనుమితులు వాస్తవమవుతాయి.

i) **ప్రాతినిధ్యత:** ప్రతిచయనాన్ని ఏ యూనివర్స్ నుండి ఎంపిక చేయబడినదో, ఆ యూనివర్స్‌కు గల లక్షణాలను ప్రతిచయనం కలిగి ఉండాలి. అప్పుడే యూనివర్స్ గురించి సక్రమ నిర్ణయాలు తీసుకునేందుకు వీలవుతుంది. యాదృచ్ఛిక ఎంపిక దీనికి ఆధారం.

ii) **ఏకరూపత లేక సజాతీయత లేక సాధర్మ్యం (Homogenity):** ప్రతిచయనం ఒక సాధర్మ్యక ఉపసమితి (Subset) కావాలి. మౌలిక యూనిట్ల లక్షణాలలో గమనించదగిన వ్యత్యాసాలు ఉండరాదు. ఒకే యూనివర్స్ నుండి ఎంపిక చేసిన వివిధ ప్రతిచయనాలు ఒకే రకంగా ఉన్నట్లయితే, అది సాధర్మ్యకతను కలిగి ఉన్నట్లవుతుంది.

iii) **స్వతంత్రత:** ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసేటప్పుడు, ప్రతిచయనంలో చేర్చే వివిధ యూనిట్లు స్వతంత్ర లక్షణాన్ని కలిగి, ఒకదానికొకటి సంబంధం లేనివై ఉండాలి. ఒక సారి యూనివర్స్ నుండి ఒక నిర్దిష్ట అంశాన్ని ప్రతిచయనానికై ఎంపికచేసిన తరువాత అది తరువాత ఎంపికలను ప్రభావితం చేయరాదు.

iv) **పర్యాప్తత (adequency):** ప్రతిచయనం పరిణామం యదార్థమైన ఫలితాలను ఇచ్చేందుకు సరిపడి ఉండాలి. ఎక్కువ సంఖ్యలో అంశాలను ప్రతిచయనంలో చేర్చడం వల్ల, అది యూనివర్స్‌కు ఎక్కువ ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది.

BRAOU

5.6 ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడం

యదార్థమైన ఫలితాలను పొందడానికి ప్రతిచయనాన్ని శాస్త్రీయంగా ఎంపికచేయడం అవసరం. ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో కింది అంశాలను పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి.

a) **యూనివర్స్ స్వభావం:** యూనివర్స్ స్వభావం, రకం లేక ధోరణి ప్రతిచయనాన్ని నిర్ణయిస్తుంది. పెద్దయూనివర్స్‌కు పెద్ద ప్రతిచయనం అవసరమవుతుంది. అప్పుడు మాత్రమే ప్రతిచయనం ప్రాతినిధ్యాన్ని గలిగి ఉంటుంది.

b) **ప్రతిచయన ప్రమాణం (sampling unit):** గణకులు దత్తాంశ సేకరణ ఏ కొలమానాలలో చేయాలో వివరించే ప్రమాణాలను 'ప్రతిచయన ప్రమాణాలు' లేక 'గణాంక ప్రమాణాలు' అంటారు. ఇవి భౌగోళిక ప్రమాణాలు, నిర్మాణ ప్రమాణాలు, సామాజిక సమూహాలు, వ్యక్తుల సంఖ్యలు కావచ్చు. ప్రతిచయన ఎంపిక, ఈ ప్రమాణాల స్వభావం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

c) **వనరుల జాబితా:** యూనివర్స్‌లోని వివిధ అంశాల వివరాల జాబితాను, వనరుల జాబితా అంటారు. ఈ వనరుల జాబితా వల్ల శోధకుడు ప్రతిచయనాలను గుర్తించడానికి, ఎంపిక చేయడానికి వీలవుతుంది. ఆ జాబితా నిశ్శేషంగాను, యదార్థంగాను, విశ్వసనీయంగాను, కావలసిన సమాచారాన్ని వర్ణించేదిగానూ ఉండాలి. ఈ జాబితాను యూనిట్లు పునరావృతం కాకుండా, జాగ్రత్తగా తయారు చేయవలసి ఉంటుంది.

d) ప్రతిచయన ప్రమాణం: వివిధ నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి ప్రతిచయనం ఆధారమవుతుంది. కనుక, తగిన పరిమాణంలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయాలి. ప్రతిచయన పరిమాణం అంటే ఒక ప్రతిచయనంలో చేర్చదగిన అంశాల సంఖ్య అని అర్థం. మరీ పెద్ద పరిమాణంలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంవల్ల, ఆర్థికంగా కష్టమైనది కాగా, చిన్న పరిమాణం యూనివర్స్‌కు ప్రాతినిధ్యం వహించదు. కనుక, ప్రతిచయన పరిమాణం మరీ పెద్దదిగానూ, మరీ చిన్నదిగానూ ఉండరాదు. అభిలషణీయమైన పరిమాణాన్ని మాత్రమే నిర్ణయించాలి. అభిలషణీయమైన పరిమాణం అంటే, సమర్థత, ప్రాతినిధ్యం, విశ్వసనీయత, మలచగలిగే స్థితి మొదలైన ఆవశ్యకాలను భర్తీచేయగలిగే పరిమాణం అని చెప్పవచ్చు. అయినప్పటికీ, కింది అంశాలను కూడా ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని నిర్ణయించడానికి ఉపయోగించవచ్చు.

i) జనాభా స్వభావం, పరిమాణం, సాధర్మిక అంశాలను కలిగిన జనసంఖ్యకు చిన్న ప్రతిచయనాన్ని; విభిన్న అంశాలను గలిగిన జనాభా సంఖ్యకు పెద్ద ప్రతిచయనాన్ని ఎంపికచేయాలి.

ii) విత్తం, కాలం లభ్యత పరిమితంగా ఉన్నందున పెద్ద ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడం ఇబ్బందితో కూడిన పని.

iii) యదార్థత స్థాయిని బట్టి ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని నిర్ణయిస్తాం. ఖచ్చితమైన ఫలితాలు కావాలంటే పరిమాణం పెద్దదిగానే ఉండాలి.

iv) కూలంకష, సాంకేతిక అధ్యయనాలకు ప్రతిచయన పరిమాణం చిన్నదిగానే ఉండాలి. అట్లాకాక, దత్తాంశాన్ని పెద్దపెద్ద తరగతులుగా వర్గీకరించవలసి ఉంటే, ప్రతిచయన పరిమాణం పెద్దదిగా ఉండాలి.

v) పెద్ద సంఖ్యలోగల యూనిట్లనుండి దత్తాంశాన్ని వ్యుత్పన్నం చేయలేకపోయినట్లయితే, ప్రతిచయన పరిమాణము పెద్దదిగా ఉండాలి.

vi) సాధారణ ప్రతిచయన పద్ధతికి పెద్ద పరిమాణంలో ప్రతిచయనం అవసరం. ఇతర పద్ధతుల విషయంలో చిన్న పరిమాణంలో ఉన్నప్పటికీ, ప్రతిచయనం యదార్థమైన ఫలితాలను ఇస్తుంది.

పై కారణాలు ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని నిర్ణయించడంలో సూచికలుగా ఉన్నప్పటికీ. గణితశాస్త్ర పద్ధతులలో కూడా ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని నిర్ణయించవచ్చు.

5.7 ప్రతిచయన పద్ధతులు (Techniques of sampling)

ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో రెండు పద్ధతులు ఉన్నాయి.

5.7.1. యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి.

5.7.2. అయాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి

B R A O U

5.7.1 యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి

W.M. హార్పర్ ప్రకారం యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం అంటే, "జనాభాలోని ప్రతి యూనిట్‌కు, ప్రతిచయనంలో ఎంపిక కావటానికి సమానావకాశాలు ఉండే విధానం". ఇక్కడ శోధకుడు ప్రతిచయనాన్ని తన ఇష్టాఇష్టాలకనుగుణంగా కాక, ఎంపిక అవటానికి, వాటికిగల అవకాశాన్ని బట్టి (by chance) నిర్ణయిస్తాడు. ఆ కారణం చేతనే, యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనాన్ని సంభావ్యతా ప్రతిచయనంగా కూడా పిలుస్తారు. యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతిలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడం నిష్పక్షపాతంతో కూడిందై, మరింత ప్రాతినిధ్యపు లక్షణాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

ఈ పద్ధతిలో చెప్పుకోతగిన పెద్ద పరిమితి ఏమిటంటే అధిక కాల వినియోగం, అధిక ప్రయాసతో కూడిన ప్రక్రియ అయి ఉండటమే. ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో మంచి నైపుణ్యం, మేధస్సు అవసరమవుతాయి. లేకపోతే, ఎంపిక చేసిన ప్రతిచయనం ప్రాతినిధ్యపు గుణాన్ని గలిగి ఉండదు.

యాదృచ్ఛిక పద్ధతిని ఎంపిక చేయవలసిన యూనిట్లు వివిధ ప్రాంతాలకు విస్తరించి ఉన్నప్పుడు, దత్తాంశ సేకరణ చాలా వ్యయంతో గూడినదై ఉంటుంది. యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతిని రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు.

i) సాధారణ లేక అపరిమిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి ii) పరిమిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి.

i) అపరిమిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి:

ప్రతిచయనంలో యూనిట్లను చేర్చే విషయంలో పూర్తిగా అవకాశాన్ని బట్టి (by chance) నిర్ణయించడం జరిగితే, ఆ ప్రక్రియను సాధారణ ప్రతిచయన పద్ధతి అంటారు. ఇక్కడ, జనాభాలోని అన్ని యూనిట్లు స్వతంత్ర ప్రతిపత్తిని కలిగి ఉండటమేకాక, ప్రతి యూనిట్‌కు ఎన్నిక అవటానికి సమాన అవకాశాలు ఉంటాయి. సాధారణ ప్రతిచయన పద్ధతిలో మళ్ళీ రెండు పద్ధతులు ఉన్నాయి.

a) **లాటరీ లేదా చీటీల పద్ధతి:** ఈ పద్ధతిలో, జనాభాలోని అన్ని యూనిట్లకు నిర్దిష్టమైన సంకేతాలు లేదా సంఖ్యలను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఆ విధంగా ప్రతియూనిట్‌కి ఇచ్చిన సంకేతాన్ని, ఒక చీటీమీద రాసి, ఆ చీటీని మడచాలి. ఆ చీటీలనన్నింటినీ బాగా కలిపి, కావలసిన సంఖ్యలో చీటీలను చూడకుండా ఎంపిక చేయాలి. అప్పుడు ఎంపిక అయిన చీటీలలో ఏ యూనిట్ల సంకేతాలు ఉంటాయో ఆ యూనిట్లను ప్రతిచయనంలో ఎంపిక అయినట్లుగా పరిగణించడం జరుగుతుంది. అయితే, ఆ విధంగా తయారు చేసిన చీటీలు ఒకే రంగును, పరిమాణాన్ని, ఆకారాన్ని కలిగి ఉండాలి.

ఈ పద్ధతిని అర్థం చేసుకోవడానికి, ఉపయోగించడానికీ చాలా తేలికైనది. ఈ పద్ధతికి ప్రత్యేక శిక్షణ అవసరం లేదు; తక్కువ కాలం, వ్యయం, సిబ్బందితో ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించవచ్చును. అందువల్లనే ఈ పద్ధతి బహుళ ప్రచారంలో ఉంది. కానీ, జనాభాలోని లక్షణాలతో సంబంధం లేకుండా, స్వతంత్రంగా ఎంపిక చేయవలసి ఉంటుంది కనుక, జనాభాలోని అంశాలు చాలా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఈ పద్ధతి పెద్దగా ఉపయోగపడదు.

b) **యాదృచ్ఛిక సంఖ్యలు పట్టీని ఉపయోగించడం:** ఎంపిక శాస్త్రీయమైన రీతిలో జరగకపోతే, లాటరీ పద్ధతిలో ఎంపిక పక్షపాతంతో గూడినదౌతుంది. అందువల్ల, యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడానికి యాదృచ్ఛిక సంఖ్యల పట్టీని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. కొన్నిసార్లు, యంత్రాల

BRAOU

సహాయంతో తయారుచేసిన యాదృచ్ఛిక సంఖ్యలను కూడా ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. కానీ, ఎక్కువగా యాదృచ్ఛిక సంఖ్యలనిచ్చే, నిర్దిష్ట పట్టీలనే ఉపయోగిస్తున్నారు. వాటిలో కొన్ని కింద పేర్కొనడం జరిగింది.

i) **టిప్పెట్ యాదృచ్ఛిక సంఖ్యలపట్టీ:** దీనిని 1927లో తయారుచేసినారు. బ్రిటిష్ సెన్సస్ నివేదికనుండి యాదృచ్ఛికంగా 41,600 అంకెలను ఎంపిక చేయడం జరిగింది. వాటిని 4-అంకెల రూపంలో 10,400 సమితులుగా ఏర్పాటు చేశారు.

ii) **కెండాల్, స్మిత్‌ల యాదృచ్ఛిక సంఖ్యలపట్టీ:** దీనిని, 1939లో 4 అంకెలు గల 25వేల సమితులుగా తయారు చేశారు.

iii **ఫిషర్, యేట్స్‌ల యాదృచ్ఛిక సంఖ్యల పట్టీ:** దీనిని 1938లో తయారు చేశారు. 10 అంకెలుగల 1,500 సమితులుగా వీటిని తయారు చేయడం జరిగింది.

ఇంకా చెప్పుకోదగిన యాదృచ్ఛిక సంఖ్యల పట్టీలు రాండ్ కార్పొరేషన్‌పట్టీ, రావు, మిత్రా, మత్తయి యాదృచ్ఛిక సంఖ్యల పట్టీలు, స్నేడకర్‌ల పట్టీలు మొదలయినవి.

యాదృచ్ఛిక సంఖ్యల పట్టీని ఉపయోగిస్తూ, యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసే విధానాన్ని కింద వివరించడమైనది.

a) యూనిట్లను సంఖ్యతో గుర్తించండి.

b) యాదృచ్ఛిక సంఖ్యలపట్టీ నుండి ఒక పుటను యాదృచ్ఛికంగా తీసి, ఆ పుటలోని ఏదో ఒక వరుసనుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక అంకెను ఎంపికచేయండి. ఆ అంకెతో మొదలుపెట్టి, అవసరమైన మేరకు వరుసగా సంఖ్యలను గుర్తించండి.

ఆ విధంగా రాసుకున్న సంఖ్యలుగల యూనిట్లను ప్రతిచయనంలోకి తీసుకోవాలి.

సాధారణ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన విధానం నిష్పక్షపాతమై, శాస్త్రీయమైన ఎంపికకు దోహదం చేస్తుంది. అటువంటి ప్రతిచయనాలు జనసంఖ్యకు చాలా ఎక్కువ ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి. ఈ పద్ధతిలో కాలం, వ్యయం, సిబ్బంది కూడా కలిసి వస్తాయి. యదార్థతను తేలికగా సరి చూడవచ్చు. కానీ, ఈ పద్ధతిలో వనరుల జాబితాను తాజా సమాచారంతో ఎప్పటికప్పుడు సిద్ధంగా ఉంచుకోవలసి ఉంటుంది. అది అన్ని వేళలా సాధ్యపడే పనికాదు. యూనిట్లు భౌగోళికంగా విస్తరించి ఉన్నప్పుడు, దత్తాంశ సేకరణ వ్యయప్రయాసలతో గూడి, కాలంవృధా అవుతుంది. యూనివర్స్ చాలా చిన్నదిగా ఉన్నప్పుడు ఈ పద్ధతి అనుకూలంగా ఉండదు. అటువంటి పరిస్థితులలో ఎంపిక చేసిన ప్రతిచయనం జనాభాకు ప్రాతినిధ్యం వహించదు. అయినప్పటికీ, ఈ పద్ధతి చాలా సాధారణమై, విశ్వాసనీయమైన కారణాన విస్తృతంగా వాడుతున్నారు.

ii) **పరిమిత, యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం:** ఈ పద్ధతిలో, ఎంపిక చేసుకొనే యూనిట్లపై కొన్ని ఆంక్షలను విధించి ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేస్తారు. ఆ ఆంక్షలు అంశాల లక్షణాల వర్గీకరణను బట్టి, లేదా ఒకే విధమైన రంగు, ఆకారం పరిమాణాలను బట్టి విధిస్తారు. వివిధ పరిమిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతులను కింద విశదీకరించడమైనది.

BRAOU

A) క్రమ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం

దీనినే క్వాసీ-యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం అంటారు. ఈ పద్ధతిలో ప్రతిచయనాన్ని సమవ్యవధి గల అంతరాల (evenly spaced intervals) నుండి ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. అంటే, జనసంఖ్యలోని యూనిట్లను ఒక క్రమంలో ఏర్పాటు చేయడం జరుగుతుంది. ఆ క్రమాన్ని భౌగోళికంగా, కాలానుగతంగా, అక్షరాలకనుగుణంగా, సంఖ్యాత్మకంగా ఏర్పాటు చేయవచ్చు. మొదటి యూనిట్‌ను సాధారణ యాదృచ్ఛిక పద్ధతిలో ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. తరువాత యూనిట్లను సమ వ్యవధి ఉండే విధంగా ఎంపిక చేస్తారు. ఈ ప్రతిచయన వ్యవధి లేక అంతరం అంటే జనాభా పరిమాణానికి మొత్తం ప్రతిచయన పరిమాణానికి గల 'పరమ నిష్పత్తి' (absolute ratio) అని అర్థం. సాంకేతికంగా,

$$K = \frac{N}{n}$$

ఇక్కడ

N = జనాభాలోని మొత్తం యూనిట్ల సంఖ్య.

n = ప్రతిచయన పరిమాణం.

k = ప్రతిచయన అంతరం.

ఈ పద్ధతిని కొందరు సాధారణ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతిగా వ్యవహరిస్తూ ఉంటారు. కానీ, ప్రతిచయనంలోని అన్ని యూనిట్లను ఒకదానికొకటి సంబంధం లేకుండా స్వతంత్రంగా ఎంపిక చేయడం జరుగదు కనుక, సాధారణ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతిగా దీనిని వ్యవహరించడం సరికాదు. పైగా ప్రతిచయనంలోని యూనిట్లన్నీ వాస్తవానికి యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక అయినవికావు. మొదటి యూనిట్ మాత్రమే యాదృచ్ఛికంగా ఎన్నిక అయింది. ఈ పద్ధతి జనసంఖ్యలోని అంశాలన్నీ తెలిసిఉండి, యూనిట్ల జాబితా ఒక క్రమ పద్ధతిలో ఏర్పాటు అయిఉండి, అంశములను ఎన్నిక చేయడంలో అవలంబించిన సమవ్యవధి అంతరాల పద్ధతి హేతుబద్ధంగా ఉన్నప్పుడు మాత్రమే తగినదై ఉంటుంది. జనసంఖ్యలో హెచ్చుతగ్గులు ఉన్నప్పుడు కూడా ఈ పద్ధతి తగినదై ఉంటుంది. ఈ పద్ధతిలోనున్న ప్రత్యేక ప్రయోజనమేమంటే! ఇది సాధారణమై, సౌకర్యవంతంగా ఉండటమే. ఈ పద్ధతిలో యూనిట్లను ఎంపిక చేయడం తేలిక అయి ఉండటంచేత, శోధకుడికి కాలం, శ్రమ కలిసివస్తాయి. యూనివర్స్‌లోని యూనిట్ల జాబితా, సంపూర్తిగానూ, ఆధునికంగానూ, నిష్పక్షపాతంగానూ ఉన్నట్లయితే, ఈ పద్ధతి ప్రాతినిధ్యపు ప్రతిచయనాన్ని ఇస్తుంది.

అయినప్పటికీ, యూనివర్స్‌లోని యూనిట్లను వ్యవధులవద్ద లేదా అంతరాల వద్ద, ఒకే విధమైన లక్షణాలు ఉన్నట్లయితే, ఈ పద్ధతి తగినదై ఉండదు. అటువంటి పరిస్థితులలో, ఎంపిక అయిన ప్రతిచయనం తక్కువ ప్రాతినిధ్యాన్ని గలిగి, పక్షపాతంతో గూడినదై ఉంటుంది. అందువల్ల, ఒక నిర్దిష్ట యూనిట్‌ను ఎంపిక చేయడంలో, నిర్దిష్ట జనాభాలోని యూనిట్ల లక్షణాలను పరీక్షించవలసి ఉంటుంది.

(B) స్తరిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం

ఈ పద్ధతిలో జనాభాలోని వివిధయూనిట్లను సమూహాలుగా విభజించడం జరుగుతుంది. అయితే,

Dr. BRAOU LIBRARY
Acc. No: T-3447
Class No: 380 VNA

ఆ సమూహంలోని అంశాలన్నీ ఒకే లక్షణాన్ని గలిగివుంటాయి. ప్రతి సమూహాన్ని 'స్తరితం' అంటారు. దేని ఆధారంగా అయితే, వాటిని సమూహాలుగా విడగొట్టామో, ఆ కారకాన్ని 'స్తరిత పూర్వకకారకం' (stratifying factor) అంటారు. ఈ స్తరిత కారకాలు, వయస్సు, సెక్స్, ఆదాయం, వైవాహికస్థితి, నైపుణ్యం మొదలైన, భౌగోళిక, సామాజిక, ఆర్థిక కారణాలవల్ల ఏర్పడినవై ఉండవచ్చు. జనాభాలోని అంశాలు విభిన్న లేక విజాతీయ లక్షణాలు గలిగినవైనపుడు, స్తరితములను తయారుచేయడం సుకరమవుతుంది. స్తరిత ప్రతిచయన పద్ధతిని సమర్థవంతంగా ఉపయోగించడానికి, కింది విషయాలను జ్ఞాపకం ఉంచుకోవాలి.

i) స్తరితంలో చేర్చే యూనిట్లు ఏక రూపతను గలిగి ఉండాలి.

ii) వివిధ స్తరితాలు ఒకదానికొకటి స్వతంత్రాలై ఉండాలి.

iii) యూనిట్లలోగానీ స్తరితాలలోగాని, అతివ్యాప్తి (overlapping) ఉండరాదు. అంటే ఒక స్తరితంలో వచ్చిన యూనిట్ మరొక స్తరితంలో గోచరించరాదు.

ఈ పద్ధతిలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడానికి ముందుగా, జనాభాలోని వివిధ అంశాలను వివిధ స్తరితాలుగా సమూహాలుగా చేయండి. ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని నిర్ణయించండి. అప్పుడు ప్రతిస్తరితం నుండి కొన్ని అంశాలను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపికచేసి, మొత్తాన్ని ప్రతిచయనంలో చేర్చండి. స్తరిత ప్రతిచయన పద్ధతిలో రెండు రకాలున్నాయి.

a) నైష్పత్తిక స్తరిత ప్రతిచయనం.

b) నైష్పత్తికము కాని, స్తరిత ప్రతిచయనం.

a) నైష్పత్తిక స్తరిత ప్రతిచయనం: ఈ పద్ధతిలో, ప్రతిచయనంలో చేర్చవలసిన అంశాలను, ప్రతిచయన పరిమాణానికీ, స్తరితానికి గల నిష్పత్తి దృష్ట్యా ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. యా-లన్-చౌల ప్రకారం, "నైష్పత్తిక స్తరిత ప్రతిచయన పథకంలో, ప్రతిస్తరితంనుండి తీసిన అంశాల సంఖ్య, స్తరితం పరిమాణపు అనుపాతంలో ఉంటుంది. ఉదా: మొత్తం అయిన 1,000 లో 10%ను ప్రతిచయనంగా తీయవలసి ఉండీ, స్తరితాల మధ్య నిష్పత్తి 1 : 2 : 3 : 4 గా ఉన్నప్పుడు, ప్రతిస్తరితం నుండి అంశాలను క్రింది విధంగా ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది.

మొత్తం జనాభా = 1,000

ప్రతిచయన అంశాల సంఖ్య= 100

(జనాభా $\times \frac{10}{100}$)

స్తరితం= 100 : 200 : 300 : 400

ప్రతి ప్రతిచయనం కింది నిష్పత్తిలో ఉంటుంది.

$\frac{10}{100}, \frac{20}{100}, \frac{30}{100}, \frac{40}{100}$

కనుక, $100 \times \frac{10}{100}$ = 10 : 20 : 30 : 40 యూనిట్లను ప్రతిస్తరితం నుండి ఎంపిక చేస్తారు.

BRAOU

b) నైష్పత్తికం కాని స్తరిత ప్రతిచయనం: పై పద్ధతివలె కాక, ఈ పద్ధతిలో వివిధ స్తరితాలనుండి యూనిట్లను సమానంగా ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. కనుక, మొత్తం జనాభాలో స్తరితాల ప్రాతినిధ్యానికి ప్రాముఖ్యతను ఇవ్వడం జరగదు. ఉదా: జనాభాలో 100 యూనిట్లను ప్రతిచయనంగా ఎంపిక చేయాలని అనుకుంటే, 4 స్తరితాలు ఉన్నప్పుడు ఒక్కొక్క స్తరితము నుండి 25 యూనిట్లను ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. స్తరితములలో గల హెచ్చుతగ్గులను ఈ పద్ధతి ఏమాత్రం పట్టించుకోదు. అందువల్ల ప్రత్యామ్నాయంగా, అభిలషణీయ స్తరిత పద్ధతిని సూచించారు కొందరు. ఈ పద్ధతిలో ప్రతిస్తరితానికీ గల వైవిధ్యాన్ని, పరిమాణాన్ని దృష్టిలో పెట్టుకొని ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేస్తారు.

స్తరిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతికి కింది ప్రయోజనాలు, పరిమితులు ఉన్నాయి.

ప్రయోజనాలు

i) స్తరిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి, ప్రాతినిధ్యపు ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసేందుకు వీలు కల్పిస్తుంది. ఈ పద్ధతి ఏ ఒక్క స్తరితాన్ని ప్రతిచయనంలో ప్రాతినిధ్యం నుండి తప్పించుకు పోకుండా చూస్తుంది. ఈ పద్ధతి ప్రతిచయనపు యూనిట్లు, ప్రాతినిధ్యం వహించేట్లు చూడటమే కాక, నిష్పక్షపాత ఎంపికకు దోహదము చేస్తుంది.

ii) ప్రతిచయనపు ఫలితాలు మరి కొన్ని యదార్థంగా ఉంటాయి.

iii) జవాబు తిరిగి రాకపోవడంవల్ల దత్తాంశం పక్షపాతంగా పరిణమించకుండా ఈ పద్ధతి సూచిస్తుంది. ఎందువల్లనంటే ప్రతిచయనంలో ఎంపికైన ఏ యూనిట్ నుండైనా సమాచారం లభించకపోయినట్లయితే, అదే స్తరితంలో మరొక యూనిట్‌ను ఎంపిక చేసుకోవచ్చు. కనుక, ఈ పద్ధతి సులభంగా మార్చదగినదై (flexible) ఉంటుంది.

iv) ప్రతిచయనంలో ఎంపిక కాబడిన యూనిట్లు పరిమిత ప్రాంతానికి చెందినవైనపుడు శోధకునకు కాలం, ఖర్చులను పొదుపుగా వినియోగించడానికి వీలవుతుంది. కొద్దికాలంలోనే ఫలితాలను పొందేందుకు కూడా వీలవుతుంది.

B R A O U

పరిమితులు

i) వివిధ యూనిట్లను వర్గాలుగా విభజించి, ఏకరూప స్తరితాలుగా గుర్తించడం చాలా కష్టమైన పని. ఆ విధముగా విభజించడం అన్ని వేళలా సాధ్యము కాకపోవచ్చు.

ii) అంశాలను వర్గాలుగా విభజించడం చాలా ఖర్చుతోనూ, కాలంతోనూ గూడి ఉంది.

iii) జనాభాలోని లక్షణాలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని తెలుసుకోవడం, అర్థం చేసుకోవడం కష్టమైన పని.

iv) నిర్లక్ష్యంగా చేసిన స్తరితాల ఎంపిక, యదార్థ స్థాయిని భంగపరచవచ్చు.

అయినప్పటికీ, ఈ పద్ధతి జనాభాలో విభిన్న అంశాలు ఉన్నప్పుడు, హెచ్చుతగ్గులు బాగా ఉన్నపుడు తగినదై ఉంటుంది. జనాభా లక్షణాలు సమగ్రంగా తెలిసి ఉన్నప్పుడు కూడా ఈ పద్ధతి బాగా ఉపయోగపడుతుంది. ప్రతిస్తరితాన్ని మరికొన్ని ఉపసమితులుగా విభజించడంవల్ల ప్రతిచయనం మరింత

ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది.

అవగాహన ప్రశ్న-1

నైష్పత్తిక స్తరిత ప్రతిచయనాన్ని సోదాహరణంగా వివరించండి.

____

____

____

____

____

(C) బహుళదశ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం

ఈ పద్ధతిలో జనాభా నుండి వివిధ ఉపస్తరితాలను, లేక గుచ్ఛాలను (clusters) తయారుచేసి, వాటినుండి ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయటం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతిలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపికచేసే విధానం ఈ కింది విధంగా ఉంటుంది.

1) సాధారణ యాదృచ్ఛిక పద్ధతిద్వారా జనాభానుండి ఒక వర్గాన్ని ఎంపిక చేయాలి.

2) ఎంపిక చేసిన ఆ వర్గంనుండి ఒక ఉపవర్గాన్ని ఎంపిక చేయాలి. ఈ విధంగా మనకు కావలసిన ప్రతిచయన పరిమాణం వచ్చేవరకు ఉపవర్గాలనుండి యాదృచ్ఛికపద్ధతిలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేస్తూ ఉండాలి.

ఇలా బహుళదశలలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంచుకోవడం జరుగుతుంది కనుక, దీనిని బహుళదశ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనమనీ, వివిధ గుచ్ఛములను లేక ఉపవర్గాలను ఎంపిక చేస్తాము కనుక గుచ్ఛ యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనమనీ అంటారు. ఉదా:- ఆంధ్ర ప్రదేశ్‌లో 5,000 ఇళ్ళను ప్రతిచయనంగా ఎంపిక చేయాలనుకోండి. మొత్తం రాష్ట్రాన్ని 23 జిల్లాలుగా విభజించి, వాటిలో కొన్ని జిల్లాలను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేయాలి. అలా ఎంపిక చేసిన జిల్లాలను వివిధ తాలూకాలుగా విభజించి, వాటిలో కొన్ని తాలూకాలను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపికచేయాలి. అటువంటి తాలూకాలను పల్లెలుగా విభజించి, కొన్ని పల్లెలను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపికచేసి, వాటినుండి కొన్ని ఇళ్ళను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేయాలి. బహుదశలలో సాగే ఈ ప్రతిచయనాన్ని బహుళదశల యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం అంటారు.

కానీ, ఈ పద్ధతిలో, ప్రతిచయనాన్ని ఎన్నికచేయడంలో కొన్ని ప్రాతినిధ్యపు యూనిట్లను వదిలివేయడం జరుగుతుంది. అందువల్ల, ప్రతిచయనం పూర్తి ప్రాతినిధ్యపు లక్షణం గలిగి ఉండదు. అయినప్పటికీ, ఈ పద్ధతి విస్తృత శోధనలకు తగినదై ఉంటుంది.

5.7.2. అయాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతి

ఈ పద్ధతిలో ప్రతిచయన ఎంపిక శోధకుని విచక్షణపై అధారపడి ఉంటుంది. ఇందులో వివిధ పద్ధతులు ఉన్నాయి.

BRAOU

(a) నిర్ణాయక ప్రతిచయనం (Judgement Sampling): దీనిని "ఉద్దేశ పూర్వక ప్రతిచయనం" అనికూడా అంటారు. ఇందులో, ప్రతిచయన యూనిట్లను, శోధకుని ఇష్టాఇష్టాల కనుగుణంగా విచక్షణనుబట్టి, నిర్ణయాన్ని బట్టి చేరుస్తారు. శోధకుడు తన అభిప్రాయం ప్రకారం, యూనిట్లు జనాభాలోని లక్షణాలను ప్రతిబింబింపచేస్తాయి అని అనుకున్నట్లయితే ప్రతిచయనంలో చేరుస్తాడు, లేని పక్షంలో వదిలేస్తాడు. ఈ పద్ధతిలో ఎంపికను కింది జాగ్రత్తలతో చేయాలి.

i) జనాభాలోని అన్ని అంశాల లక్షణాలను క్షుణ్ణంగా అర్థం చేసుకుని ఉండాలి. శోధకుడు లక్ష్యంతోనూ, తెలివిగానూ ఉండాలి.

ii) ప్రతిచయనం జనాభాలోని అంశాలకు ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా ఉండాలి.

iii) ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో శోధకుడు పక్షపాతాన్ని కలిగి ఉండరాదు.

ఈ పద్ధతికి కింది ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి.

i) ప్రతిచయనం ఎంపిక చాల తేలిక, సాధారణం.

ii) ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో శోధకుని దగ్గరగా గల యూనిట్లను ఎంపిక చేస్తే కాలం, ద్రవ్యం కూడా కలిసివస్తాయి.

iii) ప్రతిచయాన్ని శ్రద్ధగా ఎంపిక చేసి, యూనివర్స్‌కు ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా చేసినట్లయితే, ఫలితాలు నమ్మదగినవిగానూ, యదార్థంగానూ ఉంటాయి.

ఈ పద్ధతికి కింది లోపాలు కూడా ఉన్నాయి.

i) ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో, వ్యక్తిగత పక్షపాతానికి అవకాశం ఉంది. కనుక, ఫలితాలు నమ్మదగనివై ఉంటాయి.

ii) యాదృచ్ఛికం కాని పద్ధతిన ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడం వల్ల, ప్రతిచయన దోషాన్ని సరిగా గణించడం కుదరదు.

iii) నిర్ణాయక ప్రతిచయనం ద్వారా ఎంపిక చేసిన ప్రతిచయన ఫలితాలు పోల్చడానికి పనికిరావు. కనుక, ప్రతిచయన స్థిరత్వాన్ని, ప్రాతినిధ్యాన్ని ఖచ్చితంగా తెలుసుకోలేం.

ఈ పద్ధతి శాస్త్రీయమైనది కాకపోయినా, సౌకర్యవంతమైనది కావటాన, విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నారు.

కింది పరిస్థితులలో ఈ పద్ధతి తగినదై ఉంటుంది.

i) చిన్న, పరిమిత (అనంతముకాని) యూనివర్స్ విషయంలో ఎక్కడైతే లక్షణాలను వెంటనే నిర్ణయించడానికి, అర్థము చేసుకోవడానికి వీలవుతుందో, ఆ పరిస్థితులలో ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించవచ్చు.

ii) ప్రతిచయనంలో చేర్చే అంశాల సంఖ్య చిన్నదైనపుడు.

BRAOU

b) వీలుబట్టి లేదా సౌకర్యపూరితమైన ప్రతిచయనం: ఈ పద్ధతిలో ప్రతిచయనంలో చేర్చే అంశాలను వీలునుబట్టి లేక సౌకర్యాన్ని బట్టి ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. కాబట్టి సౌకర్యవంతమైన సమూహాన్ని ప్రతిచయనంగా ఎంపిక చేయవచ్చు. ఈ సమూహాన్ని సాంకేతికంగా, 'ముక్క' (chunk) అంటారు. కనుక 'ముక్క' అంటే, ప్రతిచయనంలో చేర్చబడేందుకై, సౌకర్యానుగుణంగా ఎంపిక చేయబడిన యూనిట్ల ప్రాతినిధ్యపు సమూహం అని అర్థం.

ఈ పద్ధతి చాలా సౌకర్యవంతంగానూ, సూక్ష్మంగానూ ఉన్నప్పటికీ, కొన్ని పరిమితులు ఈ పద్ధతిలో కూడా ఉన్నాయి.

i) యాదృచ్ఛిక పద్ధతుల ద్వారా ఎంపిక చేయకపోవడంవల్ల ఎన్నిక కాబడిన ప్రతిచయనం ప్రాతినిధ్యం వహించదు. కనుక, ఫలితాలు కూడా యథార్థానికి, ఖచ్చితత్వానికి కొంత దూరంగా ఉంటాయి.

ii) ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో ఈ పద్ధతి పక్షపాతానికి వీలుకల్పిస్తుంది. కనుక, ప్రతిచయన దోషాలు ఎక్కువగా ఉంటాయి.

అయినప్పటికీ, ఈ పద్ధతి నిర్దిష్టంగా నిర్వచింపబడనపుడు, లక్షణాలు తెలియనపుడు ఆచరించతగినదై ఉంటుంది. విస్తృత అధ్యయనాలలో ఎక్కడైతే అంతిమ నిర్ణయాలకు ఖచ్చితమైన ఫలితాలుకాక, ఉజ్జాయింపు ఫలితాలు మాత్రమే అవసరమో అక్కడ ఈ పద్ధతి తగినదై ఉంటుంది.

c) కోటా ప్రతిచయనం: ఈ పద్ధతి స్తరిత ప్రతిచయనం, నిర్ణాయక ప్రతిచయనాల సమ్మేళనంచేత ఏర్పడినది. ఈ పద్ధతిలో యూనివర్స్‌ను వివిధ సమూహాలుగా విభజించడం ద్వారా ప్రతిచయనం ఎంపిక జరుగుతుంది. ఒక్కొక్క సమూహాన్ని 'కోటా' అంటారు. ప్రతి కోటాలోనూ గల వివిధ యూనిట్లు ఒకే లక్షణాన్ని కలిగి ఉండేటట్లుగా కోటాల వర్గీకరణ జరుగుతుంది. ఈ కోటాలను వివిధ గణకులకు కేటాయించి, వారిని వారి కోటాలోని అంశాల సంఖ్యకు లోబడి, ఎంపిక చేయవలసినదిగా ఆదేశించడం జరుగుతుంది. యూనిట్లను ఎంపిక చేయడంలో శోధకుడు తన నిర్ణయ శక్తినీ, అనుభవాన్నీ, నైపుణ్యాన్నీ, అంతర్దృష్టినీ అన్వయించవలసి ఉంటుంది. ఇక్కడ కోటాలోని అంశాలను ప్రతిచయనంగా ఎంపికచేసేటప్పుడు, అవి కోటాకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తున్నాయా? లేదా? అని చూడడం జరుగుతుంది. ఈ రకమైన ప్రతిచయన పద్ధతివల్ల, కాలమూ, వ్యయమూ కలిసి వస్తాయి. ఇక్కడ కోటాగా విభజింపబడే స్తరితం కొన్ని నిర్దిష్ట లక్షణాలను కలిగి ఉంటుంది. కనుక, ఈ పద్ధతి మరింత ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. ఈ పద్ధతిని కొద్దిగా మార్పుచేసి కోటాలోని అంశాలను ఎంపిక చేసే చివరి దశలో యాదృచ్ఛిక పద్ధతిని ప్రవేశపెడితే, మరింత ఉపయోగకరంగా తయారవుతుంది. శోధనలోని ప్రశ్నలకు జవాబులు రాకపోవడం ఎక్కువగా ఉన్న పరిస్థితులలో ఈ పద్ధతి తగినదై ఉంటుంది. శోధకులకు నిర్దిష్టమైన కోటాలో యూనిట్లను వారి ఇష్టానుగుణంగా ఎంపిక చేసుకుని, ఆ యూనిట్లనుండి సమాచారాన్ని సేకరించేందుకు వీలవుతుంది. కనుక, జవాబులు రాకపోవడం అనే సమస్యను తొలగించవచ్చు. కోటా ప్రతిచయనం, ప్రతిచయనాల ఎంపికను జనాభా లక్షణాలను కూలంకషంగా అధ్యయనం చేయడం ద్వారా జరిగినట్లయితే, యదార్థమైన, నమ్మదగిన ఫలితాలు వస్తాయి.

ఈ పద్ధతికి కింది పరిమితులు ఉన్నాయి.

i) గణకులు వ్యక్తిగత పక్షపాతంచే ప్రభావితం అవుతుంది.

ii) ఈ పద్ధతి ప్రత్యామ్నాయ దోషంవల్ల ప్రభావితమవుతుంది. యూనిట్లనుండి ప్రత్యుత్తరం రానప్పుడు శోధకులు మరొక యూనిట్‌ను ప్రత్యామ్నాయంగా ఎంపిక చేసినపుడు ఈ ప్రత్యామ్నాయ

దోషాలేర్పడుతాయి.

iii) ప్రతిచయన దోషాన్ని కూడా ఖచ్చితంగా అంచనావేయలేం. ఎందుకంటే, ఎంపిక యాదృచ్ఛికంగా జరగనందువల్ల.

కానీ, ఈ పద్ధతి విస్తృతమైన రాజకీయ, ఆర్థిక సర్వేలను జరపడానికి తగినదై ఉంటుంది.

సముచితమైన పద్ధతిని ఎన్నుకోవడం

యాధృచ్ఛిక, అయాధృచ్ఛిక పద్ధతులన్నిటికీ ప్రయోజనాలు, లోపాలు ఉన్నాయి. ఏ ఒక్క పద్ధతి కూడా ఖచ్చితమైన ప్రాతినిధ్య ప్రతిచయనాన్ని ఇవ్వదు. కనుక, జనాభా లక్షణాలను బట్టీ, పరిమాణాన్ని బట్టీ, ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని బట్టీ, శోధన స్వభావం ఉద్దేశ్యాలను బట్టీ, వనరుల లభ్యతను బట్టీ ఏదో ఒక పద్ధతిని ఎంపిక చేసి ఉపయోగించడం జరుగుతుంది.

5.8 గణాంక దోషాలు

ప్రతిచయన విలువకీ, యూనివర్స్‌లోని దాని అనురూప విలువకీ గల వ్యత్యాసాన్ని 'గణాంక దోషం' అంటారు. గణాంక శోధన ఫలితాలలో వ్యత్యాసాలకు లేక విచరణాలకు దోహదం చేసే కారకాలు చాలా ఉంటాయి. ఈ కారకాలవల్ల పరిణమించే దోషాలను రెండు తరగతులుగా చేయవచ్చు.

5.8.1. ప్రతిచయన దోషాలు.

5.8.2. అప్రతిచయన దోషాలు.

5.8.1. ప్రతిచయన దోషాలు

యా-లన్-చౌల ప్రకారం, "సెన్సస్ పద్ధతిలో వచ్చిన ఫలితాలకూ, ప్రతిచయన పద్ధతిలో వచ్చిన ఫలితాలకూ గల తారతమ్యాన్ని ప్రతిచయన దోషం అంటారు. అయితే ఆ ఫలితాలు సెన్సస్‌లోనూ, ప్రతిచయనంలోనూ ఒకే ప్రక్రియద్వారా సాధించి ఉండాలి. యూనివర్స్ నుండి ఒక చిన్న భాగాన్ని మాత్రమే పరీక్షించి తదనుగుణంగా యూనివర్స్‌లోని లక్షణాలను అంచనా వేయడం జరుగుతుందనే వాస్తవం వలన ఉద్భవించినది ఈ ప్రతిచయన దోషం. కనుక, సెన్సస్ లెక్కింపు ద్వారా వచ్చిన ఫలితాలకూ, ప్రతిచయన లెక్కింపు ద్వారా వచ్చిన ఫలితాలకూ వ్యత్యాసం ఉంటుంది. ఈ దోషాలు యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయనంలోనూ, యాధృచ్ఛికం కాని ప్రతిచయనంలోనూ ప్రతిచయన హెచ్చు తగ్గులవల్ల ఏర్పడతాయి.

ప్రతిచయన దోషాలకు కారణాలను కింది విధంగా వివరించవచ్చు.

i) ఎంపికలో పక్షపాతం: ఈ దోషం, సాధారణంగా, ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో శాస్త్రీయ విధానాన్ని అవలంబించక పోవడంకన్న, పక్షపాతంగా వ్యవహరించినందువల్ల ఏర్పడుతుంది. ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో అసమంజస పద్ధతులను ఉపయోగించడం వల్ల ఈ దోషం ఏర్పడుతుంది. ఉదా: యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయనాన్ని ఉపయోగించాల్సిన స్థానంలో, నిర్ణాయక ప్రతిచయనాన్ని ఉపయోగిస్తే, ప్రతిచయన దోషం ఏర్పడుతుంది. అయినప్పటికీ, ఈ దోషాన్ని యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతులను

BRAOU

ఉపయోగించడం వల్ల తగ్గించవచ్చు.

ii) గణకుని పక్షపాతం: కొన్నిసార్లు క్షేత్ర గణకుడు అసలైన యూనిట్ నుండి, సమాచారాన్ని పొందలేకపోతే, తనకి వీలయిన యూనిట్‌ను జనాభా నుండి ఎంపిక చేసి, ప్రత్యామ్నాయంగా ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. లెక్కింపుకై మొట్టమొదట (originally) ఎంపిక చేసిన యూనిట్‌కుగల లక్షణాలు ప్రత్యామ్నాయంగా పరిగణకుడు ఎంపిక చేసిన యూనిట్‌లో ఉండకపోయినట్లయితే ఈ దోషం ఏర్పడుతుంది. గణకుడు జనాభా నుండి ప్రతిచయనాన్ని విడదీసి, తనకు వీలుగా దానికి ఎల్లలు ఏర్పరచడంవల్ల, ప్రతిచయనపు యూనిట్లు తగినంతగా ఆవృతం (coverage) చేయక పోవడం వల్ల కూడా ఈ దోషం ఏర్పడులుతుంది.

iii) రెస్పాండెంటు చూపే పక్షపాతం: దత్తాంశాన్ని సేకరించేటప్పుడు రెస్పాండెంట్‌ల భావోద్వేగాన్ని, గౌరవాన్ని భంగపరిచే ప్రశ్నలు అడిగినట్లయితే, వారు తప్పుడు సమాచారాన్ని ఇచ్చే అవకాశం ఉంది. రెస్పాండెంట్‌లిచ్చే తప్పుడు సమాధానాలవల్ల దోషాలు ఏర్పడతాయి. ఉదా: ఆదాయాల గురించి అడిగితే తక్కువగానో, ఎక్కువగానో చెప్పడం జరుగుతుంది. అలాగే అలవాట్లకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని కూడా చెప్పరు.

iv) సేకరణలో పక్షపాతం: దత్తాంశ సేకరణలో పక్షపాతం వలన దోషాలు ఏర్పడతాయి. ఈ పక్షపాతం కింది కారణాలవల్ల పరిణమిస్తుంది. సమస్యను దోషపూరితంగా ఎంపిక చేయడం సమస్య స్వభావం, పరిధుల నిర్వచనాలలో సందిగ్ధత ఉండటం, తప్పుడు పరికల్పన చేయడం, ప్రశ్నావళిని తప్పుగా రచించడం, గణకులకు తగిన శిక్షణ లేక పోవడం, శోధకుని పక్షపాత వైఖరి. అసమర్థంగా రచించిన పథకం, మొదలయినవి అన్నీ పక్షపాతానికి దోహదం చేస్తాయి.

v) విశ్లేషణ, వ్యాఖ్యానాలలో పక్షపాతం: విశ్లేషణ చేయడంలో అసమంజస పద్ధతిని స్వీకరించడం వల్ల గణాంకాలలో పక్షపాత దోషం ఉద్భవిస్తుంది. జనాభా పరామితి (population parameters)ని ప్రతిచయన గణాంకం ద్వారా అంచనా వేయడం జరుగుతుంది. ఆ అంచనా వేయడంలో దోషం ఉద్భవించవచ్చు. అంచనా వేయడంలో, వర్గీకరించడంలో, పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రూపొందించడంలో, తప్పుడు సగటును ఎంపిక చేయడంవల్ల, తప్పుడు విస్తరణ మానాన్ని, వైషమ్యగుణకాన్ని ఎంపిక చేయడంవల్ల, అసమంజస పద్ధతిలో అంచనా చేయడంవల్ల కూడా దోషాలు దొర్లవచ్చు.

BRAOU

vi) విజాతీయ అంశాలు యూనివర్స్‌లో ఉన్నందువల్ల: యూనివర్స్‌లోని అంశాలు విజాతీయాలైనపుడు ఈ దొషం ఏర్పడవచ్చు.

సిద్ధాంతపరంగా, ఈ పక్షపాత దోషాలు ప్రతిచయన పద్ధతిలోనే సంభవించవలసి ఉన్నప్పటికి, సెన్సస్ పద్ధతిలో కూడా దోషాలు దొర్లడం జరుగుతుంది.

ఒక్కొక్కప్పుడు నిష్పక్షపాత దోషాలు కూడా దొర్లవచ్చు. ఈ దోషాలనే సరిపేట్టే దోషాలు అని కూడా అంటారు. ఈ దోషాలు ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని పెంచితే, దానికనుగుణంగా పెరగవు. కానీ, వాటిని సగటుచేయడంవల్ల దోషాలు ఒకదానికొకటి రద్దు అయిపోతాయి. ఈ దోషాలను క్రిందివిధంగా వివరించవచ్చు.

i) ప్రతిచయనంలో చేర్చిన జనాభా అంశాలకు, చేర్చని అంశాలకు మధ్య అనుకోకుండా ఉత్పన్నమయ్యే వ్యత్యాసాలవల్ల ఈ దోషాలు ఉద్భవిస్తాయి.

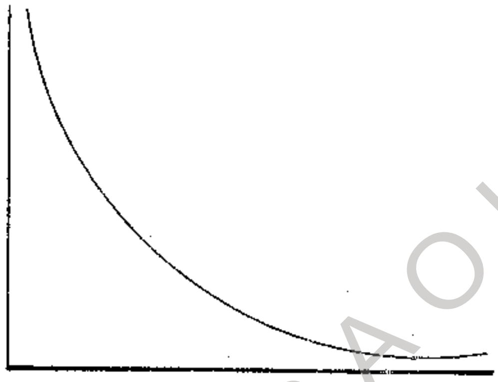
ii) సమూహీకరణం చేయడం వల్ల, తక్కువ అంచనాకు లేదా హెచ్చు అంచనాకు దారి తీసే దోషాలు ఏర్పడతాయి.

iii) దత్తాంశాన్ని సంపాదకీయం (editing) చేయడంలో దోషాలు.

vi) విశ్లేషణ, సమర్పణలో దోషాలు.

ప్రతిచయన దోషాలు తగ్గించడం

ప్రతిచయనంలోని పక్షపాత దోషాలను, పక్షపాతాన్ని తగ్గించడం ద్వారా తగ్గించవచ్చు. కానీ, యాదృచ్ఛిక కారణంగా ఏర్పడే నిష్పక్షపాత దోషాలను పూర్తిగా తొలగించడం వీలుకాదు. కనుక, కోరబడిన యథార్థతను తీసుకురావడానికి, వీలయినంతమటుకు ఆ దోషాలను తగ్గించుకోవాలి. దోష శమనానికి (reduction of error), ప్రతిచయన పరిమాణం వర్గమూలానికి, విలోమానుపాత సంబంధమున్నది కనుక, పెద్ద పరిమాణంలో ప్రతిచయనాలను అధ్యయనం చేయడంవల్ల ప్రతిచయన దోషాలను తగ్గించవచ్చు. దీనిని కింది పటంలో చూపడమైనది.



ప్రతిచయనంలో ఎక్కువ అంశాలను చేర్చడం ద్వారా ప్రతిచయన దోషాలు ఒక దశవరకు తగ్గించవచ్చు. ఒక నిర్దిష్ట దశ దాటిన తరువాత ప్రతిచయన పరిమాణాన్ని పెంచి నప్పటికీ, దోషాలు తగ్గవు. ఎందుకంటే, పక్షపాత దోషాలు పరిశీలనల సంఖ్యకు నేరుగా అనుపాతంగా ఉంటాయి. ప్రతిచయనంలో అంశాల సంఖ్య పెంచడం వల్ల ఎక్కువ కాలం, విత్తం అవసరమవుతాయి. ఈ ఇబ్బందుల కారణంగా, అభిలషణీయ పరిమాణంలో ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడం జరుగుతుంది. ఈ విధంగా చేయడం వల్ల, కావలసిన యథార్థతను కూడా సాధించవచ్చు.

5.8.2 అప్రతిచయన దోషాలు

అప్రతిచయన దోషాలకు గల ప్రత్యేక గుణం ఏమిటంటే, అవి జనాభా పద్ధతిలోనూ, ప్రతిచయన పద్ధతిలోనూ గోచరిస్తాయి. అవి గణాంక శోధనలోని అన్ని దశలలోనూ ఉద్భవిస్తాయి. పైగా ఇవి చాలా ఎక్కువసంఖ్యలో ఏర్పడతాయి. కింద కొన్ని కారణాలను వివరించడమైనది.

i) ప్రతిచయన యూనిట్ల ఉద్దేశ్యాలను, పరిధినీ, స్థానాన్నీ తప్పుగా వర్ణించడం

ii) గణాంక ప్రమాణాలను గుర్తించడంలో, జవాబులను రికార్డు చేయడంలో దోషాలు.

iii) రెస్పాండెంట్లు ఇచ్చే తప్పుడు సమాధానాలు.

iv) జవాబులు రెస్పాండెంట్లనుండి రాకపోవడం చేత పరిణమించే తప్పుడు సమాచారం.

v) లెక్కింపుదార్లు హడావిడిగా కొన్ని ప్రతిచయన యూనిట్లను వదిలివేయడం, అనవసరమైన వాటిని చేర్చడం.

vi) విధానీకరణ, విశ్లేషణ, క్రోడీకరణ, పట్టీకరణ, సంకలనాలలో దోషాలు.

vii) ముద్రణ, అచ్చుచిత్తు దిద్దడం (Proof reading) వంటి వాటిలో దోషాలు.

ప్రతిచయన దోషాలు సెన్సస్ ప్రతిచయన ఫలితాలను ప్రభావితం చేస్తాయి. కనుక, వాటిని సమర్థవంతంగా నియంత్రణ చేయాలి. ఈ దోషాలు పరిశీలనల సంఖ్య పెరిగిన కొద్దీ పెరుగుతాయి. అంతిమ ఫలితాలలో, యథార్థతను సాధించడానికై ఇటువంటి దోషాలను నియంత్రణ చేయవలసి ఉంటుంది. ఈ దోషాలను కింది చర్యలను తీసుకోవడం ద్వారా తగ్గించవచ్చు. a) పరిశోధన ఉద్దేశ్యాన్ని, పరిధిని స్పష్టంగా నిర్వచించడం. b) సమర్థులైన, సుశిక్షితులైన గణకులను నియమించడం. c) క్షేత్రపర్యవేక్షణ జరపడం. d) క్షేత్ర తనిఖీ జరపడం e) దత్తాంశాన్ని శ్రద్ధగా విధానీకరించి, విశ్లేషించి, వ్యాఖ్యానించడం.

గణాంక శాస్త్రంలో ప్రతిచయన, ప్రతిచయనంకాని దోషాలను కలిపితే మొత్తం గణాంక దోషమవుతుంది. యా-లన్-చౌల ప్రకారం, గణాంక సర్వేదోషం అంటే, "ప్రతిచయన దోషం వర్గాల వర్గమూలాలం, ప్రతిచయనం కాని దోషాల మొత్తానికి సమానం. ఇక్కడ ముఖ్యమైన విషయం ఏమిటంటే, మొత్తం దోషాన్ని వీలయినంత తక్కువ చేయడమే". ఏకొద్దిపాటి దోషం గోచరించినా, ఫలితాలు అపనమ్మకంగా పరిణమిస్తాయి. ప్రతిచయన ఫలితాల యథార్థతను కింది విధంగా పరీక్షించవచ్చు.

a) ఒకే యూనివర్స్ నుండి తీసిన ఒకే పరిమాణం గల రెండు లేదా అంతకు మించిన ప్రతిచయనాల సమితుల (sets) ఫలితాలను పోల్చడం. (b) ఫలితాలు తెలిసినప్పుడు వాటిని, ప్రతిచయన ఫలితాలతో పోల్చడం. (c) ఉప-ప్రతిచయనాలను, అసలైన ప్రతిచయనాలతో పోల్చడం. వీటన్నిటికంటే ముఖ్యమైనది శోధకుని వ్యక్తిత్వం. మొత్తం ప్రతిచయన ఫలితాలు అతని వ్యక్తిత్వం మీద ఆధారపడి ఉంటాయి.

5.9 సారాంశం

దత్తాంశాన్ని జనాభా పద్ధతి లేదా ప్రతిచయన పద్ధతి ద్వారా సేకరించవచ్చు. జనాభా పద్ధతిలో ఆ సమస్యకు సంబంధించిన అన్ని అంశాలనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడం జరుగుతుంది. పోతే, ప్రతిచయన పద్ధతిలో జనాభాలోని కొన్ని అంశాలను మాత్రమే ఎంపికచేసి ఆ అంశాలనుండి మాత్రమే దత్తాంశాన్ని సేకరించడం జరుగుతుంది. ఈ దత్తాంశం ద్వారా వెలువడిన ఫలితాలను మొత్తం జనాభాకు అన్వయించడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతి వల్ల గణాంక శోధకుని కాలం, ఇతర వనరులు ఆదా కావడమే కాకుండా, ఫలితాలు కూడా న్యాయమైన ఖచ్చితత్వానికి, విశ్వసనీయతకు చేరువలో ఉంటాయి. ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడానికి యాదృచ్ఛిక, అయాదృచ్ఛిక పద్ధతులు ఉన్నాయి. యాదృచ్ఛిక పద్ధతి ద్వారా ఎంపికచేసుకొనే ప్రతిచయనంలో, జనాభాలోని ప్రతి అంశానికి ప్రతిచయనంలో

BRAOU

చేరడానికి సమాన అవకాశాలు ఉంటాయి. అయితే, ఈ యాదృచ్ఛిక పద్ధతిలో దత్తాంశాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడానికి రెండు పద్ధతులు ఉన్నాయి. అవి ఏమిటంటే, అనియంత్రిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన విధానం, నియంత్రిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన విధానం. అనియంత్రిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన విధానంలో, లాటరీ ద్వారా గాని, యాదృచ్ఛిక సంఖ్యల పట్టిక ద్వారా గాని ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేస్తాం. నియంత్రిత యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన విధానంలో క్రమ ప్రతిచయన పద్ధతి, గుచ్ఛ ప్రతిచయన పద్ధతి, బహుళ దశ ప్రతిచయన పద్ధతి ఉంటాయి. అయాదృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతులలో (Judgements), ప్రతిచయన విధానం, సౌకర్య వంతమైన ప్రతిచయన విధానం, కోటా ప్రతిచయన విధానం ఉంటాయి.

జనాభా ప్రాతినిధ్యపు కొలమానాలను అంచనాకట్టడానికి ప్రతిచయన ఫలితాలను ఉపయోగించినపుడు, కొన్ని వ్యత్యాసాలు కన్పడవచ్చు. ఈ వ్యత్యాసాలు ప్రతిచయన దోషం వల్లగాని, అప్రతిచయన దోషం వల్లగాని ఏర్పడవచ్చు. ప్రతిచయన దోషాలు ప్రతిచయన పద్ధతి ద్వారా శోధన చేయడం వల్ల సంభవించగా, అప్రతిచయన దోషాలు, జనాభా పద్ధతిలోనూ, ప్రతిచయన పద్ధతిలోనూ శోధన చేయడం వల్ల సంభవిస్తాయి.

5.10 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. స్తరితంలోని అంశాల సంఖ్యనుబట్టి ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడాన్ని నైష్పత్తికస్తరిత ప్రతిచయన విధానం అని అంటాం. ఇక మీరు ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

B R A O U

5.11 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. నిర్వచించండి :
   - i) ప్రతిచయనం.
   - ii) జనాభా.
   - iii) గణాంక దోషం.
   - iv) మొత్తం దోషం.
   - v) స్తరితం.
2. వివరించండి
   - i) ముక్క (Chunk).
   - ii) గుచ్ఛం (Cluster).
   - iii) కోటా.
   - iv) ప్రతిచయన అంతరం (Intervel)
3. 'గణాంక క్రమత్వ సిద్ధాంతం' అంటే ఏమిటి?
4. "పెద్ద సంఖ్యల జడత్వం సిద్ధాంతం" అంటే అర్థమేమిటి?

5. గణాంక క్రమత్వ సిద్ధాంతానికిగల భావనలను తెలియజేయండి.

6. యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయనం అంటే ఏమిటి?

7. యాధృచ్చిక ప్రతిచయన విధానం అంటే ఏమిటి?

8. ఉద్దేశ్య పూర్వక ప్రతిచయన విధానం అంటే ఏమిటి?

9. ప్రతిచయన విశ్వసనీయతను ఎలా పరీక్షిస్తావు?

10. అనియంత్రిత (unrestricted) ప్రతిచయన విధానం అంటే ఏమిటి?

11

i) క్రమ బద్ధమైన ప్రతిచయన విధానం.

ii) నిర్ణాయక ప్రతిచయన విధానం.

iii) ప్రాతినిధ్యపు ప్రతిచయనం.

iv) పక్షపాతం అంటే ఏమిటి?

12. ప్రతిచయనానికి గల ముఖ్య ఆవశ్యకాలేవి?

13. ప్రతిచయనంకాని దోషాలంటే ఏమిటి? వాటిని ఏ విధంగా నియంత్రణ చేస్తారు?

14. జనాభా అంటే ఏమిటి? జనాభాకీ, ప్రతిచయనానికీ గల తేడాను తెలపండి.

15. ప్రతిచయన దోషాలను ఏవిధంగా తొలగిస్తారు?

16. ప్రతిచయనాన్ని ఎంపిక చేయడంలో పరిగణించే కారకాలను వివరించండి.

17. నైష్పత్తిక స్తరిత యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయనం అంటే ఏమిటి?

18. సౌకర్య పూరిత ప్రతిచయనానికి గల ప్రయోజనాలు, లోపాలు వివరించండి?

19. కోటా ప్రతిచయనం కోటాను ఏ విధంగా ఎంపిక చేస్తావు?

20. కోటాకూ, స్తరితానికి గల తేడాలేవి?

21. సెన్సస్, ప్రతిచయన పద్ధతులకుగల ప్రయోజనాలు, లోపాలు వివరించండి.

22. "ప్రతిచయన సిద్ధాంతాలు ప్రాతినిధ్యపు అంశాల ఎంపికకు తోడ్పడతాయి." ఈ వ్యాఖ్యను వివరించండి.

23. వివిధ యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతులను చర్చించండి.

24. పక్షపాత, నిష్పక్షపాత దోషాలను పోల్చి, పక్షపాత దోషానికి వనరులను తెలియజేయండి.

25. యాధృచ్ఛికంకాని ప్రతిచయన పద్ధతులను తెలపండి.

26. ప్రతిచయనం, ప్రతిచయనంకాని దోషాలను పోల్చండి. ప్రతిచయనంకాని దోషాలకు గల కారకాలు తెల్పండి.

27. స్తరిత ప్రతిచయన పద్ధతికీ, బహుళ దశ యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయనానికి గల తేడా తెలపండి. స్తరిత యాధృచ్ఛిక ప్రతిచయన పద్ధతిలో ప్రతిచయనాన్ని ఏ విధంగా ఎంపిక చేస్తారో తెలియ జేయండి.

5.12 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు, 1983.
2. Gupta S. P.	:Statistical Methods, Sultan Chand & Co., New Delhi.
3. Gupta B. N.	:'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

5.13 పదకోశం

ప్రతిచయనం	:జనాభా గురించి ఒక అవగాహన ఏర్పడడానికై జనాభాలోని కొన్ని అంశాల పరిశీలనను ప్రతిచయనం అని అంటాం.
యాదృచ్ఛిక ప్రతిచయనం	:జనాభాలోని అంశాలన్నింటికి ప్రతిచయనంలో చేరడానికి సమానావకాశాలు ఉండే ప్రతిచయన ఎంపిక పద్ధతి.
ప్రతిచయన దోషాలు	:జనాభా పద్ధతిలో అంచనాలకూ, ప్రతిచయన పద్ధతిలో అంచనాలకు మధ్య ఉన్న వ్యత్యాసం. ఈ దోషం ఏర్పడటానికి కారణం, జనాభాలోని కొంత భాగాన్ని మాత్రమే పరిశీలించడం.
అప్రతిచయన దోషాలు	:గణాంక శోధనలో మానవ ప్రమేయం ఉంటుంది కాబట్టి ఈ దోషాలు ఏర్పడతాయి. ఇవి ఏ దశలోనైనా ఏర్పడవచ్చు. ఈ దోషాలు ప్రతిచయన, జనాభా పద్ధతులు రెండింటిలోనూ ఏర్పడతాయి.
జనాభా లేదా యూనివర్స్	:ఒకానొక విషయానికి సంబంధించి ఊహించదగ్గ అన్ని అంశాల సమూహం. అంటే పరిశీలనలోకి వచ్చే అన్ని వస్తువులు అన్నమాట.

BRAOU

విషయక్రమం

6.0 ఉద్దేశాలు
6.1 పరిచయం
6.2 వర్గీకరణ అర్థం, నిర్వచనం
6.3 వర్గీకరణ ఉద్దేశాలు
6.4 వర్గీకరణ చేయుటకు సూత్రాలు
6.5 వర్గీకరణకు ఆధారాలు
6.6 సారాంశం
6.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు
6.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు
6.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు
6.10 పదకోశం

6.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగం వర్గీకరణ అర్థం, ఉద్దేశాలు, సూత్రాలు, ఆధారాలను చర్చించడానికై ఉద్దేశించింది.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

* దత్తాంశ వర్గీకరణ అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి
* దత్తాంశ వర్గీకరణ ఉద్దేశాలను గుర్తించగలగాలి
* దత్తాంశ వర్గీకరణ సూత్రాలను విశదీకరించ గలగాలి
* వివిధ వర్గీకరణ ఆధారాలను రాయగలగాలి.

BRAOU

6.1 పరిచయం

గణాంక విచారణ ద్వారా సేకరించిన గణాంక దత్తాంశం సంఖ్యల రూపంలో భారీగానూ, అపరిమితంగానూ, అనంతంగానూ ఉంటుంది. ఈ విధంగా సేకరించిన ముడి దత్తాంశం గణాంక విశ్లేషణానికి గాని, వివరణ చేయడానికి గాని తగినట్లుగా ఉండదు. వ్యవస్థీకరింపబడని, సంక్లిష్టమైనట్టియు, మొత్తం దత్తాంశాన్ని అర్థం చేసికోవడానికి, మరింత విధానీకరణం అవసరమవుతుంది. ఈ సంగతి ఏ.ఆర్. ఇలెర్సిక్ పరిశీలన నుండి వెల్లడి అవుతుంది. ఆయన ఈ విధంగా చెప్పాడు. "గణాంక శాస్త్రజ్ఞుని మొట్టమొదటి పని ఏమనగా, సేకరించిన దత్తాంశ వివరాల వివరణను సౌలభ్య పరచడానికి, సంక్షిప్త రూపంలో అన్ని ముఖ్య లక్షణాలు వచ్చే విధంగా దత్తాంశాన్ని తగ్గించాలి-" ఈ ప్రక్రియనే దత్తాంశ వర్గీకరణ, పట్టీకరణ అని అంటారు. కనుక సేకరించిన దత్తాంశాన్ని వివిధ సమూహాలుగా, వర్గాలుగానూ విభజింపవలసి ఉంటుంది. ఈ విధంగా దత్తాంశాన్ని వర్గాలుగా, ఉపవర్గాలుగా విభజించే పనిని "దత్తాంశ వర్గీకరణ" గా నిర్దేశించారు. దీనిలో వివిధ తరగతి వర్గాలను లేదా సమూహ శీర్షికలను నిర్ణయించి దత్తాంశాన్ని పంపిణీ చేయడం జరుగుతుంది.

6.2. వర్గీకరణ అర్థం, నిర్వచనం

వర్గీకరణ అనేది ముడి దత్తాంశాన్ని మరింత అర్థవంతంగాను, ప్రయోజనకరంగానూ చేసే ప్రక్రియ. ఈ ప్రక్రియలో ఒకదానికొకటి సంబంధించి ఉండే అంశాలను, తరగతులుగా, ఉపతరగతులుగా, జట్లుగా చేయడం ఇమిడి ఉంది. ఈ సంబంధిత అంశాల వర్గీకరణ దత్తాంశం సాదృశ్యాన్ని లేదా అసాదృశ్యాన్నిబట్టి చేయవచ్చు. కోన్నర్ ప్రకారం 'వర్గీకరణ' అనేది విషయాలను లేక వస్తువులను (వాస్తవంగాగానీ, భావనలోగానీ,) సమూహాలుగా లేదా తరగతులుగా చేసి అమర్చుట. ఈ అమర్చడం అనేది వాటి వాటి పోలికలనుబట్టీ, దగ్గర సంబంధాన్ని బట్టీ ఆధారపడి ఉంటుంది. పైగా, విభిన్న వస్తువులలో గల లక్షణాల ఏకత్వాన్ని కూడా స్పష్టం చేస్తుంది."

దత్తాంశ వర్గీకరణను తపాలా ఆఫీసులో ఉత్తరాలను విడగొట్టే విధానంతో పోల్చవచ్చు. తపాల కార్యాలయంలో వివిధ స్థలాలనుండి సేకరించి తెచ్చిన ఉత్తరాలను, ఏవి చోట్లకు పోవాలో, ఆ ప్రాంతాలను బట్టి విడగొడతారు. అంటే బాంబే, కలకత్తా, హైదరాబాదు, వరంగలు మొదలగు పట్టణాలకు పోయే వాటిని ఆయా వర్గాలుగా విడగొట్టి, బొత్తులు పెట్టి, వివిధ సంచులలో వేసి ఆయా చోట్లకు పంపుతారు.

హోరేస్ సేక్రిస్ట్ అను శాస్త్రవేత్త 'వర్గీకరణ' అనేది దత్తాంశాన్ని వాటి సాధారణ లక్షణాలను బట్టీ, వివిధ అనుక్రమాలుగా (sequences), వర్గాలుగా అమర్చు చేసే ప్రక్రియ, లేదా దత్తాంశాన్ని వివిధ సంబంధిత భాగాలుగా విడగొట్టడం అని అన్నారు.

ఆచార్య ఎ.యమ్. టటల్ ప్రకారం 'వర్గీకరణ' అనేది ఒకానొక వర్గాన్ని వివిధ భాగాల సమితులుగా విడగొట్టే పథకంగా చెప్పవచ్చు. భాగాలను తరగతులు అంటారు. అయితే, ఆ వర్గంలోని అన్ని అంశాలను వాటికి గల విభిన్న లక్షణాలను బట్టి విడగొట్టవలసి ఉంటుంది.

6.3. వర్గీకరణ ఉద్దేశాలు

వర్గీకరణ ముఖ్య ఉద్దేశాలను కింద చెప్పడమైనది.

i) దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడం

అనవసరమైన వివరణలను తొలగించి, సంక్లిష్టమైన దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్తమైన రూపంలో ఈ వర్గీకరణ చూపుతుంది. పైగా అది దత్తాంశంలోని సంక్లిష్టతను కూడా తొలగిస్తుంది. ఎందువల్లనంటే గణాంక దత్తాంశం సంగతుల సమగ్రరూపం కదా! వర్గీకరణ దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మంగానూ, అర్థ యుక్తంగానూ, ఇతరాలతో పోల్చడానికి వీలుగానూ చేస్తుంది. ఉదా: భారత ప్రభుత్వం ప్రతి 10 సంవత్సరాలకు ఒకసారి జనాభా లెక్కలని నిర్వహిస్తుంది. దత్తాంశసేకరణలో బహుళమైన దత్తాంశాలు సేకరించడం జరుగుతుంది. ఆ విధంగా సేకరించిన దత్తాంశం యథాతథంగా, ఏలాంటి అర్థవంతమైన ప్రయోజనాన్ని ఇవ్వదు. దానికి క్షుణ్ణంగా విధానీకరించవలసి ఉంటుంది.

దత్తాంశాన్ని మరింత అర్థవంతంగా విశ్లేషణకూ, వ్యాఖ్యానానికి తగినట్లుగా చేయడానికై, దానిని వర్గాలుగానూ, ఉపవర్గాలుగానూ చేయవలసి ఉన్నది. దత్తాంశాన్ని ఇట్లు వర్గీకరించడంలో మతం, (స్త్రీ పురుషభేదం) సెక్సు, విద్య, వయస్సు, వృత్తి మొదలైన వాటిని ఆధారాలుగా చేసుకొనవచ్చు. భారీ దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్తంచేసి, సూక్ష్మరూపంలోనికి తెచ్చేపద్ధతి వల్ల దత్తాంశం మరింత అర్థవంతమయినదవుతుంది. ఈ వర్గీకరణమనేది దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మంగా, స్పష్టంగా, నిశ్చితంగా, సరియైనదిగా, సంక్షిప్తమైనదిగా తయారు చేయడానికి అనుకూలిస్తోంది. ఈ విధమైన వర్గీకరణ సరైన అనుమితులను (inferences) తీయడానికి తోడ్పడుతుంది. దీని ఆధారంగా శాస్త్రీయ నిర్ణయాలు తీసుకోవచ్చు.

BRAOU

ii) సాదృశ్య (similarities), అసాదృశ్యాల ననుసరించి దత్తాంశాన్ని అమర్చడం

వర్గీకరణ అనేది పోలికలనుబట్టి, ఆంతరంగిక సంబంధాన్ని బట్టీ దత్తాంశాన్ని అమర్చే ప్రక్రియ అని చెప్పవచ్చు. సాదృశ్యమైన అంశాలను ఒక తరగతిలోనూ, అసాదృశ్యమైన అంశాలను ఇతర తరగతులలోనూ ఉంచడం జరుగుతుంది. ఉదా: ప్రజల సామాజిక, ఆర్థిక పరిస్థితులలో గల వివిధ అంశాలను గురించి సేకరించిన జనాభా దత్తాంశాన్ని, సాదృశ్య, అసాదృశ్య పూర్వకమైన వర్గీకరణచేసి అమర్చితేనే ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

iii)తారతమ్యాలను సౌకర్య పరచడం

గణాంకశాస్త్ర ముఖ్యోద్దేశ్యం రెండు లేదా అంతకు మించిన సంబంధిత చలరాశులనూ, లక్షణాలనూ పోల్చడానికి అనువుగా చేయడమే. సేకరించిన దత్తాంశంలో, పోల్చబడవలసిన వస్తువులలో పోలికలు, సాదృశ్యాలు ఉండేటట్లు చూసుకోవాలి. దీనిని దత్తాంశానికి గల ప్రాథమిక లక్షణాల దృష్ట్యా, ఒక పద్ధతి పూర్వకమైన అమరిక ద్వారా సాధించవచ్చు. అసాదృశ్యమైన వాటిని పోల్చటం వ్యర్థం. వర్గీకరణ, దత్తాంశమందు సందిగ్ధతలను లేకుండా చేసి, పోల్చటాన్ని సులభం చేస్తుంది. పోల్చదగిన దత్తాంశం మరింత అర్థవంతంగానూ, గ్రాహ్యంగానూ, హృద్యంగాను ఉండి సత్వర నిర్ణయం చేయడానికి ఉపయోగపడేలా ఉంటుంది. ఉదా: గృహాలకు చెందిన దత్తాంశాలన్నీ వృత్తి, ఆదాయం, విద్యాస్థాయి మొదలగువాటి ఆధారంగా వర్గీకరించినట్లయితే ఈ విషయాలలో రెండు లేదా అంతకుమించిన వాటిని పోల్చవీలవుతుంది. తారతమ్యం లేకపోవడం, విద్యాస్థాయి, ఆదాయాల మధ్య కావచ్చు; లేదా విద్యాస్థాయి, వృత్తులమధ్య కావచ్చు; లేదా ఆదాయం, వృత్తుల మధ్య కావచ్చు.

iv) సంబంధాలను నెలకొల్పటం

దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాలలో గల సంబంధ బాంధవ్యాన్ని నెలకొల్పడానికిగాను వర్గీకరణం సహాయ పడుతోంది. ఉదా: ఆదాయ స్థాయిల ఆధారంగా, ఖర్చుచేసే అలవాట్లు ఆధారంగా పొదుపు చేసే విధానం ఆధారంగా, వర్గీకరణ చేసినపుడు, ఆదాయాల స్థాయికీ, ఖర్చుచేసే అలవాట్లకీగల సంబంధాన్ని అర్థం చేసుకునేందుకు చదువరులకు వీలు కలుగుతుంది. ఈ సంబంధం ఆధారంగా, దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాల పరిధినీ, ప్రాముఖ్యతనీ, స్వభావాన్నీ తేలికగా తెలుసుకోవడానికి వీలవుతుంది. పైగా, వర్గీకరించిన దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాల మధ్య కార్యకారణ సంబంధాన్ని (cause and effect relationship) కూడా నెలకొల్పడానికి సౌకర్యంగా ఉంటుంది.

v) దత్తాంశాన్ని పట్టీకరించడానికి వీలు కల్పించడం

వర్గీకరించిన దత్తాంశం పట్టీకరణకు ఆధారమై ఉంటుంది. వర్గీకరించిన దత్తాంశాన్ని ఖచ్చితమైన, సముచితమైన, పట్టికలలో చూపడం చాలా తేలిక. అంతేకాక, వర్గీకరణ చేయబడని దత్తాంశాన్ని పట్టికలో చూపుట కష్టమే కాక, అర్థరహితం కూడా.

vi) దత్తాంశపు గణాంక పరిగణనకు అనుకూలింపజేయడం

వర్గీకరణకు గల ముఖ్యోద్దేశం దత్తాంశంలో సజాతీయతనూ, ఏకరూపతనూ సాధించటమే. అది స్పష్టతను, సుగ్రాహ్యతను కలిగిస్తుంది. వర్గీకరించిన దత్తాంశం పట్టీకరణ, విశ్లేషణ, సమర్పణ, వ్యాఖ్యానాలవంటి గణాంక ప్రక్రియలకు వీలును కల్పిస్తుంది.

అవగాహన ప్రశ్న-1

వర్గీకరణ ఉద్దేశాలేవి?

BRAOU

6.4 వర్గీకరణ సూత్రాలు

దత్తాంశాన్ని విధానీకరించడంలో వర్గీకరణ అత్యంత ప్రాముఖ్యతగల దశగా పరిగణించడం జరుగుతోంది. వర్గీకరణం చేయడానికి ఇదమిత్థమని చెప్పగలిగిన స్పష్టమైన సూత్రాలేవీ లేవు. కానీ సముచితమైన వర్గీకరణ పద్ధతిని ఎంపిక చేయవలసిన అవసరం ఉంది. అందుకుగాను, గణాంక విచారణకుగల ఉద్దేశ్యాలనూ, వాటి పరిధినీ మనస్సులో పెట్టుకోవాలి. కానీ, కింది సూత్రాలు వర్గీకరణకు సహకరించవచ్చు.

i) వర్గీకరణ సమగ్రమైనదై ఉండాలి.

దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించేపుడు, దానిలోని ప్రతి అంశాన్ని సముచితమైన వర్గంలోగానీ, తరగతిలోగానీ, చేరేటట్లు జాగ్రత్త వహించాలి. అంశాలను సమూహాలుగా చేసేటప్పుడు, వాటికిగల ఏకరూప లక్షణాలను బట్టి చేయాలి. దానివల్ల సందిగ్ధత తొలగి, దత్తాంశం ఏకరూపతను సాధించినదవుతుంది. ఉదా: వ్యక్తుల వైవాహిక స్థితికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని రెండు తరగతులుగా మాత్రమే వర్గీకరించినపుడు- అనగా, వివాహితులు, అవివాహితులుగా- ఆ వర్గీకరణ సమగ్రమైనదిగా పరిగణింపబడదు. ఎందువల్లననగా, అందులో విధవలు, విడాకులు పొందినవారు, విధవరాండ్రు చేరరు. కనుక, ఇంకే ఇతర సంధిగ్ధతలకూ దారితీయకుండా, వర్గీకరణలో వీలయినన్ని ఎక్కువ తరగతులనేర్పరచి, దత్తాంశంలోని అంశాలన్నీ ఏదో ఒక తరగతిలో చేరే విధంగా చేయాలి.

ii) వర్గీకరణ పరస్పరం ప్రత్యేకమై ఉండాలి.

దత్తాంశంలోని ప్రతి అంశాన్ని ఏదో ఒక తరగతిలోనే చేర్చవలసి ఉంటుంది. లేకపోతే, ఒకటికంటే ఎక్కువ తరగతులలో అంశాలు చేరే అవకాశం ఏర్పడి, వర్గీకరణ ప్రయోజనాన్ని తొలగించే ప్రమాదం ఉంది. ఎందుకంటే, అంశాలు పర్యాప్తత (overlapping) చెందుతాయి. పైగా అట్లాంటి వర్గీకరణ ఆధారంగా తీసుకున్న నిర్ణయాలు తప్పు ద్రోవను పట్టిస్తాయి. ఉదా: మనుష్యులను అక్షరాస్యులు, నిరక్షరాస్యులు, స్త్రీలు అని మూడు రకాలుగా వర్గీకరించడం తప్పు. ఎందుకంటే, స్త్రీలు అక్షరాస్యులలోనూ, నిరక్షరాస్యులలోనూ వస్తారు. కనుక, దీనికి తగినట్లుగా వర్గీకరించాలంటే, మనుష్యులను స్త్రీలు, పురుషులుగా వర్గీకరించి, మళ్ళీ వారినే అక్షరాస్యులూ, నిరక్షరాస్యులూ అని ఉపవర్గాలుగా విభజించాలి, లేదా అక్షరాస్యులూ, నిరక్షరాస్యులుగా ముందు వర్గీకరించి, స్త్రీ-పురుషులను ఉపవర్గాలుగా విభజించవచ్చు.

iii) వర్గీకరణలో క్రమత్వం ఉండాలి.

గణాంక శోధన అంతటనూ, ఒకే విధంగా వర్గీకరణలో ఉపయోగించిన సూత్రాలను, పద్ధతులను అనుసరింపవలసి ఉంటుంది. వాటిలో మార్పులు తరచుగా రాకుండా జాగ్రత్త పడవలసి ఉంటుంది. లేకపోతే దత్తాంశం పోల్చడానికి తగినట్లుగాలేక చదువరులను తప్పుత్రోవ పట్టిస్తుంది. ఉదా: గణాంక శోధనలో ఒకానొక స్థాయిలో ప్రజల ఆదాయానికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని ఉన్నత తరగతి, మధ్యతరగతి, తక్కువ తరగతి సమూహాలుగా విభజించవచ్చు. నెలసరి రూ. 1,000 అంతకంటె ఎక్కువ ఆదాయం గలవారిని ఉన్నత తరగతిలోనూ, రూ. 500 లకు పైన రూ. 1,000 లోపు వారిని మధ్యతరగతిలోనూ, రూ. 500 కు లోపు వారిని తక్కువ తరగతిలోనూ చూపవచ్చు. ఇలాంటి సందర్భంలో క్రమత్వం లోపించినట్లైతే, విచారణ ఉద్దేశాల కనుగుణంగా వర్గీకరణ ఉండదు.

iv) వర్గీకరణ విచారణ అవసరాలకు అనుగుణంగా ఉండాలి.

వర్గీకరణ పద్ధతులు, విధానాలు విచారణ అవసరాలకూ, ఉద్దేశాలకూ సరిపడేట్లు ఉండాలి. ఉదా: పరీక్షలలో విద్యార్థుల చాకచక్యాన్ని నిర్ధారించుటకుగాను జరిపిన విచారణలో, దత్తాంశాన్ని కులం, మతం, ఆధారంగా వర్గీకరించడంవల్ల ప్రయోజనాలులేవు. ఆ దత్తాంశాన్ని తిరిగి వారు పరీక్షలో పొందిన మార్కుల ఆధారంగా వర్గీకరించడం సముచితమై ఉంటుంది.

BR AOU

v) వర్గీకరణ మలచడానికి తగినదై ఉండాలి.

ఒక చక్కని వర్గీకరణ మలచడానికి తగినట్లుండి, ఆ తరువాత కలుగు పరిస్థితులకు షరతులకువీలుగా సర్దుబాటు చేసేందుకు వీలు కలిగి ఉండాలి. ఉదా:- దత్తాంశాన్ని కొన్ని సమూహాలుగా చేసి తిరిగి ప్రతి సమూహాన్ని ఉపసమూహాలుగా చేసి వర్గీకరించినట్లయితే, అది మారుతున్న పరిస్థితులకు తగిన విధంగా మలచడానికి వీలుంటుంది.

vi) వర్గీకరణ, అంశాల సజాతీయతననుసరించి చేయాలి.

దత్తాంశంలో సజాతీయమైన అంశాలన్నీ ఒకే వర్గంలో ఉండేట్లు చేయాలి. సజాతీయత ఉండేట్లు చేయటానికి వివిధ సమూహాలలో లేదా వర్గాలలో చేర్చిన అంశాలను తిరిగి ఉపవర్గాలుగా విభజించాలి. ఉదా: కార్మికులను ఉద్యోగులు, నిరుద్యోగులుగా వర్గీకరించటం వలన కార్మికులపై విద్య ప్రభావం తెలియదు కనుక, ఆ వర్గీకరణను మరింత అర్థవంతంగా చేయాలన్న, ఆ తరగతులన్నిటిని అక్షరాస్యులు, నిరక్షరాస్యులుగా వర్గీకరించాల్సి ఉంటుంది.

6.5 వర్గీకరణకు ఆధారాలు

స్థూలంగా, దత్తాంశ వర్గీకరణ నాల్గురకాలు. అవి:

(ఎ) గుణాత్మక వర్గీకరణ

(బి) పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ

(సి) భౌగోళిక వర్గీకరణ

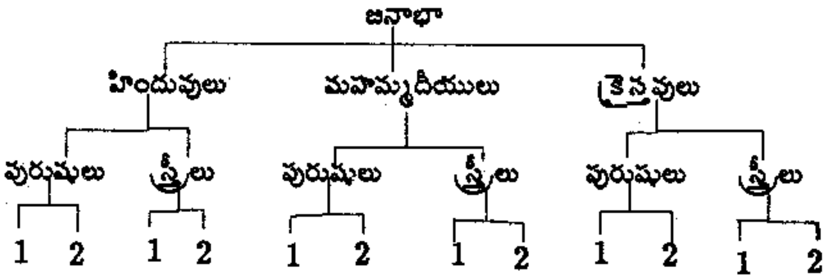
(డి) కాలాత్మక వర్గీకరణ

B RAOU

గణాంక దత్తాంశాలను వివిధ అంశాలకు గల లక్షణాల ఆధారంగా వర్గీకరింపవచ్చు. దత్తాంశ లక్షణాలు వర్ణనాత్మకంగాగానీ, సంఖ్యాత్మకంగా గాని ఉండవచ్చు. మతం, జాతి, కులం, వృత్తి, నిరుద్యోగం, అక్షరాస్యత అనేవి వర్ణనాత్మక లక్షణాలకు ఉదాహరణ. వర్ణనాత్మక లక్షణాలుగల దత్తాంశాన్ని ఖచ్చితమైన పరిమాణాలలో చెప్పలేం. అటువంటి లక్షణాలు ఉన్నవాటిని, లేనివాటిని వేర్వేరుగా గుర్తించి పరోక్షంగా తెలుసుకోవచ్చు.

ఎ) గుణాత్మక వర్గీకరణ

గుణాలకు సంబంధించిన దత్తాంశపు వర్గీకరణాన్ని గుణాత్మక వర్గీకరణ అంటారు. ఈ వర్గీకరణ ఒక నిర్దిష్ట లక్షణం ఉన్నదా? లేదా? అనిచూసి, దాని ఆధారంగా చేయడం జరుగుతుంది. ఆ లక్షణాలు, గుణాలు, స్వాభావికమైన భేదాల ఆధారంగా, అంశాలను విడదీసి పెట్టడానికి వీలవుతుంది. గుణాత్మక వర్గీకరణ 'ద్వైతాత్మక వర్గీకరణ' (dichotomous chassification) లేదా బహుళాత్మక వర్గీకరణ (manifold classification) అని రెండురకాలుగా చెప్పవచ్చు. గుణాత్మక దత్తాంశాన్ని రెండు వర్గాలుగా ప్రత్యేకించినట్లయితే, ద్వైతాత్మక వర్గీకరణమవుతుంది. ఉదా: జనాభాను సెక్స్ ఆధారంగా వర్గీకరిస్తే స్త్రీలు, పురుషులు అని రెండు తెగలుగా వర్ణిస్తాం. గుణాత్మక దత్తాంశాన్ని అనేక తరగతులూ, ఉపతరగతులుగా చేసి వర్గీకరించటాన్ని బహుళాత్మక వర్గీకరణ అంటారు. ఉదా: జనాభాను మతాల ఆధారంగా హిందువులు, క్రైస్తవులు, ముస్లింలు, సిక్కులు, జైనులు గానూ; తిరిగి సెక్స్ ఆధారంగా ఒక్కొక్క మతాన్ని స్త్రీలు, పురుషులుగానూ; మళ్ళీ వారిలో అక్షరాస్యులు, నిరక్షరాస్యులూ అనీ వర్గీకరించవచ్చు. కిందిపటం వర్గీకరణ, ఉపవర్గీకరణల విషయాన్ని విమర్శనాత్మకంగా తెలియచేస్తుంది.



1- అక్షరాస్యులు, 2- నిరక్షరాస్యులు

బి) పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ

నిశ్చితంగా కొలవదగిన లేదా లెక్కింప దగిన దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించి నపుడు, ఆ వర్గీకరణను పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ అంటారు. పరిమాణాత్మక వర్గీకరణలో దత్తాంశాన్ని వర్గాలు, ఉపవర్గాలుగా కూడా విభజించవచ్చు. ఉదా:- ఉద్యోగుల ఆదాయునికి సంబధించిన దత్తాంశాన్ని అధిక ఆదాయపు వర్గంవారు, మధ్యమ ఆదాయ వర్గంవారు, తక్కువ ఆదాయాల వర్గం వారుగా విభజన చేయవచ్చు.

సి) భౌగోళిక వర్గీకరణ

భౌగోళిక వర్గీకరణలో దత్తాంశాన్ని భౌగోళిక ప్రాంతాల లేదా స్థలాల ఆధారంగా వర్గీకరించడం జరుగుతుంది. సాధారణంగా, భౌగోళిక ప్రాంతాల వర్గీకరణ ప్రస్తుతంఉన్న రాజకీయ సరిహద్దుల సహాయంతో గుర్తించడం జరుగుతుంది. అంటే దేశాలనీ, రాజ్యాలనీ, రాష్ట్రాలనీ, జిల్లాలనీ, తాలూకాలనీ, గ్రామాలనీ గుర్తిస్తాం. ఉదాహరణకు ఆంధ్రప్రదేశ్ లోని జనాభాను ప్రాంతాలరీత్యా కింది విధంగా చూపడమవుతుంది.

ఉదాహరణ-1

ప్రాంతాలవారీగా ఆంధ్రప్రదేశ్ జనాభా (1981)

వరుస సంఖ్య	ప్రాంతము	జనాభా (కోట్లలో)
1.	కోస్తా ఆంధ్ర	2.37
2.	రాయలసీమ	0.96
3.	తెలంగాణా	2.02
	ఆంధ్రప్రదేశ్	5.35

మూలం: భారత జనాభా లెక్కలు, శ్రేణి-2, ఆంధ్రప్రదేశ్, పేపర్-1, 1982.

స్థలాత్మకమైన ఆధారంగా దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించేపుడు, అక్షరాల వరుస ప్రకారంగా జాబితా చేయడం జరిగి, చూడగానే అర్థమయే వీలుగా ఉంచడం జరుగుతోంది. ఒక్కొక్కపుడు, దత్తాంశ ప్రాముఖ్యాన్ని నొక్కివక్కాణించడానికిగాను, దాని పరిమాణాన్ని (size) బట్టి కూడా చూపించడం జరుగుతుంది.

BRAOU

డి) కాలానుగుణ్యమైన వర్గీకరణ

ఒక చలరాశిలో వచ్చిన మార్పును వివిధ కాలాలను అనుసరించి వర్గీకరించినట్లయితే, దానిని కాలానుగుణ్య వర్గీకరణ అంటారు. ఒక కంపెనీ అమ్మకాలను, జనాభాను, ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలగు వాటికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని చూపడానికి ఈ రకమైన వర్గీకరణ తగినదై ఉంటుంది. ఉదా: 1911 నుండి 1981 వరకు ఆంధ్రప్రదేశ్ లో గల జనాభాకు సంబంధించిన సంఖ్యాత్మక దత్తాంశాన్ని కింది విధంగా చూపవచ్చు.

ఉదాహరణ: 2

1911 నుండి 1981 వరకు గల ఆంధ్రప్రదేశ్ జనాభా

సంవత్సరము	జనాభా (కోట్లలో)
1911	2.15
1921	2.14
1931	2.42
1941	2.73
1951	3.11
1961	3.60
1971	4.35
1981	5.35

మూలం: సంబంధిత సంవత్సరాలలో జనాభా లెక్కల ప్రచురణలు

6.6 సారాంశం

ఒకేరకమైన లక్షణాలనుబట్టి పెద్ద మొత్తంలో ఉన్న దత్తాంశాన్ని తరగతులుగా, ఉపతరగతులుగా విభజించి చూపే ప్రక్రియను వర్గీకరణ అని అంటాం. వర్గీకరణ ముఖ్య ఉద్దేశ్యమేమిటంటే, స్థూల దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించి, ఒకేరకమైన అంశాలను వాటి సారూప్యత, సన్నిహితత్వాన్ని బట్టి ఒక చోట చేర్చడమే. ఆ విధంగా వర్గీకరించిన దత్తాంశం పోల్చడానికి అనువుగా ఉండటమేగాక, దత్తాంశంలో వివిధ అంశాల మధ్య ఒక సంబంధాన్ని ఏర్పరచడానికి కూడా వీలుకల్పిస్తుంది. అంతేగాక, ఈ దత్తాంశాన్ని తరువాత గణాంక పద్ధతులైనటువంటి పట్టీకరణ, విశ్లేషణ, సమర్పణ, వివరణలకు అన్వయిస్తాం. దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించే ముందు కొన్ని ముఖ్యాంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి. అవి: ప్రతి అంశాన్ని వర్గీకరణలో చేర్చడం, మళ్ళీ మళ్ళీ వస్తున్న అంశాలను తొలగించడం, గణాంక సూత్రాలను ఆచరించడంలో ఒక పద్ధతిని పాటించడం, గణాంక విచారణ ఉద్దేశ్యానికి తగిన విధానాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడం, మారుతున్న పరిస్థితులకు అనుగుణంగా దత్తాంశాన్ని మలచుకోడానికి వీలుకల్పించడం, దత్తాంశ సారూప్యత మొదలైనవి.

స్థూలంగా చెప్పాలంటే, వర్గీకరణ నాలుగు రకాలు. అవి: పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ, గుణాత్మక వర్గీకరణ, భౌగోళిక వర్గీకరణ, కాలానుగత వర్గీకరణ. ఒక విషయం తాలూకు గుణాలను బట్టి వర్గీకరణ చేసేది గుణాత్మక వర్గీకరణ కాగా, కొలవదగిన మానాల దృష్ట్యా చేసేది పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ అవుతుంది. వివిధ భౌగోళిక ప్రాంతాలు లేదా స్థానాల ఆధారంగా చేసే వర్గీకరణను భౌగోళిక వర్గీకరణ అని అంటాం. పోతే, వివిధ కాలాలలో జరిగిన సంఘటనల ఆధారంగా దత్తాంశాన్ని అమర్చినట్లయితే దానిని కాలానుగత వర్గీకరణ అని పిలుస్తాం.

BRAOU

6.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి ప్రశ్నలు

I. i. స్థూల దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడం

ii. సాదృశ్య, అసాదృశ్యాల బట్టి దత్తాంశాన్ని అమర్చడం

iii. తారతమ్య అధ్యయనానికి వీలు కల్పించడం

iv. వివిధ అంశాల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరచడం

v. పట్టీకరణకు వీలు కల్పించడం

vi. తదుపరి గణాంక ప్రక్రియలకు వీలుకల్పించడం

6.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. వర్గీకరణ అంటే ఏమిటి?
2. గుణాత్మక వర్గీకరణ అంటే ఏమిటి?
3. ద్వివిధ (dichotomous) వర్గీకరణ అంటే ఏమిటి?
4. దత్తాంశ వర్గీకరణ ఉద్దేశాలేమిటి?
5. వర్గీకరణలో రకాలను తెలపండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

6. వర్గీకరణకు గల ఆధారాలేవి?
7. తగిన ఉదాహరణలతో, దత్తాంశ వర్గీకరణ ఉద్దేశ్యాలను, పద్ధతులను వర్ణించండి.
8. దత్తాంశ వర్గీకరణ సూత్రాలను వర్ణించండి.

6.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు :'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు, 1983.
2. Gupta S.P. :'Statistical Methods', Sultan Chand & Co., New Delhi.
3. Gupta B. N. :'Statistics', Sahithya Bhavan, Agra.

6.10 పదకోశం

దత్తాంశ వర్గీకరణ : పెద్ద మొత్తంలో ఉన్న దత్తాంశాన్ని సమాన లక్షణాలు, సన్నిహిత లక్షణాలను పరిగణనలోకి తీసుకొంటూ తరగతులుగా, ఉపతరగతులుగా విభజించిన ప్రక్రియ.

BRAOU

దత్తాంశ పట్టీకరణ	:దత్తాంశాన్ని కుదించి ఆ దత్తాంశాన్ని నిలువు, అడ్డ వరుసలలో అమర్చడం.
గుణాత్మక వర్గీకరణ	:గుణాలను సంఖ్యాత్మకంగా కొలవలేము. కాబట్టి దత్తాంశంలో ఆ గుణాలు ఉండటాన్నిగాని, లేకపోవడాన్ని గాని గుర్తించ గలుగుతాము. ఆవిధంగా దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడాన్ని గుణాత్మక వర్గీకరణ అని అంటాం.
పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ	:సంఖ్యాత్మకంగా కొలవడానికి అనుగుణంగా దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించినట్లయితే, అలాంటి వర్గీకరణను పరిమాణాత్మక వర్గీకరణ అని అంటాం.
భౌగోళిక వర్గీకరణ	:భౌగోళిక ప్రాంతాలనుబట్టి దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడం.
కాలాత్మక వర్గీకరణ	:వివిధ కాలాల ప్రాతిపదికగా దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడం.

BRAOU

భాగం-7 : దత్తాంశ శ్రేణీకరణ

విషయుక్రమం

7.0 ఉద్దేశాలు

7.1 పరిచయం

7.2 శ్రేణీకరణ అర్థం, నిర్వచనం

7.3 శ్రేణులలో రకాలు

7.3.1 సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా శ్రేణీకరణ

7.32 పౌనఃపున్య విభాజన ఆధారంగా శ్రేణీకరణ

7.4 పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రూపొందించడంలోగల ప్రాథమిక సూత్రాలు

7.5 తరగతి అంతరాలను రూపొందించే పద్ధతులు

7.5.1 బహిర్గత పద్ధతి లేదా మినహాయింపు పద్ధతి

7.5.2 అంతర్గత పద్ధతి లేదా మినహాయించని పద్ధతి

7.5.3 సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం

7.6 సారాంశం

7.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

7.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

7.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

7.10 పదకోశం

7.0 ఉద్దేశాలు

B R A O U

ఈ భాగం శ్రేణీకరణ అర్థాన్ని, శ్రేణీకరణ రకాలను, శ్రేణీకరణ ఆధారాలను వివరించడానికై ఉద్దేశించబడింది.

ఈ భాగాన్ని అధ్యయనం చేసిన తరువాత, మీరు:

* శ్రేణీకరణ అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి
* శ్రేణులలోని రకాలను గుర్తించ గలగాలి
* పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రూపొందించడంలో గల ప్రాథమిక సూత్రాలను గుర్తించ గలగాలి
* తరగతి అంతరాలను రూపొందించే పద్ధతులను విశదీకరించ గలగాలి.

7.1 పరిచయం

దత్తాంశాన్ని సేకరించిన తరువాత దానిని ఒక క్రమపద్ధతిలో అమర్చాలి. అలా సేకరించిన దత్తాంశాన్ని సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా గాని, పౌనఃపున్య విభాజనం ఆధారంగా గాని ఒక

క్రమపద్ధతిలో ఏర్పాటు చేయడాన్ని శ్రేణీకరణ అని అంటాం. దీనికి చాలా పద్ధతులు ఉన్నాయి. పౌనఃపున్య విభాజనాలను రూపొందించడంలో ఉన్న ప్రాథమిక సూత్రాలను, తరగతి అంతరాలను రూపొందించే పద్ధతులను కూడా ఈ భాగంలో చర్చిస్తాం.

7.2. శ్రేణీకరణ అర్థం-నిర్వచనం

గణాంక దత్తాంశాన్ని మరింత అర్థవంతంగానూ, ఉపయోగ వంతంగానూ చేయడానికి వర్గీకృత దత్తాంశాన్ని ఒక పద్ధతి ప్రకారం అమర్చాలి. సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా గానీ, శ్రేణుల నిర్మాణ పద్ధతుల ఆధారంగా గానీ, దత్తాంశాన్ని వరుస క్రమంలో అమర్చే విధానాన్ని శ్రేణీకరణ (seriation) అంటారు. శ్రేణీకరణను దత్తాంశ వర్గీకరణకు తదుపరి జరిగే కార్యక్రమంగా గుర్తించవచ్చు. ఆచార్య కోనర్ (connor) ప్రకారం, "రెండు చలరాశులను, ఒకదానిలోని కొలవదగిన తేడాలు మరొక చలరాశిలోని కొలవదగిన తేడాలు అనురూపముగా ఉండేరీతిలో, ఒకదాని ప్రక్కన మరొకటి ఏర్పాటు చేయగలిగినట్లయితే, గణాంక శ్రేణులు ఏర్పడేటట్లుగా పరిణమిస్తాయి". ఈ నిర్వచనం ప్రకారం శ్రేణీకరణలో రెండు చలరాశులకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని అమర్చటాన్ని వివరించడం జరుగుతుంది. అయితే, ఆ చలరాశులు పరిమాణాత్మక పదాలలో కొలువబడాలి. కేవలం చలరాశులకు సంబంధించిన దత్తాంశానికి మాత్రమే పరిమితమైన కారణాన ఈ నిర్వచనం అసంపూర్తి అయినదిగా చెప్పవచ్చు. గుణాత్మక స్వభావంగల దత్తాంశాన్ని అమర్చటం దీనిలో ఇమిడిలేదు. ఈ విషయంలో ఆచార్య హోరేస్ సెక్రిస్ట్ నిర్వచనం సమగ్రమైనదిగా పరిగణింప బడుతుంది. అతని ప్రకారం, "ఏదో ఒక తార్కికమైన వరుస ప్రకారం అమర్చిన విషయం లేక విషయాల లక్షణాలను, గణాంకాత్మకంగా శ్రేణులు అంటారు." ఈ నిర్వచనాన్ని జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే, చలరాశులకు లేక లక్షణాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని ఏర్పాటుచేయడం లేక అమర్పు చేయడం గురించి శ్రేణీకరణ వివరిస్తుందని చెప్పవచ్చు. ఏదో ఒక తార్కిక వరుస ప్రకారం దత్తాంశాన్ని అమర్చడం జరుగుతుంది.

7.3 శ్రేణులలో రకాలు

శ్రేణులను రెండు ముఖ్య వర్గాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. 1) సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా ఏర్పరచిన శ్రేణులు 2) పౌనఃపున్య విభాజనం ఆధారంగా ఏర్పరచిన శ్రేణులు. కిందిపటం ద్వారా శ్రేణులలో వివిధ రకాలను వివరించడం అయింది.

పటము-I

దత్తాంశ శ్రేణీకరణ
- సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా శ్రేణీకరణ
  - కాల శ్రేణులు
  - స్థల ఆధార శ్రేణులు
  - షరతు ఆధారంగా శ్రేణులు
- పౌనః పున్యవిభాజనం ఆధారంగా శ్రేణీకరణ
  - వ్యక్తిగత శ్రేణులు
  - వర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజనం
    - విచ్ఛిన్న శ్రేణులు
    - అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు

BRAOU

7.3.1. సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా శ్రేణీకరణ

సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా చేసిన శ్రేణీకరణను మూడు రకాలుగా తిరిగి వర్గీకరించవచ్చు. a) కాల శ్రేణులు b) స్థల ఆధార శ్రేణులు c) షరతుల ఆధార శ్రేణులు.

a) కాల శ్రేణులు : (Time Series)

మోరీస్ హాంబర్గ్ ప్రకారం, "కాలానుగుణంగా ఏర్పరచిన గణాంక పరిశీలనల సమితిని కాలశ్రేణి" అంటారు. వెస్సల్, వెల్లెట్‌ల ప్రకారం, "పరిమాణాత్మక దత్తాంశాన్ని అవి సంభవించిన సంఘటనల వరుసలో ఏర్పాటు అయినపుడు లేదా అమర్చబడినపుడు, పరిణమించే గణాంక శ్రేణులనే కాల శ్రేణులు అంటారు." కనుక, కాలానుగుణ శ్రేణీకరణలో వివిధ కాల అంతరాలలో సేకరించిన దత్తాంశాన్ని కాలానుగుణంగా అమర్చడం జరుగుతుంది. కాల ప్రమాణం ఒక సంవత్సరం, ఒకనెల, ఒక వారం లేక ఒకరోజు అయి ఉండవచ్చు. కాలశ్రేణులకు కింది ఉదాహరణను ఇవ్వవచ్చు.

ఉదా:- 1 X అనే కంపెనీ అమ్మకాలు 1974 వ సంవత్సరం నుండి 1983 వరకు కిందివిధంగా ఉన్నాయనుకోండి.

ఊహాధారిత (Hypothetical) కంపెనీలో అమ్మకాలు.

సంవత్సరం	అమ్మకాలు లక్షల రూ.లలో
1974	18
1975	23
1976	24
1977	25
1978	27
1979	31
1980	36
1981	43
1982	54
1983	62

BRAOU

దత్తాంశాన్ని కాలానుగుణంగా ఏర్పాటు చేయడంవల్ల, దత్తాంశం పాత నడవడికను అర్థం చేసుకునేందుకు తోడ్పడుతుంది. ఈ విధమైన ఏర్పాటు గణాంక విశ్లేషణకు సౌకర్య మవుతుంది. ఒక నిర్ణీత కాలంలో చలరాశులని తులనాత్మక అధ్యయనం చేయడానికి కాలశ్రేణులు ఒక ఆధారమవుతుంది.

b) స్థల ఆధార శ్రేణులు (Spatial series)

వివిధ భౌగోళిక స్థలాలకు సంబంధించి సేకరించిన దత్తాంశాన్ని స్థలానుగుణంగా ఏర్పాటు చేయడాన్ని 'స్థలానుగుణ శ్రేణి' అంటారు. వాస్తవంగా స్థలానుగుణ శ్రేణులు గణాంక శ్రేణి కానేకాదు. ఎందువల్లనంటే, వివిధ ప్రాంతాలలో వచ్చిన మార్పులను ప్రత్యక్షంగా పరిమాణాత్మకంగా చెప్పలేం. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా:-2

1981 లో ఆంధ్రప్రదేశ్‌లోగల కొన్ని జిల్లాలలో జనాభా

జిల్లా	జనాభా (లక్షలలో)
అదిలాబాదు	16.4
అనంతపూర్	25.5
చిత్తూరు	27.4
తూర్పు గోదావరి	37.0
గుంటూరు	34.3
హైదరాబాదు	22.6
కరీంనగర్	24.4
ఖమ్మం	17.5
వరంగల్	23.0
పశ్చిమ గోదావరి	28.7

మూలం: భారత జనాభా లెక్కలు 1981 భాగం-2, ఆంధ్రప్రదేశ్, పేపర్ 1, 1982.

స్థలాను గుణంగా శ్రేణీకరణవల్ల వివిధ ప్రాంతాల తారతమ్య ప్రాముఖ్యతను అర్థం చేసుకొనేందుకు తోడ్పడుతుంది. ఇది భవిష్యత్తులో విధానానికీ, వివిధ కార్యక్రమాలను అమలు జరుపడానికీ ఆధార మవుతుంది.

సి) షరతుల ఆధార శ్రేణులు (condition series)

కాలం, స్థలంల ఆధారంగా కాక, ఏదో ఒక షరతు ఆధారంగా దత్తాంశాన్ని ఏర్పాటు చేయడం జరిగినట్లయితే, ఆ శ్రేణీకరణను, "షరతుల కనుగుణంగా శ్రేణీకరణ" అంటారు. ఆ షరతు ఆదాయం, వ్యయం, ఉత్పత్తులు, మార్కులు, బరువులు, ఎత్తులు మొదలగు వాటిలో ఏదైనా కావచ్చు. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా:- 3

1980-81 సంవత్సరంలో ఆంధ్రప్రదేశ్‌లోని ముఖ్యపంటల ఉత్పత్తి

పంట	ఉత్పత్తి (వేల టన్నులలో)
వరి	7011
జొన్న	1082
చెఱకు	1042
మొక్కజొన్న	725
సజ్జలు	366
రాగులు	245

మూలం: 1981 భారత జనాభా లెక్కలు, భాగం-2, ఆంధ్రప్రదేశ్ పేపర్ 1, 1982.

BRAOU

షరతుల కనుగుణంగా గల శ్రేణి, ఒక షరతుకు సంబంధించిన చలరాశుల తారతమ్య ప్రాముఖ్యతను అర్థం చేసుకోడానికి తోడ్పడుతుంది. ఉదా:- పై ఉదాహరణలోని దత్తాంశం ఆంధ్రప్రదేశ్‌లోని ప్రధాన పంటలమధ్య గల తారతమ్య ప్రాముఖ్యతను తెలియజేస్తుంది.

7.3.2. పౌనఃపున్య విభాజనం ఆధారంగా శ్రేణీకరణ

సేకరించి, వర్గీకరించిన గణాంక దత్తాంశాన్ని పౌనఃపున్య విభాజన రూపంలో సమర్పించడం జరుగుతుంది. పౌనఃపున్యం ఆధారంగా ఏర్పడిన ఒక శ్రేణిలో, ఒకే రకమైన లేక సంబంధిత విలువలుగల పరిశీలనలను నిర్దిష్ట సమూహాలలోనూ, తరగతులలోనూ చూపించడం జరుగుతుంది. ఒక సంఘటనకు చెందిన వివిధ అంశాలు ఎన్నిసార్లు పునరావృత మైనదీ తెలియజేసేది పౌనఃపున్యం" (Frequency). పౌనః పున్యాన్ని గలిగిన విభాజనం పౌనఃపున్య విభాజనం అని పిలుస్తారు. ఒకశ్రేణిలో ఒక వర్గానికిగల ఆయతనాన్నిబట్టి (magnitude) సమూహాన్ని ఏర్పాటుచేయడం జరుగుతుంది. ఎర్రిక్కర్ శ్రేణీకరణను "ఒక చలరాశిలో ఒకేరకమైన విలువలు గలిగిన సంఖ్యల ప్రకారం చేసిన వర్గీకరణ" అని చెప్పాడు. క్రాక్స్టన్, కౌడెన్‌ల ప్రకారం పౌనఃపున్య విభాజనం అంటే, "వ్యక్తిగతంగానీ, సమూహాలుగాగానీ, వాటి అనురూప పౌనఃపున్యాలను ప్రక్కప్రక్కనే చూపడంద్వారా, వాటి ఆయతనాల (magnitude) వరుసలలో ఏర్పాటు చేసిన చలరాశుల విలువల సమితిని చూపే గణాంక పట్టిక అని అర్థం." ఈ నిర్వచనాన్ని పరీక్షిస్తే కింది విషయాలు వెల్లడి అవుతాయి.

ఎ) పౌనఃపున్య విభాజనం ఒక గణాంక పట్టిక అయిఉన్నది.

బి) ఆ పట్టికలో వివిధ చలరాశుల విలువల సమితిని చూపడం జరుగుతుంది.

సి) ఆ చలరాశుల విలువల సమితిని వాటి ఆయతనాలనుబట్టి ఏర్పాటు చేయడం జరుగుతుంది.

డి) ఆ చలరాశులను వ్యక్తిగత విలువలుగాగానీ, సమూహాలుగాగానీ, వాటి అనురూప పౌనఃపున్యాలతో సహా ఏర్పాటు చేస్తారు.

BRAOU

పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని నిర్మించడంలో గల ప్రధాన ఉద్దేశాలను కింద వివరించడం జరిగింది.

ఎ) దత్తాంశ విశ్లేషణ (Analysis of data)

పౌనఃపున్య విభాజనం, దత్తాంశ విశ్లేషణకు తోడ్పడుతుంది. వ్యవస్థీకరింపబడని దత్తాంశం, ముడి స్వభావాన్ని గలిగి నిర్ణయాలు తీసుకోడానికి తోడ్పడదు. అందువల్లనే, ముడి దత్తాంశాన్ని, విచారణ స్వభావం, ఉద్దేశాలు, పరిధుల ఆధారంగా వర్గీకరించి, దానిని ఏర్పరచడం జరగాలి. అటువంటి వర్గీకరణ, 'ఏర్పాటు' లేక 'అమర్పు' లు గణాంక విశ్లేషణ చేయడానికి తోడ్పడుతుంది.

బి) తెలియని జనసంఖ్య పరామితిని అంచనా వేయడం (Estimation of unknown population distribution)

జనసంఖ్యనుండి కొన్ని ప్రతిచయన పరిశీలనలను ఎంపికచేసి, వాటిని అధ్యయనంచేసి, వాటినుండి సాధించిన ఫలితాలను బట్టి జనసంఖ్యలో వాటి అనురూప విలువలను అంటే పరామితులను అంచనా వేయడం జరుగుతుంది.

సి) వివిధ గణాంక మానాలను గణించడం (Computation of various statistical measures)

దత్తాంశాన్ని సేకరించి, వర్గీకరించి, పద్ధతి ప్రకారం అమర్చుచేసినట్లయితే, గణాంక వ్యవహారణకు వీలును కల్పిస్తుంది. ఇటువంటి దత్తాంశాన్ని రెండు లేదా అంతకుమించిన సంబంధిత సంఘటనలమధ్య సంబంధాన్ని నెలకొల్పటానికిగాను, వివిధ గణాంకమానాలను గణించవలసి ఉంటుంది. ఆ విధంగా నెలకొల్పిన సంబంధాన్ని కూడా వివిధ గణాంక పరీక్షలకు గురిచేయుడంవల్ల, యదార్థతను, సక్రమాన్ని నిర్ణయించడానికి వీలు పడుతుంది.

పౌనఃపున్య విభాజనాన్నిబట్టి చేసే శ్రేణీకరణను తిరిగి రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. (ఏ) వ్యక్తిగత శ్రేణులు, లేదా పరిశీలనలు (బి) వర్గీకృత పరిశీలనలు (grouped observations).

ఏ) వ్యక్తిగత శ్రేణులు లేదా పరిశీలనలు (Individual series or observations) : ఇందులో, వివిధ అంశాల విలువలను ఒకదాని తరువాత మరొకటి వ్యక్తిగతంగా జాబితా తయారు చేయడం జరుగుతుంది. వాటిని వర్గాలుగా అమర్చడం జరగదు. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా-4

ఒక కర్మాగారంలో 50 మంది కార్మికుల వేతనాలు.

66,	80,	90,	70,	60,	64,	78,	93,	98,	100,
71,	132,	142,	68,	102,	111,	112,	114,	115,	172,
72,	62,	135,	79,	172,	192,	180,	185,	158,	168,
83,	61,	145,	81,	175,	97,	35,	45,	44,	144,
43,	94,	155,	96,	169,	86,	150,	125,	127,	128.

పై దత్తాంశాన్ని ఒక పద్ధతి ప్రకారం అమరిస్తే తప్ప, గణాంక వ్యవహారణకు ఉపయోగింపలేం. పై దత్తాంశాన్ని, ఆరోహణ క్రమంలోగానీ, అవరోహణ క్రమంలోగానీ తిరిగి అమర్చుకోవలసి ఉంటుంది. దత్తాంశంలోని అతి తక్కువ విలువగల అంశాన్ని ముందుగానూ, ఆ తదుపరి తక్కువ విలువను రెండో అంశంగానూ ఏర్పాటు చేస్తూ, అత్యధిక విలువను ఆఖరి అంశంగా అమర్చినట్లయితే, ఆ అమరికను 'ఆరోహణ క్రమం' అంటారు. దానికి మారుగా అత్యధిక విలువను ముందుగా చూపి, అత్యల్ప విలువను ఆఖరిన చూపినట్లయితే, దానిని 'అవరోహణక్రమం' అంటారు. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా: 4ను ఆరోహణ క్రమంలో రాసినపుడు :

35,	43,	44,	45,	60,	61,	62,	64,	66,	68,
70,	71,	72,	78,	79,	80,	81,	83,	86,	90,
93,	94,	96,	97,	98,	100,	102,	111,	112,	114,
115,	125,	127,	128,	132,	135,	142,	144,	145,	150,
155,	158,	168,	169,	172,	172,	175,	180,	185,	192.

ఆ ఉదాహరణను అవరోహణ క్రమంలో రాస్తే :

192,	185,	180,	175,	172,	172,	169,	168,	158,	155,
150,	145,	144,	142,	135,	132,	128,	127,	125,	115,
114,	112,	111,	102,	100,	98,	97,	96,	94,	93,
90,	86,	83,	81,	80,	79,	78,	72,	71,	70,
68,	66,	64,	62,	61,	60,	45,	44,	43,	35.

వ్యక్తిగత శ్రేణులలో దత్తాంశాన్ని ఏర్పాటుచేయడం, చాలా సాధారణ మైనప్పటికీ, అది దత్తాంశాన్ని వివరణ చేయడానికి తోడ్పడదు. కనుక, దాని ప్రయోజనం పరిమితమై ఉంటుంది. భారీ దత్తాంశాన్ని తగ్గించడానికి కూడా ఇది తోడ్పడదు. కనుక, ఈ శ్రేణులు, ప్రాథమిక వర్గీకరణ సూత్రాలైన తారతమ్యత, సూక్ష్మీకరణ సంబంధాన్ని పరీక్షించుటకు పనికిరావు.

బి) వర్గీకృత పరిశీలనలు (Grouped observations): ముడి దత్తాంశాన్ని విధానీకరిస్తేనే విశ్లేషణకు, వ్యాఖ్యానానికి ఉపయోగపడుతుంది. వర్గీకృత పరిశీలనలలో, చలరాశిలోని ఒకే విలువలను కలిగిన అంశాలసంఖ్యను మొత్తం కలిపి, ఆ చలరాశికి పౌనఃపున్యంగా చూపుతాం. మరొక విధంగా చెప్పాలంటే, ఒక చలరాశిలోని ఒక సంఖ్య ఎన్నిసార్లు పునరావృతమైనదీ తెలియజేసే దానిని 'పౌనఃపున్యం' అంటారు. వర్గీకృత పరిశీలనలను విచ్ఛిన్న శ్రేణులలోనూ, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలోనూ ఏర్పాటు చేయవచ్చు.

i) విచ్ఛిన్న శ్రేణులు (Discrete Series): విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో, ఒక చలరాశిలోని వివిధ విలువలను విచ్ఛిన్న సంఖ్యలలో చూపించడం జరుగుతుంది. ఈ చలరాశులను వ్యాప్తి పదాలలో వర్గీకరించరు. కానీ, వివిధ వర్గాల చలరాశుల మధ్య నిర్దిష్టమైన తేడా ఉంటుంది. వాటి అనురూప సంఘటనలను పౌనఃపున్యం అంటారు. ఆ పౌనఃపున్యంలను శ్రేణులలో చలరాశులకు అనురూపంగా చూపిస్తారు. బోడింగ్‌టన్ ప్రకారం, "దత్తాంశాన్ని అమర్చడంలో ఒక అంశానికి మరొక అంశానికి ఖచ్చితమైన ఖాళీ ఉండేటట్లుగా ఏర్పరచినట్లయితే, దానిని 'విచ్ఛిన్న శ్రేణులు' అంటారు." ఇందులో అంశాలను ఆరోహణ క్రమంలో గానీ, అవరోహణ క్రమంలో కాని అమర్చి ఒక్కొక్క అంశానికి సంబంధించిన పౌనఃపున్యాన్ని ఎదురుగా రాస్తారు. ఖచ్చితమైన ఖాళీ అంటే కొలవదగిన ఖాళీ అని అర్థం. ఉదా:- కుటుంబంలో పిల్లల సంఖ్యను చలరాశిగా తీసుకుంటే ఇద్దరు పిల్లలుగల కుటుంబం, ముగ్గురు పిల్లలు గల కుటుంబం అని వర్గీకరించినపుడు, ఖాళీ ఒక పిల్లవాడుగా గుర్తించవచ్చు. అది ఖచ్చితమైన ఖాళీగా ఎందుకు చెప్పవచ్చంటే $1\frac{1}{4}$ పిల్లలు, $1\frac{1}{2}$ పిల్లలు ఉండరుకదా! విచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనానికి కింది ఉదాహరణను పేర్కొనవచ్చు.

ఉదా-5:

కుటుంబంలోని పిల్లలసంఖ్య	కుటుంబాల సంఖ్య
0	8
1	10
2	15
3	32
4	7
5	2
6	1

పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని నిర్మించే విధానం

పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని నిర్మించడం గణచిహ్నాలను (Tally marks) ఉపయోగించడం ద్వారా సుకరమవుతుంది. దత్తాంశాన్ని విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో లేదా అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో వర్గీకరించడంలో గణచిహ్నాలను విరివిగా ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతిలో కింది విధానాన్ని అనుసరించడం జరుగుతుంది.

(1) ముడి దత్తాంశంలోని వివిధ విలువలకు, అవి పునరావృతమైన సంఖ్యనుబట్టి పౌనఃపున్యాన్ని నిర్ణయించవలసి ఉంటుంది. కనుక, ఎన్నిసార్లు పునరావృతమైనదో లెక్కించడానికిగాను, పునరావృతమైన

BRAOU

ప్రతిసారీ ఒక నిలువు గీతను గీయడం జరుగుతుంది (1)

(2) ఆ చలరాశి రెండవసారి పునరావృతమైనపుడు మరొక గణచిహ్నంతో (నిలువుగీత) సూచిస్తాం (11). ఇదేవిధంగా నాల్గుసార్లు వేసిన తరువాత, 5వ సారి పునరావృతమైనపుడు, 5వ గణచిహ్నాన్ని అడ్డగీతగా సూచిస్తాం (~~1111~~). అప్పుడు 5 గీతల సమూహాన్ని తేలికగా గుర్తించవచ్చు; లెక్కించవచ్చు.

(3) తిరిగి ఆరవసారి అదేవిలువ పునరావృతమైనట్లయితే, గణచిహ్నాన్ని పైన సూచించిన సమూహానికి దూరంగా, నిలువుగీత గీయడం ద్వారా సూచిస్తాం. తిరిగి 5 గీతల సమూహాం తయారుచేస్తాం. ఈ విధంగా కాక, మొత్తం అన్నీ గణ చిహ్నాలను వరుసగా గీసి చూపించినట్లయితే, (111111) లెక్కపెట్టడంలో గందరగోళం సృష్టించడం జరుగుతుంది. తప్పులుచేసే అవకాశం ఎక్కువగా ఉంటుంది.

(4) ప్రతి చలరాశికి ఎదురుగా ఉన్న గణచిహ్నాలను లెక్కపెట్టినట్లయితే, ఆ చలరాశికిగల పౌనఃపున్యం వస్తుంది.

మాదిరి సమస్య-1

ఒక పరీక్షలో 30 మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కులను విచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజన పద్ధతిలో తయారు చేయండి.

50, 50, 50, 51, 52, 52, 53, 60, 60, 60, 60, 61, 62, 62, 62, 65, 65, 66, 66, 66, 66, 60, 67, 67, 68, 68, 68, 70, 70.

జవాబు:

30 మంది విద్యార్థుల మార్కుల పౌనఃపున్య విభాజనం

మార్కులు	గణ చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య పౌ.పు.
50	111	3
51	11	2
52	11	2
53	1	1
60	~~1111~~	5
61	1	1
62	111	3
65	11	2
66	1111	4
67	11	2
68	111	3
70	11	2
		30

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు, దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మరూపంలో అమర్చుకోడానికి ఉపయోగకరంగా ఉన్నప్పటికీ, దీనిప్రయోజనం విభాజనంలో కొన్ని అంశాలు మాత్రమే ఉన్నప్పుడు తగినదై ఉంటుంది. అంశాలసంఖ్య ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు, ఈ రకమైన శ్రేణీకరణ ఉపయోగకరం కాదు. దత్తాంశాన్ని తగ్గించుకోడానికి ఉపయోగ పడక పోవచ్చు. యథార్థంగా కొలవదగని విలువలను ఈ పద్ధతిలో సూచించలేం.

ii) అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు: దత్తాంశాన్ని ఖచ్చితమైన మానాలలోగాక, సమానీకృత సంఖ్యలలో సమర్పింపతగిన దత్తాంశాన్ని అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో చూపవచ్చు. ఈ శ్రేణిలో చలరాశుల విలువలను వివిధ వ్యాప్తి పదాలలో సూచించడం జరుగుతుంది. వాటినే 'తరగతి అంతరం' అంటారు. విభాజనంలోని అత్యధిక, అత్యల్ప విలువల మధ్యవిలువగా తీసుకొనబడే చలరాశిని 'తరగతి అంతరము' అంటారని బోడింగ్‌టన్ నుడివినాడు [According to Bodington class interval is the variable which can take any intermediate value in the distribution] అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో, తరగతి అంతరాలు ప్రారంభవిలువనుండి పౌనఃపున్య విభాజనంలోని చివరి విలువవరకూ విరామం లేకుండా కొనసాగుతాయి. అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులను ఎగువ అవధి, దిగువ అవధులు కలిగి ఉన్న వివిధ తరగతులుగా, తరగతి అంతరాలలో ఏర్పాటు చేయడం జరుగుతుంది. కాగా, విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో, విచ్ఛిన్న సంఖ్యలరూపంలో వర్గీకృత విలువల జాబితాను తయారుచేయడం జరుగుతుంది.

ఉదా- 6:

ఒక తరగతిలోని 80 మంది విద్యార్థుల మార్కుల పౌనఃపున్యవిభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
0-10	5
10-20	6
20-30	8
30-40	10
40-50	4
50-60	20
60-70	10
70-80	8
80-90	9

మాదిరి సమస్య-2:

50 మంది వ్యక్తుల నెలసరి ఆదాయం వివరాలు ఇవ్వడం జరిగింది. వాటిని ఆరోహణక్రమంలో ఏర్పాటుచేస్తూ, పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారుచేయండి.

ఆదాయం రూపాయలలో:

211, 230, 225, 200, 206, 230, 231, 300, 305, 209, 216, 225, 234, 217, 220, 240, 235, 259, 229, 260, 261, 271, 280, 282, 274, 279, 280, 285, 289, 301, 304, 289, 290, 291, 309, 310, 315, 314, 320, 324, 317, 265, 247, 251, 231, 205, 210, 217, 246, 255.

జవాబు:

పై దత్తాంశంలో అత్యల్పవిలువ 200. అత్యధిక విలువ 324. ఈ రెండు విలువలమధ్య తేడా 124. తరగతి అంతరాన్ని 20గా తీసుకుంటే, 7 తరగతులను రూపొందించవచ్చు. అప్పుడు మొదటి తరగతి 200-220 అవుతుంది.

B R A O U

ఆదాయం రూ. లలో	గణ చిహ్నాలు	వ్యక్తుల సంఖ్య
200-220	~~1111~~, 1111	9
220-240	~~1111~~, ~~1111~~	10
240-260	~~1111~~, 1	6
260-280	~~1111~~, 1	6
280-300	~~1111~~, 111	8
300-320	~~1111~~, 1111	9
320-340	11	2
		50

7.4 పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రూపొందించడంలో పాటించ వలసిన ప్రాథమిక సూత్రాలు

గణాంక విచారణ సమయంలో, అర్థవంతమైన వ్యాఖ్యాన నిమిత్తమై, వివిధ సారూప్య సమూహాలుగా దత్తాంశాన్ని విధానీకరించి వర్గీకరించడం జరుగుతుంది. వివిధ లక్షణాలను బట్టి విలువలను తరగతులుగా వర్గీకృతం చేయడం జరుగుతుంది. ఆవిధంగా వర్గీకృతం చేయడం వల్ల పౌనః పున్య విభాజనాన్ని తయారు చేయడం సుకరమవుతుంది. గణాంక శాస్త్రంలో పౌనః పున్య విభాజనానికిగల ప్రాముఖ్యత కారణంగా; దానిని చాలా శ్రద్ధగా, పద్ధతి ప్రకారం నిర్మించవలసి ఉంటుంది. కూలంకషమైన నియమనిబంధనలు లేకపోయినప్పటికీ, కొన్ని మార్గదర్శక సూత్రాలను ప్రతిపాదించవచ్చు. అయితే పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని నిర్మించడంలో గణాంకవేత్తకుగల విచక్షణజ్ఞానం, అనుభవం, నైపుణ్యం, అంతర్ బుద్ధి చాలా ఉపయోగపడతాయి.

ఏ) తరగతుల సంఖ్య

పౌనఃపున్య విభాజనంలో తరగతుల సంఖ్యను నిర్ణయించడం అనేది దత్తాంశంలోని పరిశీలనల సంఖ్యమబట్టి, అంశాల ఆయతనాన్నిబట్టి, కోరిన యదార్థతను బట్టి, గణాంక వ్యవహారణకు కలిగే వీలుమబట్టి ఆధారపడి ఉంటుంది.

తరగతుల సంఖ్యను నిర్ణయించడంలో పై కారణాలు చాలా ముఖ్యమైనప్పటికీ, తరగతి అంతరాల పరిమాణం దత్తాంశ విశ్లేషణపద్ధతి, వివరణల వంటి కారకాలు కూడా ముఖ్యమైనవే. తరగతుల సంఖ్య తక్కువగాఉన్నట్లయితే, దత్తాంశం మరింత కేంద్రీకృతమై ఉంటుంది. కాగా, ఎక్కువ తరగతులను నిర్ణయించడంవల్ల దత్తాంశం ముక్కలుగా విభజింపబడి ఉంటుంది. తరగతుల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉండటంవల్ల, విభాజనం ఉపయోగించడానికి అలవికానిదై, దత్తాంశాన్ని గణించడం చాలా శ్రమతో కూడినదై ఉంటుంది. కాగా, తరగతులు, దత్తాంశం గురించి స్థూల అభిప్రాయాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. పరిశీలనల సంఖ్యనుబట్టీ, తరగతి అంతరాల పరిమాణాన్నిబట్టీ, తరగతుల సంఖ్యను గూర్చి ఎంపిక చేసేందుకు వీలవుతుంది. ఆచార్య హెచ్. ఏ. స్టర్జస్ తరగతి అంతరాల సంఖ్యను నిర్ణయించడానికి కింది సూత్రాన్ని ప్రతిపాదించాడు.

$$n = 1 + 3.322 \text{ Log} N$$

ఇక్కడ

n = తరగతుల సంఖ్య

N = పరిశీలనల లేదా అంశాల సంఖ్య

B R A O U

Log = సంవర్గమానం.

స్టర్జస్ సూత్రం, పౌనఃపున్యవిభాజనంలో తరగతుల సంఖ్యను వీలయినంత వరకు తగ్గిస్తుంది. ఉదా: అంశాలసంఖ్య 25 ఉన్నప్పుడు 6 తరగతులు; 25,000 అంశాలు ఉన్నప్పుడు 16 తరగతులు ఉంటాయి. తరగతుల సంఖ్యను కింది సూత్రం ద్వారా నిర్ణయించవచ్చు.

అంశాల సంఖ్య స్టర్జస్ సూత్రం తరగతి అంతరాల సంఖ్య.

25 n = 1 + 3.3 (1.3979) = 1 + 4.61 = 5.61 = 6

25,000 n = 1 + 3.3 (4.3979) = 1 + 14.51 = 15.51 = 16

బి) తరగతి అంతరాల పరిమాణం

తరగతి అంతరాల పరిమాణం, తరగతుల సంఖ్యకు విలోమానుపాత సంబంధాన్ని గలిగి ఉంటుంది. తరగతి అంతరాన్ని నిర్ణయించడంలో, తరగతులను, వాటిలోని ప్రతి అంశం వర్గీకరణలోకి వచ్చేటట్లుగా అమర్చవలసి ఉంటుంది. మూలదత్తాంశంలోని ప్రాతినిధ్యం వహించిన ప్రతివిలువకు తరగతిని ఇవ్వడం ద్వారా పరమ యథార్థతను పొందవచ్చు. ఒక నిర్దిష్టమైన పద్ధతి ప్రకారం, తరగతి అంతరాన్ని సమానీకృతం చేయడంవల్ల, చాలా ఉపయోగం ఉంటుంది. పరిశీలనలో అత్యధిక, అత్యల్ప విలువలను పరిగణించడం ద్వారా, తరగతుల సంఖ్యను పరిగణించడం ద్వారా తరగతి అంతర పరిమాణాన్ని నిర్ణయించవచ్చు.

తరగతి అంతరం $= \frac{L - S}{n}$

ఇక్కడ

L = అత్యధిక విలువ

S = అత్యల్ప విలువ

n = తరగతుల సంఖ్య.

పై సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తూ, వీలయినంతమటుకు, 3, 7, 11, 26, 39 వంటి విలువలను తరగతి అంతరాలుగా తీసుకోకపోవడం గుర్తుంచుకోవాలి. తరగతి అంతరంగా 5 ను లేక 10, 20, 25, 100 వంటి 5 గుణిజాలను ఎంపిక చేయాలి.

సి) తరగతి అవధులు

తరగతి అవధులను స్పష్టంగా నిర్దిష్ట పరచాలి. ఎటువంటి గందరగోళానికీ, సందిగ్ధతకూ దారితీయకుండా వాటిని సమగ్రంగా స్పష్టపరచాలి. ఉదా: పౌనః పున్య విభాజనంలో 10-20, 20-30, 30-40 వంటి తరగతులను గుర్తించడం జరుగుతుంది. ఇందులో ఒక తరగతి దిగువ అవధి, మరొక తరగతి ఎగువ అవధిగా పరిణమిస్తుంది. అందువల్ల, తరగతి అవధులు స్పష్టంగా లేవు. నిర్దిష్టంగా ఏ తరగతిలో ఏ విలువను చూపించాలో తెలియని పరిస్థితి ఏర్పడుతుంది. ఉదా : 20 ను 10-20లో గానీ, 20-30లో గానీ, వేయవచ్చు. అందువల్ల, 10-19 అనీ, 20-29 అనీ, 30-39 అనీ చూపించినట్లయితే, ఒక చలరాశిలోని విలువలను వివిధ తరగతులకు కేటాయించడానికి ఎలాంటి అసందిగ్ధతలు ఏర్పడవు.

BRAOU

డి) పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని ప్రారంభించడం; ముగించడం

పౌనః పున్య విభాజనాన్ని ప్రారంభంచేయడంలోనూ, ముగించడంలోనూ, విషయాన్ని దృష్టిలో పెట్టుకుని, చేయవలసి ఉంటుంది. విషయానికి సంగతమైన అంశంవద్ద ప్రారంభం చేయాలి. ఉదా:- ఉద్యోగుల వయస్సుకు సంబంధించిన విభాజనాన్ని, ఉద్యోగానికి కనీస అర్హత వయస్సు అయిన 18 ని, పదవీ విరమణ వయస్సు అయిన 58 ను దృష్టిలో ఉంచుకుని తరగతులను ప్రారంభించడం, ముగించడం చేయాలి. అంటే తరగతి అంతరాలను నిర్ణయించేటపుడు 18 నుండి 58 లోపు వరకు ఎన్ని తరగతులను నిర్ణయిస్తే ఉచితంగా ఉంటుందో దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి.

7.5 తరగతి అంతరాలను రూపొందించే పద్ధతులు

తరగతి అంతరాలను రూపొందించడంలో కింది పద్ధతులను ఉపయోగించవచ్చు.

7.5.1 బహిర్గత పద్ధతి (Exclusive Method) లేదా మినహాయింపు పద్ధతి

అవిచ్ఛిన్నశ్రేణి పౌనఃపున్య విభాజనం నందు, ఎప్పుడైతే ఒక తరగతి ఎగువ అవధి మరొక తరగతి దిగువ అవధి అవుతుందో, ఆ శ్రేణిని 'బహిర్గత పద్ధతి' తో గూడిన విభాజనం అంటారు. బహిర్గత పద్ధతి ద్వారా దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడం వల్ల వర్గీకరణలో అవిచ్ఛిన్నత ఏర్పడుతుంది. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా: 7

పరీక్షలో 100 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య (పౌనః పున్యం)
0-10	4
10-20	10
20-30	16
30-40	22
40-50	18
50-60	20
60-70	6
70-80	4
	100

పై ఉదాహరణలో, మొదటి తరగతి ఎగువ అవధి అయిన 10, రెండవ తరగతి దిగువ అవధిగా (10గా) రాశాం. అంటే మొదటి తరగతిలో, విద్యార్థులకు 9.99 మార్కులు లేదా అంతకన్నా తక్కువ వచ్చినట్లయితే, అందులో చేర్చడం జరుగుతుంది. 10 మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థిని రెండవ తరగతిలో చేరుస్తాం. ప్రతి తరగతిలోనూ ఆఖరి అంశాన్ని, లేదా ఎగువ అవధిని వదిలివేయడం జరుగుతుంది. కనుక, ఈ పద్ధతిని మినహాయింపు పద్ధతి అనీ, బహిర్గత పద్ధతి అనీ, అంటారు. ఈ పద్ధతి విస్తృతంగా ఉపయోగించబడుతున్నప్పటికీ గణాంకశాస్త్ర పరిజ్ఞానం లేనివారు దీనిని అర్థం చేసుకోలేరు. కనుక, ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించినపుడు, తరగతిలోని ఎగువ అవధిని ఆ తరగతిలో

BRAOU

చేర్చకపోవడం విశేషం. ఈ విషయం సామాన్యులకు కూడా అర్థమయ్యే రీతిలో తిరిగి అమర్చవచ్చు. ఉదా:- 7ను తిరిగి అమర్చినపుడు ప్రతివారూ అర్థం చేసుకోగలరు.

ఒక పరీక్షలో 100 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య (పౌనః పున్యం)
0నుండి 10లోపు	4
10నుండి 20లోపు	10
20నుండి 30లోపు	16
30నుండి 40లోపు	22
40నుండి 50లోపు	18
50నుండి 60లోపు	20
60నుండి 70లోపు	6
70నుండి 80లోపు	4

పై పద్ధతిలో తరగతి అంతరాలను నిర్ణయించి సూచించడంలో, తరగతుల విషయమై, చలరాశుల విషయమై ఎటువంటి సందిగ్ధత లేకుండా ఉన్నది. అందువల్ల, ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించడం శ్రేయస్కరం.

మాదిరి సమస్య 3:

ఒక పరీక్షలో 40 మంది విద్యార్థుల మార్కులు ఇచ్చాం. బహిర్గత పద్ధతిలో అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో దత్తాంశాన్ని అమర్చండి.

42, 18, 63, 38, 65, 50, 17, 48, 34, 25, 78, 76, 62, 39, 41, 30, 28, 19, 73, 52, 32, 23, 49, 54, 64, 34, 58, 67, 18, 43, 11, 14, 19, 21, 17, 16, 14, 26, 37.

జవాబు:

అన్నిటిలోనూ, అత్యధిక విలువ 78; అత్యల్ప విలువ 11; ఆ రెంటిమధ్య తేడా 67; 10ని తరగతి అంతరంగా తీసుకుంటే, 7 తరగతులను రూపొందించవచ్చు. మొదటి తరగతి 10-20 అవుతుంది.

మార్కులు	గణ చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
10-20	~~1111~~, ~~1111~~	10
20-30	~~1111~~	5
30-40	~~1111~~, 11	7
40-50	~~1111~~	5
50-60	1111	4
60-70	~~1111~~, 1	6
70-80	111	3
	మొత్తము	40

BRAOU

i) వివృత అవధులు గల తరగతులు

వివృత అవధుల తరగతులలో మొదటి తరగతి దిగువ అవధి, చివరి తరగతి ఎగువ అవధి విలువలు తెలియవు. ఒక వివృత అవధి తరగతి అంటే, ఒక నిర్దిష్ట ఎగువ అవధికిలోపుగల అన్ని అంశాలను కలిగిన తరగతి, లేదా ఒక నిర్దిష్ట దిగువ అవధి విలువను మించిన అన్ని అంశాలను గలిగిన తరగతి అని చెప్పవచ్చు. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా- 8:

ఒక కర్మాగారంలో 100 మంది కార్మికుల వేతనాల విభాజనం

వేతనాలు రూ. లలో	కార్మికుల సంఖ్య (పౌనః పున్యం)
1,500 లోపు	10
1,500 - 2,000	15
2,000 - 2,500	27
2,500 - 3,000	25
3,000 - 3,500	15
3,500 లకు పైన	8

పై ఉదాహరణలో '1500 లోపు' అనే తరగతి '1,000 నుండి 1,500 లోపు' అనే అర్థాన్ని స్ఫురింప చేయుడంలేదు. అలాగే '3,500 కంటె ఎక్కువ లేక పైన' అనే తరగతి "3,500 నుండి 4,000" అనే అర్థాన్ని స్ఫురింప చేయుడంలేదు. ఈ విధమైన తరగతి అంతరాలను 'వివృత తరగతి అంతరాలు' అంటారు. భారీ దత్తాంశానికి తరగతి అంతరాలను నిర్ణయించేటప్పుడు, ఎక్కువ సంఖ్యలో తరగతులను ఏర్పాటు చేయవలసి ఉన్నప్పుడు, 'వివృత అవధులను' ఉపయోగించడం తప్పనిసరి అవుతుంది.

B R A O U

అవగాహన ప్రశ్న-1

వివృత తరగతులను వివరించి, ఉదాహరణను ఇవ్వండి

____

____

____

____

____

____

____

ii) అసమాన తరగతి అంతరాలు

వివిధ తరగతులలో దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించేటప్పుడు, తరగతి అంతరాలు అన్నిటికీ సమానంగా, ఏకరూపతను కలిగి ఉండక పోవచ్చు. ఆ విధమైన తరగతులను 'అసమాన తరగతులు' అంటారు. కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఉదా- 9:

ఒక గ్రామంలోని 100 మంది నివాసుల ఆదాయాల విభాజనం

నెలసరి ఆదాయం రూ. లలో	నివాసులసంఖ్య (పౌనః పున్యం)
100-200	6
200-400	20
400-700	30
700-800	24
800-1000	20

పై దత్తాంశపు అమరిక, గణాంకశాస్త్ర అన్వయానికి తోడ్పడదు. ఎందువల్లనంటే, తరగతి అంతరాలు అసమానం. కనుక దత్తాంశాన్ని గణాంక విశ్లేషణకు అనువుగా తిరిగి అమర్చవలసి ఉంటుంది.

7.5.2 అంతర్గత పద్ధతి లేదా మినహాయించని పద్ధతి

ఏ పద్ధతిలోనైతే, ఎగువ అవధి విలువనూ, దిగువ అవధి విలువనూ కూడా ఆ తరగతిలోనే చేర్చడం జరుగుతుందో, ఆ పద్ధతిని అంతర్గత పద్ధతి అంటారు. అంటే, బహిర్గత పద్ధతిలోవలె, ఎగువ అవధి విలువను వదిలేయడం లేదా మినహాయించడం జరగదు. అవధుల పునరావృతం ఉండదు. కనుక సందిగ్ధత ఉండదు. కింది ఉదాహరణ ద్వారా అంతర్గత పద్ధతి విశదమవుతుంది.

ఉదా- 10:

ఒక పరీక్షలో 100 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
10 - 19.9	4
20 - 29.9	10
30 - 39.9	16
40 - 49.9	22
50 - 59.9	18
60 - 69.9	20
70 - 79.9	6
80 - 89.9	4

పై ఉదాహరణలో, 10-19.9 అనే తరగతిలో 10కి' 19.9కి మధ్యలో మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థులు అందరూ చేరతారు. సరిగ్గా 20 మార్కులు వచ్చిన విద్యార్థి రెండవ తరగతిలో చేరతారు. ఈ విధమైన తరగతి అంతరం గందరగోళం, సందిగ్ధత లేకుండా చేయడమే కాక, వర్గీకరణ స్పష్టతను తెలియజేస్తుంది.

దత్తాంశం పూర్ణ సంఖ్యలతో కూడినదైనపుడు, అంతర్గత పద్ధతిన వర్గీకరణను కింది విధంగా వివరించవచ్చు.

BRAOU

ఉదా- 11:

ఒక పరీక్షలో 100 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
10 - 19	4
20 - 29	10
30 - 39	16
40 - 49	22
50 - 59	18
60 - 69	20
70 - 79	6
80 - 89	4

ఈ పద్ధతి తరగతి అంతరాలలో ఎటువంటి సందిగ్ధత లేకుండా పరమ సంఖ్యలను చేర్చుకోవడానికి తోడ్పడుతుంది. ఉదా: 19 ని మొదటి తరగతిలోనూ, 20 ని రెండవ తరగతిలోను చేరుస్తారు. కానీ, భిన్నాలలో ఉన్న అంకెలను ఈ పద్ధతిలో చేర్చడం వీలుపడదు. ఉదా:- 19.25 లేదా 19.65 విలువలను 19లోగానీ, 20లోగానీ, చేర్చలేం. కేవలం ఉజ్జాయింపుగా వాటిని సమాసీకృతం చేసి, దగ్గరి సంఖ్యలో చేర్చడం సాధ్యపడినప్పటికీ, యధార్థత లోపిస్తుంది. అటువంటి పరిస్థితులలో, తరగతి అంతరాలలో మార్పుచేసి, అమర్చవలసి ఉంటుంది. ఆ మార్పు చేయడంలో తరగతులలో అవిచ్ఛిన్నతకై, తరగతి అంతరాలలో ఎగువ, దిగువ అవధులలో సర్దుబాట్లు చేయవలసి ఉంటుంది. దీనికోసమై, రెండవ తరగతి దిగువ అవధికీ, మొదటి తరగతి ఎగువ అవధికీ గల తేడాను కనుక్కోవాలి. ఆ తేడాను రెండు చేత భాగించాలి. సవరణ కారకం విలువ వస్తుంది.

సవరణ కారక సూత్రం

$$\text{సవరణకారకం} = \frac{\text{2వ తరగతి దిగువఅవధి} - \text{మొదటి తరగతి ఎగువఅవధి}}{2}$$

పై సూత్రాన్ని అన్వయించి, ఉదాహరణలోని సవరణ కారకాన్ని కనుగొనవచ్చు.

2వతరగతి దిగువఅవధి = 20

మొదటి తరగతి ఎగువ అవధి = 19

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా,

$$\text{సవరణ కారకం} = \frac{20-19}{2} = 0.5$$

తరగతులనుఅమర్చేటప్పుడు ఈ సవరణ కారకాన్ని, ప్రతి తరగతి దిగువ అవధినుండి తీసేసి, ఎగువ అవధికి కలపాలి. మార్పుచేసిన తరువాత ఉదా: 11 కింది విధంగా ఉంటుంది.

B R A O U

ఒక పరీక్షలో 100 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
9.5 - 19.5	4
19.5 - 29.5	10
29.5 - 39.5	16
39.5 - 49.5	22
49.5 - 59.5	18
59.5 - 69.5	20
69.5 - 79.5	6
79.5 - 89.5	4

మాదిరి సమస్య 4:

అంతర్గత పద్ధతిన, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో కింది దత్తాంశానికి పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారు చేయండి:

13, 18, 16, 23, 25, 37, 40, 45, 60, 75, 74, 66, 71, 63, 61, 47, 43, 47, 36, 37, 39, 35, 31, 33, 36, 22, 25, 34, 38, 40, 11, 15, 16, 27, 45, 28, 47, 42, 24, 28, 51, 59, 56, 57, 55, 53, 60, 54, 52, 58.

జవాబు:

అత్యల్ప విలువ 11; అత్యధిక విలువ 75; రెండు విలువల మధ్య తేడా 64. తరగతి అంతరంగా 10ని తీసుకుంటే, 7 తరగతులను రూపొందించవచ్చు. మొదటి తరగతి 10-19గా తీసుకోవలసి ఉంటుంది.

అంశాలు	గణచిహ్నాలు	అంశాల సంఖ్య
10-19	~~1111~~, 1	6
20-29	~~1111~~, 111	8
30-39	~~1111~~, ~~1111~~	10
40-49	~~1111~~, 1111	9
50-59	~~1111~~, 1111	9
60-69	~~1111~~	5
70-79	111	3

BRAOU

7.5.3 సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం

పౌనఃపున్య విభాజనం, ఒక నిర్దిష్టవిలువ ఎన్నిసార్లు పునరావృతమైనదీ వెల్లడి చేస్తుంది. పౌనఃపున్య విభాజనం వివిధతరగతులలో అంతరాలనూ, వాటికి గల పౌనఃపున్యాన్ని చూపిస్తుంది. కానీ, ఒక నిర్దిష్ట విలువకన్న తక్కువ విలువగల మొత్తం పరిశీలనలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని ఇవ్వదు. అలాగే, ఒక నిర్దిష్ట విలువ కన్న ఎక్కువ విలువ గలిగిన మొత్తం అంశాలసంఖ్యకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని కూడా ఇవ్వదు. ఈ రకమైన సమాచారం సంచిత పౌనఃపున్యవిభాజనం నుండి పొందవచ్చు. కింది నుండి లేదా పైనుండి ఒక తరగతి పౌనఃపున్యాన్ని తదుపరి తరగతి పౌనఃపున్యంతో కూడి, అలా వచ్చిన మొత్తానికి ఆ తదుపరి తరగతి పౌనఃపున్యాన్ని కలుపుతూ, చివర వరకు ఇలా చేస్తూ పోగా వచ్చే దానిని సంచిత పౌనఃపున్యం అని అంటాం. కనుక, సంచిత పౌనఃపున్యాలను రెండు రకాలుగా

అమర్చుకోవచ్చు. (1) 'కంటెతక్కువ పద్ధతి' (2) 'కంటె ఎక్కువ' పద్ధతి.

(1) "కంటె తక్కువ" సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం

ఈ పద్ధతిలో, విలువలను ఆరోహణక్రమంలో అమర్చుకోడంద్వారా పౌనఃపున్యాలను కిందినుండి సంచితం చేయడం జరుగుతుంది. ఏ చలరాశికైనా "కంటె తక్కువ" సంచిత పౌనఃపున్యాన్ని పొందాలంటే, ఆ చలరాశికి ముందున్న వాటి పౌనఃపున్యాలను కూడి, ఆ చలరాశికిగల పౌనఃపున్యంతో కలిపి చూపవలసి ఉంటుంది. కింది మాదిరి సమస్యను పరిశీలించండి.

మాదిరి సమస్య 5:

కింది దత్తాంశం ఆధారంగా, 'కంటె తక్కువ' సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారు చేయండి.

గణాంకశాస్త్రంలో 65 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
20-25	5
25-30	10
30-35	20
35-40	15
40-45	10
45-50	5

జవాబు:

గణాంక శాస్త్రంలో 65 మంది విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం.

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
25కంటె తక్కువ	5
30 " "	15
35 " "	35
40 " "	50
45 " "	60
50 " "	65

ii) "కంటె ఎక్కువ" సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం

"కంటె ఎక్కువ" సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం "కంటెతక్కువ" పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని పోలి ఉంటుంది. కాకపోతే, దత్తాంశం అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయబడుతుంది. ఇక్కడ విభాజనం చలరాశి అత్యధిక విలువతో ప్రారంభమై, అత్యల్ప విలువతో ముగుస్తుంది. 'కంటె ఎక్కువ' సంచిత పౌనఃపున్యాన్ని గూర్చి, కింది మాదిరి సమస్య వివరిస్తుంది.

BRAOU

మాదిరిసమస్య 6:

కింది దత్తాంశం ఆధారంగా 'కంటెఎక్కువ' పద్ధతిన, సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారుచేయుండి.

గణాంక శాస్త్రంలో 65 విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య (పౌనఃపున్యం)
20-25	5
25-30	10
30-35	20
35-40	15
40-45	10
45-50	5

జవాబు:

గణాంక శాస్త్రంలో 65 విద్యార్థుల మార్కుల విభాజనం

మార్కులు	విద్యార్థులసంఖ్య
20కంటె ఎక్కువ	65
25 " "	60
30 " "	50
35 " "	30
40 " "	15
45 " "	5
50 " "	0

7.6 సారాంశం

ఒక క్రమమైన పద్ధతిలో దత్తాంశాన్ని అమర్చడాన్ని శ్రేణీకరణ అని అంటాం. శ్రేణీకరణను సామాన్య లక్షణాలను బట్టిగాని, పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని బట్టిగాని చేయువచ్చు. సామాన్య లక్షణాలను బట్టి చేసే శ్రేణీకరణను తిరిగి మూడు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. అవి కాలశ్రేణులు, స్థానశ్రేణులు, స్థితి శ్రేణులు. కాలశ్రేణులలో దత్తాంశాన్ని కాలాన్ని బట్టి అమర్చగా, స్థానశ్రేణులలో దత్తాంశాన్ని వివిధ భౌగోళిక స్థానాల ప్రాతిపదికగా అమర్చడం జరుగుతుంది. స్థితి శ్రేణులలో స్థితిని బట్టి అంటే ఆదాయం, ఉత్పత్తి, విద్యార్థుల మార్కులు, బరువులు మొదలైన వాటిని బట్టి దత్తాంశాన్ని అమర్చడం జరుగుతుంది. పౌనఃపున్య విభాజన తాలూకు చేసే శ్రేణీకరణ ఒక విషయం తాలూకు జరిగిన సంఘటనల ఆధారంగా దత్తాంశాన్ని అమర్చడం జరుగుతుంది. ఆ శ్రేణీకరణ విలువలను వ్యక్తిగతంగా నైనా చూపవచ్చు లేదా సమూహాలుగా నైనా చూపవచ్చు. ఈ సాముహిక శ్రేణులను తిరిగి రెండుగా విభజిస్తాం. అవి: విచ్ఛిన్నశ్రేణులు, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు. విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో దత్తాంశానికి ఒక విలువకూ మరొక విలువకూ మధ్య నిశ్చితమైన ఖాళీ ఉంటుంది. అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో దత్తాంశాన్ని కొన్ని తరగతి అంతరాలుగా విభజించి ప్రతి తరగతి ఎదురుగా పౌనఃపున్యాలను చూపిస్తాం. ఈ తరగతి అంతరాలను సమగ్ర పద్ధతిలోగాని, అసమగ్ర పద్ధతిలోగాని, సంచిత పౌనఃపున్య పద్ధతిలోగాని ఏర్పరచవచ్చు.

7.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. వివృత తరగతులుగల విభాజనంలో మొదటి తరగతికి దిగువ విలువ, చివరి తరగతికి ఎగువ విలువ ఉండవు. ఇక ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

7.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. దత్తాంశ శ్రేణీకరణ అంటే ఏమిటి?
2. 'కాలశ్రేణులు' అన్న పదాన్ని వివరించండి?
3. విచ్ఛిన్న శ్రేణులు అంటే ఏమిటి?
4. అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు అంటే ఏమిటి?
5. వ్యక్తిగత పరిశీలనకు, వర్గీకృత లేక సామూహిక పౌనఃపున్య విభాజనానికి గల తేడాలేవి?
6. 'మధ్యవిలువ' 'తరగతి అంతరము' 'తరగతి పౌనఃపున్యము' అనే పదాలను వివరించండి.
7. సంచిత పౌనఃపున్యంలో 'కంటె తక్కువ పద్ధతికి' 'కంటె ఎక్కువ పద్ధతికి' తేడా తెలపండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

8. దత్తాంశ శ్రేణీకరణను నిర్వచించండి. వివిధ శ్రేణుల రకాలను వివరించండి.
9. పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రూపొందించే సూత్రాలను విపులీకరించండి.
10. 'తరగతి అంతరం' అంటే ఏమిటి? తరగతి అంతరాలను ఎంపిక చేయడంలో నీవు ఎటువంటి జాగ్రత్తలు తీసుకుంటావు?

అభ్యాసాలు

11. కింది పరిశీలనలకు, విచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనం తయారుచేయండి.

    126, 110, 112, 126, 130, 134, 135, 114, 118, 123, 127, 126, 128, 132, 131, 130, 135, 110, 126, 111, 110, 134, 125, 135, 126, 114, 116, 128, 118, 119, 120, 129, 140, 145, 146, 141, 145, 111, 146, 140, 141, 135, 115, 116, 135

12. 10ని తరగతి అంతరంగా తీసుకుని, కింది దత్తాంశాన్ని పట్టీకరించండి.

    43, 31, 56, 64, 60, 94, 40, 36, 126, 135, 140, 65, 75, 80, 83, 46, 48, 35, 66, 72, 78, 83, 87, 90, 91, 95, 63, 54, 56, 63, 58, 115, 80, 126, 130, 35, 45, 61, 82, 86, 110, 71, 96, 86, 62, 116, 110, 105, 106, 96, 109, 120, 123, 129, 130, 140, 123, 127, 134, 108.

BRAOU

13. 70 మంది విద్యార్థుల ఎత్తు అంగుళాలలో ఇవ్వడమైనది. దత్తాంశాన్ని పౌనఃపున్య విభాజన రూపంలో పట్టీకరించండి.

62.1, 60.4, 63.2, 64.2, 65.6, 68.3, 70.1, 72.3, 70.2, 64.5, 66.3, 67.1, 68.4, 69.3, 70.2, 70.5, 70.9, 60.4, 67.3, 68.9, 66.3, 65.4, 60.0, 65.0, 67.0, 68.0, 70.0, 64.9, 69.3, 68.2, 68.0, 63.2, 64.4, 65.3, 68.2, 63.8, 61.4, 66.5, 63.7, 65.4, 67.6, 64.1, 59.6, 64.5, 66.8, 61.1, 65.7, 60.2, 60.0, 61.5, 66.5, 59.9, 60.0, 65.9, 63.4, 62.2, 67.0, 68.0, 63.4, 66.4, 66.2, 65.9, 62.1, 64.0, 62.5, 59.9, 61.8, 64.2, 67.8, 66.6.

14. గణాంక శాస్త్రంలో 50 మంది విద్యార్థుల మార్కులకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని ఇవ్వడమైనది. 10ని తరగతి అంతరంగా తీసుకుని, పౌనఃపున్య పట్టీని తయారుచేయండి.

20, 24, 22, 36, 37, 41, 46, 48, 71, 75, 63, 62, 51, 56, 57, 48, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 41, 42, 36, 38, 40, 50, 53, 55, 56, 48, 43, 49, 60, 61, 21, 23, 25, 35, 34, 38, 41, 53, 55, 60, 64, 65, 66, 68.

15. కింది సమాచారాన్ని తరగతి అంతరం 5గా తీసుకొని, పౌనఃపున్య పట్టీని చూపండి. విద్యార్థుల బరువును కిలోగ్రాములలో:

30, 31, 34, 38, 25, 26, 27, 28, 29, 26, 25, 32, 38, 39, 39, 40, 41, 48, 50, 52, 53, 54, 28, 29, 34, 48, 34, 26, 23, 25, 39, 43, 55, 44, 44, 26, 28, 29, 48, 58, 28, 31, 35, 41, 45, 59, 56, 28, 38, 39, 44.

16. కింది దత్తాంశం ద్వారా అంతర్గత పద్ధతిలో పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారు చేయండి.

20, 23, 61, 44, 63, 67, 40, 42, 75, 74, 41, 30, 31, 35, 38, 41, 45, 48, 50, 51, 55, 58, 60, 62, 64, 71, 73, 76, 74, 46, 42, 43, 36, 39, 36, 32, 31, 40, 41, 43, 22, 25, 28, 30, 31, 55, 58, 44, 50, 53.

BRAOU

17. 60 మంది విద్యార్థుల మార్కులు ఇవ్వడమైనది. 'బహిర్గత పద్ధతిలో' పౌనఃపున్య పట్టీలో దత్తాంశాన్ని అమర్చండి.

09, 42, 18, 83, 64, 45, 76, 81, 83, 79, 11, 84, 34, 56, 67, 31, 30, 68, 0, 43, 64, 12, 36, 81, 12, 24, 61, 34, 41, 32, 43, 63, 74, 45, 56, 63 , 71, 64, 75, 79, 56, 47, 60, 58, 61, 59, 54, 63, 58, 37, 38, 28, 39, 40, 49, 38, 27, 61, 80, 28.

18. కింది దత్తాంశాన్ని 'కంటె తక్కువ' పద్ధతిలో పౌనఃపున్య విభాజనంలో ఏర్పాటుచేయండి.

తరగతి	పౌనఃపున్యం
0-10	10
10-20	18
20-30	25
30-40	36
40-50	38
50-60	43
	170

19. కింది దత్తాంశాన్ని 'కంటె ఎక్కువ' పద్ధతిలో పౌనఃపున్య పట్టీలో ఏర్పాటుచేయండి.

తరగతి	పౌనఃపున్యము
18-26	18
26-34	26
34-42	29
42-50	35
50-58	37
58-66	30
66-74	25
	200

20. 50 మంది విద్యార్థుల మార్కుల శాతాలు ఇచ్చాం. సమాన అంతరంగల 10 తరగతులలో దత్తాంశాన్ని ఏర్పాటు చేయండి. అందులో ఒక తరగతి 40-49 ఉండేటట్లు చేయండి.

10, 35, 49, 54, 49, 15, 42, 63, 61, 48, 36, 50, 65, 60, 46, 42, 48, 62, 31, 47, 40, 71, 68, 17, 50, 50, 64, 66, 11, 49, 60, 57, 71, 11, 70, 80, 42, 72, 11, 40, 82, 39, 79, 19, 39, 76, 40, 90, 60, 35.

21. ఒక జౌళిమిల్లులోని కార్మికుల వేతనాల వివరాలు ఇవ్వడమైనది. రూ. 20/- తరగతి అంతరంతో పౌనఃపున్య విభాజనమును ఏర్పాటుచేయండి.

150, 142, 235, 260, 300, 349, 370, 200, 211, 210, 265, 310, 360, 380, 350, 160, 206, 270, 315, 351, 380, 175, 165, 145, 290, 320, 311, 400, 160, 170, 239, 290, 340, 348, 420, 140, 175, 240, 280, 319, 350, 411.

BRAOU

22. కింది దత్తాంశం ఆధారంగా, విచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారు చేయండి.

180, 170, 190, 200, 235, 175, 200, 190, 200, 180, 132, 180, 190, 140, 165, 170, 235, 165, 165, 170, 132, 165, 240, 170, 132, 140, 140, 135, 235, 175, 150, 150, 175, 150, 140, 132, 175, 132, 190, 180, 190, 140, 170, 165, 170, 150, 180, 175.

23. కింది దత్తాంశానికి, పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని తయారు చేయండి.

మధ్య విలువలు	పౌనః పున్యం
7.5	15
12.5	20
17.5	40
22.5	111
27.5	72
32.5	87
37.5	35
42.5	12
47.5	6

24. అత్యల్ప తరగతికి అంతరాన్ని 10-20గా తీసుకుని, కింది మార్కులతో పౌనఃపున్య పట్టిక తయారు

చేయుండి.

46, 39, 60, 65, 70, 41, 30, 81, 37, 70, 71, 80, 72, 18, 58, 11, 75, 30, 63, 65, 19, 15, 10, 62, 38, 71, 70, 27, 20, 30, 73, 47, 79, 39, 42, 16, 35, 61, 27, 80, 28, 30, 19, 12, 65, 75, 75, 42, 29, 32, 14, 48, 82, 80, 40, 72, 36, 15, 53, 73, 42, 39, 71, 42, 10, 55, 70, 39, 40, 63, 46, 35, 58, 69, 27, 41, 69, 45, 80, 60, 62, 28, 12, 43.

7.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు — 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు, 1983.
2. Gupta S. P. — 'Statistical Methods', Sultan Chand & Co, New Delhi.
3. Gupta B. N. — 'Statistics', Sahithya Bhavan, Agra.

7.10 పదకోశం

దత్తాంశ శ్రేణీకరణ : దత్తాంశాన్ని దాని సాధారణ లక్షణాలనుబట్టి లేదా ఆ దత్తాంశాన్ని అమర్చిన పద్ధతులనుబట్టి ఒక క్రమమైన రీతిలో అమర్చడాన్ని శ్రేణీకరణ అని అంటాం.

పౌనఃపున్యం : ఒక తరగతికి చెందిన పరిశీలనా అంశాల సంఖ్యను ఆ తరగతి పౌనః పున్యమని అంటాం.

పౌనఃపున్యవిభాజనం : పౌనః పున్య విభాజనం అనేది దత్తాంశాన్ని వివిధ తరగతులుగా విభజించి ఒక్కొక్క తరగతిలో ఎన్నెన్ని అంశాలు వస్తాయో చూపుతూ రూపొందించిన పట్టిక.

తరగతి అవధులు : ఒకానొక తరగతిలోని దిగువ, ఎగువ విలువలను తరగతి అవధులు అంటాం.

తరగతి అంతరం : ఒక తరగతిలోని ఎగువ, దిగువ అవధుల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని తరగతి అంతరం అనిపిలుస్తాం.

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు : విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో దత్తాంశాన్ని ఖచ్చితంగా కొలిచే విధంగా అమర్చడం జరుగుతుంది. ఒక సమూహానికి, మరొక సమూహానికి మధ్య ఖచ్చితమైన ఖాళీ ఉంటుంది. ప్రతి తరగతి మరొక తరగతికి వేరుగా ఉంటుంది. ఒక తరగతికీ, మరొక తరగతికీ అవిచ్ఛిన్నత ఉండదు.

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు : ఒక విషయం తాలూకు విలువలను ఒక అవధిలో లేదా రెండు విలువల మధ్య చూపడం జరుగుతుంది.

వివృత తరగతులు : ఈ రకమైన తరగతులలో మొదటి తరగతి దిగువ విలువ లేదా చివరి తరగతి

	ఎగువ విలువను పేర్కొనడం జరుగదు.
మధ్యమ విలువ	: తరగతి అంతరపు కేంద్ర బిందువును మధ్యమ విలువ అని అంటాం. తరగతిలోని ఎగువ, దిగువ అవధుల విలువలనుకూడి, ఆ వచ్చిన మొత్తాన్ని రెండుచే భాగించగా ఈ విలువ వస్తుంది.
సంచిత పౌనః పున్యం	: ఇచ్చిన సంఖ్యకు లేదా తరగతికి ఎక్కువగా గాని, తక్కువగా గాని ఉన్న అంశాలు.

BRAOU

భాగం-8: దత్తాంశ పట్టీకరణ

విషయక్రమం

8.0 ఉద్దేశాలు
8.1 పరిచయం
8.2 పట్టీకరణ అర్థం, నిర్వచనం
8.3 పట్టీకరణ ఉద్దేశాలు
8.4 పట్టిక లోని అంశాలు
8.5 పట్టీకరణ నియమాలు
8.6 పట్టికలలో రకాలు
8.7 పట్టికలకు గల పరిమితులు
8.8 సారాంశం
8.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు
8.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు
8.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు
8.12 పదకోశం

8.0 ఉద్దేశాలు

పట్టీకరణ అర్థాన్ని, ప్రాముఖ్యాన్ని, విధానాన్ని గురించి తెలియజేయడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశ్యం. ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- పట్టీకరణ ఉద్దేశాలను వివరించ గలగాలి
- పట్టికలోని అంశాలను గుర్తించగలగాలి
- పట్టీకరణ నియమాలను విశదీకరించ గలగాలి
- పట్టీకరణ రకాలను వర్గీకరించ గలగాలి
- పట్టీకరణ పరిమితులను విశ్లేషించ గలగాలి.

8.1 పరిచయం

దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించిన తరువాత, అలా వర్గీకరించిన దత్తాంశాన్ని సులభంగా అర్థం చేసుకోడానికి వీలుగా దానిని సంక్షిప్త లేదా సామాన్యరూపంలో సమర్పణ చేయాలి. పట్టీకరణ అనేది దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్త రూపంలో చూపే పద్ధతులలో ఒకటి. ఈ విధంగా చేయడం వల్ల శోధకుడు రెండు విభాజనాలను పోల్చడానికి వీలు పడుతుంది. అయితే పట్టీకరణను చేయడానికిముందు పట్టీకరణ నియమాలను, పట్టికలోని అంశాలను అర్థం చేసుకోవాల్సి ఉంటుంది. పట్టీకరణ ఉద్దేశాన్ని బట్టి వివిధ రకాల పట్టికలను వాడవచ్చు. పట్టికలను అర్థం చేసుకొనేటప్పుడు వాటికి ఉండే పరిమితులను కూడా పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి. ఈ వివరాలను పరిశీలిద్దాం.

BRAOU

8.2 పట్టీకరణ అర్థం - నిర్వచనం

గణాంక పరిశోధన ద్వారా సేకరించబడిన దత్తాంశం కొన్ని లక్షణాల ప్రకారం వర్గీకరించడం జరుగుతుంది. వర్గీకరించిన దత్తాంశాన్ని చదువరులకు సంక్షిప్తమైన, స్పష్టమైన రూపంలో సమర్పించాలి. వర్ణనాత్మకమైన రూపంలోనున్న దత్తాంశం స్పష్టంగా ఉండక పోవచ్చు. దానిని చదవటానికి, అర్థము చేసుకోవడానికి, వ్యాఖ్యానం చెప్పటానికి, వివరం చెప్పటానికి ఎక్కువ కాలం పడుతుంది. పట్టీకరణ; దత్తాంశాన్ని క్రమ పూర్వకంగా, పద్ధతి ప్రకారంగా చూపటానికి అత్యంత సూక్ష్మమైన పద్ధతులలో నొకటి.

డి.గ్రెగొరి, హెచ్.వార్డుల ప్రకారం, " పట్టీకరణ అంటే పట్టిక రూపంలో వర్గీకరించిన దత్తాంశాన్ని (సూక్ష్మీకరించే) తగ్గించి చూపే ప్రక్రియ. అయితే, ఈ ప్రక్రియ, దత్తాంశాన్ని మరింత తేలికగా అర్థం చేసుకునేందుకు వీలు కలిగేదిగానూ, దానిలో ఇమిడిఉన్న తారతమ్య వివేచన చేయడానికి వీలుగానూ ఉండాలి. " ఎల్.ఆర్. కోనర్ పరిశీలన ప్రకారం, " విచారణలో ఉండే సమస్యను విశదీకరించటానికి తగిన విధంగా సంఖ్యాత్మక దత్తాంశాన్ని అమర్చి ఒక రూపంలో సక్రమంగానూ, పద్ధతి ప్రకారమున్నూ, సమర్పించడం అనేది పట్టీకరణలో ఇమిడి ఉంది.

పై నిర్వచనాలను సునిశితంగా పరిశీలిస్తే తెలిసేదేమంటే, పట్టీకరణ అనేది దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్తం చేసి, సముచితమైన పట్టికలలో చూపే పద్ధతి అని తెలుస్తుంది. 'పట్టీకరణం', 'గణాంక పట్టిక' అనే పదగుచ్ఛాలు ఒకే అర్థానికిగానూ, సాధారణంగా ఉపయోగంలో ఉన్నప్పటికీ, ఆ రెంటి మధ్యనూ సునిశితమైన తేడా ఉంది. పట్టీకరణ అనేది గణాంక దత్తాంశాన్ని చూపు పద్ధతి అయి కాగా, పట్టిక అనేది దత్తాంశాన్ని చూపడానికైన సాధనం అవుతుంది.

8.3 పట్టీకరణ ఉద్దేశాలు

పట్టీకరణ మౌలిక ఉద్దేశ్యం సంఖ్యాత్మక భారీ దత్తాంశాన్ని సంగ్రహపరిచి, చదువరులకు వీలయినంత, అత్యంత, సూక్ష్మమైన రూపంలో సమర్పించటమే. ఏ.యల్. భౌలే ప్రకారం, " గణాంక పరిశోధన సాధారణ పథకంలో పట్టీకరణ పని యేమంటే ఆ పరిశోధనకు సంబంధించిన సమాధానాన్ని తేలికగా తెలిసికోవటానికి వీలయిన విధంగా అమర్చుటమే."

పట్టీకరణ ఉద్దేశ్యాలలో కొన్ని కింద విశదీకరించడమైనది.

i) దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడం

పట్టీకరణ ఉద్దేశ్యంలో ముఖ్యమైనది, గణాంక దత్తాంశాన్ని అత్యంత సూక్ష్మమైన, సుగ్రాహ్యమైన రూపంలో చూపుటయే. అది అనవసరమైన వివరాలను పునరుక్తి (repetition) కాకుండా చేస్తుంది. దత్తాంశం వరుసలలోనూ (rows), దొంతులలోనూ (columns) అమర్చబడటం వల్ల, చదువరి కంగారు పడకుండా ఆ పట్టికలోని విషయాలను అర్థం చేసుకోగలుగుతాడు. ఇందువల్ల చెప్పకో తగినంత సమయం, స్థలం కలిసి ఆదా అవుతాయి. పట్టికలలో చూపిన దత్తాంశం పాఠ్యరూపంలో చూపిన దాని కంటె ఎక్కువ ప్రభావితంగా ఉంటుంది.

ii) దత్తాంశములను పోల్చడం

సంబంధిత విషయాలను ఒకదాని ప్రక్క మరొకటి చూపడంవల్ల అర్థవంతమైన తారతమ్యం చేయడానికి వీలు కల్పిస్తుంది పట్టీకరణ. చలరాశుల వివిధ విషయాల మధ్య గల సంబంధం పట్టికల ద్వారా మరింత స్పష్టమవుతుంది. ఎందుకంటే, దత్తాంశాన్ని పద్ధతి ప్రకారంగా, సక్రమంగానూ అమర్చబడి ఉంటుంది.

iii) దత్తాంశాన్ని గుర్తించడం

పట్టికలో దత్తాంశాలు తగిన దొంతులలో, (కాలమ్‌లు) వరుసలలో, సముచితమయిన పేరు, సంఖ్యలతో సహా అమర్చబడినందున, పట్టీకరింపబడిన దత్తాంశాన్ని భవిష్యత్తులో ఎప్పుడైనాగానీ గుర్తించటానికి తేలికగా ఉంటుంది. అది సమస్య వ్యాఖ్యానంలో నిర్దేశమునకయిన వనరుగా ఉపయోగపడును.

iv) గణాంక ప్రక్రియను సులభం చేయుడం

ముడి రూపంలో నున్న దత్తాంశాలు గణాంక ప్రక్రియకు వీలుగా ఉండవు. దత్తాంశాన్ని పద్ధతి పూర్వకమైన సక్రమమైన రీతిలో అమర్చడం వల్ల, సగటులు, విచరణం, వైషమ్యం, సహసంబంధం, ప్రగతిమసం మొదలయిన గణాంక మానాలను లెక్కచేయడానికి వీలుంటుంది.

v) ఇది నమునాలను వెల్లడి చేస్తుంది

పట్టీకరణ చలరాశుల ప్రవృత్తినీ, నడవడినీ వెల్లడి చేస్తుంది. అది వర్ణనాత్మక దత్తాంశం అయి ఉంటే, వెల్లడి చేయ జాలదు. చక్కగా తయారు చేసిన పట్టికలు దత్తాంశపు వాస్తవమైన లక్షణాలను వెల్లడిచేసి, వాటి ప్రముఖమైన లక్షణాలను ప్రస్ఫుటం చేస్తాయి.

vi) తక్కువ స్థలాన్నే చాలేట్లు చేస్తుంది

పట్టీకరణలో పద్ధతి పూర్వకమైన సంక్షిప్త రీతిగల దత్తాంశం అమరిక ఉంటుంది. కాబట్టి అందుకు అనవసరమైన వివరాలు, పునరుక్తులు వదలివేసి దత్తాంశపు ఉద్దేశ్యాన్ని త్యాగం చేయక నిలిచిఉంటుంది. ఆ విధంగా మనం తక్కువ స్థలాన్నే ఉపయోగించుకోగలం.

vii) ఎక్కువ సమాచారం ఇస్తుంది

సాధారణంగా వివిధ చలరాసులకు సంబంధించిన సంఖ్యాత్మక విషయాలను పట్టికలు కలిగి ఉంటాయి. మరే ఇతర రకమైన దత్తాంశ సమర్పణ కంటే ఎక్కువ సమాచారం ఇస్తుంది.

8.4 పట్టిక లోని అంశాలు

ఒక పట్టిక కలిగి యుండవలసిన భాగాలెన్ని అనేది నిర్దిష్ట పరచడం కుదరదు. అవి దత్తాంశ స్వభావం పైన ఆధారపడినవై కేసు కేసుకూ మార్పు చెందుతూ ఉంటాయి. అయినప్పటికీ కింద చెప్పినట్టి, పట్టికలోని ముఖ్యభాగాలను గమనించండి.

ఎ) సంఖ్య - నంబరు

ప్రతి పట్టికకూ సంఖ్యనీయాలి ఈ సంఖ్య ఎక్కడ రాయాలనే దానికి కచ్చితమైన నియమం లేకపోయినప్పటికీ, పట్టికకు పైన అయితే కుడిపక్క, క్రింద అయితే ఎడమ ప్రక్క, మధ్యన అయినచో పైన రాయడం ఆచారమైఉంది. దత్తాంశాన్ని చాలా (కాలమ్‌లలో) దొంతులలో అమర్చినపుడు, ప్రతి దొంతికి కూడా సంఖ్యనివ్వడం కోరదగినవేకాక, చూచుకోనడానికి తేలిక చేయడంలో అది అనుకూలించేది అవుతుంది.

బి) పేరు

ప్రతి పట్టిక తగిన పేరును కలిగి ఉండాలి. ఆ పేరు పట్టికలోని విషయాలను స్పష్టంగా, సంగ్రహంగా, తనంతట తానుగా తెలియజేసే విధంగా ఉండాలి. సాధారణంగా, వర్గీకరించిన దత్తాంశం, ఎక్కడ, ఏ విధంగా, దేనికి సంభంధించిందో పట్టిక తెలియజేయాలి. ఆ దత్తాంశం ఏ కాలానికి సంబంధించిందో నిర్దిష్ట పరచాలి. పేరు చాలా పెద్దదైనట్లయితే, ఒక ఆకర్షణీయమైన, సంక్షిప్తమైన పేరును పెట్టడం మంచిది. అయితే ఆ సంక్షిప్తమైన , స్పష్టమైన ఆకర్షణీయమైన మరొక పేరును పెట్టడంలో వాస్తవికతను (objectivity) త్యాగం చేయరాదు. పేర్లు, రకరకాలైన వ్యాఖ్యానాలకు

BRAOU

తావు నీయకూడదు. పేరు, సంక్షిప్తమైన పేరు రెండూ కూడా చదువరుల దృష్టిని ఆకర్షించే రీతిలో ఉండాలి.

సి) శీర్షిక (Caption)

'శీర్షిక' దొంతి శీర్షికను (column heading) తెలియజేస్తుంది. అది నిలువు కాలమ్ లేక దొంతిలో చూపిన విషయాలేవో వాటిని విశదీకరిస్తుంది. పట్టికలో ఒకటి కంటె ఎక్కువ నిలువు కాలమ్‌లు ఉండవచ్చు. ప్రతి నిలువు కాలమ్‌కు ఉపనిలువు కాలమ్‌లు కూడా ఉండవచ్చు. వివిధ నిలువు కాలమ్‌లు వివిధ యూనిట్లలో అభివ్యక్తం చేసినట్లయితే ఆ యూనిట్లు శీర్షికలలోనే పేర్కొనబడాలి. శీర్షికకూ, పట్టికలోని ముఖ్యభాగానికి (main part) విభేదం చూపడానికి, శీర్షికను చిన్న అక్షరాలలో చూపవలసి ఉంటుంది.

డి) స్టబ్

స్టబ్ అనేది వరుసలను, లేదా వరుసల హెడ్డింగ్‌ను సూచిస్తుంది. పట్టిక అత్యంత ఎడమ భాగంలో అవి చూపడం జరుగుతుంది. స్టబ్‌లు సాధారణంగా శీర్షికల కంటే పెద్దవే కానీ, వాటిని వీలయినంత చిన్నవిగా చేసే ప్రయత్నం ఉండాలి. ఎందుకంటే గణాంకాల ప్రధాన భాగం (body) శీర్షికల క్రిందికి వస్తుంది కానీ, స్టబ్‌ల క్రిందికి రాదు. అయితే, అందుకుగాను కచ్చితత్వాన్ని స్పష్టతనూ, త్యాగం చేయరాదు.

ఇ) ప్రధాన భాగం (body)

ఇది పట్టికలో అత్యంత ప్రధానమైనది. ఇందు సంఖ్యాత్మకమైన సమాచారం ఉంటుంది. అసంగతంగా నుండే సమాచారాన్ని వదిలివేసి, మిగిలినది పట్టికలోని ప్రధాన భాగంలో చేర్చాలి. ముఖ్యమైన అంశాలను కింది గీతతోగానీ, వెడల్పు అక్షరాలతోగానీ వాటి ప్రాముఖ్యత తెలిపే విధంగా అభి వ్యక్తం చేయాలి. దత్తాంశ పట్టిక ప్రధాన భాగంలో సముచిత మైన శీర్షికలు, స్టబ్‌ల క్రింద అమర్చాలి. అట్టి అమరిక, సాధారణంగా ఎడమ నుండి కుడివైపునకు వరుసలలోనూ, పై నుండి కిందికి నిలువు కాలమ్‌లలో, చేయడం జరుగుతుంది. దత్తాంశ పట్టిక ప్రధాన భాగంలో కింది రీతులలో ఏదో ఒక రీతిలో అమర్చడం జరుగుతుంది.

i) అక్షర క్రమంలో
ii) భౌగోళిక క్రమంలో
iii) కాలత్మకమైన క్రమంలో
iv) సాంప్రదాయిక క్రమంలో
v) వర్ధమాన (Progressive) క్రమంలో
vi) ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో

ఎఫ్) ముఖ్య సూచన (Head Note)

పట్టికలోని ముఖ్య సూచన, ఆ పట్టికలోని విషయాన్ని సంగ్రహంగా విశదీకరించడానికి ఉద్దేశింపబడి ఉంది. సాధారణంగా దానిని పట్టిక పేరు కింద చేర్చి, బ్రాకెట్ల లో రాస్తారు. అయితే దానిని పట్టిక శిఖరాన కుడి ప్రక్క మూల కూడా రాయవచ్చును. ఈ ముఖ్య సూచన పేరుకు పూరకమై ఉంటుంది. పైగా పట్టికలోని మొత్తం దత్తాంశానికి సంబంధించినదై, పట్టికలోనూ, స్టబ్‌లలోను, శీర్షికలోనూ పొందుపరచబడని విషయాన్ని తెలియజేయాలి. కొలత మానాలు సాధారణంగా, ముఖ్యసూచనలో ఈయడం జరుగుతుంది. ఉదా : 'వేల రూపాయలలో' " మిలియన్ టన్నులలో."

B R A O U

జి) పాద సూచన

పాద సూచనలు, పట్టికలోని ముఖ్య భాగంలో, శీర్షికలలో, స్టబ్ లలో గల దత్తాంశాన్ని గూర్చి అదనపు వర్గీకరణను చెప్పటానికి ఉద్దేశించినవి. పాద సూచనలు పట్టికకు అడుగున చూపుతారు. సాధారణంగా, పాద సూచనలను కింది సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తారు.

i) దత్తాంశాలు అసంగతాలుగా ఉన్నప్పుడు.
ii) దత్తాంశంలో సందిగ్ధత ఉన్నప్పుడు.
iii) ప్రత్యేక పరిస్థితులవల్ల దత్తాంశం ప్రభావితమైనపుడు.
iv) ద్వితీయ దత్తాంశం విషయంలో ముఖ్య వనరులను సూచించటానికి.

పాద సూచనలను చిన్న సంఖ్యలగు 1, 2, 3.........తో గానీ, అక్షరాలయిన (ఎ), (బి), (సి)...........తో గానీ, వరుసగా సూచించడం ద్వారా గుర్తింపు చేయవచ్చు. లేదా పాదసూచనలను చుక్కలద్వారా గుర్తింపు చేయవచ్చు. అటువంటప్పుడు, మొదటి పాదసూచనను ఒకే చుక్కతోనూ (*) రెండవ సూచనను రెండు చుక్కలతోనూ (* *) చూపవచ్చు.

హెచ్) వనరుల గూర్చిన సూచన

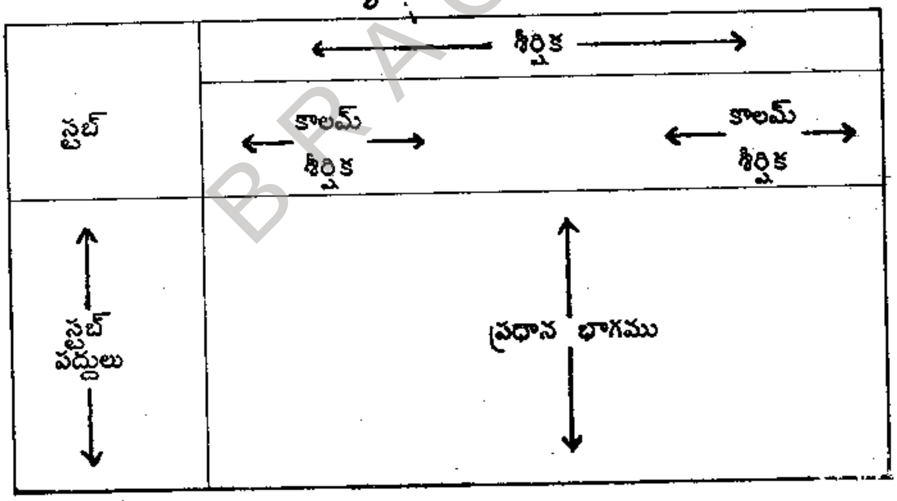
సమాచారం ఎక్కడ నుండి వచ్చిందో ఆ వనరులను గూర్చి చెప్పేది ఈ సూచన. అందులో గ్రంథకర్త పేరూ, పుస్తకం. పత్రిక కార్యాలయం పేరూ, ప్రచురణతేదీ, సంపుటం సంఖ్య, సంచికసంఖ్య, పేజిసంఖ్య మొదలైనవి ఉంటాయి. వనరులను గూర్చిన సూచన పట్టికకు ఎడమప్రక్కనో లేదా కుడిపక్కనో వివరిస్తారు.

పట్టిక నిర్మాణం

సంఖ్య

పేరు

ముఖ్య సూచన



BRAOU

అవగాహన ప్రశ్న - 1

పట్టికలోని అంశాలేవి?

8.5 పట్టీకరణ నియమాలు

కచ్చితమైన నియమాలను విహితం చేయడం కష్టమైనప్పటికీ కింది సాధారణ నియమాలు పట్టికలను నిర్మాణం చేయడంలో అనుసరించాలి.

i) ప్రతి పట్టీక కచ్చితత్వం కలిగినదై, చదవడానికి తేలికగా ఉండాలి. తేలికగా అర్థం చేసికొని, దానిలోని విషయాలను వ్యాఖ్యానం చేయడానికి వీలుగా ఉండాలి. దత్తాంశాన్ని తగిన స్టబ్ లలోనూ, నిలువు కాలమ్‌లలోనూ అమర్చాలి. సందిగ్ధతలేకుండా చూడాలి. లేకపోతే అది గందరగోళాన్ని సృష్టించి, వివాదస్పదమైన వ్యాఖ్యలకు దారితీస్తుంది. కనుక ప్రతి పట్టిక సమగ్రమూ, కచ్చితం, సరియైనదీ అయిఉండాలి. అది దేనికోసమై ఉద్దేశించినదో దానిని అది పూరించగలిగి ఉండాలి.

ii) ప్రతి పట్టికకు తగిన పేరూ, ముఖ్య సూచనలు ఉండాలి. అవి ఆ పట్టికలోని విషయాలను సూచించాలి.

iii) పేరు, ముఖ్యసూచన, ప్రధాన ఉపశీర్షికలు పట్టికలో తమంతట తాము విశదీకరించగలగాలి.

iv) పట్టికలను అధిక దత్తాంశంతో భారీగా చేయరాదు. అధికమైన దత్తాంశం ఉన్నపుడు, ప్రతి ముఖ్య విషయానికి గాను ప్రత్యేక పట్టికలను తయారు చేయాలి.

v) ఉన్న స్థలం బట్టి పట్టిక ఆకారాన్ని (layout) రచించాలి. నిలువు కాలమ్‌ల, వరుసల పరిమాణాన్ని (size), వివిధ అంశాలలో గల ముఖ్య లక్షణాలను, ప్రముఖ సంబంధాలను ప్రస్తుతం చేస్తూ అన్ని వివరాలను దానిలో చేర్చటానికి వీలయ్యే విధంగా ముందే నిశ్చయించాలి.

vi) ప్రతి పట్టికకున్నూ అవి వచ్చే వరుస ప్రకారం సంఖ్యనీయాలి.

vii) పట్టికలోని వేరువేరు ఉప విభాగలను స్పష్టంగా గుర్తించటానికి గాను, మందమైన గీతలను వాటిమధ్య గీయాలి.

viii) వీలయినంతవరకు పట్టిక ముఖ్య శీర్షికలు (main headings) తక్కువ సంఖ్యలోనే ఉండాలి. ఆ సమయంలో, వాటిలో ఎన్ని ఎక్కువ ఉపశీర్షికలను వేయవచ్చో అన్నీ వేయవచ్చు. దీనివల్ల, చదువరులు పట్టికలోని ముఖ్య విషయాలను అర్థం చేసుకోవడానికి వీలవుతుంది.

ix) పట్టికలో అమర్చిన దత్తాంశం పోల్చడానికి సులభం చేస్తున్నట్లుండాలి. ఈ ఆశయం నేరవే-రడానికిగాను, సంబంధించిన దత్తాంశానికి వాటి శాతాలను, నిష్పత్తులను, సగటులనూ, పక్కపక్కనే చూపాలి.

x) పెద్దపెద్ద సంఖ్యలను దగ్గరి సరి సంఖ్యలకు సమానీకృతం చేసి (apporximation) చూపడం ద్వారా దత్తాంశంలోని అనవసరమైన సూక్ష్మతర వివరాలను వదిలివేయవచ్చు. అలాంటి సందర్భాలలో సమానీకృతం చేసిన పద్ధతిని పాదసూచనలో సూచించాలి. అప్పుడవి చక్కగా ఆకలింపు చేసుకోడానికి వీలు కలిస్తాయి.

xi) ప్రతిశీర్షిక, ఉపశీర్షికల కిందనూ, కొలమాన యూనిట్లను కచ్చితంగానూ, స్పష్టంగానూ, తగిన చోట్ల సూచించాలి.

xii) వరుసల మొత్తాన్ని కుడిపక్క చిట్టచివరి నిలువు కాలమ్‌లలో వేయాలి. నిలువుకాలమ్‌ల మొత్తాలను పట్టిక అడుగున వేయాలి.

BRAOU

xiii) అంశాలను అక్షర క్రమంలోగానీ, కాలాత్మక క్రమంలో గానీ, భౌగోళిక క్రమంలోగాని, అమర్చి వాటి ఆయతనం (magnitude), ప్రసిద్ధిని బట్టి క్రమంలో ఉంచాలి. ఇందువల్ల అంశాల రెండు లేదా అంతకు మించిన సమితుల మధ్య గల అర్ధవంతమైన పోలికలను తీయడానికి వీలు అవుతుంది.

xiv) ప్రాముఖ్యమైన అంకెలను పెద్ద అక్షరాలలో రాయాలి లేదా వాటిని డబ్బాలలో లేదా వృత్తంలో లేదా మందమైన గీతల మధ్య ఉంచాలి.

xv) మూల దత్తాంశాన్ని, వాటి శాతాలనూ కూడా ఇస్తునపుడు, శాతాలను ప్రత్యేక లిపిలో అంటే % గుర్తుతో చూపడం మంచిది.

xvi) ఒక తరగతిలోగానీ, ఉప విభాగంలోగానీ అమర్చడానికి వీలు కాని దత్తాంశాన్ని ఒక ప్రత్యేక తరగతిచేసి, 'సంకీర్ణ తరగతి'(miscellaneous) అని పేరు పెట్టి చూపాలి.

xvii) సంకేతాలను ముఖ్యంగా పేరులలోనూ, శీర్షికలలోనూ వాడటం మానివేయాలి. ఉదా: " సం॥ " అని సంవత్సరానికి బదులుగా వాడరాదు.

xviii) అంకెలు లేనిచోట్ల (-) అడ్డగీత ద్వారాగానీ, "ద.లే " (దత్తాంశములేదు) అనే అక్షరాల ద్వారాగానీ సూచించాలి. ఆ సంకేతాలను పాద సూచికలో విపులీకరించి స్పష్టం చేయాలి.

xix) మొ॥నవి, i.e. viz., etc., అనే పదాలను వీలయినంత వరకు మానివేయాలి. ఎందువల్లంటే చదువరులందరూ వాటి అర్థాన్ని వెంటనే తెలుసుకోలేరు.

xx) 'డిటో' మొదలైన వాటి గుర్తులను '(")' వాడరాదు. దానిని " గా చదివే ప్రమాదం ఉంది. అందువల్ల, పై అంకెలను, లేక మాటలను ఎన్నిసార్లు వచ్చినా తిరిగి రాయవలసి ఉంటుంది. పట్టిక పూర్తి చేయడానికి ముందు దానిలోని విషయాలు, వాటి సక్రమత (validity), కచ్చితత్వం లను సరిచూసి పునర్విమర్శ చేయాలి.

ఈ పై సూచనలన్నీ ఏదేని ఒకే సందర్భంలో అనుసరించడం కష్టమే. J.C. Capt ఈ సూచనలను సంగ్రహపరిచి ఇలా అన్నాడు." అంతిమ విశ్లేషణలో, పట్టీకరణకు వర్తింపచేయవలసిన నియమాలు రెండేరెండు. 1) పట్టికను రచించేపుడు వివేకం ఉపయోగించడం. 2) పట్టికను ఉపయోగించేవాని దృష్ట్యా చూడటం. యాంత్రికంగా వివరాలను అమర్చడంలో ఒకే ఒక ఆశయం ఉండాలి. అది ఏమంటే, ఒక విషయ స్వభావం అనుమతించిన మేర, అర్థం చేసుకోవడానికి సులువుగా ఉండేటట్లు గణాంక పట్టిక ఉండాలి.

8.6. పట్టికలలో రకాలు

పట్టికలను స్థూలంగా రెండు తరగతులుగా వర్గీకరించవచ్చు.

8.6.1. సామాన్య, సంకీర్ణ పట్టికలు

8.6.2. సాధారణ , ప్రత్యేక ప్రయోజనాల, పట్టికలు.

8.6.1 సాధారణ, సంకీర్ణ పట్టికలు

సామాన్య పట్టిక, సంకీర్ణ పట్టికలలోగల భేదం, ఆ పట్టికలలో చూపిన లక్షణాల సంఖ్యపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఒకే ఒక లక్షణానికి సంబంధించిన దత్తాంశాలు సామాన్య పట్టికలో చూపితే, రెండులేక అంత కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలోగల లక్షణాలను సూచించడం సంకీర్ణ పట్టికద్వారా వీలవుతుంది.

BRAOU

i) సాధారణ పట్టిక

సాధారణ పట్టిక దానిపేరు సూచించే విధంగా, నిర్మించటంలోనూ అర్థం చేసికోవడంలోనూ తేలికగా ఉంటుంది. సాధారణ పట్టిక ఏకమార్గ పట్టీ (one way table). కింది ఉదాహరణను పరిశీలించండి.

ఆదాయ వర్గాల ఆధారంగా 'X' కర్మాగారంలోని కార్మికుల సంఖ్య

ఆదాయము (రూ॥లలో)	కార్మికుల సంఖ్య
300-400	250
400-500	400
500-600	200
600-700	100
700-800	50
మొత్తము	1,000

ఈ రకమైన పట్టిక పరిమితమైన సందేశాన్ని మాత్రమే చదువరులకు ఇస్తుంది. ఎందువల్లననగా ఇందులో ఎక్కువ వివరాల నివ్వడానికి వీలులేదు.

ii) ద్విమార్గ పట్టిక

పట్టికలో రెండు లక్షణాలకు సంబంధించిన సమాచారం పట్టికలో చూపితే అది ద్విమార్గ పట్టిక అంటారు. ద్విమార్గ పట్టికను, స్టబ్స్‌ను లేదా శీర్షికలను ఉప విభాగాలుగా చేయడంద్వారా తయారు చేయవచ్చు. కింది ఉదాహరణ ద్విమార్గ పట్టీకను వివరిస్తుంది.

'X' కర్మాగారంలో వివిధ ఆదాయాల శ్రేణులనుబట్టీ, జాతి వారీ, పనివాళలో సంఖ్య

ఆదాయం రూ॥ లలో	పనివారు		మొత్తం
	పురుషులు	స్త్రీలు	
300-400			
400-500			
500-600			
600-700			
700-800			
మొత్తం			

ద్విమార్గ పట్టీలు ఏక మార్గ పట్టీల కంటె ఎక్కువ సమాచారాన్నిస్తాయి. కానీ, ఈ రకపు పట్టీల లక్షణాల వెనుక ఉన్న విషయాన్ని తెలుసుకోవడానికి తగిన వివరాలను తెలుపలేవు.

iii) బహుమార్గ పట్టిక

ఒక పట్టికలో మూడు లేదా ఎక్కువ లక్షణాలు ఒకే సమయంలో చూపినప్పుడు అది, బహుమార్గ పట్టిక అని పిలుస్తారు. అలాంటి సందర్భాలలో పట్టికలో చూపవలసిన లక్షణాలలో ఒకానొక వరుసను నెలకొల్పడం అవసరం ఉంటుంది. చూపవలసిన లక్షణాల ప్రాముఖ్యంపై ఆధారపరచి అట్లు నెలకొల్పవచ్చు. కింది బహుమార్గ పట్టికలో మూడు లక్షణాలను చూపే నమునాను ఇవ్వనైనది.

ఆదాయము, వయస్సు, సెక్స్‌ంవారీగా X కర్మాగారంలోని కార్మికుల సంఖ్య

ఆదాయము	వయస్సు										మొత్తము
	20-30		30-40		40-50		50-60		మొత్తము		
	పు	స్త్రీ	పు	స్త్రీ	పు	స్త్రీ	పు	స్త్రీ	పు	స్త్రీ	
300-400											
400-500											
500-600											
600-700											
700-800											
మొత్తము											

సూచన-: 'పు' అనగా పురుషులు; 'స్త్రీ' అనగా 'స్త్రీలు' అని అర్థం.

ఏకమార్గ, ద్విమార్గ పట్టికల కంటే ఎక్కువ సమాచారాన్ని బహుమార్గ పట్టికలు ఇస్తాయి. అట్టి పట్టికలు తయారు చేయడం కష్టం. ముఖ్యంగా లక్షణాలు చాల ఉపవిభాగాలుగా, విభజించితే కష్టమవుతుంది.

8.6.2. సాధారణ, ప్రత్యేక ప్రయోజనాల పట్టికలు

ప్రయోజినాన్ని బట్టి, పట్టికలను సాధారణ, ప్రత్యేక ప్రయోజన పట్టికలగా కూడా వర్గీకరించవచ్చు.

సాధారణ ప్రయోజనపు పట్టికలను నిక్షేపస్థాన (repository) పట్టికలని కూడా అంటారు. అవి సాధారణమైన సమాచారం నందించినవై, తేలికగా చూచుటకు ఉపయోగకరమై ఉంటాయి. ఈ పట్టికలు ఎక్కువ సమాచారం నిస్తాయి. కనుక, పరిశోధకులకివి చాలా ఉపయోగపడతాయి. వివిధ ప్రభుత్వ ఏజన్సీలు ప్రచురించే పట్టికలు ఈ రకపు పట్టికలకు చక్కని ఉదాహరణలు. కచ్చితంగా చెప్పాలంటే, గణాంక ఆబ్‌స్ట్రాక్ట్ అని ఆంధ్రప్రభుత్వం ప్రచురిస్తున్న దానిని పేర్కొనవచ్చు. అయినప్పటికీ, వాటి ఉపయోగం నిర్దిష్టమైన వర్ణనగల లక్షణాలు కావలసిన చోట్లకు మాత్రమే పరిమితమై ఉంటాయి. ప్రత్యేక ప్రయోజనపు పట్టిక నిర్దిష్ట లక్షణాలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని ఇస్తుంది. అది ఒక సంగ్రహ రూపంలో ఆ సమాచారాన్ని ఇస్తుంది. ప్రత్యేక ప్రయోజన పట్టికను వ్యుత్పన్న పట్టిక(derivative table) అని కూడా అంటారు. ఎందుకంటే, ఆ పట్టిక ప్రాథమిక లేక మూల దత్తాంశంనుంచి వ్యుత్పన్నమైన సంఖ్యలు, ఫలితాల ఆధారంగా నిర్మింప బడుతుంది. అది సమాచారాన్ని నిష్పత్తులలో, శాతాలలో, వెరశిలలో, లేదా సగటులు, విచరణము, వైషమ్యంవంటి గణాంకమానాలలో వెల్లడిస్తుంది.

ఉదా:- ప్రవృత్తి విలువలను చూపే కాలశ్రేణుల దత్తాంశపు పట్టికను, వ్యుత్పన్న పట్టిక అంటారు. ఎందుకంటే, ఆ పట్టికలు సాధారణ ప్రయోజన పట్టికల ఆధారంగా నిర్మింప బడినవి. ప్రత్యేక ప్రయోజనపు పట్టికను సాధారణంగా, చదువరులు పట్టికను చూడగానే దానిలోని విషయాలను అర్థం చేసుకునేందుకు వీలుగానూ, దానిలోని సంగతులను సరిపోల్చి, విశ్లేషణ చేసేందుకు వీలుగానూ, తయారు చేయడం జరుగుతుంది. ఒక లక్షణంలోని నిర్దిష్ట విషయాలను వివరంగా వర్ణించగలిగినప్పటికీ, ఉపయోగించే వారికి సంపూర్తి సమాచారాన్ని ఇవ్వజాలవు.

8.7 పట్టికలకు గల పరిమితులు

i) పట్టికలు కేవలం సంఖ్యలను కలిగి ఉంటాయి. ఒక సంఘటనను వివరంగా వర్ణించేందుకు ఇందులో వీలుకాదు. పైగా, ఇవి అర్థం చేసుకోడానికి సులభంగానూ, చదవడానికి తేలికగానూ ఉండవు.

BRAOU

ii) పట్టికలను చదివి, అర్థముచేసుకుని, వివరించడానికీ లేదా వ్యాఖ్యానించడానికి ప్రత్యేక జ్ఞానం అవసరమై ఉన్న కారణాన, వీటి ఉపయోగం కొంత మందికే పరిమితమై ఉంటుంది. నిరక్షరాస్యులకు, సాధారణ వ్యక్తులకు ఉపయోగపడవు.

iii) పట్టిక నిర్మాణానికి గణితశాస్త్ర గణనలు చాలా అవసరం. గణిత శాస్త్ర పరిజ్ఞానం లేనివారు ఈ పట్టికలు తయారు చేయలేరు.

iv) ఒకే పట్టిక చాలా వివరాలు చూపించినట్లయితే, అది గంద్రగోళాన్ని సృష్టించి, ఆకళింపును (comprehension) లేకుండా చేస్తుంది. అంకెలతో ప్రజలకు విసుగు పుడుతుంది. ప్రత్యేకంగా సంకీర్ణ పట్టికలు మరింత విసుగు పుట్టిస్తాయి.

v) పట్టికల నిర్మాణానికి కళ, కౌశల్యం అవసరం. శ్రద్ధాహీనంగానూ, హడావిడిగానూ తయారు చేసిన పట్టికలు, పట్టీకరణ ప్రధానధ్యేయాన్నివమ్ముచేస్తాయి.

ఈ పరిమితులన్నీ ఉన్నప్పటికీ, శాస్త్రీయమైన గణాంక పరిశోధనకి పట్టీకరణ చాలా ఆవశ్యకమై ఉన్నది. పై పరిమితులను అధిగమించడానికి పట్టికలను పాఠ్యాత్మక నివేదికలను పూరకాలుగా ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది.

8.8 సారాంశం

దత్తాంశాన్ని ఒక క్రమ పద్ధతిలో సమర్పణ చేసే ప్రక్రియను పట్టీకరణ అని అంటాం. దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్త రూపంలో సమర్పణ చేయడానికి పట్టీకరణను ఒక సాధనంగా వాడతాం. పెద్ద మొత్తంలో ఉన్న దత్తాంశాన్ని సూక్ష్మీకరించడం, పోల్చడానికి వీలు కల్పించడం, దత్తాంశాన్ని గుర్తించడం మొదలైనవి పట్టీకరణ ధ్యేయాలుగా చెప్పుకోవచ్చు. దత్తాంశాన్ని ఈ విధంగా చేయడం వల్ల ఎక్కువ సమాచారాన్ని పొందుపరచడానికి, స్థలం ఆదా చేయడానికి వీలుంటుంది. ఈ పట్టీకరణ సమాచారం, తర్వాత గణాంక ప్రక్రియలకు అనువుగా ఉంటుంది.

పట్టికలో క్రమసంఖ్య, శీర్షిక, నిలువు వరసల శీర్షికలు, బాడీ మొదలైన అంశాలు ఉంటాయి. కొన్ని సందర్భాలలో పట్టికలోని అంశాలను క్లుప్తంగా వివరించడానికై పట్టిక పై భాగాన ఒక గమనికను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఏవైనా వివరణలు అవసరమైతే పాదసూచనలు ఇవ్వడం జరుగుతుంది. పట్టీకరణకు చాలా నియమాలను సూచించినప్పటికీ, సాధారణ పరిజ్ఞానాన్ని ఉపయోగించడం, ఆ పట్టిక అవసరము ఉన్న వ్యక్తులను దృష్టిలో పెట్టుకొని పట్టికను తయారు చేయడమనేది చాలా ముఖ్యమైనది.

DRAOU

8.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. పట్టికలో ఉండే అంశాలేవంటే:
a) సంఖ్య,b) పేరు,c) శీర్షిక,d) స్టబ్, e) ప్రధానభాగం,f) ముఖ్యసూచన,g) పాదసూచన, h) మూలం సూచన.

8.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ.చిన్న ప్రశ్నలు

1. దత్తాంశ పట్టీకరణ అంటే ఏమిటి.
2. పట్టీకరణ ఉద్దేశాలు ఏవి?
3. వర్గీకరణ, పట్టీకరణలకుగల తేడాలను వివరించండి.
4. సాధారణ పట్టికకూ, సంకీర్ణ పట్టికకూ గల తేడాలేవి?

5. పట్టీకరణకూ, గణాంక పట్టీకకూగల తేడాలేమిటి?

6. "సాధారణ ప్రయోజనానికి పట్టీలకు" నిర్దిష్ట ప్రయోజనానికి పట్టీలకు గల తేడాలేవి?

7. " ఏకమార్గ", " ద్విమార్గ", " అత్యధికక్రమ " పట్టికలను గూర్చి వివరించండి.

8. పాదసూచనకు గల ప్రాముఖ్యతను వివరించండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

9. పట్టికలోని అంశాలు ఏవి? దత్తాంశాన్ని పట్టీకరించడంలో తీసుకోవలసిన జాగ్రత్తలేవి?

10. గణాంక దత్తాంశాన్ని పట్టీరూపంలో సమర్పించడంలోగల ఉద్దేశాలను వివరించండి. వివిధ మతాలలో వయస్సును బట్టీ, అక్షరాస్యతను బట్టీ, వివాహస్థితిని బట్టి జనాభా విభాజనాన్ని చూపిస్తూ ఒక పట్టిక నమూనాను తయారు చేయండి.

11. (i) వయస్సు (ii) సెక్స్ (iii) ఉద్యోగ హోదాలను బట్టి ఒక విశ్వవిద్యాలయంలో ఉద్యోగుల విభాజనాన్ని చూపిస్తూ ఒక ఖాళీ పట్టికను తయారు చేయండి.

అభ్యాసాలు

12. ఒక ఇంజనీరింగ్ కళాశాలకు సంబంధించిన సమాచారం ఇవ్వడం జరిగింది. కింది వివరాలను చూపిస్తూ ఖాళీ పట్టికను తయారు చేయండి.

a) తరగతి : సివిల్ ఇంజనీరింగ్, మెకానికల్ ఇంజనీరింగ్, ఎలక్ట్రికల్ ఇంజనీరింగ్.

b) సెక్స్ : బాలురు, బాలికలు.

c) వయస్సు : 20-25, 25-30, 30 మరియు ఆపైన.

d) సంవత్సరాలు : 1980-81, 1981-82, 1982-83, 1983-84.

13. ఒక వాణిజ్య సంస్థకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని సూచిస్తూ, ఒక నమూనా పట్టికను తయారు చేయండి.

i) ఉద్యోగులు:- స్త్రీలు, పురుషులు.

ii) వయస్సు :- 30 లోపు, 30-40, 40-50, 50-60.

14. 1976-77 నుండి 1984 మధ్య ఒక కంపెనీ ఉద్యోగుల విభాజనాన్ని చూపిస్తూ పట్టికను తయారు చేయండి.

సం॥రాలు:	ఉద్యోగులు
1976-77	150
1977-78	220
1978-79	275
1979-80	300
1980-81	365
1981-82	400
1982-83	550
1983-84	700

BRAOU

15. 1981 జనాభా లెక్కల ప్రకారం శ్రీకాకుళం, కర్నూల్, వరంగల్, హైదరాబాదులో జనాభా ఈ విధంగా ఉంది.

శ్రీకాకుళం →19,59,352
కర్నూల్ →24,07,299
వరంగల్ → 23,00,295
హైదరాబాద్ →22,60,702

ఈ జిల్లాలలో స్త్రీ జనాభా వరుసగా, 9,90,767; 11,80,356; 11,28, 813; 10,83,322 అయిఉంది.

తగిన పట్టికను తయారు చేయండి.

16. 1982 లో, ఒక కర్మాగారంలోని మొత్తం 2,000 మంది కార్మికులలో 1,500మంది శాశ్వత కార్మికులు. మొత్తం స్త్రీ కార్మికులు 300 కాగా, వారిలో 200మంది స్త్రీలు తాత్కాలిక ఉద్యోగులు. 1983లో మొత్తం ఉద్యోగుల సంఖ్య 2,500కు పెరగగా, అందులో పురుషుల సంఖ్య 1,800 కాగా, తాత్కాలిక ఉద్యోగుల సంఖ్య 150కి తగ్గింది. అందులో 125మంది స్త్రీలు.

పై దత్తాంశాన్ని తగిన, సముచితమైన పట్టికలో చూపండి.

17. 1980-81, 1981-82, 1982-83, 1983-84 సం॥ రాలలో వరుసగా 7,500; 10,600; 14,300; 20,500; మంది విద్యార్థులను ఒక విశ్వవిద్యాలయములో చేర్చుకోవడమైనది. మొత్తం విద్యార్థులలో, బి.ఏ విద్యార్థులు వరుసగా, 1980-81 లో 4,500; 1 981-82లో 6,500; 1982-83లో 8,000; 1983-84లో 12,000 మంది ఉన్నారు. అదేకాలంలో, బి.కాం. విద్యార్థులు వరుసగా 3,000; 4100 ; 6,300; 8,500; మంది ఉన్నారు.

పై దత్తాంశాన్ని తగిన పట్టికలో చూపించండి.

8.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు, 1983.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods' Sultan Chand & Co., New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahithya Bhavan Agra.

8.12 పదకోశం

సాధారణ పట్టిక : ఒక లక్షణాన్ని కలిగిన దత్తాంశాన్ని చూపే పట్టికను సాధారణ పట్టిక అని అంటాం.

సంకీర్ణ పట్టిక : రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ లక్షణాలు కలిగిన దత్తాంశాన్ని చూపిన పట్టికను సంకీర్ణ పట్టిక అని అంటాం.

BRAOU

భాగం - 9 : చిత్రపటాత్మకంగా దత్తాంశ సమర్పణ

విషయక్రమం

9.0 ఉద్దేశాలు

9.1 పరిచయం

9.2 చిత్రపటాల ప్రాముఖ్యత

9.3 చిత్రపటాల నిర్మాణంలో అనుసరించాల్సిన సాధారణ సూత్రాలు

9.4 చిత్ర పటాలలో రకాలు

9.4.1 ఏక పరిమాణ చిత్రాలు

9.4.2 ద్విపరిమాణ చిత్రాలు

9.4.3 త్రిపరిమాణ చిత్రాలు

9.4.4 పిక్టో గ్రామ్స్

9.4.5 కార్టో గ్రామ్స్

9.5 సరియైన చిత్ర పటం ఎంపిక

9.6 సారాంశం

9.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

9.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

9.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

9.10 పదకోశం

9.0 ఉద్దేశాలు

దత్తాంశాన్ని చిత్రపటాత్మకంగా సమర్పించడంలో ఉన్న వివిధ పద్ధతులను తెలియజేయడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశం.

ఈ భాగాన్ని అధ్యయనం చేసిన తరువాత, మీరు:

- చిత్ర పటాల ప్రాముఖ్యాన్ని గుర్తించగలగాలి.
- చిత్ర పటాల నిర్మాణంలో గల నియమాలను విశదీకరించగలగాలి.
- చిత్ర పటాలలోని రకాలను గుర్తించగలగాలి.
- ఇచ్చిన దత్తాంశానికి తగిన చిత్రపటాన్ని గీయగలగాలి.

9.1 పరిచయం

దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించి పట్టీకరణ చేయడంలో గల ప్రయోజనం, దత్తాంశాన్ని స్పష్టంగా, క్రమ-పద్ధతిలో సంక్షిప్తంగా సమర్పణ చేయుడమని కిందటి భాగాలలో తెలుసుకున్నాం. అయితే ఈ వర్గీకరణ పట్టీకరణ ప్రక్రియలు, సాధారణ వ్యక్తి, దత్తాంశాన్ని అర్థవంతంగా వివులీకరించుకోవడానికి సహాయపడలేవు. కారణ మేమంటే, అధిక సంఖ్యలో ఉన్న అంకెలు అతన్ని అయోమయ పరిస్థితిలో పెడతాయి. ఆ కారణంచేత గణాంక ఫలితాలను చిత్రపటాలు, రేఖా చిత్రాల ద్వారా ఆకర్షణీయంగా

BRAOU

సమర్పించి సాధారణ వ్యక్తుల దృష్టిని ఆకట్టుకోవచ్చు. గణాంక సమాచారాన్ని అందరి ముఖ్యాంశాలను స్పష్టంగా చూపడానికి చిత్రపటాలు, రేఖాచిత్రాలు ముఖ్యసాధనాలు. రేఖాచిత్రాలను గ్రాఫ్ కాగితంమీద గీస్తారు. చిత్రపటాలను తెల్లకాగితం మీద గీస్తారు. రేఖాచిత్రం రెండు చలరాశుల మధ్య గణితీయ సంబంధం చూపుతుంది. కానీ చిత్రపటం అటువంటి సంబంధాన్ని చూపదు. ఈ భాగంలో చిత్రపటంద్వారా దత్తాంశ సమర్పణను వివరించడమైనది. రేఖా చిత్రీకరణం గూర్చి తర్వాత భాగంలో వివరించడమైనది.

A.L. బౌలీగారి మాటలలో "అంకెల జాబితా పొడుగు పెరిగే కొద్దీ, అది స్పష్టత కోల్పోతుంది. 10 అంకెలుగల శ్రేణిని త్వరగా అర్థం చేసుకోవచ్చు. 20 అంకెలుగల శ్రేణిని కొంచెం ప్రయత్నంతో అర్థం చేసుకోవచ్చు; కానీ వరుసగా 100 సంవత్సరాలకు గల అంకెల జాబితా నుండి ఒక నిర్ణయానికి రావడం కష్టమైన విషయం. చెట్లకోసం అడవిని చూడలేంకదా!" చిత్రపటాలను సక్రమంగా నిర్మించినట్లయితే అవి దత్తాంశ ఫలితాలను స్పష్టంగా హృదయానికి హత్తుకొనేలా చూపిస్తాయి. కనుక చదువరులు అర్థం చేసుకోవడానికి సహాయపడతాయి.

9.2 చిత్రపటాల ప్రాముఖ్యత

వ్యాపారం, అర్థశాస్త్రం, సాంఘికశాస్త్రం తదితర రంగాలలో చిత్రపటాలను విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నారు. కింది కారణాలవల్ల అవి చాలా ఉపయోగకరమైనవి. గణాంక పద్ధతులలో ముఖ్యస్థానాన్ని ఆక్రమిస్తున్నాయి.

i) చిత్ర పటాలు నయనా నందాన్ని చేకూర్చుతాయి, సులభంగా గ్రహింపవచ్చు: చిత్రపటాలు దత్తాంశాన్ని కంటికి ఇంపుగా సమర్పణచేసే ప్రక్రియ. అవి దత్తాంశ సారాన్ని చాటి చెప్పుతాయి. కాబట్టి అంకెలు అంటే వినుకుచెందిన వారికి, విషయాన్ని చక్కగా తెలియ చేస్తాయి. అంతే కాకుండా చదువరుల దృష్టిని ఆకట్టుకుంటాయి.

ii) చిత్రపటాలు దత్తాంశాన్ని సులభంగా అర్థమయేట్లు చేస్తాయి: క్లిష్టమైన పెద్దఅంకెలను కూడా చిత్రపటాల ద్వారా సులభంగా అర్థమయేట్లు సమర్పణ చేయవచ్చు. ఎటువంటి కష్టం లేకుండా క్లిష్టమైన దత్తాంశాన్ని చిత్రపటాలద్వారా అర్థం చేసుకోవచ్చు.

iii) చిత్రపటాలు తారతమ్య వివేచనకు సహాయ పడతాయి: రెండు అంతకంటె ఎక్కువ దత్తాంశ వర్గాలమధ్య తారతమ్య వివేచన సులభంగా తెలుసుకోవడ మనేది చిత్ర పటాత్మక సమర్పణలో గల ముఖ్యోద్దేశం. చిత్రపటాల ద్వారా వివిధ కాలాలకు, భౌగోళిక ప్రాంతాలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని సులభంగా సరిపోల్చడానికి వీలున్నది.

iv) చిత్రపటాలు జ్ఞాపకశక్తిని పెంపొందిస్తాయి: అంకెలవలె కాకుండా జ్ఞాపక శక్తిని పెంపొందించటానికి చిత్రపటాలు తోడ్పడతాయి. చదువరుల మనస్సులో మరపురాని విధంగా అవి సంఘటనలను ముద్రవేస్తాయి.

v) చిత్రపటాలు విపులీకరణకు పట్టే కాలాన్ని శ్రమను తగ్గిస్తాయి: పట్టీకరణలో చూపిన దత్తాంశంలా కాకుండా చిత్రపటాలద్వారా సమర్పణ చేసిన దత్తాంశాన్ని వివరణచేసి అర్థం చేసుకోవడానికి మనకు ఎక్కువ సమయం శ్రమ అవసరం లేదు.

vi) చిత్రపటాలు ఎక్కువ విషయాలను తెల్పుతాయి: ఒక పట్టిక కంటె చిత్రపటం ఎక్కువ సమాచారాన్ని తెలియజేస్తుంది. చిత్ర పటాల సహాయంతో మనం దత్తాంశ ప్రవృత్తిని సులభంగా

BRAOU

అర్థం చేసుకోవచ్చు. దత్తాంశ ప్రవృత్తిని, పట్టికలు చూపించి నప్పటికీ, అవి చిత్రపటాలలా విషయాలను స్పష్టంగా తెలియచేయక పోవచ్చు.

చిత్రపటాత్మక సమర్పణలో ఇన్ని లాభాలు ఉన్నప్పటికీ, అవి దత్తాంశం ఉజ్జాయింపు విలువలను మాత్రమే చూపుతాయి కనుక నిశిత విశ్లేషణకు ఉపయోగ పడవు. చిత్రపటాలు చదువరులకు పరిమిత సమాచారాన్ని మాత్రమే తెలియచేస్తాయి. ఇంతే కాకుండా దత్తాంశంలోని అన్ని స్వల్ప వివరాలను సమర్పణ చేయడానికి చిత్రపటాలు అనుకూలంకావు. ముఖ్యంగా ఎక్కువ సంఖ్యలో అంశాలను సమర్పణ చేయాలంటే చిత్రపటాలను నిర్మించటం కష్టం.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

చిత్రపటాల ప్రాముఖ్యాన్ని క్లుప్తంగా వివరించండి.

9.3 చిత్రపటాల నిర్మాణంలో అనుసరించవలసిన సాధారణ సూత్రాలు

చిత్రపటాలు సమాచారాన్ని సులభంగా, ఆకర్షణీయంగా, అర్థమయ్యేవిధంగా ప్రతిబింబింపచేయాలి. కనుక చిత్రపట నిర్మాణానికి కళాత్మకనైపుణ్యం, సామర్థ్యం అవసరం.

కింద ఇచ్చిన సూత్రాలను, చిత్రపట నిర్మాణంలో అనుసరించాలి.

(i) **శీర్షిక:** ప్రతి చిత్రానికి సరి అయిన శీర్షిక ఇవ్వాలి. దత్తాంశసారాన్ని తెలియచేస్తూ శీర్షిక స్పష్టంగా ఉండాలి. శీర్షికను చిత్రం పై భాగాన గానీ లేదా కింది భాగాన కానీ ఇవ్వవచ్చు.

ii) **వెడల్పు ఎత్తులకు అనుపాతం:** చిత్రానికి వెడల్పు, ఎత్తుసరైన అనుపాతంలో ఉండాలి. వెడల్పు, ఎత్తులమధ్య సరైన అనుపాతం ఉండనట్లయితే, చిత్రం కంటికి ఇంపుగా ఉండదు. ఈ కారణం చేత దత్తాంశాన్ని దృశ్యరూపంగా చూపటంలోగల ప్రయోజనం నెరవేరదు. వెడల్పు ఎత్తుల అనుపాతానికి సంబంధించి ఖచ్చితమైన సూత్రాలు లేనప్పటికీ, పొట్టివైపు 1 కి, పొడుగువైపు 1.414 నిష్పత్తి ఉండేట్లు చూడాలి. ఈ నిష్పత్తిని "రెండు-మూలం" (Root two) అని లబ్ తన పుస్తకం "రేఖా చిత్రీకరణం" లో సూచించారు.

iii) **స్కేలు నిర్ణయం:** దత్తాంశానికి సంబంధించి అవసరమైన వివరాల అన్నింటినీ, స్కేలు పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి. సాధ్యమైనంతవరకు స్కేలు సరి సంఖ్యలో ఉండాలి. ఐదులేదా పది గుణిజాలలో అంటే 5, 10, 15, 20, 25, లేక 10, 20, 30, 40, లుగా ఉండాలి. సాధ్యమైనంతవరకు 1, 3, 5, 7, 9 .... వంటి బేసి సంఖ్యలలో ఉండరాదు. స్కేలు, యూనిట్ పరిమాణం ఎంతో, అది దేనిని సూచిస్తుందో స్పష్టంగా తెలియజేయాలి. ఉదాహరణకు "రూపాయలు లక్షలలో", "మెట్రిక్ టన్నులు మిలియన్లలో","వ్యక్తుల సంఖ్య వేలలో" ఇలాచూపాలి.

iv) **పాద సూచిక:** చిత్రపటం కింద అవసరమైన పాదసూచికను ఇవ్వాలి. దత్తాంశాన్ని ఎటువంటి అస్పష్టత లేకుండ అర్థం చేసుకోవడానికి ఇది చదువరులకు సహాయపడుతుంది.

BRAOU

v) సూచీ: ప్రతి చిత్రపటమూ అందులో వాడిన గీతలు, రంగులు మొదలయిన వాటిని వివరిస్తూ సూచీని ఇవ్వాలి.

vi) సామాన్యత: చిత్రాలు సాధ్యమైనంతవరకు అందరికీ బోధపడేటట్లు సులభంగా ఉండాలి. అంతేగాక, చిత్రం ఉద్దేశం పూర్తిగా తెలియచేసేదిగా ఉండాలి.

vii) శుభ్రత: చదువరుల దృష్టిని ఆకర్షించడానికి చిత్రపటాలు శుభ్రంగా, వారిని ఆకట్టుకొ-నేటట్లుగానూ ఉండాలి. చిత్రపటాలలో దీని గురించి వివిధ రంగులు ఉపయోగించాలి.

9.4 చిత్రపటాలలో రకాలు

వివిధ రకాల చిత్రపటాలు వాడుకలో ఉన్నాయి. కిందివి బాగా వాడుకలో ఉన్నవి.

9.4.1. ఏక పరిమాణ చిత్రాలు

9.4.2. ద్విపరిమాణ చిత్రాలు

9.4.3. త్రిపరిమాణ చిత్రాలు

9.4.4. పిక్టోగ్రామ్స్

9.4.5. కార్టోగ్రామ్స్

9.4.1 ఏక పరిమాణ చిత్రాలు

ఏక పరిమాణ చిత్రాలను బార్ పటాలని కూడా అంటారు. వాటిని గీయటం సులభం కనుక బాగా వాడుకలోకి వచ్చాయి. ఈ చిత్రాలలో, దత్తాంశాన్ని దట్టమైన గీతలతో లేదా బార్‌ల సహాయంతో చూపుతారు. బార్ చార్టులలో అంశాల పరిమాణాన్ని, బార్‌ల ఎత్తు చూపుతుంది. బార్‌ల వెడల్పును చిత్రాలను ఆకర్షణీయంగా చేయటానికి చూపుతారు. అందువలన బార్‌ల వెడల్పుకు కొలత పరిమాణంతో ఎటువంటి సంబంధం ఉండదు. బార్‌ల వెడల్పు ఒకే విధంగా ఉండాలి. చిత్రంలోని బార్‌ల అన్నిటి మధ్య ఖాళీ సమానంగా ఉండాలి. పెద్దమొత్తంలో బార్‌లలో అంశాలను చూపాలంటే, బార్‌లకు బదులుగా సన్నని గీతలను వాడవచ్చు. ప్రతిబార్‌కు పైభాగంలో దానికి సంబంధించిన అంకెలను రాయడం పరిపాటి. ఇలా రాయడం వలన ప్రతి అంశం ఖచ్చితమైన విలువను తెలియజేస్తుంది. తద్వారా చదువరులకు వివిధ అంశాల తారతమ్య వివేచనా కలుగుతుంది.

బార్ పటాలను నిలువుగాగాని అడ్డంగాగాని చూపవచ్చు. కానీ దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాల తారతమ్య వివేచన కలుగచేసి, కనులకింపుగా ఉండాలంటే నిలువుగా బార్‌లను చిత్రించాలి.

బార్ పటాలలో రకాలు

కిందివి బార్ పటాలలో గల రకాలు.

i) సాధారణ బార్ పటం

ii) ఉప విభాజిత బార్ పటం

iii) బహుళ బార్ పటం

iv) శాతపు బార్ పటం

v) విచలన బార్ పటం

vi) విచ్చిన్న బార్ పటం

BRAOU

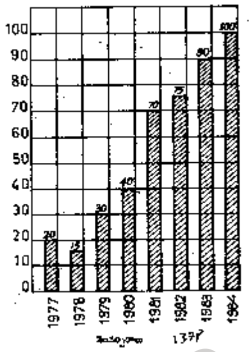
i) **సాధారణ బార్ పటం:** ఇది ఒక చలరాశికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని చూపించడానికి వాడతారు. ఈ పద్ధతిలో చలరాశి ప్రతి విలువనూ బార్ ద్వారా ప్రదర్శిస్తారు. ప్రతి అంశం పరిమాణం లేదా విలువను బార్ ఎత్తుతో గుర్తిస్తారు. కాలశ్రేణి దత్తాంశాన్ని ఇచ్చినట్లయితే దత్తాంశంలోని వివిధ విలువలను వాటి కాలక్రమ రీతిలో ప్రదర్శిస్తారు. ఒకవేళ దత్తాంశం కాలానికి సంబంధించినది కాకపోయినట్లయితే విలువలను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో ప్రదర్శించాలి.

దీనిపేరు సూచిస్తున్నట్లు, సాధారణ బార్‌పటాన్ని నిర్మించటం తేలిక, అర్థం చేసుకోవడం సులభం. కానీ ఆ బార్ పటం ఉపయోగం ఒకేఒక చలరాశికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని ప్రదర్శించటానికి మాత్రమే పరిమితం అయింది.

ఉదాహరణ - 1 : సంస్థ 'A' కు సంబంధించిన కింది దత్తాంశం నుండి సాధారణ బార్ పటాన్ని నిర్మించండి.

సంవత్సరాలు :	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
అమ్మకాలు : (రూ.000లలో)	20	15	30	40	70	75	90	100

జవాబు : 'A' సంస్థ అమ్మకాలను సాధారణ కింది బార్ పటం ద్వారా చూపించాం.



పటం : 9.1. A సంస్థ అమ్మకాలు సాధారణ బార్ పటం ద్వారా చూపడం

ii) **ఉప విభాజిత బార్ పటం:** ఉపవిభాజిత బార్ పటాన్ని అంశాల బార్ పటం అని కూడా అంటారు. ఈ పద్ధతి ప్రకారం ఒక బార్‌ను వివిధ భాగాలుగా విభజిస్తారు. బార్ పటం మొత్తం దత్తాంశాన్ని చూపగా, దత్తాంశంలోని అంశాలను లేదా వివిధ భాగాలను బార్‌లోని వివిధ భాగాలు చూపుతాయి. భాగాలలోని భేదం చూపడానికి వివిధ భాగాలకు వివిధ ఛాయలనుగాని రంగులనుగాని ఉపయోగిస్తారు. సాధారణంగా అత్యధిక విలువలు గల అంశాన్ని ఆధారేఖ వద్ద చూపి మిగిలిన అంశాలను వాటి విలువల క్రమంలో చూపాలి.

దత్తాంశం పరమ, సాపేక్ష, విలువలను చూపడానికి ఉప విభాజిత బార్ పటాన్ని ఉపయోగిస్తారు. కానీ, శాతాల విభాజనం వంటి వాటిని చూపడానికి ఈ బార్ పటంలో చాలా సౌలభ్యం ఉంటుంది. ఉప విభాజిత బార్ పటాలు దృష్టిని ఆకర్షించే సాధనాలు అయినప్పటికీ, దత్తాంశం వివిధ అంశాలుగా లేదా భాగాలుగా విభజించినప్పుడు ఈ బార్ పటాన్ని నిర్మించడం కష్టం.

ఉదాహరణ - 2:

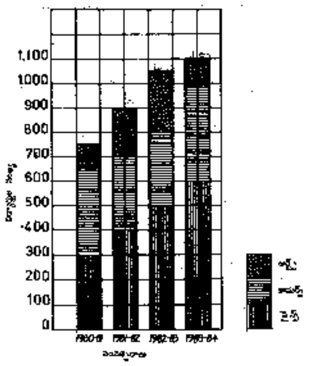
1980-81 నుండి 1983-84 సంవత్సరాలలో ఒక కాలేజీలోని విద్యార్థులు కింది విధంగా ఉన్నారు:

BRAOU

	ఆర్ట్స్	కామర్స్	సైన్స్	మొత్తం
1980-81	100	350	300	750
1981-82	200	300	400	900
1982-83	250	300	500	1050
1983-84	100	400	600	1100

పై దత్తాంశాన్ని సరియైన "బార్ చిత్రపటం" లో చూపండి:

జవాబు: పై దత్తాంశాన్ని ఉప విభాజిత బార్ పటంలో చక్కగా చూపవచ్చు. పటం (9.2)



పటం : 9.2 ఒక కాలేజీలోని ఆర్ట్స్, కామర్స్, సైన్స్ విద్యార్థుల సంఖ్యను ఉప విభాజిత బార్ పటం ద్వారా చూపడం.

BRAOU

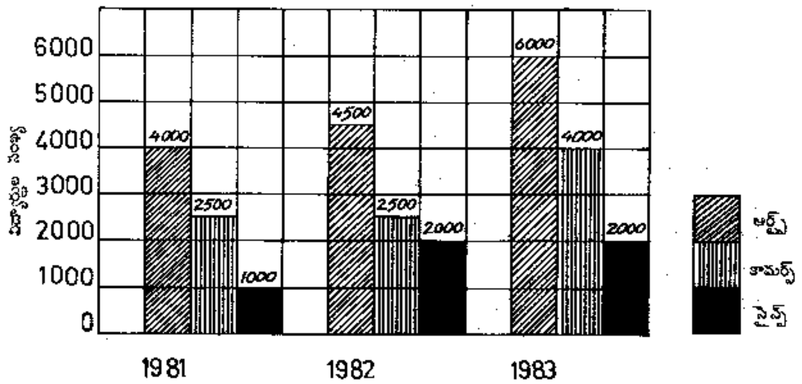
iii)బహుళ బార్ పటం : రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువగా చలరాశులున్నపుడు వాటిమధ్యగల సంబంధమూ, పోలికను చూపడానికి ఈ "బహుళ బార్ పటాలను" నిర్మిస్తారు. ఈ బహుళ బార్ పటాల నిర్మాణం సాధారణ బార్ పటాల మాదిరిగానే ఉంటుంది. వీటి మధ్యగల తేడా ఏమంటే, ఒకే ఒక చలరాశికి సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని చూపటానికి సాధారణ బార్ పటాన్ని ఉపయోగిస్తే, బహుళ బార్ పటాన్ని రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల దత్తాంశాన్ని చూపడానికి ఉపయోగిస్తారు.

ఉదాహరణ - 3:

ఒక విశ్వవిద్యాలయంలోని విద్యార్థుల సంఖ్యకు సంబంధించిన కింది దత్తాంశానికి బహుళ బార్ పటాన్ని నిర్మించండి.

సంవత్సరం	ఆర్ట్స్	కామర్స్	సైన్స్
1981	1000	2500	4000
1982	2000	2500	4500
1983	2000	4000	6000

జవాబు :



పటం : 9.3 ఒక విశ్వవిద్యాలయంలోని ఆర్ట్స్, కామర్స్, సైన్స్ విద్యార్థుల సంఖ్యను తెలిపే బహుళ బార్ పటం.

iv) **శాతపు బార్ పటం :** ఈ బార్ పటం నిర్మించేపుడు బార్ పొడుగును నూరుయూనిట్లుగా విభజిస్తారు. చలరాశిలోని వివిధ భాగాలు, లేదా అంశాలకు శాతాలను గణనచేసి వాటిని సంచితం చేస్తారు. ఈ సంచిత శాతాలను బార్ పటంలో చూపడం జరుగుతుంది. బార్ పటంలోని వివిధ భాగాలు లేదా ఖండాలను తేలికగా గుర్తించడానికి వివిధ ఛాయలు, రంగులు, చుక్కలు, క్రాస్‌లు ఉపయోగిస్తారు. దత్తాంశంలోని సాపేక్ష మార్పులను చూపడానికి "శాతపు బార్ పటాలు" ఉపయోగ పడతాయి. కాని గణిత పరమైన లెక్కలు చేయవలసి వస్తుంది. గనక, ఈ బార్ పటాన్ని నిర్మించడం అంత సులభం కాదు.

ఉదాహరణ - 4:

1983, 1984 సంవత్సరాలకు X వస్తువు (యూనిట్)కు సంబంధించిన వ్యయాంశాలు, అమ్మకాలు, లాభం లేదా నష్టపు వివరాలను కింది ఈయడమైనది :

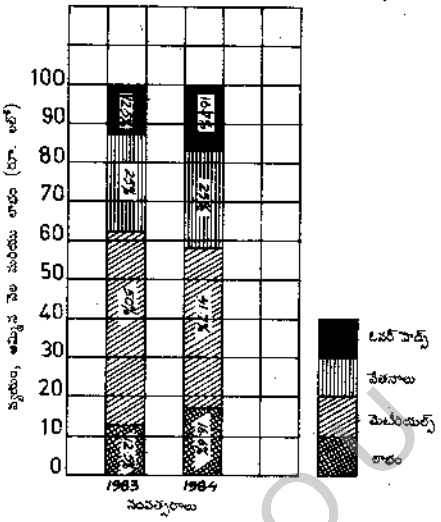
	1983	1984
	రూ.	రూ.
మెటీరియల్స్	20	25
వేతనాలు	10	15
ఓవర్ హెడ్‌లు	5	10
మొత్తం వ్యయం	35	50
అమ్మకం ధర	40	60
లాభం	5	10

పై దత్తాంశాన్ని శాతాల ప్రాతిపదికగా ఉప విభాజిత బార్ పటంలో చూపండి.

జవాబు : X వస్తువు యూనిట్ అమ్మకం ధర 100గా పరిగణిస్తూ ఇతర అంకెలకు శాతాలను గణన చేయాలి. గణన చేసిన శాతాలను కింది పట్టికలో ఇవ్వడమైనది.

	1983	1984
	%	%
మెటీరియల్స్	50	41.7
వేతనాలు	25	25.0
ఓవర్ హెడ్‌లు	12.5	16.7
మొత్తం వ్యయం	87.5	83.4
అమ్మకం ధర	100.0	100.0
లాభం	12.5	16.6

పైన చూపిన శాతాలను బార్ పటంలో (పటం 9.4) కింద సమర్పించడమైనది.



పటం : 9.4 ఒక వస్తువు వ్యయం, అమ్మిన వెల, లాభం చూపడం

v) **విచలన-బార్ పటం :** ఈ పటాలను వివిధ చలరాశులలోని, నికర విచనాలను చూపడానికి ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు నికర లాభం, నికర నష్టం, నికరమైన ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలయినవి చూపడానికి దీనిని ఉపయోగిస్తారు. ఇందులో బార్‌లకు ధనాత్మక, ఋణాత్మక విలువలు కూడా ఉంటాయి. ధనాత్మక విలువలు ఆధార రేఖకు ఎగువను, ఋణాత్మక విలువలు ఆధార రేఖకు దిగువను చూపుతారు.

ఉదాహరణ - 5:

అమ్మకాలు, వ్యయాల మధ్యగల తేడాను చూపుతూ కింది దత్తాంశాన్ని సరియైన బార్ పటంలో చూపండి:

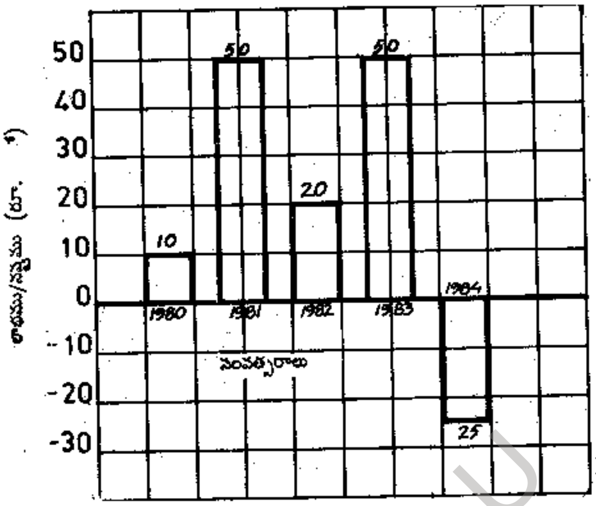
A సంస్థ అమ్మకాలు, వ్యయాల వివరాలు

సంవత్సరం	అమ్మకాలు	మొత్తం వ్యయాలు
1980	50	40
1981	100	50
1982	200	180
1983	500	450
1984	700	725

జవాబు : పై దత్తాంశాన్ని విచలన బార్ పటంలో చూపవచ్చు (పటం 9.5) :

సంవత్సరం	అమ్మకాలు	మొత్తం వ్యయాలు	లాభం/నష్టం
1980	50	40	10
1981	100	50	50
1982	200	180	20
1983	500	450	50
1984	700	725	–25

అమ్మకాలకు, వ్యయాలకు తేడా తెలిపే పటం.



పటం:9.5 అమ్మకాలకు, వ్యయాలకు తేడాను విచలన బార్ పటంద్వారా చూపడం.

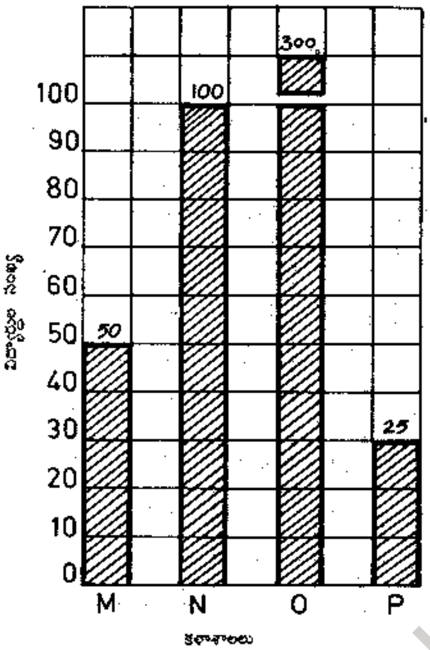
vi) విచ్ఛిన్న-బార్ పటాలు : కొన్ని శ్రేణులలో విలువల విచరణం చాలాఎక్కువగా ఉంటుంది. విచరణం చాలా ఎక్కువగాని లేదా చాలాతక్కువ గాని ఉండవచ్చు. ఒక్కొక్క విలువకు ఒక్కొక్క బార్ గీస్తారు. తక్కువ విలువలు ఖచ్చితంగానే బార్‌లలో చూపుతారు. కాని ఎక్కువ విలువలు చూపడానికి కొంత వరకు బార్‌ను పొడిగించిచూపి, తరవాత దానిపై ఒక చిన్న బార్ గీసి విలువలను గుర్తిస్తారు. ఇట్లా చేయడం చిత్రానికి ఉపయోగించే కాగిత పరిమాణం ప్రకారం అన్ని విలువలూ చూపడానికే. అంటే స్థలాభావం వల్ల పెద్ద బార్‌లను విభజిస్తారు. ఇటువంటి బార్‌లను "విచ్ఛిన్న బార్" లు అంటారు.

ఉదాహరణ - 6:

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని సరియైన చిత్రపటంలో చూపండి(పటం 9.6)

కాలేజీలు	బి. ఏ. క్లాసులో విద్యార్థుల సంఖ్య
M	50
N	100
O	300
P	25

జవాబు :"O" అనే కాలేజీలో అత్యధిక సంఖ్యలో విద్యార్థులు ఉన్నారు. (P కాలేజీలోకంటె 12 రెట్లు). మనం ఉపయోగించే కాగిత పరిమాణం ప్రకారం పెద్ద బార్‌ను చూపడం సులభం కాదు. అందువలన 'O' కాలేజీకి సంబంధించిన బార్‌ను విచ్ఛిన్నం చేయడం జరిగింది. అట్లా చేయని పక్షంలో ఈ బార్ పొడుగు 'P' కాలేజీకి సంబంధించిన బార్ పొడుగుకంటె 12రెట్లు అధికంగా ఉండగలదు. ఈ కారణంచేత, గీసే బార్ పటం ఎక్కువ స్థలాన్ని ఆక్రమించి వికృతంగా కనపడగలదు.



పటం : 9.6 విద్యార్థులసంఖ్య (కళాశాలవారీగా) చూపు విచ్ఛిన్న బార్ పటం.

9.4.2. ద్విపరిమాణ చిత్రాలు

ద్విపరిమాణ చిత్రాలను "విస్తీర్ణ పటాలు" అనికూడా అంటారు. ఈ బార్ పటాలను నిర్మించేపుడు బార్ పొడవు, వెడల్పులకు ప్రాధాన్యం ఇవ్వడం జరుగుతుంది. అంశం మొత్తం విలువ చిత్రపట వైశాల్యం చూపుతుంది. ద్విపరిమాణ చిత్రాలలోని ముఖ్య రకాలను కింద వివరించడమైనది.

i) దీర్ఘ చతురస్రాలు

ii) చతురస్రాలు

iii) వృత్తాలు

i) **దీర్ఘ చతురస్రాలు :** రెండు, లేదా అంతకంటె ఎక్కువ దత్తాంశ తరగతులను చూపడానికి ఈ దీర్ఘచతురస్రాలను వాడతారు. దీర్ఘ చతురస్రవైశాల్యం దాని పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధంతో సమానం. దీర్ఘచతురస్రాలను గీసేప్పుడు దత్తాంశపు అసలు విలువలను ఉపయోగించవచ్చు. లేదా దత్తాంశంలోని వివిధ భాగాలకు శాతపు విలువలను గణనచేసి వాటితో దీర్ఘ చతురస్రాలను నిర్మించవచ్చు. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ దత్తాంశ వర్గాలను సరిపోల్చునపుడు ఈ రెండవ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారు. దీర్ఘ చతురస్రంలోని వైశాల్యాన్ని పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి గనుక, ఈ బార్ పటాన్ని విపులీకరించటం కష్టమైన విషయం. దత్తాంశంలోని విలువలు ఎక్కువగా విచరణం చూపుతున్నపుడు ఈచిత్రపటాలు ఉపయోగ పడవు.

BRAOU

ఉదాహరణ - 7:

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని దీర్ఘ చతురస్ర చిత్రపటంద్వారా చూపండి.

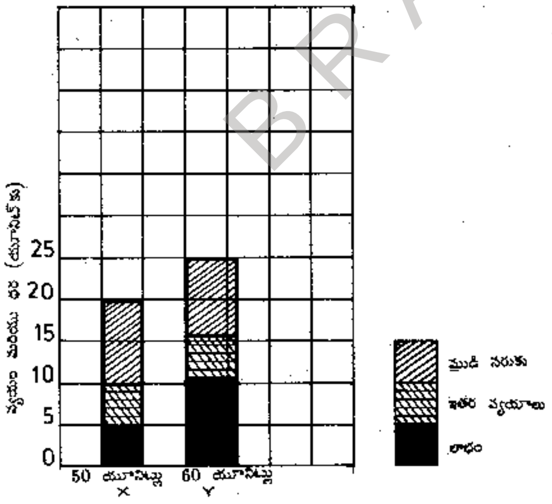
	వస్తువులు X	వస్తువులు Y
యూనిట్ వస్తువు ధర	20	25
అమ్మకాల పరిమాణం	50	60
ముడిసరుకు వ్యయం	500	540
ఇతర వ్యయాలు	250	300
లాభం	250	660

జవాబు : యూనిట్‌కు ముడిసరుకు వ్యయం, ఇతర ఖర్చులు, లాభం మొదట గణన చేయాలి. ఈ విషయాలన్నింటిని పటం 9.7 లో చూడవచ్చు.

వివరాలు	X వస్తువు 50 యూనిట్లు		Y వస్తువు 60 యూనిట్లు	
	మొత్తం రూ.	యూనిట్‌కు రూ.	మొత్తం రూ.	యూనిట్‌కు రూ.
ముడిసరుకు వ్యయం	500	10	540	9
ఇతర వ్యయాలు	250	5	300	5
లాభం	50	5	660	11

దీర్ఘ చతురస్రాల వెడల్పులు 50:60 లేదా 1: 1.12 నిష్పత్తిలో ఉంటాయి.

BRAOU



పటం : 9.7 X, Y వస్తువుల వ్యయం ధరలను చూపడం.

ii) **చతురస్రాలు:** అంశాల విలువలు ఎక్కువ విచరణాన్ని కలిగి ఉన్నప్పుడు, అటువంటి దత్తాంశాన్ని చూపడానికి, చతురస్రాలను వాడతారు. ఇచ్చిన విలువల నిష్పత్తికి అనుగుణంగా పటం ఎత్తు, వెడల్పులు ఉండేట్లు చూపిస్తూ దీర్ఘ చతురస్రాలను నిర్మిస్తారు. ఈ నియమం వల్ల తరచుగా

పటం వికృతరూపం దాల్చడానికి అవకాశం ఉంది. ఈ లోపాన్ని అధిగమించడానికి దీర్ఘ చతురస్రాల కంటే చతురస్రాలను అభిలషించడం జరుగుతుంది. చతురస్రాలను నిర్మించడానికి అంశాల విలువలకు వర్గమూలం గణన చేసి తగిన స్కేలుతో చిత్రపటంలో చూపుతారు.

ఉదాహరణ - 8: కింది దత్తాంశానికి చతురస్ర పటాన్ని గీయండి.

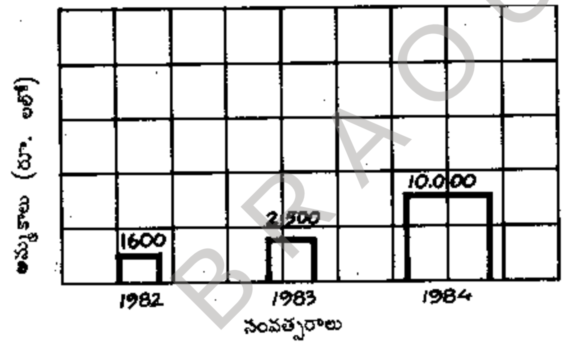
సంవత్సరాలు	1982	1983	1984
అమ్మకాలు (రూ.)	1600	2500	10,000

జవాబు : మొదటి సంవత్సరం అమ్మకాలు, మూడవ సంవత్సరం అమ్మకాల మధ్య చాలా భేదం ఉన్నది. గనుక, ఇక్కడ చతురస్ర చిత్రపటం (పటం 9.8) సరియైనదిగా భావించాలి. చతురస్రం ఒకవైపు కొలత సూచించవలసిన విలువ వర్గమూలంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. వివిధ చతురస్రాల ప్రక్క కొలతల పరిమాణం, చూపవలసిన విలువల వర్గమూలాల నిష్పత్తిలో ఉండాలి.

చతురస్ర చిత్రపటాన్ని నిర్మించడానికి చేయవలసిన లెక్కలు:

సంవత్సరాలు	అమ్మకాలు	వర్గమూలం	చతురస్రం ప్రక్క కొలత (అంగుళాలలో)
1982	1600	40	0.4
1983	2500	50	0.5
1984	10,000	100	1.0

గమనిక : ప్రతి అంకె వర్గమూలాన్ని 100 చే భాగించి, చతురస్రపు ప్రక్క కొలతను నిర్ణయించాలి.



పటం : 9.8. సంస్థ అమ్మకాలను చతురస్ర పటంద్వారా చూపడం.

iii) **వృత్తాలు "పై"-రేఖాచిత్రాలు :** దత్తాంశంలోని మొత్తం విలువను అందలి భాగాలను చూపడానికి ఈ రేఖా చిత్రాలను వాడతారు. వృత్త వైశాల్యం వ్యాసార్థ వర్గానికి అనుపాతంగా ఉంటుంది. వివిధ విలువల వర్గమూలాలను కనుగొని విడివిడిగా వృత్తాలను గీస్తారు. చూపవలసిన వివిధ అంశాల పరిమాణాన్ని వృత్త వైశాల్యంలో ప్రతిబింబించడం జరుగుతుంది.

సాధారణంగా దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాలను, లేదా భాగాలను చూపడానికి "పై" చార్టులను నిర్మిస్తారు. " పై " చార్టుల నిర్మాణంలో కింది విధానాన్ని అనుసరించాలి.

a) అంశం మొత్తం విలువను 360^0 కు సమానంగా తీసుకోవాలి.

b) దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాలను డిగ్రీలుగా మార్చాలి.

BRAOU

c) ఒక వృత్తాన్ని గీయాలి. మనవద్ద ఉన్న కాగితం పరిమాణాన్ని బట్టి, చిత్రపట సమర్పణ నియమాల ఆధారంగా వృత్తం వ్యాసార్థ వర్గపరిమాణాన్ని నిర్ణయించాలి.

d) దత్తాంశంలోని వివిధ భాగాలను వృత్తంలో చూపడానికి, కోణమానిని సహాయంతో కొలువవచ్చు.

దత్తాంశంలోని అంశాల విలువలను వాటి పరిమాణ క్రమంలో, " పై " చార్టులో చూపాలి. మొట్టమొదట, అత్యధిక విలువగల అంశాలను పైన చూపి, మిగిలిన అంశాలను సవ్యదిశ పద్ధతిన క్రమంగా చూపాలి.

ఒకటికంటె ఎక్కువ అంశాల సెట్‌లను (ప్రతి సెట్టులో వివిధ అంశాలు గలవి) చూపడానికి విడివిడిగా వృత్తాలను గీసి, ప్రతి వృత్తంలో ఆయా అంశాల పరిమాణాన్ని ప్రతిబింబింప చేయవచ్చు. ఈ విధంగా మనకు ఎన్ని అంశాల సెట్లు ఉంటే అన్ని " పై " చార్టులు గీయవచ్చు.

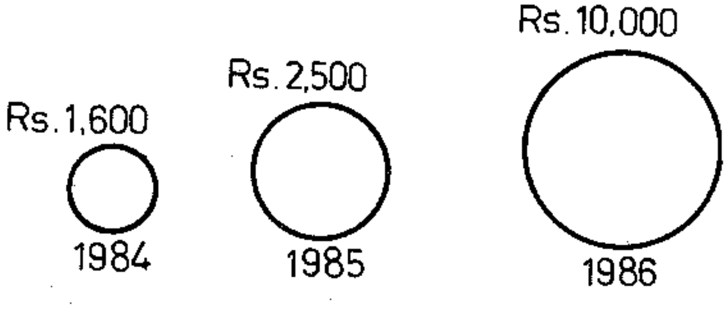
దత్తాంశాన్ని ఆకర్షణీయంగా సమర్పించడానికి " పై " రేఖా చిత్రాలు ఉపయోగకరమైన సాధనాలయినప్పటికీ, అవి బార్ రేఖాచిత్రాలతో పోల్చిచూస్తే తక్కువ ప్రభావం గలవిగా చెప్పవచ్చు. చలరాశులు అనేక అంశాలు లేదా భాగాలుగా విభజించినపుడు, " పై " రేఖా చిత్రాలను ఖచ్చితంగా పరిశీలించి విపులీకరించడం సాధ్యపడదు. వివిధ అంశాల మధ్య తేడా చాలా తక్కువగా ఉన్నప్పుడు కూడా రేఖాచిత్రాలు సత్ఫలితాలను ఇవ్వజాలవు.

ఉదాహరణ - 9:

ఉదాహరణ 8 లో ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని వృత్తాల రూపంలో చూపండి.
జవాబు : కింది వివరాలన్నింటిని పటం 9.9 ద్వారా చూపడమైనది.

సంవత్సరాలు	1982	1983	1984
అమ్మకాలు (రూ.)	1600	2500	10000
ప్రతిఅంకెను 'π ' చే భాగించగా	509.09	795.46	3181.82
వర్గమూలం	22.56	28.20	56.41
వృత్తవ్యాసార్థం	0.23	0.28	0.56

గమనిక : వర్గమూలం ప్రతి అంకెను 100చే భాగించి, వృత్త వ్యాసార్థాలను నిర్ణయించడమైనది.



పటం : 9.9. సంస్థ అమ్మకాలు వృత్తాల రూపంలో చూపుట.

B R A O U

ఉదాహరణ -10:

కింది అంకెలు అమ్మకాలు, వ్యయాలు, లాభాలకు సంబంధించినవి.

ప్రత్యక్ష మెటీరియల్స్	50%
ప్రత్యక్ష శ్రమ	20%
ఫ్యాక్టరీ ఓవర్ హెడ్‌లు	10%
అమ్మకపు పంపిణీ ఖర్చులు	5%
లాభం	15%
అమ్మకాలు	100%

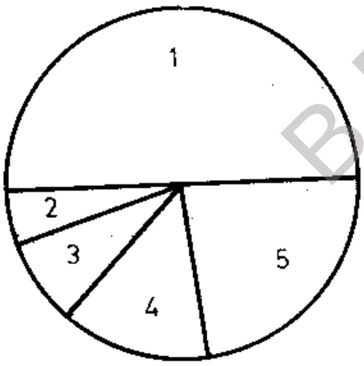
పై దత్తాంశాన్ని సరియైన చిత్రపటంలో చూపండి:

జవాబు :

వ్యయాలు, అమ్మకాలు లాభాలను డిగ్రీలలోకి మార్చడం

ప్రత్యక్ష మెటీరియల్స్	=	50 × 3.6	=	180
ప్రత్యక్ష శ్రమ	=	20 × 3.6	=	72
ఫ్యాక్టరీ ఓవర్ హెడ్‌లు	=	10 × 3.6	=	36
అమ్మకం & పంపిణీ ఖర్చులు	=	5 × 3.6	=	18
లాభం	=	15 × 3.6	=	54
మొత్తం (అమ్మకాలు)				360

సంస్థ అమ్మకాలు, వ్యయాలు, లాభం చూపు "పై" రేఖా చిత్రం పటం.



1. ప్రత్యక్ష మెటీరియల్స్
2. అమ్మకముల పంపిణీ ఖర్చులు
3. ఫ్యాక్టరీ ఓవర్ హెడ్స్
4. లాభం
5. ప్రత్యక్షశ్రమ

పటం:9.10 వ్యయాలు అమ్మకాలు లాభాలు చూపే 'పై' చిత్రపటం.

ఉదాహరణ - 11:

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం 'X', 'Y' కుటుంబ ఖర్చులకు సంబంధించినది. ఈ దత్తాంశాన్ని కోణరేఖా పై చిత్రంలో చూపండి.

BRAOU

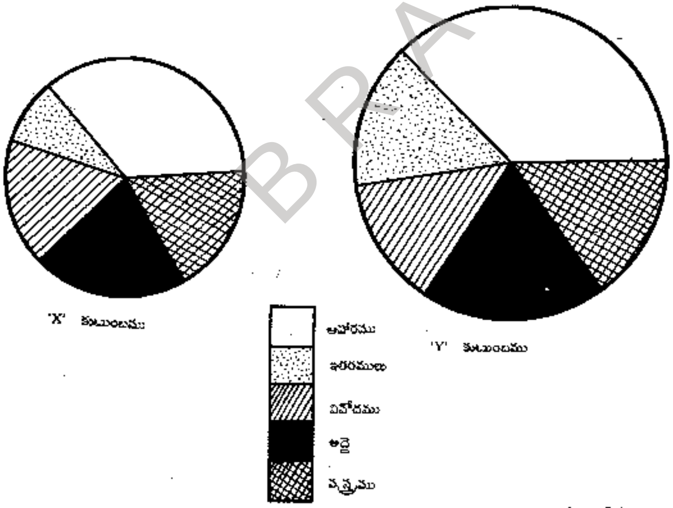
ఖర్చుఅంశాలు	'X'కుటుంబం	'Y'కుటుంబం
ఆహారం	45	100
వస్త్రం	20	40
అద్దె	20	50
వినోదం	10	20
ఇతరాలు	5	30

జవాబు : పై-రేఖా చిత్రాలను నిర్మించడానికి అవసరమైన లెక్కవివరాలు, వీటిని పటం: 9.11 ద్వారా చూపడమైనది.

ఖర్చు అంశాలు	'X'కుటుంబం రూ.	'X'కుటుంబం డిగ్రీలు	'Y'కుటుంబం రూ.	'Y'కుటుంబం డిగ్రీలు
ఆహారం	45	$\frac{45}{100} \times 360 = 162$	100	$\frac{100}{240} \times 360 = 150$
వస్త్రం	20	$\frac{20}{100} \times 360 = 72$	40	$\frac{40}{240} \times 360 = 60$
అద్దె	20	$\frac{20}{100} \times 360 = 72$	50	$\frac{50}{240} \times 360 = 75$
వినోదం	10	$\frac{10}{100} \times 360 = 36$	20	$\frac{20}{40} \times 360 = 30$
ఇతరాలు	5	$\frac{5}{100} \times 360 = 18$	30	$\frac{30}{240} \times 360 = 45$
మొత్తం	100	360	240	360
వర్గమూలం	10		15.5	
వృత్తవ్యాసార్థం	1.0		1.6	

BRAOU

గమనిక : వృత్తాల వ్యాసార్థాలు ఆయా మొత్తాల వర్గమూలాల అనుపాతంలో ఉన్నవి.



పటం : 9.11. X, Y కుటుంబాల మాసపు ఖర్చు చూపే 'పై' చిత్రపటం.

9.4.3. త్రిపరిమాణ చిత్రాలు

త్రిపరిమాణచిత్రాలను " ఘనపరిమాణ చిత్రాలు " అని కూడా అంటారు. ఈ చిత్రాలను నిర్మించడానికి పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను గణనలోనికి తీసుకుంటారు. దత్తాంశంలో అత్యధిక విలువ,

అత్యల్ప విలువ మధ్యగల తేడా చాలా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఈ చిత్రపటాలను వాడతారు. త్రిపరిమాణ చిత్రాలు; స్థూపాలు, గోళాలు, ఘనాల రూపంలో ఉంటాయి. వీటన్నిటిలో ఘనాలను న్నిర్మించడం చాలా సులభం. ఇచ్చట ఘనాలనిర్మాణాన్ని మాత్రమే వివరించడమైనది. దత్తాంశ పరిమాణం క్యూబ్‌రూట్, అనుపాతంలో ఘనం, భుజం ఉంటాయి. క్యూబ్ విలువను కనుగొనడానికి సంవర్గమానాలను ఉపయోగించవచ్చు. ఇట్లాచేయుడానికి సంఖ్య సంవర్గమానాన్ని 3చే భాగించగా వచ్చినదాని ప్రతి సంవర్గమానాన్ని క్యూబ్‌రూట్‌గా తీసుకోవాలి. ఘనచిత్రపటాన్ని కింద చూపిన విధంగా గీయవచ్చు.

ఉదాహరణ -12 :

'K' విశ్వవిద్యాలయంలో వరుసగా రెండు సంవత్సరాల విద్యార్థులను కింద ఇవ్వడమైనది.

సంవత్సరం	విద్యార్థులసంఖ్య
1981-82	1600
1982-83	2500

పై దత్తాంశాన్ని సరియైన రేఖాచిత్రంలో చూపండి.

జవాబు : అత్యల్ప, అత్యధిక విలువలమధ్య తేడా చాలా ఎక్కువగా ఉన్నది కనుక, ఘనచిత్రపటం (పటం : 9.12) సరియైన చిత్రపటంగా భావించాలి. ఘనాల భుజం, పొడవులను కింద వివరించిన విధంగా నిర్ణయించడమైనది.

సంవత్సరం,	విద్యార్థులసంఖ్య	క్యూబ్‌రూట్ *	ఘనం,భుజం పొడవు, **
1981-82	1,600	11.69	0.58
1982-83	2,500	13.57	0.69

1981-82 సంవత్సరానికి

క్యూబ్‌రూట్ $= AL\ \frac{1}{3}\ (\text{Log}\ 1600)$

$= AL \left[\frac{(3.2041)}{3}\right]$

$= AL\ 1.068$

$= 11.69$

1982-83 సంవత్సరానికి క్యూబ్‌రూట్

$= AL\ \frac{1}{3}(Log 2500)$

$= AL\ \frac{(3.3979)}{3}$

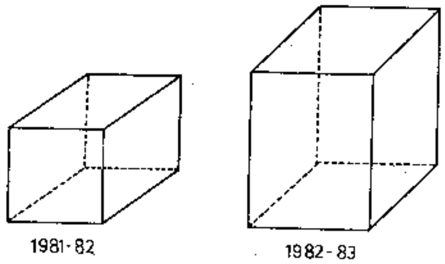
$= AL\ 1.1326$

$= 13.57$

* సంవర్గమానాల సహాయంతో క్యూబ్‌రూట్‌లను కింద చూపిన విధంగా గణన చేయడమైనది.

** క్యూబ్ రూట్లను 20చే భాగించే ఘనాల భుజం, పొడవును నిర్ణయించడమైనది.

BRAOU



పటం :9.12. విశ్వవిద్యాలయంలోని విద్యార్థుల సంఖ్యను ఘనచిత్ర పటం ద్వారా చూపడం.

త్రిపరిమాణ చిత్రాల నిర్మాణం క్లిష్టమైన గణితపరమైన గణనలతో కూడుకున్నది. వాటిని నిర్మించడం కష్టమేకాకుండా, చూచి విపులీకరించడం కూడా కష్టమే. ఈ ఆచరణాత్మక కష్టాలదృష్ట్యా గణాంక సమర్పణకు త్రిపరిమాణచిత్రపటాలను అనుసరించరు.

9.4.4. పిక్టోగ్రాములు

సమర్పణ చేయవలసిన దత్తాంశాన్ని ప్రతిబింబిస్తూ చదువరుల దృష్టిని త్వరగా ఆకర్షించడానికి పిక్టోగ్రాములు తోడ్పడతాయి. ఈ పద్ధతి ప్రకారం దత్తాంశాన్ని జాగ్రత్తగా ఎంపికచేసిన బొమ్మల సంకేతాలలో చూపుతారు. ముఖ్యంగా పామరులకు దత్తాంశ సమర్పణ చేయడంలో పిక్టోగ్రాములు గణాంక సాధనాలుగా చెప్పుకోవచ్చు.

బొమ్మల సంకేతాలను ఎంపిక చేయడానికి వాటంతట అవే వివరించే విధంగా ఉండాలి. ఉదాహరణకు టెలిఫోన్లకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని చూపాలంటే మనం ఎన్నుకొన్న సంకేతం, లేదా బొమ్మ 'టెలిఫోను' గా ఉండాలి. సాధ్యమైనంతవరకు బొమ్మలు, లేదా సంకేతాలు స్పష్టంగా, చిన్నవిగా చదువరులకు ఆసక్తి కలిగించేవిగా ఉండాలి. పిక్టోగ్రాములు ప్రేక్షకుల హృదయంలో గట్టిగా హత్తుకు పోయే విధంగా, మరపురాని విధంగా ఉండాలి. కనుక, ప్రదర్శనశాలలు, వ్యాపార ప్రదర్శన స్థలాల వంటి ప్రజాస్థలాల్లో వీటిని వాడతారు.

కాని పిక్టోగ్రాములను నిర్మించడానికి కళాత్మక నైపుణ్యం అవసరం. కనుక, అంత సులభం కాదు. అంతేకాకుండా, దత్తాంశంలోని స్వల్ప వివరాలన్నింటిని ' పిక్టోగ్రాము' రూపంలో చూపడం సాధ్యం కాదు.

BRAOU

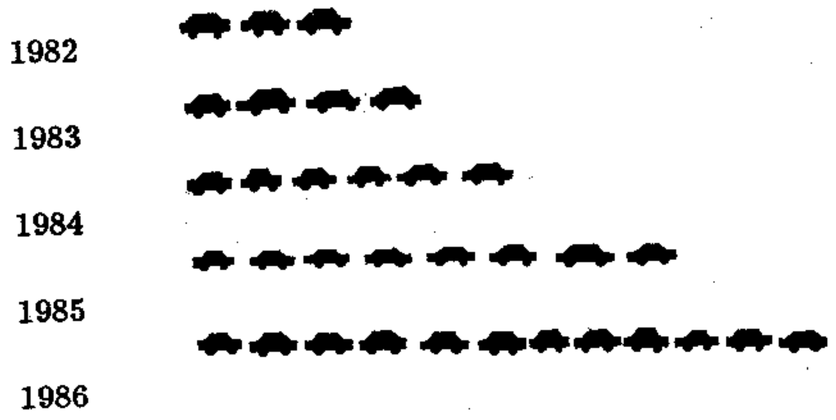
ఉదాహరణ - 13:

కింద యివ్వబడిన దత్తాంశాన్ని పిక్టోగ్రాం రూపంలో, చూపండి.

సంవత్సరం	మోటారు కార్ల ఉత్పత్తి
1982	3,000
1983	4,000
1984	6,000
1985	8,000
1986	12,000

జవాబు :

ఒక కారుబొమ్మ వెయ్యికార్లను సూచించునట్లుగా పటం : 9.13లో చూపిన పిక్టోగ్రామును తయారుచేయడమైనది.

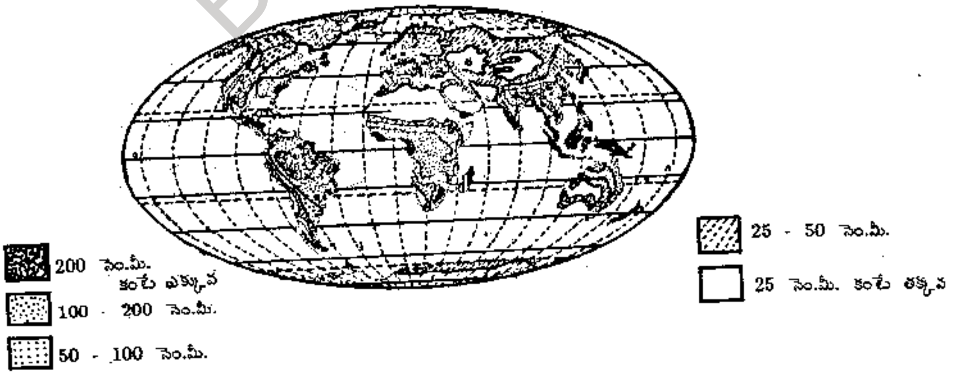


పటం : 9.13. వివిధ సంవత్సరాలలో కార్ల ఉత్పత్తిని సూచించే "పిక్టోగ్రామ్".

9.4.5. కార్టోగ్రాము చిత్రాలు

దత్తాంశాన్ని భౌగోళిక ప్రాతిపదికగా చూపడానికి 'కార్టోగ్రాము' చిత్రాల నుపయోగిస్తారు. ప్రతి భౌగోళిక యూనిట్‌ను మాప్‌మీద స్పష్టంగా చూపించి, వాటికి సంబంధించిన విలువలను వివిధ రంగులు, బిందువులు, క్రాస్‌లద్వారా గుర్తిస్తారు. నిరక్షరాస్యుల దృష్టిని ఆకర్షించుకోవడానికి పిక్టోగ్రాముల లా, కార్టోగ్రాము చిత్రాలు దత్తాంశ సమర్పణలో ఉపయోగపడే సాధనాలు. ఈ కార్టోగ్రామ్‌ను పటం : 9.14లో చూపడమైనది.

BRAOU



పటం : 9.14. 'కార్టోగ్రామ్' ద్వారా వివిధ దేశాలలో వర్షపాతాన్ని చూపడం.

9.5 సరిఅయిన చిత్రపటం ఎంపిక

దత్తాంశ స్వభావం ఏ తరహా ప్రజలకు సందేశం ఇవ్వాలి? అనే దానిపై సరియైన చిత్రపటం ఎంపిక ఆధారపడిఉంటుంది. నిరక్షరాస్యులకు దత్తాంశ సారాంశం తెలియ జేయాలనట్లయితే 'పిక్టోగ్రాం' లేదా 'కార్టోగ్రాం' చిత్రపటాలను ఉపయోగించడం మంచిది. అనేక అంశాలు లేదా భాగాలను చూపాలంటే 'పై'-చార్టు ఉపయోగకరమైన సాధనం. అత్యల్ప, అత్యధిక విలువలమధ్య తేడా చాలా ఎక్కువగా ఉన్నట్లయితే ఘనాలు తగిన చిత్రపటాలు.

కాని బార్ చిత్రపటాలు వాటిని నిర్మించడం, విపులీకరించడం సులభం కనుక అవి చాలా వాడుకలో ఉన్నవి. తగిన బార్ చిత్రపటం ఎంపిక కింది విషయాలమీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

i) విలువల పరిమాణాన్ని చూపడానికి సాధారణ బార్ చిత్రపటాలను ఉపయోగించాలి.

ii) దత్తాంశంలోని వివిధ భాగాలను, అంశాలను వాటి పరిమాణాలలో చూపడానికి ఉప విభాజిత బార్ పటాలను ఉపయోగించాలి.

iii) దత్తాంశంలోని వివిధ అంశాల సాపేక్ష ప్రాముఖ్యతను, సాపేక్ష మార్పులను చూపడానికి శాతపు బార్ పటాలను ఉపయోగించాలి.

iv) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ దత్తాంశ సెట్లను చూపడానికి బహుళ బార్ పటాలను ఉపయోగించాలి.

9.6 సారాంశం

గణాంక దత్తాంశాన్ని సమర్పణ చేయడానికి చిత్రపటాలు, రేఖాపటాలు ఒక ముఖ్య సాధనంగా ఉపయోగపడటమే గాక, పటాలలోని ప్రధాన అంశాలను, వాటి సంబంధాలను నొక్కి వక్కాణించటానికి కూడా వీలు ఉంటుంది. రేఖా పటాన్ని గ్రాఫ్ కాగితం మీద నిర్మించగా, చిత్రపటాన్ని మామూలు కాగితం మీద నిర్మిస్తాం. చక్కగా నిర్మించిన చిత్రపటాలు చదువరులకు దత్తాంశాన్ని సులభంగా అర్థం చేసుకోడానికి సహాయపడతాయి. అవి చాలా ఆకర్షవంతంగా ఉంటాయి. వీటిని వ్యాపారం, అర్థశాస్త్రం, సాంఘికశాస్త్రాలు, ఇంకా ఇతర రంగాలలో కూడా విరివిగా వాడతాం. చిత్రపటాలు ఆకర్షవంతంగా ఉండటమేగాక, ప్రజలను సులభంగా ఒప్పించ గల్గుతాయి. ఇవి దత్తాంశాన్ని సులభంగా, అర్థమయ్యే రీతిలో సమర్పించడానికి ఉపయోగపడతాయి. వీటిని గుర్తించడం సులభమేగాక, గుర్తుంచుకోవడం కూడా చాలా తేలికగా ఉంటుంది. చిత్రపటాలలో అనేక రకాలు ఉన్నాయి అవి : ఏక పరిమాణచిత్రాలు, ద్విపరిమాణ చిత్రాలు, త్రి పరిమాణ చిత్రాలు, పిక్టోగ్రామ్స్, కార్టోగ్రామ్స్ మొదలైనవి. కాని సరియైన చిత్రపటాన్ని ఎన్నుకోవడమనేది, దత్తాంశ స్వభావం మీద, ఆపటాన్ని ఉపయోగించే ప్రజల అవగాహనా శక్తి మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

9.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. a) చిత్రపటాలు ఆకర్షణీయంగా ఉండి మనసుకు త్వరగాహత్తుకు పోతాయి.

   b) స్థూలంగా ఉన్న దత్తాంశాన్ని సామాన్యంచేసి, ప్రజలకు అర్థవంతంగా చూపడానికి చిత్రపటాలు ఉపయోగపడతాయి.

BRAOU

c) రెండు విభాజనాల మధ్య తారతమ్య అధ్యయనం చేయడానికి ఇవి ఎంతో ప్రయోజననంగా ఉంటాయి.

d) వీటిని సులభంగా జ్ఞాపకం పెట్టుకోవచ్చు.

e) ఇవి కాలాన్ని, శ్రమను ఆదా చేస్తాయి.

f) ఇవి పట్టీలకంటే ఎక్కువ సమాచారాన్ని అందిస్తాయి.

9.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ.చిన్న ప్రశ్నలు

1.గణాంక దత్తాంశాన్ని సమర్పించడంలో చిత్రపటాల ఉపయోగాన్ని క్లుప్తంగా పేర్కొనండి.

2.పిక్టోగ్రాములంటే ఏమిటి?

3.కార్టోగ్రామ్‌లంటే ఏమిటి?

4.'పై' పటాలంటే ఏమిటి?

5.బహుళ బార్ పటాన్ని సంక్షిప్తంగా వర్ణించండి.

6.దత్తాంశ సమర్పణలో చిత్రపటాత్మక నిరూపణం రేఖాచిత్రీకరణానికి తేడా తెలపండి.

7."ఏ క్లిష్ట సమస్య స్వరూపాన్నైనా చూసి అర్థం చేసుకోవడానికి చిత్రపటాలు మనకు సహాయ పడతాయి." వ్యాఖ్యానించండి.

8.చిత్రపటాల నిర్మాణంలో పాటించవలసిన సూత్రాలేవి?

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

9.చిత్రపట సమర్పణ ఉపయోగాలు, పరిమితులను చర్చించండి.

10.చిత్రపటాత్మక నిరూపణలోని మూడు ముఖ్య పద్ధతులను వివరించండి.

అభ్యాసాలు

11.కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని సాధారణ బార్ పటంలో చూపండి.

సంవత్సరం	ఉత్పత్తి (మి. టన్నులలో)
1980-81	20.5
1981-82	35.0
1982-83	50.7
1983-84	72.5
1984-85	90.5
1985-86	120.6

BRAOU

12. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని ఉప విభాజిత బార్ పటంలో చూపండి:

P, Q. వస్తువుల ధర, వ్యయం, అమ్మిన వస్తువుల పరిమాణం ఇచ్చాం.

	(రూ. P.)	(రూ. Q.)
యూనిట్ ధర	9	6
అమ్మిన వస్తువుల పరిమాణం	225	300
ముడిసరుకు వ్యయం	525	450
ఇతర ఖర్చులు	90	75
లాభాలు	60	75

13. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని శాతపు ఉప విభాజిత బార్ చిత్ర పటంలో చూపండి.

వివరాలు	1986 రూ.	1987 రూ.	1988 రూ.
ఒక్కొక్క సైకిల్ ధర :			
ముడిసరుకు	300	350	500
వేతనాలు	100	150	200
ప్రత్యక్ష ఖర్చులు	25	50	50
కార్యాలయపు ఖర్చులు	30	40	50
మొత్తం వ్యయం	455	590	800

14. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి ఉప విభాజిత బార్ పటాన్ని నిర్మించండి :

'N' విశ్వవిద్యాలయంలో విద్యార్థుల సంఖ్య

సంవత్సరం	ఆర్ట్స్	కామర్స్	సైన్స్	మొత్తం
1983-84	15,000	22,000	7,500	44,500
1984-85	16,000	23,000	10,500	49,500
1985-86	20,000	30,000	12,000	62,000
1986-87	22,000	35,000	10,000	67,000
1987-88	30,000	35,000	10,000	75,000

15. ఒక విశ్వవిద్యాలయంలో ఐదు సంవత్సరాలకు వివిధ శాఖల్లో గల విద్యార్థుల సంఖ్య కింద ఇచ్చాం. ఈ దత్తాంశాన్ని బహుళ బార్ పటంలో చూపండి:

	విద్యార్థుల సంఖ్య				
సంవత్సరం	ఆర్ట్స్	కామర్స్	సైన్స్	లా	మొత్తం
1983-84	1,322	1,000	750	500	3,572
1984-85	1,430	1,200	925	600	4,155
1985-86	1,600	1,500	1,000	650	4,750
1986-87	1,650	1,550	1,550	700	5,400
1987-88	2,000	1,750	1,550	800	6,100

B R A O U

16. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి బహుళబార్ పటాన్ని గీయండి.

సంవత్సరం	అమ్మకాలు ('000 రూ.ల్లో)	స్థూలలాభం ('000 రూ.లో)	నికరలాభం ('000 రూ.లో)
1984	300	90	30
1985	360	120	45
1986	390	135	75
1987	450	150	75
1988	500	200	90

17. అమ్మకాలు వ్యయాల మధ్య తేడా చూపే సరియైన చిత్రపటాన్ని ఈ కింది దత్తాంశానికి గీయండి.

సంస్థ అమ్మకాల వివరాలు

సంవత్సరం	అమ్మకాలు (రూ.లు)	మొత్తం వ్యయం (రూ.లు)
1983	330	285
1984	405	315
1985	420	450
1986	450	375
1987	480	390
1988	495	510

18. కింది దత్తాంశాన్ని చూపే సరియైన చిత్రపటం గీయండి.

కళాశాలలు	బి.కాం. క్లాసులో విద్యార్థుల సంఖ్య
P	320
Q	150
R	600
S	225
T	150

19. చతురస్ర పటంలో కింది దత్తాంశాన్ని చూపండి.

	K (రూ.లు)	L (రూ.లు)
వస్తువు ధర (యూనిట్‌కు)	30	36
అమ్మిన పరిమాణం	60	72
ముడి సరుకు వ్యయం	300	360
ఇతర వ్యయాలు	180	288
లాభం	120	210

BRAOU

20. కింది దత్తాంశం వివిధ ఆహార పంటల విస్తీర్ణాన్ని తెలియ జేస్తున్నది. దానిని " పై - చిత్ర పటం " లో చూపండి :

ఆహారపు పంట	వరి	గోధుమ	మొక్కజొన్న	రాగులు	పప్పులు
విస్తీర్ణం ('000 ఎకరాలలో)	16	24	10	8	5

21. కింది దత్తాంశాన్ని చూపే " పై - చిత్ర పటాన్ని " గీయండి.

ఖర్చు అంశాలు :	కుటుంబాల ఖర్చు (రూ.లలో)		
	A	B	C
ఆహారం	500	600	700
బట్టలు	200	125	250
ఇంటి అద్దె	400	500	450
విద్య	100	200	150
విలాసాలు	75	150	200
ఇతరాలు	150	250	100

22. కింది దత్తాంశాన్ని " ఘన పరిమాణ చిత్రపటం " లో చూపండి:

వ్యక్తులు;	ఆదాయం (రూ.లు)
A	32,000
B	14,000
C	8,000
D	2,000

23. కింది దత్తాంశం వరంగల్లు, ఖమ్మం, నల్లగొండ, హైద్రాబాదు పట్టణాలలో ఏప్రిల్, మే, జూన్ నెలల్లో అమ్మిన లాటరీ టిక్కెట్ల (వేలలో) కు సంబంధించింది.

నెలలు	పట్టణాలు			
	వరంగల్లు	హైద్రాబాదు	ఖమ్మం	నల్లగొండ
ఏప్రిల్	225	250	460	150
మే	280	308	520	175
జూన్	242	230	330	225

24. మూడు సంవత్సరాలకు సంబంధించి బి.కాం., విద్యార్థుల ఫలితాలు కింద పట్టికలో ఇచ్చాం. బార్ పటం సహాయంతో ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని చూపండి.

సంవత్సరము	విద్యార్థుల సంఖ్య			
	మొదటి శ్రేణి	రెండవ శ్రేణి	మూడవ శ్రేణి	తప్పినవారు
1985-86	100	300	500	300
1986-87	120	400	600	280
1987-88	100	500	700	300

BRAOU

25. కింద పట్టికలో 'M' పట్టణంలో నిర్మాణపు వ్యయం వివరాలు ఇవ్వడమైనది.

	రూ.		రూ.
భూమి	9,000	సిమెంట్	2,500
వేతనాలు	5,000	రాళ్ళు	1,500
ఇటుకలు	4,000	ఇసుక	600
ఇనుం	3,600	ఇతరాలు	2,600
టేకు	3,000		

పై దత్తాంశాన్ని చూపే సరియైన చిత్రపటం గీయండి.

9.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, డి. అప్పల నాయుడు : 'వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta, S.P. : "Statistical Methods" Sulthan chand & Company, New Delhi.
3. Gupta, B.N. : "Statistics", Sahitya Bhavan, Agra.

9.10 పదకోశం

బార్ పటం : దీర్ఘచతురస్రాకారాలలో దత్తాంశాన్ని చూపడాన్ని బార్ పటం అని అంటాం.

పై పటాలు : ఈ రకమైన పటాలలో వృత్తాలు ఉండి, ఆ వృత్తాలను అనేక భాగాలుగా విభజిస్తాం. ఒక్కొక్క భాగం చలరాశిలోని ఒక్కొక్క అంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది.

పిక్టోగ్రామ్స్ : జాగ్రత్తగా ఎంపిక చేసుకున్న చిత్రాలద్వారా దత్తాంశాన్ని చూపడాన్ని పిక్టోగ్రామ్స్ అని అంటాం.

కార్టోగ్రామ్స్ : భౌగోళిక ప్రాతిపదికగా దత్తాంశాన్ని చూపడానికి ఉపయోగించే చిత్రాలను కార్టోగ్రామ్స్ అని పిలుస్తాం.

చిత్రపటం : గణాంక దత్తాంశాన్ని దృశ్యరూపంగా సమర్పించే పద్ధతి.

రేఖాపటం : గ్రాఫ్ కాగితం మీద గణాంక దత్తాంశాన్ని దృశ్యరూపంగా సమర్పించే పద్ధతి.

B R A O U

భాగం-10: రేఖా పటాత్మకంగా దత్తాంశ సమర్పణ

విషయక్రమం

10.0 ఉద్దేశాలు

10.1 పరిచయం

10.2 చిత్రపటాలకు, రేఖాచిత్రాలకు మధ్యగల తేడాలు

10.3 రేఖా చిత్రీకరణ ప్రయోజనాలు

10.4 రేఖా చిత్రాల నిర్మాణ పద్ధతులు

10.5 రేఖాచిత్రాల నిర్మాణం సాధారణ సూత్రాలు

10.6 రేఖాచిత్రాలలో రకాలు

10.6.1 కాలశ్రేణుల రేఖాచిత్రాలు

10.6.2 పౌనఃపున్య విభాజన రేఖాచిత్రాలు

10.7 సారాంశం

10.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

10.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

10.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

10.11 పదకోశం

10.0 ఉద్దేశాలు

గణాంక దత్తాంశాన్ని రేఖా చిత్రాత్మకంగా సమర్పణ చేయడంలో గల వివిధ పద్ధతులను వివరించటమే ఈ భాగపు ఉద్దేశం.

ఈ భాగం చదివిన తరువాత, మీరు:

- చిత్రపటాలకు, రేఖాచిత్రాలకు తారతమ్యాన్ని గుర్తించ గలగాలి
- రేఖాచిత్రాత్మక సమర్పణ ప్రయోజనాన్ని విశదీకరించగలగాలి
- రేఖాచిత్రాలను నిర్మించే పద్ధతులను పేర్కొనగలగాలి
- రేఖాచిత్రాత్మక సమర్పణ నియమాలను వివరించగలగాలి
- వివిధ కాలశ్రేణుల రేఖాచిత్రాలను గుర్తించగలగాలి
- వివిధ పౌనఃపున్య విభాజన రేఖా చిత్రాలను గుర్తించ గలగాలి
- ఇచ్చిన దత్తాంశానికి తగిన రేఖాచిత్రాన్ని గీయ గలగాలి.

10.1 పరిచయం

గణాంక దత్తాంశ సమర్పణలో గల వివిధ ఇతర పద్ధతుల కంటె చదువరుల దృష్టిని ఆకర్షించడంలో

BRAOU

రేఖా చిత్రాలు చాలా ప్రతిభావంతమైనవి. వివిధ గణితీయ సాధనాలనుపయోగిస్తూ, అనేక ఆర్థిక వ్యాపార సంబంధమైన చలరాశుల సమర్పణనే దత్తాంశ రేఖా చిత్రీకరణంగా పేర్కొనవచ్చు. రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ పరిమాణాల గణాంక శ్రేణులను గ్రాఫ్ పేపరు మీద సమర్పించడాన్ని "రేఖాచిత్రీకరణం" అని అంటారు. ఈ రేఖాచిత్రాలు కార్యాకారణ సంబంధాన్ని లేదా ఒక చలరాశి లోని మార్పుకు వేరొక చలరాశిలో ఎంత పరిమాణంలో మార్పు ఉన్నదో తెలుసుకోవడాన్కి ఉపయోగపడతాయి.

10.2 చిత్రపటాలకు రేఖా చిత్రాలకు మధ్యగల తేడాలు

రేఖాచిత్రానికీ, చిత్రపటానికి మధ్యగల తేడాను తెలుసుకోవడాన్కి ఇచ్చితమైన సూత్రాలు ఏమీ లేనప్పటికీ, ఈ కింద ఇచ్చిన వాటిని, వాటి మధ్యగల తేడాలుగా పేర్కొనవచ్చు.

i) సాధారణంగా, రేఖాచిత్రాన్ని నిర్మించడానికి, గ్రాఫ్ కాగితం ఉపయోగిస్తారు. ఈ కారణంచేత రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులమధ్య గణితీయ సంబంధం అధ్యయనం చేయడాన్కి వీలవుతుంది. కాని చిత్రపటాలను తెల్లకాగితం మీద నిర్మిస్తారు. అవి చలరాశులమధ్య గణితీయ సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడాన్కి ఉపయోగపడవు.

ii) వక్రరేఖల నిమ్నోన్నతాలను, మార్పురేటును, భవిష్యత్ విలువల అంచనాలను విశ్లేషణ చేయటానికి, రేఖాచిత్రాలు స్పష్టంగా ఉండి పరిశోధన అధ్యయనంలో చాలా సహాయకారిగా ఉంటాయి. కాని రేఖా చిత్రాలలో, వాటి రంగు ఆకారాల కారణంగా చదువరుల దృష్టిని బాగా ఆకర్షిస్తాయి. కనుక అవి ప్రకటనలకు, ప్రచారానికి బాగా తగిఉన్నవి.

iii) కాలశ్రేణులు, పౌనఃపున్యాలకు సంబంధించిన దత్తాంశ సమర్పణకు రేఖా చిత్రాలు ఉపయోగిస్తారు. ప్రత్యేకీకరణలో ఉన్న, భౌగోళిక సంబంధమైన దత్తాంశ సమర్పణకు చిత్రపటాలను ఉపయోగించవచ్చు.

iv) చిత్రపటాలకంటె, రేఖా చిత్రాల నిర్మాణం చాలా సులభం.

BRAOU

అవగాహన ప్రశ్న-1

దత్తాంశాన్ని చిత్రపటాత్మకంగా, రేఖాచిత్రాత్మకంగా సమర్పణ చేయడంలో ఉన్న వ్యత్యాసాలేవి?

10.3 రేఖా చిత్రీకరణ ప్రయోజనాలు

దత్తాంశ రేఖా చిత్రీకరణ ముఖ్య ప్రయోజనాలను కింది విధంగా తెలుసుకోవచ్చు.

i) గ్రాఫ్‌కాగితం మీద ఒక చార్టును, లేదా వక్రరేఖను గీయటంవల్ల రేఖా చిత్రీకరణం క్లిష్టమైన అసంఖ్యాకమైన దత్తాంశాన్ని మనం సులభంగా అర్థం చేసుకోవడాన్కి వీలు కల్పిస్తుంది. ఈ రకమైన

సమర్పణ దత్తాంశం విభాజనం, చలరాశుల ప్రవృత్తిని సులభంగా అర్థం చేసుకోవడానికి దోహదం చేస్తుంది.

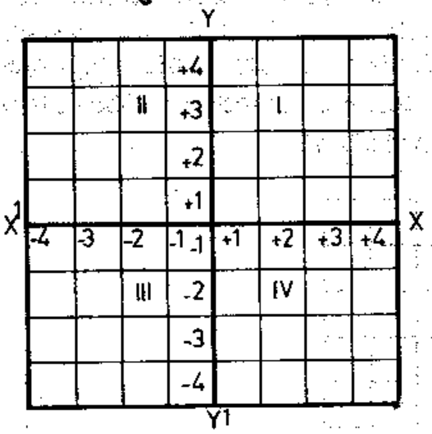
ii) గ్రాఫ్‌లు చాలా సులభతరంగా ఉంటాయి గనుక వాటి నిర్మాణానికి తక్కువ సమయం, శ్రమ మాత్రమే అవసరం. రేఖాచిత్రాన్ని గీయడాన్కి గణితీయ పరిజ్ఞానం ఉండవలసిన అవసరంలేదు.ఒక సాదారణవ్యక్తి సైతం చలరాశికి సంబంధించిన రేఖా చిత్రాన్ని గీయవచ్చు, దత్తాంశ వైఖరిని పరిశీలనచేసి నిర్ణయాలు తీసుకోవచ్చు.

iii) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులను వక్రరేఖ రూపంలో గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపి వాటిని సరిపోల్చవచ్చు. ఈవక్రరేఖలను పరిశీలించి, ముఖ్యమైన మార్పులను గుర్తించి, ఆ మార్పులకు కారణాలను తెలుసుకోవచ్చు.

iv) అంతర్నివేశనం, బహిర్నివేశనం వంటి ప్రక్రియలను ఉపయోగించి, గ్రాఫ్ కాగితం మీద గీసిన వక్రరేఖలను, లభ్యంకాని విలువలను, భవిష్యత్ విలువలను, అంచనావేసి తెలుసుకోవచ్చు. ఇంతేగాకుండా, మధ్యగతం, బాహుళకం, చతుర్థాంశాలు, దశాంశాల వంటి విలువలను తెలుసుకొనడానికి రేఖా చిత్రాలను ఉపయోగించవచ్చు.

10.4 రేఖాచిత్రాల నిర్మాణ పద్ధతులు

సాధారణంగా, రేఖాచిత్రాలను గ్రాఫ్ కాగితం అనబడే ప్రత్యేక కాగితం మీద గీస్తారు. గ్రాఫ్ కాగితం పొడవు, వెడల్పులంతట అడ్డగీతల, నిలువుగీతల అల్లిక వుంటుంది. గ్రాఫ్ కాగితం లావుగీతలు, సెంటీమీటరుని కొలువగా, దాని సన్నగీతలు, సెం.మీలోని భాగాలకు కొలమానంగా ఉంటాయి. గ్రాఫ్ కాగితం మీద రెండు సాధారణ సరళరేఖలు లంబకోణంలో ఒకదాని నొకటి ఖండించేటట్లు గీసినచో, దాన్ని నాలుగు భాగాలుగా విభజించవచ్చు, పటం: (10.1) ఈ సరళరేఖలు ఖండించే బిందువును "మూలబిందువు" అంటారు. గ్రాఫ్ నాలుగు భాగాలను "నాలుగుపాదాలు" అంటారు. X'OX ను 'X' అక్షమని", లేదా 'ప్రథమ నిరూపకం' అని, Y'OY ను 'Y' అక్షం లేదా ద్వితీయ నిరూపకం అని అంటారు. గ్రాఫ్‌లో ధనాత్మక ఋణాత్మక విలువలను చూపవచ్చు. మొదటిపాదంలో 'X' Y రెండు విలువలు ధనాత్మకమైతే రెండవపాదంలో Y విలువ ధనాత్మకం 'X' విలువ ఋణాత్మకాలుగా ఉంటాయి. 3వ పాదంలో 'X' 'Y' రెండు విలువలు ఋణాత్మకమై, 4వపాదంలో X ధనాత్మకం, Y ఋణాత్మకం అవుతాయి.



పాదము-I
X-ధనాత్మక
Y-ధనాత్మక
పాదము-II
X-ఋణాత్మక
Y-ధనాత్మక
పాదము-III
X-ఋణాత్మక
Y-ఋణాత్మక
పాదము-IV
X-ధనాత్మక
Y-ఋణాత్మక

పటం: 10.1 రేఖాచిత్ర భాగాలు

B.R.A.O.U

10.5 రేఖాచిత్రాల నిర్మాణపు సాధారణ నియమాలు

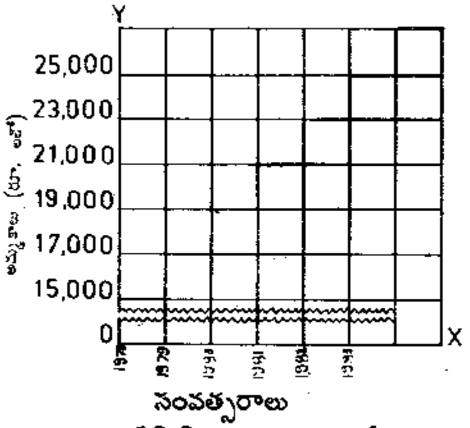
గణాంక దత్తాంశాన్ని గ్రాఫ్‌పేపరు మీద చూపడానికి కింది నియమాలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి.

i) **శీర్షిక:** ప్రతి రేఖా చిత్రానికి స్పష్టమైన, సమగ్రమైన శీర్షికను ఇవ్వాలి. రేఖాచిత్రంలో ప్రతిబింబించిన దత్తాంశవివరాలను, విషయాన్ని శీర్షిక స్పష్టంగా సూచించాలి.

ii **నిర్మాణాత్మక స్వరూపం:** రేఖాచిత్రాన్ని నిర్మించేపుడు రేఖాచిత్రం ఆకర్షణీయంగా ఉండేట్లు అక్షాలను ఎంపికచేయాలి. అస్వతంత్ర చలరాశి ఎప్పుడూ దానికి సంబంధించిన స్వతంత్ర చలరాశిని అనుసరించి వుండాలి. సాధారణంగా స్వతంత్ర చలరాశిని 'X' అక్షంపైన, అస్వతంత్ర చలరాశిని 'Y' అక్షంపైన గుర్తిస్తాం. ఉదాహరణకు, గ్రాఫ్ కాగితం మీద మనం వర్షపాతమును', 'దిగుబడిని' గుర్తించాలన్నప్పుడు వర్షపాతాన్ని స్వతంత్ర చలరాశిగా 'X' అక్షంపై చూపాలి, దిగుబడి అస్వతంత్ర చలరాశి గనుక 'Y' అక్షంపై చూపాలి.

iii) **స్కేలు:** గ్రాఫ్‌కాగితం మీదగల విస్తీర్ణములో ఇవ్వబడిన విలువలన్నీ సర్దుబాటు అయ్యేట్లు, రేఖాచిత్ర పటం స్కేలును ఎంపిక చేయాలి. ఈ సందర్భంలో 'A.L. బౌలీ' చెప్పిన మాటలను గమనించడం సమంజసం. వారి ప్రకారం "విలువలను గుర్తించడాన్కి సరియైన స్కేలు ఎంపికకు నియమాలను స్పష్టంగా ఇవ్వడం కష్టమైన విషయం. క్షితిజ, ఊర్ధ్వ రేఖలకు సంబంధించిన స్కేళ్ళమధ్య నిష్పత్తిని మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకోవలసిన అవసరమున్నది. అంకెలు లేదా విలువలు ఒక మారు చూడగానే కనబడేట్లు తగినంత చిన్నవిగా ఉండాలి. అంకె క్లిష్టంగా ఉండి చాలా సంవత్సరాలు గల శ్రేణిగా ఉన్నప్పుడు ఖచ్చితత్వం ఉండటానికి లేదు గనుక ఈ నియమాన్ని అనుసరించలేకపోవచ్చు".

iv) **మిథ్య ఆధారరేఖ:** రేఖా చిత్రాలు గీయడంలో ప్రాథమిక సూత్రమేమంటే, Y అక్షంపైన స్కేలు 'O' తో మొదలు పెట్టాలి. చలరాశిలో మార్పులు అధికంగా ఉండి, ప్రారంభపు విలువలు 'O'కు దూరంగా ఉన్నప్పుడు ఇచ్చిన చలరాశిని గ్రాఫ్ కాగితం మీద సమర్థవంతంగా మనం చూపించలేం. Y అక్షంపైన స్కేలును ఎక్కువగా చేసి చలరాశిలోని మార్పులను బోధపడేటట్టు చూపడానికి 'మిథ్య ఆధారరేఖ'ను ఉపయోగిస్తారు. (పటం: 10.2) మిథ్య ఆధార రేఖను ఉపయోగించేపుడు ఊర్ధ్వరేఖ స్కేలును రెండు భాగాలుగా విడగొట్టి అస్వతంత్ర చలరాశిలో 'O' నుండి అత్యల్ప విలువ మధ్యగల విలువలను ఒదిలివేస్తారు. ఇందుకుగాను ఈ విషయాన్ని సూచించటానికి ఆధారరేఖ అంటే X అక్షం మీద ఈ క్రింద గ్రాఫ్ కాగితంలో చూపిన విధంగా రెండు రంపపు పండ్లను పోలిన గీతలను X అక్షానికి సమాంతరంగా గీయాలి. ఉదాహరణకు, 5 సంవత్సరాల కాలానికి అమ్మకాలకు సంబంధించిన వివరాలను గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపాలి అనుకోండి ఇచ్చిన విలువలు వరుసగా రూ. 15,000, రూ. 17,000, రూ. 20,000, రూ. 23,000, రూ. 25,000. ఈ విలువలను గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపాలంటే మిథ్య ఆధారరేఖను ఉపయోగించాలి. దీనిని ఉపయోగిస్తున్నప్పుడు ఊర్ధ్వస్కేలు మీద 'O' నుండి రూ. 15,000 ల వరకు విలువలను చూపకుండా వదిలివేయాలి. కింద ఇచ్చిన గ్రాఫ్‌లో ఈ విధంగా మిథ్య ఆధార రేఖను చూపడమైనది.



పటం: 10.2 మిథ్య ఆధారరేఖ

BRAOU

మిథ్య ఆధార రేఖ ఉద్దేశాలు

కింది వాటిని మిథ్య ఆధారరేఖ ఉద్దేశ్యాలు అని చెప్పవచ్చు:

i) కాలశ్రేణుల దత్తాంశంలో గల అత్యల్ప మార్పులను వివరంగా చూపడానికి మిథ్య ఆధారరేఖ ప్రక్రియను విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తారు.

ii) గ్రాఫ్ కాగితంలో గల చోటును సమర్థవంతంగా ఉపయోగించవచ్చు.

iii) మిథ్య ఆధారరేఖను ఉపయోగించి తయారు చేసిన రేఖా చిత్రం దృష్టినాకర్షించి చూడగానే దత్తాంశ సారాంశాన్ని చక్కగా తెలియజేస్తుంది.

v) **రేఖల డిజైన్లు:** ఒకే గ్రాఫ్ పేపరుమీద ఒకటి కంటె ఎక్కువ చలరాశులను గీసినపుడు వాటిమధ్య తులనాత్మక అధ్యయనం చేయటానికి చుక్కల రేఖలు, చీల్చిన గీతలు డాష్-డాట్ లైన్లు, పల్చని, దళసరి రేఖలు మొదలైన వాటిని వాడుతారు. ఈ రేఖలు ఏమి సూచిస్తాయో గుర్తించడానికి ఒక సూచికను గూడా తయారు చేస్తారు.

vi) **విష్పత్తి లేదా సంవర్గమాన స్కేలు:** చలరాశులలోని సాపేక్ష మార్పుల పరిమాణాన్ని పరిశీలించడానికి పరమమైన మార్పులను తెలిపే సాధారణ స్కేలు (Natural Scale) ఉపయోగించం. అటువంటి సందర్భాలలో సాపేక్షమైన విలువలను అంటే శాతాలు, నిష్పత్తులు, సంవర్గమాన విలువలు మున్నగువాటిని తులనాత్మక పరిశీలన చేయడానికి సక్రమమైన విపులీకరణకు ఉపయోగిస్తారు. నిష్పత్తి స్కేలును Y అక్షం అంటే ఊర్ధ్వ అక్షం మీద చూపుతారు.

vii) **సూచిక, దత్తాంశ మూలం:** ప్రతి రేఖా చిత్రంలో X, Y అక్షాల స్కేలు చూపడానికి ఉపయోగించిన వివిధ రేఖల అర్థం వివరించడానికి ఒక సూచికను ఇస్తారు. దత్తాంశమూలం అంటే ఎక్కడనుండి దత్తాంశాన్ని సేకరించడమైనదో రేఖా చిత్రం అడుగు భాగంలో తెలియజేస్తారు.

10.6 రేఖా చిత్రాలలో రకాలు

వివిధ తరగతుల ఆర్థిక, వ్యాపార చలరాశులను చూపడానికి వివిధ రకాలయిన రేఖా చిత్రాలను వాడుతారు. సాధారణంగా రేఖాచిత్రాలను రెండు ముఖ్య తరగతులుగా విభజించవచ్చు. అవి కాలశ్రేణుల రేఖా చిత్రాలు లేదా కాలిక చిత్రాలు, పౌనఃపున్య విభాజన రేఖా చిత్రాలు.

10.6.1 కాలశ్రేణుల రేఖా చిత్రాలు లేదా కాలిక రేఖా చిత్రాలు

ఒక చలరాశిలోని విలువలు వివిధ కాలాల్లో పరీక్షించి రాస్తే కాలశ్రేణులు తయారవుతాయి. ఈ కాలశ్రేణులు కాలానికి సంబంధించిన యూనిట్లకు అంటే సంవత్సరాలకు, నెలలకు, వారాలకు ఉంటాయి. అమ్మకాలు, ఉత్పత్తి, ఉద్యోగిత, బాంకు డిపాజిట్ల వంటి విలువలను కాలక్రమానుసారంగా ఏర్పాటుచేసిన వాటిని 'ఆర్థిక కాలశ్రేణులు' అంటారు. కాలశ్రేణుల దత్తాంశాన్ని కాల శ్రేణుల రేఖాచిత్రం ద్వారా చూపవచ్చు. దీనినే 'కాలిక చిత్రం' అంటారు. ఈ రేఖాచిత్రాన్ని గీయటానికి స్వతంత్ర చలరాశి అయిన కాలాన్ని X అక్షం మీద తీసుకుని, అస్వతంత్ర చలరాశిని Y అక్షం మీద తీసుకోవాలి. కాలశ్రేణుల దత్తాంశాన్ని గుర్తించడానికి వివిధ రకాల చార్టులను వాడతారు. కాలశ్రేణుల

దత్తాంశానికి సంబంధించి ఈ కింది ముఖ్య రేఖా చిత్రాలను ఇవ్వడమైనది. అవేమంటే.

a) ఏక చలరాశి రేఖా చిత్రం లేదా క్షితిజరేఖా చిత్రం.

b) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులను చూపే రేఖాచిత్రాలు.

c) వివిధ యూనిట్లలో రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులున్నప్పుడు చూపే రేఖా చిత్రాలు.

రెండు స్కేళ్ళుగల రేఖా చిత్రాలు.

d) వ్యాప్తి రేఖా చిత్రం.

e) బాండ్ రేఖా చిత్రం.

f) అర్థసంవర్గమాన రేఖా చిత్రం లేదా నిష్పత్తి చార్టులు.

a) ఏకచలరాశి రేఖాచిత్రం లేదా క్షితిజ రేఖా చిత్రం

ఏక చలరాశిని రేఖాచిత్ర పూర్వకంగా గుర్తించడానికి 'క్షితిజరేఖా చిత్రం' ఉపయోగిస్తారు. ఈ రేఖా చిత్రంలో X అక్షంమీద కాలం యూనిట్లను చూపి, అమ్మకాలు, ఉత్పత్తి, వినియోగంవంటి అస్వతంత్ర చలరాశులను Y అక్షం మీద చూపుతారు. (పటం : 10.3) కాలపు యూనిట్లకు అనుగుణంగా చలరాశి విలువలను గ్రాఫ్ కాగితంమీద గుర్తిస్తారు. ఈ గుర్తించబడిన బిందువుల నన్నింటిని సరళ రేఖద్వారా కలిపినట్లయితే మనకు క్షితిజ వక్రరేఖ వస్తుంది.

B R A O U

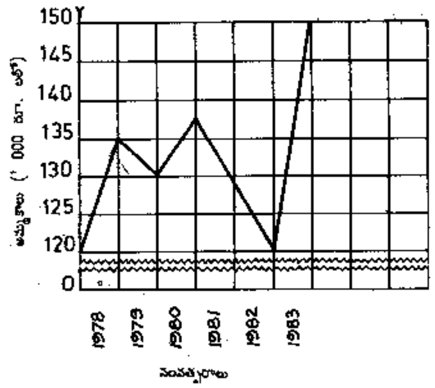
ఉదాహరణ-I:

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి రేఖా చిత్రాన్ని గీయండి

సంవత్సరం:	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
అమ్మకాలు : (' 000 రూ.లలో)	120	135	130	138	128	120	150

జవాబు:

X అక్షం మీద స్కేలును ఒక సెం.మీ=ఒక సంవత్సరం, Y అక్షం మీద ఒక సెం.మీ = రూ.5,000 లుగా తీసుకుని ఈ కింద ఇచ్చిన గ్రాఫ్‌ను గీయడమైనది.



పటం: 10.3 ఏక చలరాశి చిత్రం ద్వారా వివిధ సంవత్సరాల అమ్మకాలు చూపడం.

b) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులను చూపే రేఖా చిత్రాలు

ఒక గ్రాఫ్ కాగితం మీద కాలశ్రేణుల దత్తాంశానికి సంబంధించి రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులను చూపేటపుడు, దానిని 'రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులను చూపే రేఖా చిత్రం అంటారు. ఒకే గ్రాఫ్‌కాగితం మీద వివిధ చలరాశులను సరిపోల్చడానికి ఈ రేఖా చిత్రం వీలుకల్పిస్తుంది. ఈ రేఖా చిత్రాన్ని గీయటానికి చలరాశులను ఒకే యూనిట్లలో కొలవాలి. అంతేగాకుండా, అవి ఒకే కాలానికి సంబంధించినవై ఉండాలి. X, Y రెండు అక్షాలమీద అన్ని చలరాశులకు స్కేలు ఒకటే అయిఉండాలి. ఒక చలరాశి, వేరొక చలరాశి మధ్యగల తేడాను చూపడానికి వివిధరకాల రేఖలను ఉపయోగించవచ్చు. చలరాశుల సంఖ్యను 5 లేదా 6 కు పరిమితం చేయడం మంచిది. ఆరు కంటె ఎక్కువ చలరాశులకు సంబంధించి ఒకే గ్రాఫ్ మీద రేఖలను గీసినట్లయితే అవి పరస్పరం ఖండించుకుంటాయి గనుక మనం అర్థం చేసుకోవడం కష్టం.

ఉదాహరణ-II:

భారతదేశంలో పారిశ్రామిక ఉత్పత్తికి సంబంధించిన సూచీ సంఖ్యల దత్తాంశాన్ని కింద ఉదహరించాం. గ్రాఫ్ కాగితంమీద దానిని చూపండి.

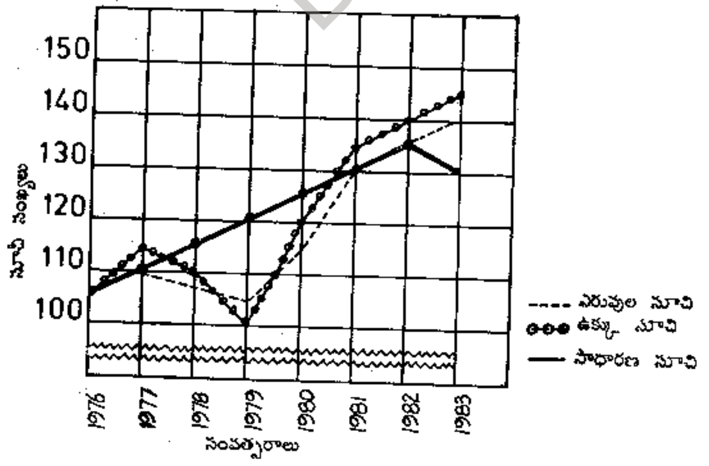
భారతదేశంలో పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి సూచీ సంఖ్యలు

ఆధారము 1975=100

సంవత్సరం అంశాలు:	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
ఎరువులు	105	110	108	105	115	130	135	140
ఉక్కు	104	115	110	100	120	135	140	145
సాధారణ సూచీ	105	110	115	120	125	130	135	130

జవాబు:

X అక్షం మీద స్కేలు ఒక సెం.మీ. = ఒక సంవత్సరం. Y అక్షంమీద ఒక సెం.మీ. = 10 సూచీ సంఖ్యలుగా తీసుకోవడమైనది. పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి సూచీ సంఖ్యల గ్రాఫ్‌ను పటం 10.4 లో చూపడమైనది.



పటం: 10.4 పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి సూచి సంఖ్యలను చూపడం.

c) రెండు స్కేళ్ళుగల రేఖాచిత్రాలు

ఈ రేఖాచిత్రాన్ని రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశులు వివిధ ప్రమాణాల్లో ఉండి, ఒకే కాలానికి సంబంధించినపుడు ఉపయోగిస్తారు. ఈ గ్రాఫ్‌ని రెండు స్కేళ్ళ గ్రాఫ్ అని కూడా అంటారు. ఎందువలన అంటే గ్రాఫ్ కుడివైపు ఒక ఊర్ధ్వస్కేలును, వేరొక ఊర్ధ్వస్కేలును గ్రాఫ్ ఎడమచేతివైపు తీసుకుంటూ రెండు ఊర్ధ్వస్కేళ్ళను ఉపయోగిస్తారు. రెండు చలరాశులకు సంబంధించిన వక్రరేఖలు దగ్గరగా ఉండేట్లు స్కేళ్ళను ఎంపిక చేయాలి. ప్రతి చలరాశి స్కేలును వాటి సగటు విలువ అనుపాతంలో తీసుకున్నట్లయితే, ఈ రెండు వక్రరేఖలు దగ్గరలో ఉంటాయి.

ఉదాహరణ-III:

కింది దత్తాంశాన్ని రేఖాచిత్రంలో చూపండి.

సంవత్సరం	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
దిగుమతులు: (టన్నులు లక్షలలో)	350	375	400	450	500	300	400	500
దిగుమతులు: ('000 రూ. లలో)	200	235	350	400	380	400	430	425

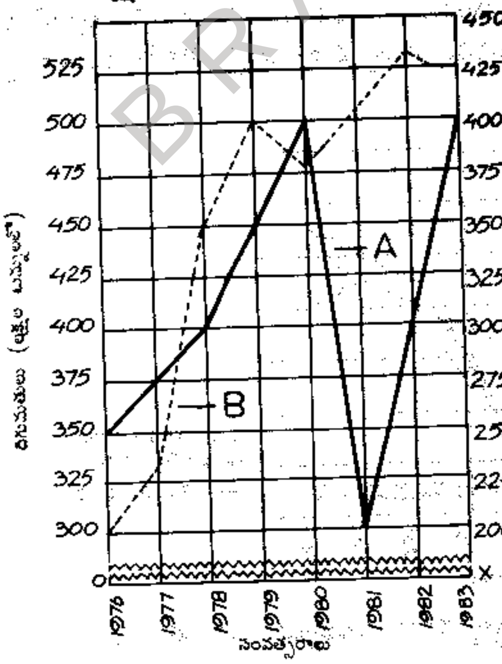
జవాబు:

కాల చలరాశి (సంవత్సరం)ని X అక్షంమీద ఒక సెం.మీ = ఒక సంవత్సరం స్కేలులో, దిగుమతి చలరాశులను (పరిమాణం, విలువ) Y అక్షం మీద స్కేలు (పటం : 10.5):

1 సెం. మీ = 25 లక్షల టన్నులు

1 సెం. మీ = 25 లక్షల రూపాయలుగా తీసుకోవడమైనది.

B R A O U



పటం: 10.5 దిగుమతులు (పరిమాణం, విలువ) రెండు స్కేళ్ళుగల రేఖాచిత్రం ద్వారా చూపడం.

d) వ్యాప్తి రేఖా చిత్రం: ఒక చలరాశిలోని అత్యధిక విలువ అత్యల్ప విలువ మధ్యగల తేడానే "వ్యాప్తి" అని అంటాం. వ్యాప్తి రేఖా చిత్రాలను రెండు అతి విలువలు (Extreme Values) మధ్యగల తేడాను చూపడానికి ఉపయోగిస్తారు. వివిధ రోజుల్లో ఉష్ణోగ్రత, వివిధ కాలాల్లో వస్తువుల ధరలు, వివిధ కాలాల్లో కంపెనీ వాటా ధరలకు సంబంధించిన చలరాశులలో విచరణాన్ని చూపుటకు వ్యాప్తి రేఖా చిత్రాన్ని వాడతారు.

విధానం: వ్యాప్తి రేఖా చిత్రాన్ని గీయడానికి ఈ కింది విధానాన్ని అవలంబిస్తారు.

i) X అక్షంమీద సంవత్సరాలను, Y అక్షం మీద చలరాశిని తీసుకోవాలి.

ii) ఇచ్చిన దత్తాంశ సహాయంతో రెండు వక్రరేఖలను గ్రాఫ్ పేపరు మీద ఈ విధంగా గీయాలి. చలరాశిలోని అత్యల్ప విలువలకు ఒక వక్రరేఖను అత్యధిక విలువలకు వేరొక వక్రరేఖను గీయాలి. ఈ రెండు వక్రరేఖల మధ్యనున్న స్థలాన్నే "వ్యాప్తి" అంటారు. ఈ వ్యాప్తి స్థలాన్ని ఏదైనా స్పష్టమైన రంగుతో దట్టమైన ఛాయగా చూపిస్తారు.

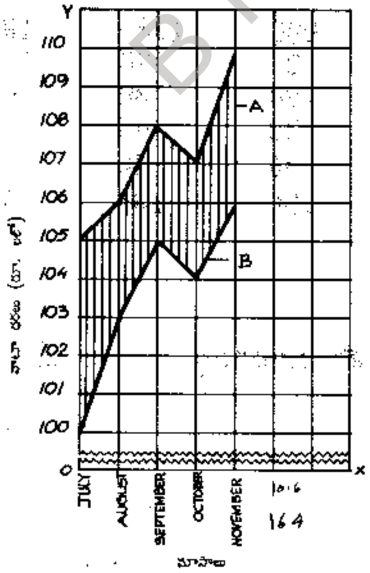
ఉదాహరణ-IV:

ఐదు నెలలకు ఒక కంపెనీ వాటా ధరలకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని కింద ఇవ్వడమైనది. వ్యాప్తి రేఖా చిత్రాన్ని ఉపయోగిస్తూ ఈ దత్తాంశాన్ని చూపండి.

నెలలు వాటా ధరలు (రూ.లలో)	జూలై	ఆగస్టు	సెప్టెంబర్	అక్టోబర్	నవంబర్
అధికం:	105	106	108	107	110
అల్పం:	100	103	105	104	106

జవాబు:

X అక్షంమీద నెలలను ఒక సెం. మీ. = ఒకనెలగానూ, Y అక్షంమీద అధిక, అల్పాలైన వాటా ధరలను ఒక సెం. మీ. = ఒక రూపాయిగా తీసుకుని గ్రాఫ్ గీయడమైనది.



పటం: 10.6 వాటా ధరలను చూపు వ్యాప్తి చిత్రం

e) బాండ్ రేఖాచిత్రం: వ్యక్తిగత అంశాలకు మొత్తం విలువలో ఎంత అనుపాతమున్నదీ బాండ్ రేఖాచిత్రం ద్వారా గుర్తించవచ్చు. దత్తాంశపు విలువను 100 మొత్తానికి సమానం చేసినపుడు కూడా ఈ చిత్రం వాడతారు. ఇందులో ఎన్ని అంశాలుంటే అన్ని బాండ్‌లు ఉంటాయి. బాండ్‌ల మధ్యగల ఖాళీస్థలాన్ని రంగులతోగాని, ఛాయలతోగాని, అడ్డగీతలు-నిలువుగీతలతోగాని నింపుతారు. ముడిసరుకు వ్యయం, వేతనాల వ్యయం, నిర్వాహణ-అమ్మకపు ఖర్చులు, ఇతర వ్యయాంశాలతో మొత్తం వ్యయాన్ని చూపవలసి నపుడు; మొత్తం అమ్మకాలు, ఉత్పత్తి, వినియోగం, ఎగుమతులు లేదా దిగుమతులు వివిధ రాష్ట్రాలకు సంబంధించి చూపవలసినపుడు బాండ్ రేఖాచిత్రాలను ఉపయోగిస్తారు.

విధానం:

బాండ్ రేఖాచిత్రాన్ని చూపడానికి కింది విధానాన్ని అనుసరించాలి.

i) X అక్షంమీద సంవత్సరాలను, Y అక్షంమీద చలరాశులను చూపాలి.

ii) ఇచ్చిన దత్తాంశం మొదటి భాగం లేదా అంశానికి వక్రరేఖలను గీయాలి.

iii) మొదటి రెండు అంశాలకు సంచిత మొత్తాలను గణనచేసి, మొదటి వక్రరేఖమీద రెండవ అంశాన్ని మరొక వక్రరేఖను గీయాలి.

iv) మొదటి మూడు అంశాల సంచిత పౌనః పున్యాల ఆధారంగా మూడవ అంశానికి, రెండవ వక్రరేఖ మీద మరొక వక్రరేఖను గీయాలి. అన్ని అంశాలకు వక్రరేఖలు గీసేంతవరకూ ఈ పద్ధతిని కొనసాగించాలి.

v) వివిధ వక్రరేఖల మధ్య స్థలాన్ని వివిధరేఖలు, లేదా రంగులతో సూచించాలి.

B R A O U

ఉదాహరణ-V:

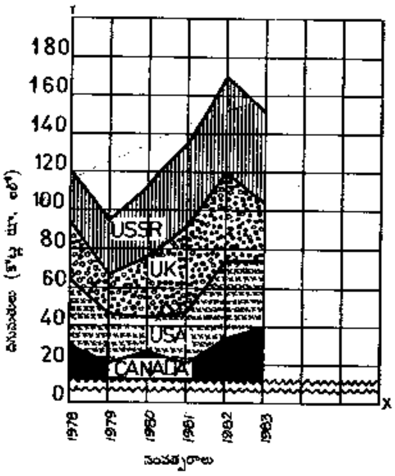
వివిధ దేశాలనుండి భారతదేశానికి వచ్చిన దిగుమతులకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని కింది పట్టికలో ఇవ్వడమైనది. బాండ్ రేఖా చిత్రాన్ని ఉపయోగిస్తూ, ఈ దత్తాంశాన్ని చూపండి.

దిగుమతులు (కోట్ల రూ.లలో)

దేశం	1978	1979	1980	1981	1982	1983
కెనడా	30	20	25	20	35	40
అమెరికా	35	25	20	30	40	35
బ్రిటన్	30	20	30	40	45	30
రష్యా	25	30	35	45	50	45
మొత్తం	120	95	100	135	170	150

జవాబు:

బాండ్ రేఖాచిత్రాన్ని పటం 10.7 లో చూడవచ్చు.



పటం: 10.7 భారతదేశపు దిగుమతులు బాండ్ రేఖాచిత్రం ద్వారా చూపడం

X అక్షం మీద స్కేలు ఒక సెం.మీ. = 1 సంవత్సరం, Y అక్షంమీద స్కేలు 1 సెం.మీ. = రూ. 5 కోట్లుగా తీసికొని భారతదేశపు దిగుమతులు చూపడమైనది.

f) అర్థ సంవర్గమాన చిత్రాలు లేదా నిష్పత్తి చార్టులు

ఇప్పటివరకు మనం తెలుసుకున్న రేఖా చిత్రాలు సాధారణ స్కేలు, లేదా అంకగణిత స్కేలుపై గీయడమైనది. ఈ రేఖా చిత్రాలు ఒక చలరాశిలోని పరమమైన మార్పులను చెపుతాయి. కాని విలువలను సరిపోల్చటానికి ఈ పరమమైన మార్పులు ఉపయోగపడవు. ఈ లోపాన్ని అధిగమించడానికి విలువల సాపేక్షమైన మార్పులు తెలుసుకోవడానికి నిష్పత్తి స్కేలును ఉపయోగిస్తారు. వివిధ చలరాశులలో మార్పురేటులను ఒకే గ్రాఫ్‌మీద సరిపోల్చడానికి ఈ నిష్పత్తి స్కేలు వీలు కల్పిస్తుంది. అంతేగాకుండా చలరాశులలో పెరుగుదలలో నిశ్చితరేటు లేదా తరుగుదలలో నిశ్చితరేటులను తెలుసుకోవడాన్కి సహాయపడుతుంది.

సాధారణస్కేలు, నిష్పత్తి స్కేలు కింద ఇవ్వడమైనది.

సాధారణ స్కేలు	నిష్పత్తి స్కేలు		
-6	-64	640	6400
-5	-32	320	3200
-4	-16	160	1600
-3	-8	80	800
-2	-4	40	400
-1	-2	20	200
-0	-1	10	100

వివిధ చలరాశులను సాపేక్షికంగా పరిశీలించడానికి నిష్పత్తిస్కేలు ఒక ముఖ్యమైన ప్రక్రియ అయినప్పటికీ, కింద ఇవ్వబడిన కారణాలవల్ల వాటిని తరచుగా ఉపయోగించడానికి వీలుపడడం లేదు.

i) వాటిని అర్థం చేసుకోవడం కష్టం.

ii) 'O' లేదా ఋణాత్మక విలువలను నిష్పత్తి స్కేలులో చూపలేం.

iii) నిష్పత్తి చార్టుల వివరీకరణకు వక్రరేఖలలో ప్రత్యేక పరిజ్ఞానం అవసరం.

అర్థసంవర్గమాన రేఖా చిత్రాన్ని నిర్మించే పద్ధతి:

కింద ఇచ్చిన రెండు పద్ధతులలో ఏ ఒక్కదానినయినను ఉపయోగించి, అర్థసంవర్గ మానరేఖా చిత్రాన్ని నిర్మించవచ్చు.

a) ఇచ్చిన విలువల సంవర్గమానాలను సాధారణ స్కేలు మీద గుర్తించడం.

b) ఇచ్చిన విలువలను అర్థసంవర్గమానపు గ్రాఫ్ కాగితం మీద గుర్తించడం.

a) ఇవ్వబడిన విలువల సంవర్గమానాలను సాధారణ స్కేలుమీద గుర్తించడం.

పద్ధతి

i) చలరాశి వివిధ విలువల సంవర్గమానాలను, సంవర్గమాన పట్టికల సహాయంతో తెలుసుకోవాలి.

ii) సాధారణ స్కేలు, గ్రాఫ్ Y అక్షం మీద సంవర్గమాన విలువను తీసుకోవాలి.

iii) గ్రాఫ్ కాగితం మీద కాలం దాని అనుగుణమైన సంవర్గమాన విలువలకు వివిధ బిందువులను గుర్తించాలి.

iv) గుర్తించిన బిందువులను ఒక సరళ రేఖతో కలపాలి. అట్లా వచ్చిన వక్రరేఖనే నిష్పత్తి వక్రరేఖ అంటారు.

ఉదాహరణ-VI:

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక కంపెనీ నికర ఆస్తులకు సంబంధించినది. ఈ దత్తాంశాన్ని అర్థ సంవర్గమాన గ్రాఫ్ ద్వారా చూపండి.

సంవత్సరం :	1978	1979	1980	1981	1982	1983
నికర ఆస్తులు :	100	115	125	135	140	148

జవాబు:

నిష్పత్తి స్కేలు రేఖాచిత్ర నిర్మాణం.

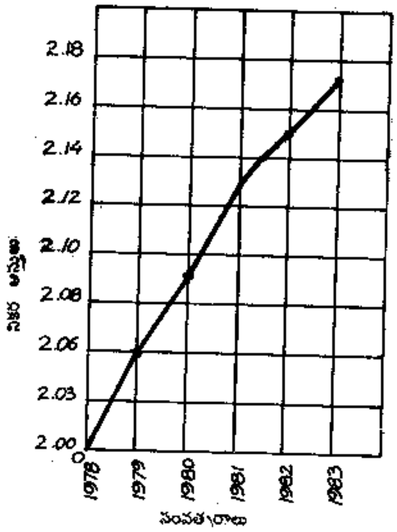
సంవత్సరం	నికర ఆస్తులు (Y)	సంవర్గమానం (Y)
1978	100	2.00
1979	115	2.06
1980	125	2.09
1981	135	2.13
1982	140	2.15
1983	148	2.17

BRAOU

X అక్షంమీద స్కేలు 1 సెం. మీ. = 1 సంవత్సరం.

Y అక్షంమీద స్కేలు 1 సెం. మీ. = 0.03. సంవర్గమానపు విలువలుగా తీసుకొని,

పటం: 10.8 లో ఇచ్చిన నిష్పత్తి స్కేలు గ్రాఫ్‌ను గీయడమైనది.



పటం: 10.8 నికర ఆస్తులను అర్ధసంవర్గమాన రేఖాచిత్రం ద్వారా చూపడం.

b) ఇచ్చిన విలువలను అర్ధసంవర్గమానవు రేఖాచిత్రంపై గుర్తించడం.

మొదటి పద్ధతి కంటే అర్ధసంవర్గమాన పద్ధతి ప్రకారం రేఖాచిత్రాన్ని గీయడం సులభంగా ఉంటుంది. ఈ పద్ధతి ప్రకారం ఇచ్చిన చలరాశుల విలువలకు సంవర్గమాన విలువలను కనుగోవలసిన అవసరం లేదు. కాని అర్ధసంవర్గమాన పత్రంపైగల బిందువులను ఒక సరళరేఖ ద్వారా కలపడం వల్ల ఏర్పడే రేఖ అర్ధసంవర్గమానరేఖ ఔతుంది.

B R A O U

సంవర్గమాన రేఖల వివరణ

తప్పుడు నిర్ణయాలను తీసుకోకుండా ఉండడానికి సంవర్గమాన రేఖలను చాలా జాగ్రత్తగా శ్రద్ధతో వివరించాలి. వాటిని వివరించేటపుడు ఈ కింది అంశాలను గుర్తుంచుకోవాలి.

i) గీసిన రేఖ ఊర్ధ్వముఖంగా పయనించినట్లయితే, అది అభివృద్ధి రేటును లేదా ధనాత్మక పెరుగుదలను సూచిస్తుంది.

ii) ఒకవేళ గీసినరేఖ అధోముఖంగా పయనిస్తే, అది తగ్గుతున్న వృద్ధిరేటును తెలియజేస్తుంది.

iii) గీయబడినరేఖ నిటారుగా ఆరోహణ పద్ధతిలో ఉన్నట్లయితే, అది శ్రేణుల పెరుగుదలను, ముఖ్యంగా నిశ్చల పెరుగుదల రేటును సూచిస్తుంది.

iv) ఒకానొక సమయంలో రేఖ ఇంతకుముందు కంటే బాగా పెరగడం లేదా పడిపోవడంగాని

జరిగినట్లయితే, మార్పిడిరేటు ఎక్కువ అని అంటాం.

v) అర్థ సంవర్గమానపత్రంపై నున్న రెండు రేఖలు, ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా పయనిస్తే, అది రెండు చలరాశులలోని మార్పు లేదా మార్పు శాతం సమానమని తెలియజేస్తుంది.

vi) అదే నిష్పత్తి చిత్రంపై ఒకరేఖ మరొక రేఖ కంటే నిలువుగా ఉన్నట్లయితే, మొదటిరేఖ, రెండవరేఖ కన్న ఎక్కువవేగంతో పెరుగుతున్నదని అంటాం.

10.6.2. పౌనఃపున్య విభాజన రేఖా చిత్రాలు

పౌనఃపున్య దత్తాంశ లక్షణాలను తెలపడానికి పౌనః పున్య చిత్రాలు ఉద్దేశింపబడ్డాయి. పట్టీకరణ చేసిన దత్తాంశం కంటే పౌనఃపున్య చిత్రాల ద్వారా సమర్పణచేసిన దత్తాంశం, చదువరులకు సులభంగా గుర్తుంటుంది. రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ పౌనఃపున్య విభాజనాలను పోల్చి వ్యత్యాసాలను అధ్యయనం చేయడానికి ఈ చిత్రాలు ఉపయోగపడతాయి. కింద చూపినట్లు పౌనఃపున్య చిత్రాలను నాలుగు తరగతులుగా విభజిస్తాం.

a) సోపానం (Histogram)

b) పౌనఃపున్య బహుభుజి (Frequency Polygon)

c) సమమైన లేదా సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖలు (Smooth Frequency curves)

d) ఓజీవ్ లేదా సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖలు

a) సోపానం : పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని సమర్పణచేసే అన్ని చిత్రాల పద్ధతులలో సోపానాన్ని ఎక్కువగా, సాధారణంగా ఉపయోగించడం ఒక పద్ధతి. సోపానం అనేది గ్రాఫ్ కాగితం మీద ఊర్ధ్వముఖంగా నిర్మించిన కమ్మీల (Bars) సముదాయం. ఈ కమ్మీల వైశాల్యం ఆయా పౌనఃపున్య నిష్పత్తికి సమానం.

BRAOU

సోపానానికి, బార్ చిత్రానికి మధ్య వ్యత్యాసాలు

కింద సోపానానికి, బార్ చిత్రానికి మధ్య వ్యత్యాసాలు ఇచ్చాం

1) సోపానం అనేది ద్విపరిమాణ చిత్రం. సోపానాన్ని గీయటానికి వెడల్పు ఎత్తులను ముఖ్య అంశాలుగా భావిస్తాం. కాని 'బార్' చిత్రాలను గీయటానికి కేవలం ఎత్తును మాత్రమే ముఖ్యాంశంగా భావిస్తాం.

2) సోపానాలను ఒక బార్‌కు మరొక బార్‌కు మధ్య స్థలాన్ని వదలకుండా ప్రక్కప్రక్కనే గీయడం జరుగుతుంది. కాని బార్ చిత్రాలలో ఒక దీర్ఘచతురస్ర బార్‌కు మరొక దీర్ఘ చతురస్ర బార్‌కు మధ్య సమానమైన ఖాళీని వదలడం జరుగుతుంది.

3) సోపానం వెడల్పు తరగతుల నిష్పత్తికి సమానంగా ఉంటుంది. కొన్ని సమయాలలో వెడల్పు సోపానానికి సమానం కాకపోవచ్చు. కాని బార్ చిత్రాలలోని దీర్ఘచతురస్రాలు సమానమైన వెడల్పు కలిగిఉంటాయి.

సోపానము నిర్మాణం

సోపాన చిత్రాన్ని నిర్మించటానికి తరగతి అంతరాలు X అక్షం మీద వాటి పౌనఃపున్యాలను Y అక్షం మీద గుర్తించడం జరుగుతుంది. సోపానాన్ని రెండు పద్ధతులుగా నిర్మించవచ్చు. అవి

1) సమాన తరగతి అంతరాలుగల సోపానం.

2) అసమాన తరగతి అంతరాలుగల సోపానం.

1) సమాన తరగతి అంతరాలుగల సోపానం:

ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనంలో తరగతి అంతరాలు సమానంగా ఉన్నట్లయితే, సోపానమునందలి దీర్ఘచతురస్రాల వెడల్పు తరగతి అంతరాలకు, ఎత్తు ఆయా తరగతుల పౌనఃపున్యాలతో సమానంగా ఉంటాయి. ఈ దీర్ఘచతురస్రాలను గ్రాఫ్‌కాగితం మీద ప్రక్క ప్రక్కనే నిర్మిస్తే అది సోపానపటం అవుతుంది.

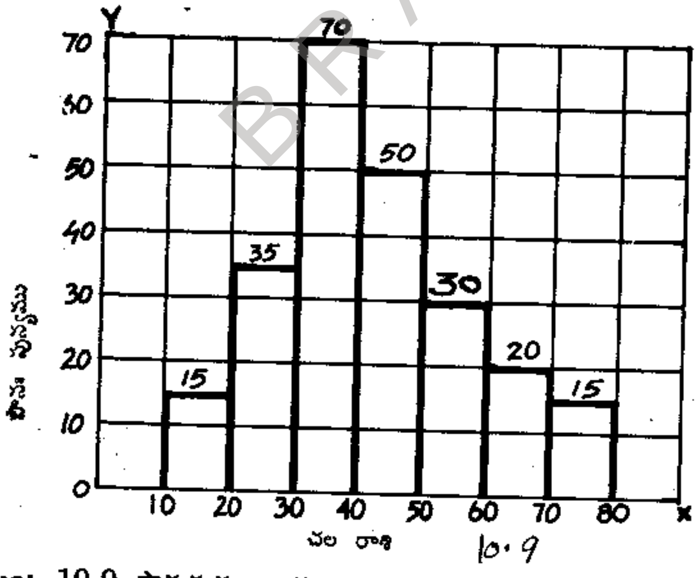
ఉదాహరణ-VII:

కింద చూపబడిన పౌనఃపున్య విభాజనం నుండి సోపానాన్ని గీయుండి:

తరగతి అంతరాలు:	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
పౌనఃపున్యం:	15	35	70	50	30	20	15

జవాబు:

సోపాన నిర్మాణానికై X అక్షంపై ఒక సెం. మీ = పది తరగతి అంతరాలుగా, Y అక్షంపై ఒక సెం. మీ. = పది పౌనఃపున్యాలుగా తీసుకోవడం జరిగింది. దీనిని పటం: 10.9 లో చూడవచ్చు.



పటం: 10.9 పౌనఃపున్యం, చలరాశుల ద్వారా సోపానచిత్రంను చూపడం.

BRAOU

2) అసమాన తరగతి అంతరాలుగల సోపానం:

పౌనఃపున్య విభాజనంలోని తరగతి అంతరాలు అసమానంగా ఉన్నట్లయితే, సోపానాన్ని గీయడానికి తరగతి అంతరాలను సవరించి సమానం చేయవచ్చు. సమానంగాలేని తరగతి అంతరాలతో సోపానాన్ని నిర్మించినట్లయితే అందలి దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలు పౌనఃపున్యాలకు సమానంగా ఉండవు. అవి పెద్ద తరగతి అంతరాలకు అనుచితమైన ప్రాముఖ్యతను ఇచ్చినట్లు కన్పిస్తుంది. అసమానతరగతి అంతరాలను సమానం చేయడానికి సవరణ కారకం ("Correction factor") ను ఉపయోగిస్తాం. ఈ సవరణ కారకం ప్రతి తరగతి పౌనఃపున్య సాంద్రతను అంచనా వేయడానికి ఉపకరిస్తుంది. తరగతి పౌనఃపున్యాన్ని దాని అవధిచేత భాగించగా పౌనఃపున్యసాంద్రత వస్తుంది.

కింద అసమాన తరగతి అంతరాలను సమాన తరగతి అంతరాలుగా మార్చే విధానాన్ని ఉదహరించాం.

1) ఇచ్చిన అన్ని తరగతి అంతరాలలో ఏది తక్కువ తరగతి అంతరమో ఎంపిక చేయండి.

2) ఏదైనా తరగతి అంతరం ఎంపిక చేయబడిన లేదా అవిచ్ఛిన్న తరగతి అంతరానికి రెండు రెట్లు ఉన్నట్లయితే పెద్ద తరగతి అంతరం పౌనఃపున్యాన్ని రెండుచేత భాగించండి. అలా చేయగా వచ్చిన విలువ ఆ తరగతి పౌనఃపున్య సాంద్రత ఔతుంది.

3) ఒకవేళ తరగతి అంతరం చిన్న తరగతి అంతరానికి మూడురెట్లు పెద్దగా ఉన్నట్లయితే దాని పౌనఃపున్యాన్ని మూడుచేత భాగించండి.

$$\text{పౌనఃపున్యసాంద్రత సూత్రం} = \frac{\text{తరగతియొక్క పౌనఃపున్యం}}{\text{తరగతి అంతరం}}$$

ఉదాహరణ-VIII:

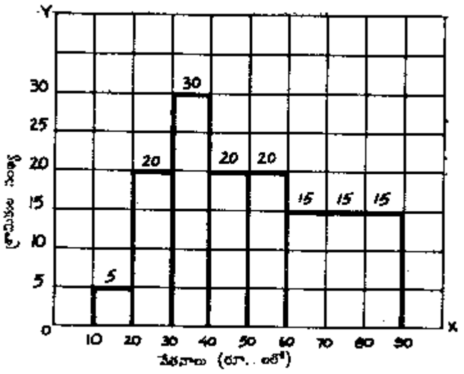
కింది దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి సోపానచిత్రాన్ని గీయండి.

వేతనాలు (రూ.లలో):	10-20	20-30	30-40	40-60	60-90
శ్రామికుల సంఖ్య :	5	20	30	40	45

జవాబు:

సోపాన నిర్మాణం సోపానాన్ని గీయడానికి, X అక్షంపై 1 సెం.మీ = పది తరగతి అంతరాలుగా, Y అక్షంపై 1 సెం.మీ = 5 గురు శ్రామికులుగా తీసుకోవడం జరిగింది.

B R A O U



పటం 10.10 శ్రామికుల సంఖ్య, వారి వేతనాలను సోపాన చిత్రం ద్వారా చూపడం.

b) పౌనఃపున్య బహుభుజి: పౌనఃపున్య బహుభుజి అనేది చిత్రపటం ద్వారా పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని సమర్పణచేసే మరొక పద్ధతి. పౌనఃపున్య బహుభుజి నాలుగుకంటే ఎక్కువ భుజాలు కలిగి ఉండి, ఒకే గ్రాఫ్ కాగితంపై రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ పౌనఃపున్య బహుభుజాలను పోల్చడానికి వీలుంటుంది. పౌనఃపున్య బహుభుజి అనేది సోపానం కంటే మెరుగైన పద్ధతి. ఎందుకంటే అది పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని అవిచ్ఛిన్న వక్రరేఖ ద్వారా పెరుగుదలను లేదా తగ్గుదలను చూపిస్తుంది.

పౌనఃపున్య బహుభుజిని నిర్మించే పద్ధతులు

పౌనఃపున్య బహుభుజాలను సోపానాలనుండిగాని, లేదా మధ్యమ విలువల నుండిగాని నిర్మించవచ్చు.

a) సోపానం నుండి:

సోపానం నుండి పౌనఃపున్య బహుభుజిని నిర్మించడానికి కింది పద్ధతిని అనుసరిస్తాం:

i) పౌనఃపున్య విభాజనానికి సోపానాలు గీయండి.

ii) దీర్ఘచతురస్రాలకు అడ్డంగా పైభాగాన మధ్య బిందువులను గుర్తించండి.

iii) ఒకరేఖ ద్వారా మధ్య బిందువులను కలపండి. అలా కలపగా వచ్చిన రేఖను పౌనఃపున్య బహుభుజి అంటారు. పౌనఃపున్య బహుభుజి వైశాల్యాన్ని అంచనావేయడానికి బహుభుజి అంచులను ఆధారరేఖ ద్వారా కలుపుతాం. ఇక్కడ మనంచేసే ప్రమేయం ఏమిటంటే, రెండు పౌనఃపున్యాల చివరి తరగతులను సున్నాగా భావించడం.

ఉదాహరణ-IX:

కింద భారతదేశంలోని కంపెనీల లాభాలకు సంబంధించిన పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని ఇవ్వటం జరిగింది. ఈ దత్తాంశం నుండి సోపానాన్ని, పౌనఃపున్య బహుభుజిని చూపండి.

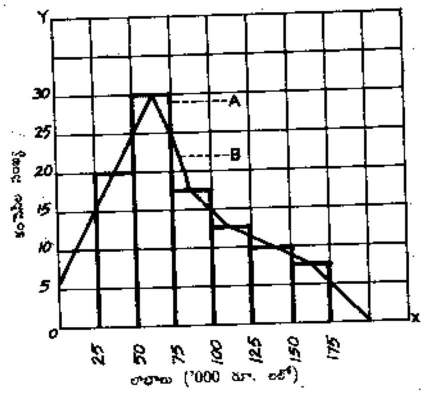
లాభాలు:	0-25	25-50	50-75	75-100	100-125	125-150	150-175
కంపెనీల సంఖ్య:	10	20	30	18	12	10	8

BRAOU

జవాబు:

సోపానం, పౌనఃపున్య బహుభుజి నిర్మాణం:

సోపానాన్ని, పౌనఃపున్య బహుభుజిని నిర్మించడానికి X అక్షంపై 1 సెం. మీ. = రూ.లు 2500లుగాను, (పటం : 10.11) Y అక్షంపై 1 సెం. మీ. = 5 కంపెనీగాను తీసుకోవడం జరిగింది.



లాభాలు (.'000 రూపాయలలో

పటం: 10.11 కంపెనీల సంఖ్య వాటి లాభాల ఆధారంగా సోపాన చిత్రాన్ని పౌనఃపున్య బహుబుజిని చూపడం

b) మధ్యమ బిందువుల నుండి:

మధ్యమ విలువల తరగతుల నుండి పౌనఃపున్య బహుభుజిని నిర్మించటానికి కింది పద్ధతిని అనుసరిస్తాం.

i) అన్ని తరగతులకు మధ్యమ విలువలను కనుగొనండి.

ii) గ్రాఫ్ కాగితంమీద మధ్యమ విలువలను, వాటి పౌనఃపున్యాలను గుర్తించండి.

iii గుర్తించిన బిందువుల నుండి ఒక సరళరేఖను గీయండి. అలా గీయగా వచ్చే వక్రరేఖను పౌనఃపున్య బహుభుజి అంటాం.

ఉదాహరణ-X:

కింది దత్తాంశ సహాయంతో ఒక పౌనఃపున్య బహుభుజిని గీయండి.

వేతనాలు (రూ.లలో):	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140
శ్రామికుల సంఖ్య:	10	15	20	24	12	10

B R A O U

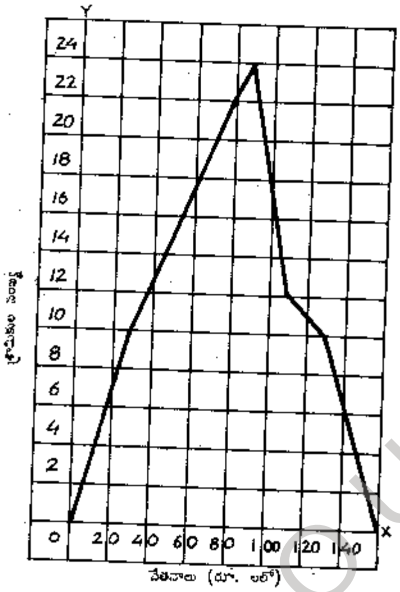
జవాబు:

పౌనఃపున్య బహుభుజి నిర్మాణం.

తరగతి అంతరాల మధ్యమ విలువలు కింది విధంగా ఉంటాయి.

30 50 70 90 40 130

పౌనఃపున్య బహుభుజిని నిర్మించడానికి X అక్షపు స్కేలుపై 1 సెం.మీ = రూ. 20లుగా, Y అక్షపు స్కేలుపై 1 సెం.మీ. = 2 శ్రామికులుగాను తీసుకోవడం జరిగింది. (పటం : 10.12)



పటం : 10.12 శ్రామికుల సంఖ్య, వారి వేతనాల ఆధారంగా
పౌనఃపున్య బహుభుజిని చూపుట

పౌనఃపున్య బహుభుజి, సోపానం మధ్య తేడాలు

పౌనఃపున్య బహుభుజి, సోపానాల మధ్య కింది తేడాలను గుర్తుంచుకోవాలి.

i) పౌనఃపున్య బహుభుజి అనేది ఏక రేఖాచిత్రం, కాని సోపానం అనేది ద్విపరిమాణ చిత్రం.

ii) పౌనఃపున్య బహుభుజిలో రెండుకన్న ఎక్కువ పౌనఃపున్య విభాజనాలను ఒకే గ్రాఫ్ కాగితం మీద గుర్తించి పోల్చటానికి వీలుంటుంది. కాని సోపానంలో ఒక చలరాశిని వేరొక చలరాశితో పోల్చటానికి వీలుండదు.

iii) తరగతులు ఎక్కువగా ఉన్నట్లయితే పౌనఃపున్యాల తీరుతెన్నులను అధ్యయనం చేయడానికి పౌనఃపున్య బహుభుజిని ఉపయోగిస్తాం.

iv) సోపానం వలెగాక, పౌనఃపున్య బహుభుజి అవిచ్ఛిన్న వక్రరేఖ.

BRAOU

c) సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖ

ఈ వక్రరేఖను 'జనాభా నమూనా' అని కూడా అంటారు. ఎందుకంటే, ఈ వక్రరేఖ జనాభా ముఖ్యలక్షణాలను వర్ణించడంవల్ల అని చెప్పవచ్చు. ప్రస్తుతం సరసమైన వక్రరేఖలు ప్రాముఖ్యతను సంతరించుకొంటున్నాయి. ఎందుకంటే, అవి నిజమైన జనాభా పంపిణీ నుండి తీసిన ప్రతిచయనాలు అవటంవల్ల అని చెప్పవచ్చు. సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖను, పౌనఃపున్య బహుభుజిలోని కొనబిందువులను సమంచేసి, చేతితో కలపటం ద్వారానైనా పొందవచ్చు, లేదా ఏదైనా గణితసూత్రం ద్వారా ప్రతిచయన దత్తాంశానికి సరసమైన వక్రరేఖను నిర్మించవచ్చు. ఈ సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖను గీయటంలో ముఖ్య ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే, దత్తాంశంలో ఏమైనా ఆకస్మిక హెచ్చుతగ్గులు ఉంటే వాటిని తీసివేయడానికి మాత్రమే అని గమనించాలి.

సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖను నిర్మించే విధానం:

సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖను గీయడానికి కింది విధానాన్ని అనుసరించాలి.

i) ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి సోపానాన్ని గీయండి.

ii) సోపానచిత్ర సహాయంతో పౌనఃపున్య బహుభుజిని గీయండి.

iii) సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖను పొందుటకై చేతితో పౌనఃపున్య బహుభుజిని సమంచేయండి.

సరసమైన పౌనఃపున్య రేఖను గీయడానికి కింది అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి.

i) సరసమైన వక్రరేఖను గీయటానికి ప్రతిచయనం ద్వారా పొందిన పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని మాత్రమే ఉపయోగించాలి.

ii) అవిచ్ఛిన్నమైన శ్రేణులను మాత్రమే సమంగా చేస్తాం.

iii) సోపానం కింద వైశాల్యం సరసమైన వక్రరేఖ కింద ఉన్న వైశాల్యానికి సమానం.

BRAOU

ఉదాహరణ-XI:

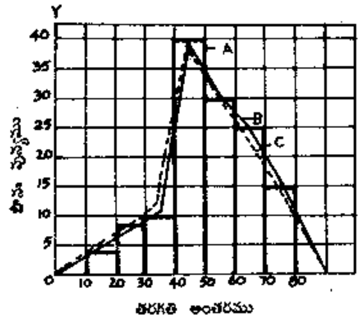
కింది దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి సమమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖను గీయండి:

తరగతి అంతరం :	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
పౌనఃపున్యం:	4	8	10	40	30	25	15

జవాబు:

సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖ నిర్మాణం

X అక్షంమీద స్కేలు: 1 సెం.మీ.= 10 తరగతి అంతరాలు, Y అక్షంమీద స్కేలు: 1 సెం.మీ. = 5గురు శ్రామికులుగా తీసుకొనడం జరిగినది (పటం : 10.13).



A. సోపాన చిత్రం
B. పౌనఃపున్య బహుభుజి
C. సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖ

పటం : 10.13 సరసమైన పౌనః పున్య వక్రరేఖను చూపడం

d) సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖలు లేదా "ఓజివ్ వక్రరేఖలు"

సంచిత పౌనఃపున్య రేఖాచిత్రాన్ని 'ఓజివ్ వక్రరేఖ' అని కూడా అంటారు. ఈ ఓజివ్ వక్రరేఖలు రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులను పోల్చడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఈ రేఖలు మధ్యగతం, చదుర్థాంశాలు దశాంశాలను నిర్ణయించడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఈ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖలు ఎంతమంది శ్రామికులు రూ. 300 కంటే తక్కువ వేతనాన్ని పొందుతున్నారు అనే ప్రశ్నలకు సమాధానాన్ని అందిస్తాయి.

ఓజివ్ వక్రరేఖల నిర్మాణం

సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖల నిర్మాణానికి ముఖ్యంగా రెండు పద్ధతులున్నాయి. అవి a) కంటె తక్కువ పద్ధతి b) కంటె ఎక్కువ పద్ధతి.

a) కంటె తక్కువ పద్ధతి:- ఈ పద్ధతిలో అత్యల్ప తరగతి విలువ నుండి అత్యధిక తరగతి విలువ వరకు పౌనఃపున్యాలను సంచితం చేస్తాం. అటువంటి సంచిత పౌనఃపున్యాలను గ్రాఫ్ కాగితంమీద గుర్తించినప్పుడు పెరుగుతున్న వక్రరేఖ వస్తుంది.

b) కంటె ఎక్కువ పద్ధతి:- ఈ పద్ధతిలో తరగతి దిగువ అవధులను ఉపయోగిస్తూ, పౌనఃపున్యాలను సంచితం చేస్తాం. అట్లా సంచితం చేసిన పౌనఃపున్యాలను గ్రాఫ్ కాగితం మీద గుర్తించినచో తరుగుతున్న వక్రరేఖ వస్తుంది.

BRAOU

ఉదాహరణ-XII:

500 మంది పనివారల వేతనానికి సంబంధించిన కింది విభాజనం నుండి ఓజివ్ వక్రరేఖలు (కంటె తక్కువ, కంటె ఎక్కువ) గీయండి.

వేతనాలు (రూ.లలో) :	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130
పనివారల సంఖ్య:	20	60	100	150	75	50	25	30

కింది వాటిని కనుక్కోండి

a) రూ. 95 ల కంటె తక్కువ వేతనాలుగల పనివాళ్ల సంఖ్య

b) రూ. 75 ల కంటె ఎక్కువ వేతనాలు సంపాదించే పనివాళ్ల సంఖ్య

c) రూ. 60 లు రూ. 100 ల మధ్య వేతనాలు సంపాదించే పనివాళ్ల సంఖ్య.

జవాబు:

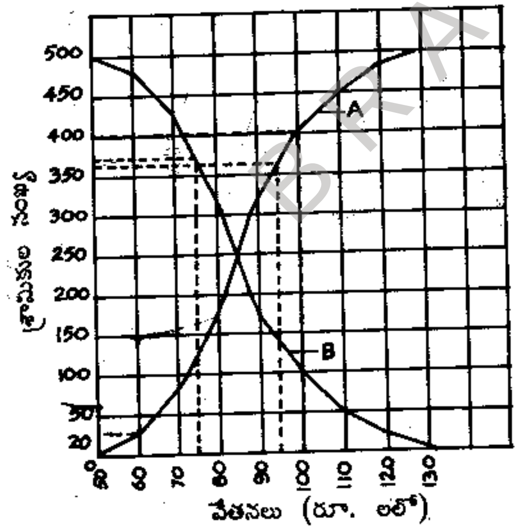
ఓజివ్ వక్రరేఖల నిర్మాణం పటం: 10.14లో చూపాం.

వేతనాలు (రూ.లలో)	పనివారల సంఖ్య	సంచిత పౌనఃపున్యం			
		వేతనాలు కంటె తక్కువ	పనివారల సంఖ్య	వేతనాలు కంటె ఎక్కువ	పనివారల సంఖ్య
50-60	20	60	20	50	500
60-70	60	70	80	60	480
70-80	100	80	180	70	420
80-90	150	90	330	80	320
90-100	75	100	405	90	170
100-110	50	110	455	100	95
110-120	25	120	480	110	20
120-130	20	130	500	120	20
				130	0

ఓజివ్ వక్రరేఖలు గీయడానికి,

X అక్షం మీద స్కేలు 1 సెం.మీ. = రూ. 10,

Y అక్షం మీద స్కేలు 1 సెం.మీ. = 50 మంది పనివాళ్ళుగా తీసుకొనబడినది.



A. కంటె తక్కువ ఓజివ్ వక్రరేఖ

B. కంటె ఎక్కువ ఓజివ్ వక్రరేఖ

వేతనాలు (రూ.లలో)

పటం: 10.14 శ్రామికుల సంఖ్య, వారి వేతనాల ద్వారా ఓజివ్ వక్రరేఖలను చూపడం.

BRAOU

i) రూ. 95 ల కంటె తక్కువ వేతనాలు గల పనివాళ్ల సంఖ్య 365.

ii) రూ. 75 ల కంటె ఎక్కువ వేతనాలు సంపాదించే పనివాళ్ల సంఖ్య 130.

iii) రూ. 60 లు, రూ. 100 లు మధ్య వేతనాలు సంపాదించే పనివాళ్ల సంఖ్య 380.

10.7 సారాంశం

పరిమాణాత్మక దత్తాంశాన్ని సులభంగా, స్పష్టంగా, సార్థకంగా సమర్పణ చేయడానికి రేఖాచిత్రాత్మక పద్ధతులు సహాయపడతాయి. రేఖాపటం ద్వారా దత్తాంశాన్ని చూపడం అంటే, దానిలో వివిధ ఆర్థిక, వ్యాపార చలరాశులను క్షేత్రగణిత పద్ధతుల ద్వారా చూపడమే. దత్తాంశాన్ని గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపడానికి కొన్ని నియమాలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి. అవి శీర్షిక, నిర్మాణం, స్కేలు, మిధ్యాధార రేఖ, రేఖానమూనాలు మొదలైనవి. గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపే దత్తాంశం రెండు రకాలుగా ఉంటుంది. i) కాలశ్రేణుల రేఖా చిత్రాలు, ii) పౌనఃపున్య విభాజన రేఖా చిత్రాలు.

కాలశ్రేణుల రేఖా చిత్రాలను అంకగణిత స్కేలును అనుసరించిగాని, అర్థ సంవర్గమాన స్కేలును అనుసరించిగాని గీస్తారు. కాలశ్రేణుల రేఖా చిత్రాలను తిరిగి ఏక చలరాశి రేఖాపటం, రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశులు గల రేఖా చిత్రాలు, రేంజి చార్ట్, బాండ్ చార్ట్, రేషియో చార్ట్‌లుగా వర్గీకరిస్తాం.

పౌనఃపున్య విభాజన లక్షణాలను స్పష్టంగా తెలియజేయడానికి పౌనఃపున్య విభాజన రేఖా చిత్రాలను వాడతాం. ఒకే గ్రాఫ్ కాగితం మీద రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పౌనఃపున్య విభాజనాల తారతమ్య అధ్యయనం చేయడానికి ఇవి చాలా ఉపయోగపడతాయి. ఈ పౌనఃపున్య విభాజన రేఖా చిత్రాలను హిస్టోగ్రామ్స్, పౌనఃపున్య బహుభుజి, సరసమైన పౌనఃపున్య వక్రరేఖ, ఓజివ్ వక్రరేఖలుగా విభజిస్తాం.

10.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1.	రేఖా చిత్రాలు	చిత్ర పటాలు
i.	వీటిని గ్రాఫ్ కాగితంపై నిర్మిస్తాం. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య గణితీయ సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి ఇవి ఉపయోగ పడుతాయి.	వీటిని మామూలు తెల్ల కాగితంపై నిర్మిస్తాం. అయితే చలరాశుల మధ్య గణితీయ సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి ఇవి ఉపయోగపడవు.
ii.	ఇవి పరిశోధనలో రేఖల వాలు, మార్పు రేటు అధ్యయనానికి భవిష్యత్తులో విలువలను అంచనా కట్టడానికి ఉపయోగపడతాయి.	ఇవి ప్రజల దృష్టిని ఆకర్షించడానికి, ప్రకటనలు చేయడానికి ఉపయోగపడతాయి.
iii.	కాలశ్రేణుల దత్తాంశాన్ని సమర్పించడానికి ఇవి ఉపయోగ పడతాయి.	వర్గీకరించిన దత్తాంశాన్ని, భౌగోళిక పరమైన దత్తాంశాన్ని సమర్పణ చేయడానికి ఇవి ఉపయోగపడతాయి.

B R A O U

10.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. దత్తాంశ రేఖా చిత్రీకరణ అంటే మీకేం తెలుస్తుంది?

1. దత్తాంశ రేఖా చిత్రీకరణ అంటే మీకేం తెలుస్తుంది.

2. మిథ్యా ఆధారరేఖ అంటే ఏమిటి?

3. కాలశ్రేణుల రేఖాచిత్రాలు అనగా ఏవి?

4. రేఖాచిత్ర నిర్మాణంలో పాటించవలసిన సూత్రాలు ఏమిటి?

5. బాండ్ రేఖాచిత్రం అంటే ఏమిటి?

6. నిష్పత్తి స్కేలు అంటే ఏమిటి?

7. అంకగణిత స్కేలు పరిమితులు ఏవి?

8. అంకగణిత స్కేలు, నిష్పత్తి స్కేలు మధ్యగల తేడా ఏమిటి?

9. సంవర్గమాన వక్రరేఖల విపులీకరణ సూత్రాలు ఏమిటి?

10. నిష్పత్తి స్కేలు పరిమితులు ఏవి?

11. పౌనఃపున్య విభాజన రేఖాచిత్రాలు అంటే ఏమిటి?

12. సోపానచిత్రం అంటే ఏమి?

13. పౌనఃపున్య బహుభుజి అంటే ఏమిటి?

14. పౌనఃపున్య బహుభుజిని ఎలా నిర్మిస్తారో తెలపండి.

15. సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖలు (ఓజివ్స్) అంటే ఏమిటి?

16. "కంటె తక్కువ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖ" అంటే ఏమిటి?

17. ఓజివ్ రేఖ ఉపయోగమేమిటి?

BRAOU

18. సోపాన చిత్రపటం అంటే ఏమిటి? కాలిక చిత్రానికి, సోపాన చిత్రానికి గల భేదం రాయండి.

19. గణాంక దత్తాంశ రేఖాచిత్ర సమర్పణ ప్రయోజనాన్ని, పరిమితులను చర్చించండి?

డి. వ్యాస ప్రశ్నలు

20. పౌనఃపున్య విభాజనానికి సోపానచిత్రం, పౌనఃపున్య బహుభుజిల నిర్మాణాన్ని వివరించి వాటి ఉపయోగాలను పేర్కొనండి.

21. పౌనఃపున్య బహుభుజి, సోపానచిత్రం, సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖల మధ్యగల తేడాను రేఖాచిత్రపూర్వకంగా ఉదహరించండి. వాటి ఉపయోగాలను వ్యాఖ్యానించండి.

22. సంచిత పౌనఃపున్య వక్రరేఖలు అంటే ఏమిటి? వాటిని ఏ విధంగా నిర్మిస్తారో తెల్పండి?

23. దత్తాంశ సమర్పణలో గల వివిధ పద్ధతులకంటె చదువరుల దృష్టిని ఆకర్షించటంలో రేఖాచిత్రాలు చాలా ప్రభావవంతమైనవి. మీరు అంగీకరిస్తారా? కారణాలను, ఉదాహరణలను ఇవ్వండి.

24. మిథ్యా ఆధారరేఖ అంటే ఏమిటి? గణాంక దత్తాంశానికి రేఖాచిత్రీకరణలో గల ఉపయోగాలను వివరించండి.

అభ్యాసాలు

25. కింది దత్తాంశంతో సోపానచిత్రం, పౌనఃపున్య బహుభుజిని గీయండి.

తరగతి అంతరాలు :	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36
పౌనఃపున్యం	4	8	15	20	12	6

26. కింది దత్తాంశం ఆధారంగా "సోపాన చిత్రపటం" గీయండి.

నెలసరి ఆదాయం (రూ.లలో)	కుటుంబాల సంఖ్య
0-50	15
50-100	20
100-150	40
150-200	60
200-300	80
300-450	200
450-600	450
600-800	300
800-1000	400

27. క్రింది దత్తాంశం 50 మంది విద్యార్థులకు గణకశాస్త్రంలో వచ్చిన మార్కులకు సంబంధించినది.

BRAOU

మార్కులు (కంటె ఎక్కువ)	విద్యార్థుల సంఖ్య
0	50
15	46
30	40
45	20
60	10
75	5
90	3

ఓజివ్ వక్రరేఖను గీయండి.

28. కింది విభాజనాన్ని కంటె ఎక్కువ పౌనఃపున్య విభాజనానికి మార్పిడి చేయండి

కంటె తక్కువ మార్కులు	20	40	60	80	100
పని వారల సంఖ్య	41	92	156	194	201

పై దత్తాంశానికి ఓజివ్ రేఖను గీయండి.

29. కింది దత్తాంశాన్ని సరిఅయిన రేఖా చిత్రంలో చూపండి.

(ఆధార సంవత్సరం 1975=100)

సంవత్సరం	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
పారిశ్రామిక లాభాల సూచీ సంఖ్య	187	220	245	234	220	230	260	180

BRAOU

30. ఒక సంస్థకు సంబంధించి వరుసగా 5 వారాలకు, వాటా ధర కొటేషనులను కింద ఇవ్వడమైనది. ఈ దత్తాంశాన్ని వ్యాప్తి చిత్రపటంలో చూపండి.

వారం	1	2	3	4	5
అధికం	102	103	107	106	105
అల్పం	100	101	103	105	104

31. కింది దత్తాంశాన్ని సరిఐన రేఖాచిత్రపటంలో చూపండి.

సంవత్సరం	దిగుమతులు ('000 టన్నులలో)	దిగుమతుల విలువ (రూ. కోట్లలో)
1976	400	22
1977	450	24
1978	560	38
1979	620	42
1980	580	45
1981	460	38
1982	500	36
1983	540	40

32. కింది దత్తాంశానికి 'కంటె తక్కువ', 'కంటె ఎక్కువ' ఓజీవ్ వక్రరేఖలను గీసి, ముగ్గురు పిల్లలకంటె ఎక్కువగల కుటుంబాల సంఖ్యను, ఐదుగురు పిల్లలకంటె తక్కువగల కుటుంబాల సంఖ్యను కనుక్కోండి.

పిల్లల సంఖ్య	:	0	1	2	3	4	5	6
కుటుంబాల సంఖ్య	:	150	72	50	30	15	10	5

33. కింద ఇచ్చిన సమాచారం ఒక కంపెనీ నికర ఆస్తులు (Net Worth) కు సంబంధించినది. ఈ దత్తాంశాన్ని అర్ధసంవర్గమాన రేఖాచిత్రంలో గుర్తించండి.

సంవత్సరం	1978	1979	1980	1981	1982	1983
నికర ఆస్తులు ('000 రూ.లలో)	100	115	120	135	140	145

34. కింది దత్తాంశాన్ని బాండ్ చార్ట్‌లో చూపండి.

సంవత్సరం	వరి	గోధుమ	పప్పులు	ఇతరాలు
1978	30	10	8	15
1979	32	12	10	20
1980	35	8	12	22
1981	38	14	13	23
1982	36	10	10	24
1983	40	15	8	25

35. కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనానికి 'సోపాన చిత్రపటం'ను గీసి, దానిని ఉపయోగిస్తూ 19-32, సంవత్సరాల వయస్సు తరగతిలో గల మొత్తం పనివాళ్ల సంఖ్యను కనుక్కోండి.

వయస్సు తరగతులు (సం.రాలలో)	14-15	16-17	18-20	21-24	25-29	30-34	35-39
పనివారల సంఖ్య	60	140	150	110	120	100	90

36. కింది దత్తాంశంతో మిథ్యా ఆధారరేఖ ఉపయోగించి, రేఖా చిత్రాన్ని గీయండి.

వినియోగదారుల సూచీ సంఖ్య (1975=100)

సంవత్సరం:	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
ఢిల్లీ:	177	186	192	207	250	360	350
బొంబే:	185	199	211	222	265	337	340

37. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని 'నిష్పత్తి స్కేలు రేఖాచిత్రం'లో చూపండి.

సంవత్సరం	దిగుమతులు (రూ.లు కోట్లలో)	ఎగుమతులు (రూ.లు కోట్లలో)
1978	440	335
1979	350	375
1980	370	365
1981	390	360
1982	420	365
1983	365	380

10.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం, తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P : 'Statistical Methods' Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

10.11 పదకోశం

మిధ్యాధార రేఖ : ఇది అంపువు పండ్లను పోలిన రెండు అడ్డగీతలను తెలియజేస్తుంది. ఈ గీతలను X అక్షంపైన ఊర్ధ్వ అక్షాన్ని విడగొట్టడానికి చూపడం జరుగుతుంది. ఇచ్చిన దత్తాంశంలో ప్రారంభపు విలువ, సున్నాకు చాలా దూరంగా ఉన్నప్పుడు ఈ రకమైన గీతలను గీస్తాం.

హిస్టోగ్రామ్ (సోపానచిత్రం) : ఈ రేఖాచిత్రాన్ని నిర్మించడానికి X అక్షం మీద తరగతి విలువలను, Y అక్షం మీద పౌనఃపున్యాన్ని తీసుకుంటాం. తరగతుల వెడల్పు సమానంగానైనా ఉండవచ్చు, లేదా అసమానంగానైనా ఉండవచ్చు.

హిస్టరిగ్రామ్(కాలికచిత్రం) : కాలశ్రేణుల దత్తాంశంతో నిర్మించిన రేఖాచిత్రం

పౌనఃపున్య బహుభుజి : పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రేఖాచిత్రాత్మకంగా చూపడానికి వాడే పద్ధతులలో పౌనఃపున్య బహుభుజి ఒకటి. దీనిని నిర్మించడానికి పౌనఃపున్యాలను Y అక్షం మీద, వాటి విలువలను X అక్షం మీద గుర్తించి జతలు, జతలుగా తీసుకొని గ్రాఫ్ కాగితం మీద బిందువులను గుర్తిస్తాం. ఇలా గుర్తించిన బిందువులను ఒక సరళరేఖ ద్వారా కలుపుతాం. ఆ రేఖను పౌనఃపున్య బహుభుజి అని పిలుస్తాం. పౌనఃపున్య బహుభుజిని హిస్టోగ్రామ్ సహాయంతో కూడా నిర్మించవచ్చు.

BRAOU

భాగం - 11: సగటుల పరిచయం

విషయక్రమం

11.0 ఉద్దేశాలు

11.1 పరిచయం

11.2 సగటుల అర్థం, ప్రాముఖ్యం

11.3 సగటుల ఉద్దేశాలు

11.4 సగటులలో రకాలు

11.5 మంచి సగటుకు గల అపేక్షితాలు

11.6 సగటు పరిమితులు

11.7 తగిన సగటు ఎంపిక

11.8 సారాంశం

11.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

11.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

11.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

11.12 పదకోశం

11.0 ఉద్దేశాలు

సగటు అర్థాన్ని, ఉద్దేశాలను, రకాలను, మంచి సగటుకు ఉండాల్సిన అపేక్షితాలను, సగటుకు గల పరిమితులను గురించి తెలియజేయడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

* సగటు అర్థాన్ని, ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించ గలగాలి
* సగటుల ఉద్దేశాలను గుర్తించగలగాలి
* సగటులలో గల వివిధ రకాలను గుర్తిం గలగాలి
* మంచి సగటుకు గల అపేక్షితాలను విశదీకరించగలగాలి
* సగటు పరిమితులను పేర్కొనగలగాలి
* సగటులలో తగిన దానిని ఎంపిక చేయగలగాలి

B R A O U

11.1 పరిచయం

పెద్ద మొత్తంలో ఉన్న దత్తాంశాన్ని కుదించడానికి బహుళ జనాదరణ పొందిన గణాంక కొలమానాలే సగటులు లేదా కేంద్ర స్థాన కొలమానాలు. దత్తాంశాన్ని అర్థం చేసుకోడానికిగాను వెనుకటి భాగాలలో మనం దత్తాంశాన్ని పట్టీకరణ చేయడం; చిత్ర పటాత్మకంగా, రేఖా పటాత్మకంగా దత్తాంశాన్ని సమర్పణ

చేయడం గురించి తెలుసుకున్నాం. కాని వాటిని అర్థం చేసుకోవడానికి చాలా సమయం పడుతుంది. ముఖ్యంగా పెద్దగా ఉన్న పట్టికలను గుర్తుంచుకోవడం చాలా కష్టం. అలాగే చిత్రపటాలు, రేఖా పటాలు కూడా మనకు పూర్తిగా ప్రయోజనాన్ని ఇవ్వవు. మనకు కావాల్సిందేమిటంటే, మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒకే ఒక సంఖ్య. ఈ ప్రయోజనాన్ని సగటులు లేదా కేంద్రస్థాన కొలమానాలు ఇస్తాయి. మరొక రకంగా చెప్పాలంటే, పెద్ద మొత్తంలో ఉన్న దత్తాంశపు లక్షణాలన్నింటిని ఒకే సంఖ్యలో కుదింపు చేసి వివరించేది సగటు. ఈ భాగంలో సగటుల గణనలోగల ఉద్దేశాలను, సగటులలో రకాలను, మంచి సగటుకు ఉండాల్సిన అపేక్షితాలను, సగటుకు ఉన్న పరిమితులను, సగటులలో తగిన దానిని ఎంపిక చేసుకోవడం గురించి తెలుసుకుందాం.

11.2 సగటుల అర్థం, ప్రాముఖ్యం

గణాంక విశ్లేషణ ముఖ్యోద్దేశం మొత్తం విభాజనం లక్షణాలకు ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒక విలువను పొందడం. దీనికోసం దత్తాంశాన్ని పట్టీకరించి విశ్లేషించాల్సిన ఆవశ్యకత ఉంది. ఒకే ఒక్క ప్రాతినిధ్య సంఖ్యకు తగ్గించాల్సి ఉంది. అట్లాంటి సంఖ్య ఆవశ్యకతను తెలియజేస్తూ ఆర్.ఏ. ఫిషర్ (R. A. Fisher) ఇట్లా అన్నారు. ఎక్కువ దత్తాంశాన్ని స్వీకరించలేనటువంటి మానవమేధస్సు తాలూకు నిస్సహాయత, తక్కువ స్థిరాంకాలలో దత్తాంశాన్ని విపులంగా వర్ణించగల పద్ధతి కనుక్కోవడానికి ప్రోత్సహించింది". కె. ఎ. యోమన్స్ ఇట్లా వ్యక్తీకరిస్తాడు. "దీర్ఘమైన పట్టీకరణ కంటే సంగ్రహమైన సంఖ్యాత్మక వర్ణన చాలా మంచిది. దత్తాంశాన్ని గురించి ఊహా కల్పన చేసుకోవడానికి, దాని ప్రాముఖ్యాన్ని వ్యాఖ్యానించడానికి ఇట్లాంటి వర్ణన మనకు ఎక్కువగా తోడ్పడుతుంది". కాబట్టి దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒకే సంఖ్యను రూపొందించాల్సిన ఆవశ్యకత ఎంతైనా ఉంది. గణాంక విశ్లేషణలో దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్తీకరించడంలో ముఖ్యమైన, ఆవశ్యకమైన పద్ధతి సగటు, బృహత్తరమైన, సంక్షిప్తమైన దత్తాంశాన్ని ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒకే సంఖ్యకు తీసుకువచ్చే పద్ధతిని సగటు (average) అంటారు. ఎ.ఇ. వాహ్ మాటల్లో "విలువల సముదాయం నుంచి వాటికి ప్రాతినిధ్యం వహించేటట్లు ఎంపిక చేసిన ఏకమాత్రపు విలువే సగటు విలువ. మొత్తం సముదాయానికి ఆ విలువ ప్రాతినిధ్యం వహిస్తూ ఆ సముదాయంలో అన్ని విలువలకూ ఆదర్శంగా ఉంటుంది". ఎ.ఎల్. బౌలీ ప్రకారం "సగటుల గణాంకపు స్థిరాంకాలను మొత్తం ప్రాముఖ్యాన్ని ఏకైక కృషి ద్వారా అవగాహనకు అది మనకు తోడ్పడుతుంది". క్రాక్స్టన్, క్రౌడన్ అభిప్రాయంలో, "సగటు అనేది దత్తాంశ వ్యాప్తిలో ఒకే విలువ గలది. దానిని శ్రేణులలో గల అన్ని విలువలకూ ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా ఉపయోగిస్తారు". లారెన్స్ జె. కాప్లాన్ ప్రకారం, "గణాంక విశ్లేషణ సంగ్రహమైన సంక్షిప్త సంఖ్యలను అభివృద్ధి చేస్తుంది. అవి హెచ్చు పరిమాణాత్మకమైన దత్తాంశాన్ని వర్ణించి చెబుతాయి. విస్తృతమైన ఉపయోగంలో ఉన్న సంక్షిప్త సముదాయంలో ఒకదాన్ని ఉనికి స్థానపు కొలతలు (measures of location) అంటారు. వాటిని సగటులనీ, కేంద్రస్థానపు కొలతలనీ లేదా ఉనికి స్థానపు కొలతలనీ కూడా పిలుస్తారు. పరిశీలన సమూహానికి సగటు విలువను మదింపు చేయడంలోని ఉద్దేశం ఒకే విలువను కనుక్కోవడం ద్వారా అన్ని అంశాలకూ ఆ విలువ ప్రాతినిధ్యం వహించేట్లు చేయడమే. దానిని మనస్సు సులభంగా, వేగంగా గ్రహిస్తుంది. ఏకమాత్రపు విలువ అనేది ఒక బిందువు లేదా స్థానం దాని చుట్టూ వైయక్తిక అంశాలు గుమికూడి ఉంటాయి."

గణాంక విశ్లేషణలో సగటులు ప్రముఖ స్థానాన్ని ఆక్రమిస్తాయి. గణాంక పద్ధతుల్లో హెచ్చుభాగం సగటులమీద ఆధారపడి ఉంటాయి. ఇతరత్రా వాటికంటే సగటులను ఎక్కువగా ఉపయోగిస్తారు. ఎందుకంటే వాటిని ఎన్నో విధాలుగా అన్వయింపజేయవచ్చు. గణాంక శాస్త్రంలో సగటుల ప్రాముఖ్యాన్ని ఎంతోమంది గ్రంథకర్తలు గుర్తించారు. గణాంక శాస్త్రాన్ని సగటుల శాస్త్రమని నిర్వచించే దూరం వరకూ బౌలీ వెళ్లాడు. సగటుల ప్రాముఖ్యాన్ని రూఢీపరుస్తూ యల్.హెచ్.టి. టిప్పెట్ ఇట్లా అన్నాడు: "సగటుకు కొన్ని పరిమితులున్నాయి. అయినప్పటికీ సగటు కంటే విలువైన ఏకమాత్రపు గణాంకరాశి మరొకటి లేదు".

11.3 సగటుల ఉద్దేశాలు

సగటుల ఉద్దేశాలను కింద పేర్కొనడమైంది.

(i) దత్తాంశ లక్షణాలకు ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒకే విలువను కనుక్కోవడం: సంకీర్ణమైన దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్తీకరించడం ద్వారా ఒకే విలువను పొందడంవల్ల మొత్తం దత్తాంశపు రూపాన్ని పొందడానికి సగటు తోడ్పడుతుంది. ఈ సందర్భంగా ఎం.జె. మోర్స్ మాటల్ని మననం చేసుకోవచ్చు. "సగటు ప్రయోజనం వైయక్తిక విలువల సముదాయానికి సులభమైన సంగ్రహమైన పద్ధతిలో ప్రాతినిధ్యం వహించడం, తత్ఫలితంగా సముదాయంలోని వైయక్తిక సాధారణ సైజును మనస్సు త్వరితగతిని అవగాహన చేసుకోగలదు". సగటు విలువను కనుక్కొంటే, ఫలవంతమైన వ్యాఖ్యానాలను చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు ఒక ఫ్యాక్టరీలో పని చేస్తున్న 1,000 మంది కార్మికులకు చెల్లించిన వేతనాల దత్తాంశాన్ని ఇస్తే, ముఖ్య లక్షణాలను విశదీకరించలేం. కాని చెల్లించిన సగటు వేతనాలను కనుక్కొంటే ముఖ్య లక్షణాలను వ్యాఖ్యానించడానికి ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

(ii) సరిపోల్చడం సులభం: సామాన్య హారాన్ని సగటు అందిస్తుంది కాబట్టి ఒక దత్తాంశ సముదాయాన్ని మరో దత్తాంశ సముదాయంతో సరిపోల్చవచ్చు. వివిధ దత్తాంశాల సముదాయాల లక్షణాలను బట్టి తుది నిర్ణయాలను చేయవచ్చు. వివిధ దత్తాంశ సముదాయాల మధ్య నిర్దిష్టమైన తేదికి సరిపోల్చడాలను చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు జనవరి 1, 1983 తేదీన కంపెనీ A, కంపెనీ B ల సగటు లాభాలు, వివిధ కాలవ్యవస్థల మధ్య దత్తాంశానికి సంబంధించి కూడా సరిపోల్చవచ్చు. ఉదాహరణకు, 1982, 1983 సంవత్సరాలకు X అనే కంపెనీ సగటు లాభాలు.

(iii) ప్రతిచయనం ద్వారా జనాభా గురించి తెలుసుకొనడం: గణాంక శోధనలో ప్రతిచయన పద్ధతులను తరచుగా ఉపయోగిస్తుంటారు. ఎంపిక చేసిన ప్రతిచయనం (sample) ప్రాతినిధ్యం వహించేదైతే, ప్రతిచయనం సగటు ప్రతిచయన విభాజనం తాలూకు లక్షణాలను వర్ణించడమే కాకుండా జనాభా అంశాలను కూడా వర్ణిస్తుందని చెప్పవచ్చు. ఆ విధంగా జనాభా లక్షణాలను తెలియజేయడానికి ప్రతిచయన సగటులను తరచుగా ఉపయోగించడం జరుగుతుంది.

(iv) గణితీయ సంబంధాన్ని కనుక్కోవడం: సగటులను సంఖ్యాత్మక అంకెలలో చెపుతారు కాబట్టి వివిధ గ్రూపుల మధ్య గణితీయ సంబంధాన్ని విశదీకరించడానికి వీలుంటుంది. ఉదాహరణకు, భారతీయుని తలసరి ఆదాయం కంటే రష్యన్ తలసరి ఆదాయం ఎక్కువ అని మనకు చెబితే, దానివల్ల సరైన అర్థం రాదు. ఎందుకంటే అది ఒకే సంఖ్య ద్వారా పరిమాణాత్మకంగా తెలియజేయదు. అయితే ఇండియన్, రష్యన్ల సగటు తలసరి ఆదాయాలను ఇస్తే, అవి ఖచ్చితమైన అర్థాన్ని తెలియజేస్తాయి.

(v) విధాన నిర్ణయంలో తోడ్పడడం: వివిధ రంగాలలో సగటుల విధాన నిర్ణయానికి తోడ్పడగలవు. ప్రమాణాలను నిర్ణయించడానికి, అంచనాలు వేయడానికి, ప్లానింగ్, ఇతరత్రా నిర్వహణ నిర్ణయాలు చేయడానికి సగటులు ఎంతో సహాయపడతాయి. విధాన నిర్ణయాలకు ప్రాతిపదికలుగా సగటు అమ్మకాలు, సగటు ఉత్పత్తి, సగటు వ్యయం, సగటు ఖర్చు మొదలైనవి ఎన్నో ఉదాహరణలుగా పేర్కోవచ్చు.

BRAOU

అవగాహన ప్రశ్న-1

సగటుల ఉద్దేశాలను పేర్కొనండి.

11.4 సగటులలో రకాలు (Types of averages)

కేంద్రస్థానపు కొలతల్ని (సగటులు) కింద పేర్కొన్న రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు

(i) అంకమధ్యమం

(ii) మధ్యగతం

(iii) బాహుళకం

(iv) గుణ మధ్యమం

(v) హార మధ్యమం

(vi) చలన సగటు

(vii) క్రమవృద్ధి సగటు

(viii) మిశ్రమ సగటు

పైన పేర్కొన్న సగటుల్లో మధ్యగతం, బాహుళకాలను స్థాన నిర్ణయ సగటులు (positional averages) అంటారు. అంకమధ్యమం, గుణమధ్యమం, హారమధ్యమాలను గణితీయ సగటులు (mathematical averages) అంటారు. చలన సగటు, క్రమవృద్ధి సగటు, మిశ్రమ సగటులను వాణిజ్య సగటులు (commercial averages) అంటారు. పై వాటిల్లో చివరి సగటులకు అంత ప్రాముఖ్యం లేదు. కారణం వాటి ప్రయోజనం పరిమితంగా ఉండడమే.

BRAOU

11.5 మంచి సగటుకు గల అపేక్షితాలు

కొన్ని అంశాల సముదాయానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఏక మాత్రపు విలువే సగటు కాబట్టి, దానికి కొన్ని లక్షణాలు ఉండాలి. వాటిని జె.ఎఫ్. కెన్నీ, ఇ.యస్. కేపింగ్ గార్లు జాబితా వేసి చూపారు. వారి అభిప్రాయం ప్రకారం పరిశీలించిన విలువలకు లోబడి సగటును నిర్వచించాలి; అది గణితీయ ప్రక్రియకు సులభమైందిగా ఉండాలి. అంతేకాకుండా అది ఒకటి రెండు అంత్య విలువలకు అనుచితంగా ప్రభావితమై ఉండరాదు. ఒక ప్రతిచయనం నుంచి మరో ప్రతిచయనానికి సాపేక్షికంగా స్వల్పంగా సగటు మార్పు చెందుతూ ఉండాలి. యూల్ అండ్ కెండాల్ అనే వారుకూడా మంచి సగటుకు ఉండాల్సిన లక్షణాలను వర్ణించి చెప్పారు. వాటిని కింద విశదీకరించడమైంది.

(i) సగటును నిర్దుష్టంగా నిర్వచించాలి: సగటును నిర్దుష్టంగా నిర్వచించాలి. అందువల్ల దాని

ద్వారా ఒకే అర్థాన్ని గ్రహించడానికి వీలుంటుంది. నిర్వచనం నిర్దుష్టంగా, స్పష్టంగా లేకపోతే అర్థాన్ని స్వీకరించేటప్పుడు అసందిగ్ధత, గందరగోళం ఏర్పడతాయి. అట్లాంటి నిర్వచనం శోధకుని ఇష్టాయిష్టాలకు, వ్యక్తిగత పక్షపాతానికి అవకాశాన్ని కల్పిస్తుంది. అంతేకాకుండా సగటు నిర్వచనాన్ని బీజీయ సమీకరణంలో ప్రకటించాలి. అందువల్ల దాని మదింపులో అసందిగ్ధత ఏమీ ఉండదు.

(ii) చలరాశిలోని అన్ని అంశాలపై సగటు ఆధారపడి ఉండాలి: సగటును గణించడానికి విభాజనం ప్రతి అంశాన్నీ తీసుకోవాలి. విభాజనంలోని అన్ని అంశాలపై సగటు ఆధారపడి ఉండకపోతే, సమూహం ప్రాతినిధ్యపు విలువగా దాన్ని పరిగణించడానికి వీల్లేదు.

(iii) సగటు అర్థంచేసుకోవడానికి సులభంగానూ, అనుసరించడానికి తేలికగానూ ఉండాలి: సగటును సులభంగా అర్థం చేసుకోగలగాలి. దాన్ని అనుసరించడానికి సులభంగా లేకపోతే, అర్థంచేసుకోవడానికి కష్టంగా ఉంటే-దాని ప్రయోజనం పరిమితమైపోతుంది.

(iv) ఏదైనా ఒకే అంశం సగటుపై ప్రభావాన్ని చూపరాదు: సగటును కనుక్కొనేటప్పుడు చలరాశిలోని ప్రతి అంశాన్ని తీసుకొన్నప్పటికీ, ఒక అంశం గానీ, అంశాల సమూహంగానీ అనుచితంగా సగటును ప్రభావితం చేయకుండా ఉండాలి. విభాజనంలోని ఒకటి రెండు అంశాలు సగటును ప్రభావితం చేస్తే ధానిని మొత్తం విభాజనానికి నమునా విలువ (typical value) గా పరిగణించరాదు.

(v) తదుపరి గణాంక వ్యవహారణకు ఉపయోగపడేట్లుగా సగటులు ఉండాలి: కనుక్కొన్న సగటు గణాంక విశ్లేషణకు మరింతగా తోడ్పడేదిగా ఉండాలి. ఉదాహరణకు, విభాజనంలోని మధ్యమం, మధ్యగతం తెలిస్తే, బాహుళకాన్ని సులభంగా కనుక్కోవచ్చు. అదే విధంగా, ప్రామాణిక విచలనం, సహసంబంధ గుణకాలను కనుక్కోవడానికి అంకమధ్యమాన్ని ఉపయోగిస్తాం.

(vi) సగటులకు ప్రతిచయనాల సుస్థిరత ఉండాలి: ప్రతిచయనాల హెచ్చు తగ్గులకు సగటులు ప్రభావితం కారాదు. రెండు ప్రతిచయనాలను తీసుకొన్నప్పుడు ప్రతిచయనాల సగటులు పరస్పరం దగ్గరగా ఉండాలి. ప్రతిచయనంలోని మార్పులకు అతి తక్కువగా ప్రభావితమైన సగటు మంచిదిగా పరిగణిస్తారు. అంతేకాకుండా, స్వల్పంగా మార్పుచెందే, ఎక్కువగా స్థిరంగా ఉండే సగటును ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా భావిస్తారు.

B R A O U

11.6 సగటు పరిమితులు (Limitations of an average)

గణాంక విశ్లేషణలో సగటులను విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నప్పటికీ కింద పేర్కొన్న పరిమితులు వాటికున్నాయి.

(i) ఇచ్చిన శ్రేణుల దృగ్విషయానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒకే ఒక విలువ సగటుకు ఉన్నప్పటికీ, దాని విలువలకు అర్థాలను చెప్పుకొనేటప్పుడు తగిన జాగ్రత్త తీసుకోవాలి. లేకపోతే, ఒక్కొక్కప్పుడు తప్పుడు నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి అది అవకాశాన్ని కల్పిస్తుంది. ఉదాహరణకు : 10 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు- 0, 0, 0, 0, 0, 0, 100, 100, 100, 100, అయితే, అంక మధ్యమం 40 అవుతుంది. అర్థవివరణ జాగ్రత్తగా చేయకపోతే, విద్యార్థులు ఒక మాదిరిగా తెలివిగల వారనే తప్పుడు అభిప్రాయాన్ని ఈ సంఖ్య కలుగజేస్తుంది.

(ii) ఇచ్చిన విభాజనంలోని సగటు ఆ విభాజనంలో కనబడని విలువను ఇవ్వవచ్చు. ఉదాహరణకు:

10, 20, 30, 40ల అంకమధ్యమం 25. అది ఆ శ్రేణిలో కనబడదు.

(iii) సముచితమైన సగటును విచక్షణతో ఎంపిక చేయకపోతే అది తప్పుడు పేత్వాభాస నిర్ణయాలకు దారి తీస్తుంది.

(iv) శ్రేణుల నిర్మాణాన్ని గురించి ఒక భావనను కల్పించడానికి కేంద్రస్థానపు కొలతలు విఫలమవుతాయి. ఒక్కొక్కప్పుడు రెండూ లేదా అంతకంటె ఎక్కువ శ్రేణుల సగటు విలువలు, ఒకే రకంగా ఉంటాయి. అయితే అవి విభాజనంలోనూ, సమ్మిశ్రణంలోనూ భేదిస్తాయి. ఈ దృక్పథయాన్ని అవగాహన చేసుకోవడానికి కింద పేర్కొన్న రెండు శ్రేణులూ తోడ్పడతాయి.

X శ్రేణులు	Y శ్రేణులు
100	800
200	600
300	50
500	40
400	10
1500	1500
$\overline{X} = 500$	$\overline{Y} = 500$

ఇక్కడ రెండు విభాజనాల సగటు విలువలు ఒకటే. అయితే వాటి సమ్మిశ్రణం వేరుగా ఉంది. ఈ వ్యత్యాసాలను సగటు తెలియ జేయదు.

11.7 తగిన సగటు ఎంపిక (Choice of a suitable average)

ప్రత్యేక సగటు ఎంపిక గణాంక శోధనకు అవసరమైన దత్తాంశ స్వభావం, ప్రాతినిధ్యపు విలువ నిర్వచనాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. వివిధ సగటులకు వివిధ లక్షణాలుంటాయి. అన్ని సందర్భాలకూ సరిపడే సగటు ఉండదు. ఏమైనప్పటికీ కింద పేర్కొన్న అంశాలను సగటును ఎంపిక చేసేటప్పుడు గ్రహించాలి.

(i) ఉద్దేశం : గణాంక శోధన ఉద్దేశానికి అనుగుణంగా సగటును ఎన్నుకోవాలి. ఉదాహరణకు, విభాజనంలోని అన్ని అంశాలకూ సమానమైన ప్రాముఖ్యం ఇవ్వాలను కొంటే, అంకమధ్యమం తగినదిగా ఉంటుంది. శ్రేణిలో ఎక్కువగా వచ్చే అంశాలను కనుక్కోవడానికి, బాహుళకం సముచితమైన సగటు. స్థానాన్ని సూచించడానికి సగటులను ఉపయోగించాలనుకుంటే, మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించడం ఎక్కువ ప్రయోజనకరం. పెద్ద అంశాల కంటె చిన్న అంశాలకు ఎక్కువ ప్రాధాన్యాన్ని దత్తాంశం ప్రకారం ఇవ్వాల్సి వస్తే, గుణమధ్యమాన్ని ఉపయోగిస్తారు. అంతేకాకుండా, చిన్న అంశాలకు ఎక్కువ భారాలను దత్తాంశం ప్రకారం ఇవ్వాల్సి వస్తే, హారమధ్యమం పద్ధతి సముచితంగా ఉంటుంది.

(ii) ప్రాతినిధ్యం : ఎంపిక చేసిన విభాజనం, సగటు దత్తాంశం ప్రాథమిక లక్షణాలను తెలియజేయాలి.

(iii) దత్తాంశ స్వభావం: ఉపయోగించే సగటు ఎంపిక దత్తాంశ స్వభావం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

(ఎ) దత్తాంశాన్ని సౌష్ఠవంగా విభాజనం చేసినప్పుడు మధ్యమం, బాహుళకం, లేదా మధ్యగతాన్ని పరస్పరం

BRAOU

ఉపయోగించవచ్చు.

(బి) వివృతాంతపు తరగతుల (open-end classes) ద్వారా పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని చేసినప్పుడు, మధ్యమం సముచితమైన సగటుకాదు.

(సి) ఇచ్చిన దత్తాంశం అసమాన తరగతి అంతరాలతో ఉంటే, బాహుళకాన్ని కచ్చితంగా నిర్ణయించడానికి సాధ్యంకాదు.

'యూలన్ నా' ప్రకారం సగటు ఎంపికను నిర్ణయించేటప్పుడు కింద పేర్కొన్న ప్రశ్నలకు జవాబులు చెప్పుకోవాల్సి ఉంటుంది.

(ఎ) ఏ ఉద్దేశాన్ని నెరవేర్చడానికి సగటును రూపొందించడమైంది?

(బి) శ్రేణులలోని అంత్య విలువలు సగటులను ప్రభావితం చేయుడానికి మనం అనుమతించవచ్చునా?

(సి) ఇంకా మదింపు చేయుడానికి సగటును ఉపయోగించవచ్చా?

(డి) విభాజనం నమూనా ఏమిటి? అది సౌష్ఠవమా, వైషమ్యమా?

(ఇ) సగటు చేయవల్సిన పరిశీలనలను ఎట్లా నమోదు చేయాలి? స్వాభావిక సంఖ్యలా? విచ్ఛిత్తులా? రేట్లా? సగటులా?

(ఎఫ్) సగటు నిమిత్తం ఏ తరగతి యూనిట్లను ఉపయోగిస్తారు? సగటులు అపేక్షించిన దానికి పరిశీలనలను విలోమంగా ప్రకటించడం జరిగిందా?

(జి) ఏ అర్థంలో సగటు ఒక నమూనాగా ఉండాలి? వైయక్తిక విలువల్ని సమానం చేయుడానికా? విచ్ఛిత్తులను సమానం చేయుడానికా? అంశాల సంఖ్యను సమానం చేయుడానికా?

(హెచ్) స్పష్టమైన లేదా అస్పష్టమైన భారాలను ఉపయోగించాలా?

సగటుల ఎంపికను గురించి చర్చిస్తూ హోరేస్ సెక్రిస్ట్ ఇట్లా అన్నాడు. "వాటిని (సగటులు) ఉపయోగించడంలోని న్యాయోచితాన్ని సత్యాలన్నింటినీ రాబట్టుకొంటూ, వివిధ రకాల ప్రత్యేక లక్షణాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని నిర్ణయించాలి." అంకమధ్యమం ఎక్కువ ఆదర్శ ప్రాయమైన సగటుగా 'యూల్' భావించాడు. ఎందుకంటే అది సుప్రసిద్ధమైంది. గణాంక శాస్త్రంలో దానికి విస్తృతమైన ఆచరణ ప్రాముఖ్యముంది.

11.8 సారాంశం

దత్తాంశాన్ని సంక్షిప్త పరచి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒక సంఖ్యలో ఇచ్చిన విభాజనం లక్షణాలను వివరించడానికి సగటులు ఎంతగానో ఉపయోగపడతాయి. సగటులను కేంద్రస్థాన కొలమానాలు అని కూడా అంటాం. ఎందుకంటే, విభాజనంలోని అంశాలన్నీ సగటు విలువ చుట్టూ చేరి ఉంటాయి. సగటులలో అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం, గుణమధ్యమం, హరమధ్యమం, చలితసూధ్యమం, ప్రోగ్రెసివ్ సగటు, మిశ్రమ సగటు ఉన్నాయి. ఒక మంచి సగటు గణన విభాజనంలోని అన్ని అంశాలపై ఆధారపడి ఉండి, బీజీయ ప్రస్తావనకు అనుకూలంగా ఉండాలి. అది నిర్దిష్టంగా నిర్వచించబడి ఉండాలి. గణాంక విశ్లేషణలో సగటులను ఉపయోగించేటప్పుడు, వాటి పరిమితులను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి. లేకుంటే, ఫలితాలు తప్పుదారిని పట్టిస్తాయి. సగటులలో దేనిని ఉపయోగించాలనేది శోధన ఉద్దేశ్యం, దత్తాంశ స్వభావంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

BRAOU

11.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. సగటు ఉద్దేశాలేవంటే:

i. మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే ఒకే సంఖ్యను అందించడం

ii. రెండు విభాజనాలను పోల్చడానికి వీలుకల్పించడం

iii. ప్రతిచయనం ఆధారంగా జనాభా గురించి తెలుసుకోవడం

iv. వివిధ సమూహాల మధ్య గణితీయ సంబంధాన్ని కనుగొనడం

v. నిర్ణయాలు చేయడానికి సహాయ పడటం.

11.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. సగటు అంటే ఏమిటి?
2. సగటుల ఉద్దేశాలేమిటి?
3. సగటులలో వివిధ రకాలేమిటి?
4. మంచి సగటుకుండాల్సిన అపేక్షితాలను జాబితాగా రాయండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

1. సగటును ఎంపిక చేసేటప్పుడు ఏ అంశాలను మీరు గణనలోకి తీసుకొంటారు?
2. కేంద్ర స్థానపు కొలతల సుగుణాలను పరిమితులను చర్చించండి.

B R A O U

11.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ
   బి. అప్పలనాయుడు :వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం, తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S. P. :'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B. N :'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

11.12 పదకోశం

సగటు :సగటు అనేది మొత్తం దత్తాంశాన్ని ఒకే సంఖ్యలో సంక్షిప్తపరచి చెప్పే గణాంక కొలమానం.

భాగం - 12: అంకమధ్యమం

విషయక్రమం

12.0 ఉద్దేశాలు

12.1 పరిచయం

12.2 అంకమధ్యమం అర్థం

12.3 సామాన్య అంకమధ్యమం గణన

12.4 ఉమ్మడి సగటు గణన

12.5 భారిత అంకమధ్యమం గణన

12.6 అంకమధ్యమం ధర్మాలు

12.7 అంకమధ్యమం సుగుణాలు, పరిమితులు

12.8 సారాంశం

12.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

12.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

12.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

12.12 పదకోశం

BRAOU

12.0 ఉద్దేశాలు

అంకమధ్యమం అర్థాన్ని, దానిని గణించే పద్ధతులను, దాని ధర్మాలను, సుగుణాలను, పరిమితులను వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- సామాన్య, భారిత అంకమధ్యమాల అర్థాన్ని వివరించగలగాలి
- సామాన్య, భారిత అంకమధ్యమాలను గణన చేయగలగాలి
- అంకమధ్యమం ధర్మాలను గుర్తించగలగాలి
- అంకమధ్యమం సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొన గలగాలి.

12.1 పరిచయం

కుప్పగా ఉన్న దత్తాంశాన్ని ఒక సంఖ్యలో వివరించడమే సగటుల ఉద్దేశం. 11 వ భాగంలో చెప్పినట్లుగా సగటులలో 8 రకాలు ఉన్నాయి. అయితే వాటిలోని మొదటి ఐదింటిని మాత్రమే

అంటే - అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బహుళకం, గుణమధ్యమం, హరమధ్యమం లను గురించి ఈ కోర్సులో నేర్చుకుంటాం. అంకమధ్యమం అనేది గణితీయ సగటు. దీని గణన ఇచ్చిన శ్రేణిలోని అన్ని అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

ఈ భాగంలో అంకమధ్యమానికి సంబంధించిన విషయ పూర్వక, గణన పూర్వక అంశాలను పరిశీలిద్దాం.

12.2 అంకమధ్యమం అర్థం

అంకమధ్యమం ఒక గణాంక సాధనం. ఏకమాత్రపు విలువ సహాయంతో మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా దీనిని విస్తృతంగా ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది. ప్రతిచయన దత్తాంశానికి గణన చేసిన అంకమధ్యమాన్ని $\overline{X}$ (X - బార్ అంటారు)గా తెలియజేస్తారు. జనాభాకు గణన చేసిన అంకమధ్యమాన్ని 'μ' ('మ్యు' గా పలుకుతారు)గా తెలియజేస్తారు. సాధారణంగా అంకమధ్యమాన్ని మధ్యమం (mean) అనిగానీ, సగటు అనిగానీ అంటారు. అంకమధ్యమం రెండు రకాలు: సామాన్య అంకమధ్యమం (simple arithmetic mean), భారిత అంకమధ్యమం (weighted arithmetic mean), గణాంక విశ్లేషణ అపేక్షితాలకు తగినట్లుగా 'అంకమధ్యమం' అనే పదానికి సముచితమైన విశేషణాలను చేర్చడమైంది.

సామాన్య అంకమధ్యమం 'సింప్సన్, కాఫ్కా' అభిప్రాయం ప్రకారం "శ్రేణులలో ఉన్న అంశాల మొత్తాన్ని అంశాల సంఖ్యతో భాగిస్తే వచ్చే వ్యుత్పన్నమే అంక మధ్యమం." అంకమధ్యమాన్ని 'యాలన్ చౌ' ఇట్లా నిర్వచించాడు. "ప్రతిచయనంలోని పరిశీలనల మొత్తాన్ని అదే ప్రతిచయనంలోని పరిశీలనల మొత్తం చేత భాగించడం."

12.3 సామాన్య అంకమధ్యమం గణన

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులకు సంబంధించిన దత్తాంశానికి అంక మధ్యమాన్ని గణన చేస్తారు.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు (individual series)

వ్యక్తిగత శ్రేణులకు సంబంధించిన దత్తాంశానికి అంకమధ్యమాన్ని ప్రత్యక్ష పద్ధతి (direct method) ద్వారాగానీ, దగ్గర పద్ధతి (shortcut method) ద్వారాగానీ గణన చేయవచ్చు.

ప్రత్యక్ష పద్ధతి: ఈ పద్ధతిలో శ్రేణులలో ఉన్న అన్ని పరిశీలనల విలువల మొత్తాన్ని ఆ శ్రేణులలోని అంశాల సంఖ్యతో భాగించడం ద్వారా అంకమధ్యమాన్ని పొందవచ్చు.

సాంకేతికంగా (symbolically)

$$\overline{X} = \frac{X_1+X_2+X_3+X_4+\dots\dots X_n}{N}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

BRAOU

అయినప్పుడు, $\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

$\sum X$ = చలరాశిలోని పరిశీలనల విలువల మొత్తం

N = పరిశీలనల సంఖ్య

ఉదాహరణ-1: కింద పేర్కొన్నవి అకౌంటెన్సీ సబ్జక్టులో 10 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు.

విద్యార్థుల క్రమ సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
అకౌంటెన్సీలో మార్కులు:	56	63	45	75	66	47	80	36	29	54

అకౌంటెన్సీ సబ్జక్టులో విద్యార్థులు పొందిన మార్కుల అంకమధ్యమాన్ని గణించండి.

జవాబు:

అంకమధ్యమం గణన

విద్యార్థుల సంఖ్య	అకౌంటెన్సీలో మార్కులు (X)
1	56
2	63
3	45
4	75
5	66
6	47
7	80
8	36
9	29
10	54
N = 10	$\sum X = 551$

అంకమధ్యమం $(\overline{X}) = \frac{\sum X}{N}$

$\sum X = 551$, $N = 10$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{551}{10}$$

$$= 55.1$$

కాబట్టి అకౌంటెన్సీ సబ్జక్టులో విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కుల అంకమధ్యమం

$= 55.1$

BRAOU

దగ్గరి పద్ధతి: అంకమధ్యమాన్ని ప్రత్యక్ష పద్ధతిద్వారా గణన చేయడమనేది పరిశీలనలు బహు కొద్దిగా ఉన్నప్పుడూ, వాటి విలువలు చిన్న సంఖ్యలలో తెలిపినప్పుడు మాత్రమే సౌలభ్యంగా ఉంటుంది. చలరాశిలోని పరిశీలనల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉంటే, అంకమధ్యమం గణనలో లెక్కింపులు అధికంగా ఉంటాయి. ఈ ఇబ్బందిని అధిగమించటానికి దగ్గరి పద్ధతిని అవలంబించడం జరుగుతుంది. మధ్యమం నుంచి చలరాశిలోని విచలనాల మొత్తం 'సున్నా'కు సమానమవుతుంది అనే అంకమధ్యమం ధర్మంపై ఈ పద్ధతి ఆధారపడి ఉంది. అంటే 1, 2, 3, 4, 5ల అంకమధ్యమం 3కు సమానం. ఈ పరిశీలనలకు విచలనాలను మధ్యమం (3) ద్వారా గణన చేస్తే, అవి −2, −1, +1, +2 అవుతాయి. వాటి మొత్తం సున్నాకు సమానమవుతుంది.

సాంకేతికంగా,

$$\sum(X-\overline{X})=0$$

యాదృచ్ఛిక అంశాన్ని ఒక దానిని తీసుకొని అంకమధ్యమాన్ని లెక్కిస్తారు. దానిని ఊహించిన సగటు (assumed mean) అంటారు. ఊహించిన సగటును చలరాశి విలువల నుంచి తీసుకోనక్కర్లేదు. ఉపయోగించే వారి సౌకర్యాన్ని బట్టి అది ఏ సంఖ్య అయినా కావొచ్చు. అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించడానికి కింది చర్యలు అవసరమవుతాయి.

(i) ఒక విలువను సగటుగా ఎంచుకొని, దానిని 'A' గా పిలవండి.

(ii) ఊహించిన సగటు నుంచి చలరాశి విలువల విచలనాలను తీసుకోండి. (అంటే X − A) విచలనాలను dx అనుకొందాం.

(iii) ఈ విచలనాలన్నంటినీ కూడండి. $\sum dx$ వస్తుంది.

(iv) కింద ఇచ్చిన సమీకరణాన్ని అన్వయించి, $\overline{X}$ పొందండి.

$$\overline{X}=A+\frac{\sum dx}{N}$$

అంటే: $\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

A = ఊహించిన అంకమధ్యమం

$\sum dx$ = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల బీజీయ సంకలనం

N = సంఖ్యల మొత్తం.

ఉదాహరణ-2: కింద ఇచ్చినవి ఒక ఫ్యాక్టరీలో పనిచేసే 8 మంది కార్మికుల నెలసరి ఆదాయాలు. కార్మికుల ఆదాయాల నెలసరి అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

నెలసరి ఆదాయాలు (రూ.లలో): 150, 162, 173, 179, 180, 200, 210, 205

జవాబు:

అంకమధ్యమం గణన:

రూ. 180ను ఊహించిన సగటుగా తీసుకొందాం.

అప్పుడు A = 180 అవుతుంది.

క్రమ సంఖ్య	నెలసరి ఆదాయం (రూ.లలో)X	(X - A) dx
1	150	–30
2	162	–18
3	173	–7
4	179	–1
5	180	0
6	200	20
7	210	30
8	205	25
N = 8		Σdx = 19

$$\overline{X} = A + \frac{\sum dx}{N}$$

ఇక్కడ, A = 180 $\sum dx$ = 19, N = 8

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 180 + \frac{19}{8}$$

$$= 180 + 2.37$$

$$= 182.37$$

కాబట్టి కార్మికుల సగటు నెలసరి ఆదాయం రూ. 182.37

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు (discrete series): విచ్ఛిన్న శ్రేణుల దత్తాంశానికి అంక మధ్యమాన్ని ప్రత్యక్ష పద్ధతి ద్వారాగాని, దగ్గర పద్ధతి ద్వారాగాని కనుక్కోవచ్చు.

(i) చలరాశిలోని ప్రతి విలువను వాటి సంబంధిత పౌనఃపున్యం (corresponding frequency) చేత గుణించండి. ఆ సరసను 'fX' గా పిలవండి.

(ii) 'fX' విలువల నన్నింటినీ కూడండి. $\sum fX$ వస్తుంది.

(iii) విభాజనం పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. దానిని N లేదా $\sum f$ అనుకొందాం.

BRAOU

(iv) కింద ఇచ్చిన సమీకరణంలో ఈ విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే, $\overline{X}$ విలువలు వస్తాయి.

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

అంటే: $\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

f = పౌనఃపున్యం

$\sum fX$ = విలువలను వాటి పౌనఃపున్యంతో గుణిస్తే వచ్చిన లబ్ధాల మొత్తం.

N లేదా $\sum f$ = మొత్తం అంశాలు లేదా మొత్తం పౌనఃపున్యం.

ఉదాహరణ-3: కింద ఇచ్చినది ఒక ఫ్యాక్టరీ కార్మికుల వేతనాలకు సంబంధించిన సమాచారం, ఒక్కొక్క రోజుకు కార్మికుల సగటు వేతనాలను కనుక్కోండి.

ఒక్కొక్క రోజుకు వేతనం: (రూ.లలో)	10	12	13	14	16	17	20	21	22	25
కార్మికుల సంఖ్య:	1	6	10	20	23	15	16	4	3	2

జవాబు: కార్మికుల సగటు వేతనాల గణన

ఒక్కొక్క రోజుకు వేతనాలు (రూ.లలో) X	కార్మికుల సంఖ్య f	fX
10	1	10
12	6	72
13	10	130
14	20	280
16	23	368
17	15	255
20	16	320
21	4	84
22	3	66
25	2	50
	$N = 100$	$\sum fX = 1635$

అంకమధ్యమం $(\overline{X}) = \frac{\sum fX}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fX = 1635, N = 100$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = \frac{1635}{100}$

$= 16.35$

కాబట్టి కార్మికుల సగటు వేతనాలు ఒక్కొక్క రోజుకు రూ. 16.35.

దగ్గరి పద్ధతి: దగ్గరి పద్ధతిలో అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించడానికి కింది చర్యలు అవసరమవుతాయి.

(i) శ్రేణుల సగటుగా ఏదైనా విలువను ఊహించి, 'A'గా పిలవండి.

(ii) ఊహించిన సగటు ద్వారా (A) చలరాశి (X) లోని విలువలకు విచలనాలను కనుగొనండి. ఆ వరసను dx($dx = X - A$) అనుకోండి.

(iii) విచలనాలను (dx), వాటి పౌనఃపున్యాలతో (f) గుణించండి. ఆ వరసను ('fdx') అనుకోండి.

(iv) (fdx) వరస మొత్తాన్ని కనుక్కోండి $\sum fdx$ వస్తుంది.

(v) విభాజనం పౌనఃపున్యాలను కూడండి. N వస్తుంది.

(vi) కింద ఇచ్చిన సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపించండి. $\overline{X}$ వస్తుంది.

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fdx}{N}$$

అంటే,

$\overline{X} =$ అంకమధ్యమం

$A =$ ఊహించిన సగటు

$\sum fdx =$ విచలనాలను వాటి పౌనఃపున్యంతో గుణించగా వచ్చిన లబ్దాల సంకలనం

$N =$ పరిశీలనల మొత్తం సంఖ్య

ఉదాహరణ-4: కింద ఇచ్చినది ఒక ఫ్యాక్టరీ కార్మికుల వారం వారం వేతనాలకు సంబంధించిన సమాచారం. కార్మికుల వారపు సగటు వేతనాలను కనుక్కోండి.

వారం వారం వేతనాలు: (రూ.లలో)	25	30	35	40	45	50	55	60
కార్మికుల సంఖ్య:	3	61	132	153	70	70	51	2

జవాబు: కార్మికుల వేతనాల గణన

శ్రేణుల సగటును '40'గా ఊహిద్దాం. అంటే A = 40

వారం వారం వేతనాలు (రూ.లలో)	కార్మికుల సంఖ్య f	(X – A) dx	fdx
25	3	–15	–45
30	61	–10	–610
35	132	–5	–660
40	153	0	0
45	70	5	350
50	60	10	700
55	51	15	765
60	2	20	40
	$N =$ 542	$\Sigma fdx =$	540

అంకమధ్యమం $\overline{X} = A + \frac{\sum fdx}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fdx =$ 540; N = 542; A = 40

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = 40 + \frac{540}{542}$

40 + 0.99

40.99

కార్మికుల వారపు సగటు వేతనాలు = రూ. 40.99

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశానికి అంకమధ్యమాన్ని గణించండి.

మార్కులు:	52	55	58	60	63	67	69	70	80	85	90
విద్యార్థుల సంఖ్య:	10	30	40	50	30	25	45	65	60	20	10

BRAOU

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు (Continuous series):

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో అంక మధ్యమాన్ని కింది పద్ధతులలో గణన చేస్తారు.

(i) ప్రత్యక్ష పద్ధతి

(ii) దగ్గరి పద్ధతి

(iii) సోపాన విచలనాల పద్ధతి (step-deviation method)

(iv) సంకలనాల పద్ధతి (summation method)

(i) **ప్రత్యక్ష పద్ధతి:** ప్రత్యక్ష పద్ధతికి సంబంధించి కింది చర్యల సహాయంతో అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కొంటారు.

(i) ప్రతి తరగతి మధ్య విలువలను (mid values) కనుక్కోండి. ఆ వరస 'm' అనుకొందాం. ప్రతి తరగతి ఎగువ అవధిని, దిగువ అవధిని కూడి రెండుచేత భాగిస్తే ఇది వస్తుంది.

(ii) ప్రతి తరగతి మధ్య విలువను దాని పౌనఃపున్యం చేత గుణించండి. fm వస్తుంది.

(iii) fm విలువలన్నింటినీ కూడండి. $\sum fm$ వస్తుంది.

(iv) తరగతుల పౌనఃపున్యాలను కూడండి. N వస్తుంది.

(v) కింది సమీకరణాన్ని ఉపయోగించండి. $\overline{X}$ వస్తుంది.

$$\overline{X} = \frac{\sum fm}{N}$$

అంటే,

$\overline{X} =$ అంకమధ్యమం

$m =$ వివిధ తరగతుల మధ్య విలువలు

$\sum fm =$ మధ్య విలువలను వాటి పౌనఃపున్యంతో గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాల సంకలనం

$N =$ మొత్తం సంఖ్య లేదా మొత్తం పౌనఃపున్యాలు.

ఉదాహరణ-5: కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం నుంచి అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

బరువు: (కిలోలలో)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
వ్యక్తుల సంఖ్య:	15	20	25	30	18	12	6

జవాబు:

వ్యక్తుల సగటు బరువు లెక్కింపు

బరువు (కిలోలలో)	మధ్య విలువలు	వ్యక్తుల సంఖ్య	fm
10-20	15	15	225
20-30	25	20	500
30-40	35	25	875
40-50	45	30	1350
50-60	55	10	990
60-70	65	12	780
70-80	75	6	450
		$N = 126$	$\sum fm = 5170$

$\overline{X} = \frac{\sum fm}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fm = 5170$, $N = 126$

సమీకరణంలో ఈ విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

$\overline{X} = \frac{5170}{126} = 41.03$

వ్యక్తుల సగటు బరువు = 41.03 కిలోలు.

ii. దగ్గరి పద్ధతి: దగ్గరి పద్ధతి ప్రకారం కింద సూచించిన పద్ధతిలో అంక మధ్యమాన్ని గణన చేస్తారు.

(i) ప్రతి తరగతికి మధ్య విలువను కనుక్కోండి.

(ii) మధ్య విలువలలో ఒకదానిని ఊహించిన సగటుగా తీసుకోండి. దానిని 'A'అనుకోండి.

(iii) ఊహించిన సగటు నుంచి మధ్య విలువల విచలనాలను తీసుకోండి. ఆ వరసను d అనవచ్చు.

(iv) విచలనాలను (d) వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో గుణించండి. ఆ వరసను 'fd' అనవచ్చు.

(v) fd మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. $\sum fd$ అనవచ్చు.

(vi) పౌనఃపున్యాలను కలపండి. N వస్తుంది.

(vii) కింది సమీకరణాన్ని అన్వయిస్తే, $\overline{X}$ వస్తుంది.

$\overline{X} = A + \frac{\sum fd}{N}$

అంటే,

$\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

A = ఊహించిన సగటు

d = మధ్య విలువల (m − A) ఊహించిన సగటు నుంచి వచ్చిన విచలనాలు.

$\sum fd$ = విచలనాలను వాటి పౌనఃపున్యాల చేత గుణించగా వచ్చిన లబ్దాల మొత్తం

N = మొత్తం అంశాల సంఖ్య లేదా మొత్తం పౌనఃపున్యాలు

ఉదాహరణ-6: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మార్కుల అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
విద్యార్థుల సంఖ్య:	5	13	19	20	25	12	6

జవాబు:

అంక మధ్యమం గణన

ఊహించిన సగటుగా 35ను తీసుకొందాం. అంటే A = 35

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య	m	d(A − m)	fd
0-10	5	5	−30	−150
10-20	13	15	−20	−260
20-30	19	25	−10	−190
30-40	20	35	0	0
40-50	25	45	10	250
50-60	12	55	20	240
60-70	6	65	30	180
	$N = 100$			$\sum fd = 70$

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum fd = 70$, $N = 100$, $A = 35$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 35 + \frac{70}{100}$$

$$= 35 + 0.7$$

$$= 35.7$$

విద్యార్థుల సగటు మార్కులు = 35.7

iii. **సోపాన విచలనాల పద్ధతి:** సోపాన విచలనాల పద్ధతిలో విచలనాలకు సమాన లక్షణం గోచరిస్తుంది. అట్లా విచలనాల సమాన లక్షణాన్ని తీసుకొంటే వచ్చే విచలనాలను సోపాన విచలనాలంటారు. మామూలుగా సమాన లక్షణం విలువ తరగతి అవధుల పరిమాణమవుతుంది.

సాంకేతికంగా,

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

ఇక్కడ,

$\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

d^1 = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న మధ్య విలువల సోపాన విచలనం

$\sum fd^1$ = సోపాన విచలనాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాల చేత గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాల సంకలనం

N = మొత్తం సంఖ్య

C = సామాన్య లక్షణం

ఉదాహరణ-7: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
25-30	25
30-35	40
35-40	60
40-45	75
45-50	20
50-55	10

జవాబు:

విద్యార్థుల సగటు మార్కుల గణన

ఊహించిన సగటుగా 37.5 తీసుకొందాం. అంటే A = 37.5

మార్కులు X	విద్యార్థుల సంఖ్య f	m	(m–A) d	d/c c= 5 d^1	fd^1
25-30	25	27.5	–10	–2	–50
30-35	40	32.5	–5	–1	–40
35-40	50	37.5	0	0	0
40-45	75	42.5	5	1	75
45-50	20	47.5	10	2	40
50-55	10	52.5	15	3	30
	N = 230				$\sum fd^1$ = 55

B R A O U

అంకమధ్యమం $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times c$

ఇక్కడ, $A = 37.5$, $\sum fd^1 = 55$, $N = 230$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = 37.5 + \frac{55}{230} \times 5$

$= 37.5 + 0.239 \times 5$

$= 37.5 + 1.2$

$= 38.7$

విద్యార్థుల సగటు మార్కులు = 38.7

iv. సంకలనాల పద్ధతి: అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల తరగతి అంతరాలు సమాన పరిమాణంలో ఉంటే, అంకమధ్యమాన్ని సంకలనాల పద్ధతి సహాయంతో కూడా గణించవచ్చు. ఈ పద్ధతిలో కింది అంశాలు ఇమిడి ఉన్నాయి:

(i) విభాజనం మధ్య విలువలను కనుక్కోండి. పెద్ద మధ్య విలువను m గా అనుకోండి.

(ii) విభాజనం పౌనఃపున్యాలను కూడండి. N వస్తుంది.

(iii) అన్ని తరగతుల సంచిత పౌనఃపున్యాలను లెక్కించండి. వాటిని కూడండి. cf వస్తుంది.

(iv) N చేత సంచిత పౌనఃపున్యాలను భాగించండి. f వస్తుంది.

(v) కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించండి. $\overline{X}$ వస్తుంది.

$$\overline{X} = m - i(F - 1)$$

అంటే,

$\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

m = ఆఖరి తరగతి మధ్య విలువ (అంటే విభాజనంలోని హెచ్చు తరగతి మధ్య విలువ)

i = తరగతి అంతరం

F = మొత్తం పౌనఃపున్యాలచేత భాగించగా వచ్చిన సంచిత పౌనఃపున్యాల సంకలనం.

ఉదాహరణ-8: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి సంకలనాల పద్ధతి ద్వారా అంక మధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

వేతనాలు (రూ.లలో)	కార్మికుల సంఖ్య
300-310	6
310-320	20
320-330	44
330-340	26
340-350	3
350-360	1

జవాబు:

కార్మికుల సగటు వేతనాల గణన

వేతనాలు (రూ.లలో) X	కార్మికుల సంఖ్య f	cf	m
300-310	6	6	
310-320	20	26	
320-330	44	70	
330-340	26	96	
340-350	3	99	
350-360	1	100	355
	N = 100	$\sum cf$ = 397	

$$\overline{X} = m - i(F-1)$$

ఇక్కడ,

$$i = 10,\ F = \frac{397}{100} = 3.9\ 7,\ m = 355$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = 355 - 10\ (3.97 - 1)$

$= 355 - 10\ (2.97)$

$= 355 - (10 \times 2.97)$

$= 355 - 29.7$

$= 325.3$

కాబట్టి సగటు వేతనాలు : రూ. 325.3

BRAOU

అంకమధ్యమం గణన - వివృత అవధుల తరగతులు

మొదటి తరగతి దిగువ అవధి విలువని, చివరి తరగతి ఎగువ అవధి విలువని కనుక్కోనిదే వివృత అవధుల తరగతుల అంకమధ్యమాన్ని గణన చేయడానికి వీలులేదు. అట్లాంటి విలువల్ని నిర్ణయించడానికి ఇతర తరగతుల తరగతి అంతరాల ధోరణిని జాగ్రత్తగా పరిశీలించాలి. అన్ని తరగతుల అంతరాల పరిమాణం సమానంగా ఉంటే, అప్పుడు ఇతర తరగతుల పరిమాణాన్ని బట్టి మొదటి, చివరి తరగతుల పరిమాణాన్ని నిర్ణయించాలి.

ఉదాహరణ-9: కింద ఇచ్చిన సమాచారాన్ని బట్టి కార్మికుల సగటు వేతనాలను కనుక్కోండి.

వేతనాలు (రూ.లలో)	కార్మికుల సంఖ్య
కంటె తక్కువ - 150	10
150 - 200	15
200 - 250	27
250 - 300	25
300 - 350	15
350 కంటే ఎక్కువ	8

జవాబు :

పైన ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనంలో, అన్ని తరగతి అంతరాల పరిమాణం 50. అందుచేత, మొదటి, చివరి తరగతి అంతరం పరిమాణం కూడా 50గా భావించవచ్చు. కాబట్టి మొదటి తరగతి దిగువ అవధి విలువను 100గానూ, చివరి తరగతి ఎగువ అవధి విలువను 400గానూ నిర్ణయించవచ్చు.

ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని కింది విధంగా మళ్లీ ఏర్పాటు చేసిన తర్వాత అంకమధ్యమాన్ని గణించవచ్చు.

ఊహించిన సగటుగా 225 తీసుకొందాం. అంటే A = 225

వేతనాలు (రూ.లలో)	కార్మికుల సంఖ్య	m	(A-m) d	c=50 d/c d^1	fd^1
100-150	10	125	−100	−2	−20
150-200	15	175	−50	−1	−15
200-250	27	225	0	0	0
250-300	25	275	50	1	25
300-350	15	325	100	2	30
350-400	8	375	150	3	24
	N= 100				$\sum fd' = 44$

BRAOU

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

ఇక్కడ, $A = 225$, $\sum fd' = 44$, $N = 100$, $C = 50$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 225 + \frac{44}{100} \times 50$$

$$= 225 + 0.44 \times 50$$

$$= 225 + 22$$

$$= 247$$

సగటు వేతనం = రూ. 247

పౌనఃపున్య విభాజనంలోని అన్ని తరగతులకు తరగతి అంతరాలు ఒకే విధంగా (uniform) లేకపోతే, తరగతుల దిగువ, ఎగువ అవధులను హేతుబద్ధంగా కనుక్కోవడానికి వీల్లేదు. అట్లాంటి సందర్భాలలో అంకమధ్యమాన్ని గణించటానికి ఇచ్చిన దత్తాంశం వీలుగా ఉండదు. అందుచేత సగటుల్లో మరో కొలత సాధనమైన మధ్యగతాన్నిగానీ బాహుళకాన్నిగాని ఉపయోగించడం మంచిది.

12.4 ఉమ్మడి సగటు గణన

అంకమధ్యమాలు, రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ సంబంధిత సమూహాలు తెలిసినవై ఉంటే, ఇచ్చిన శ్రేణులను కలపడం ద్వారా అన్ని సమూహాల ఉమ్మడి మధ్యమాన్ని కనుక్కోవచ్చు. ఉమ్మడి సగటును $\overline{X}_{12n}$ గా చెప్పుకోవచ్చు. కింది సమీకరణం సహాయంతో దానిని గణన చేయవచ్చు.

$$\overline{X}_{12n} = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2 .... N_n\overline{X}_n}{N_1 + N_2 + ... N_n}$$

అంటే,

$\overline{X}_{12n}$ = అధ్యయనం కింద ఉన్న అన్ని సమూహాల ఉమ్మడి సగటు

$\overline{X}_1, \overline{X}_2, ...\overline{X}_n$ = వివిధ సమూహాల దత్తాంశాల అంకమధ్యమాలు.

$N_1, N_2, ...N_n$ = వివిధ సమూహాల సంఖ్య.

ఉదాహరణ-10: ఒక పాఠశాలలో ఒక క్లాసుకు రెండు సెక్షన్లు ఉన్నాయి. అందులో విద్యార్థులు ఒక సెక్షన్‌లో 80, మరో సెక్షన్‌లో 70 మంది ఉన్నారు. రెండు సెక్షన్లలోని విద్యార్థులు పొందిన మార్కుల అంకమధ్యమాలు 65, 55 అయితే, మొత్తం క్లాసును ఒక సమూహంగా తీసుకొని, విద్యార్థులకు లభించిన మార్కుల ఉమ్మడి సగటును కనుక్కోండి.

BRAOU

జవాబు:

$$\overline{X}_{12n} = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2}{N_1 + N_2}$$

కిందివి ఇవ్వడమైనది.

$N_1 = 80,\ N_2 = 70,\ \overline{X}_1 = 65,\ \overline{X}_2 = 55$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X}_{12} = \frac{(80\times65)+(70\times55)}{80+70}$$

$$= \frac{5200+3850}{150}$$

$$= \frac{9050}{150}$$

$$= \overline{X}_{12} = 60.33$$

క్లాసులోని విద్యార్థులు గ్రూపుగా పొందిన మార్కుల ఉమ్మడి సగటు = 60.33

12.5 భారిత అంక మధ్యమం (Weighted Arithmetic Mean)

సామాన్య అంకమధ్యమాన్ని గణన చేసేటప్పుడు విభాజనంలోని అన్ని అంశాలకూ సమాన ప్రాముఖ్యాన్ని ఇవ్వడం జరిగింది. ఆచరణలో, దత్తాంశంలో కొన్ని అంశాలకున్న విలువల కంటె మరికొన్ని అంశాలకు విలువలు ఎక్కువ ఉండొచ్చు. అందుచేత దత్తాంశంలోని వివిధాంశాలకు సముచితమైన భారాన్ని ఇవ్వాల్సి ఉంటుంది. శ్రేణులలో ఉన్న వివిధ దత్తాంశ అంశాలకు వాటి సాపేక్ష ప్రాముఖ్యాన్ని బట్టి భారితాలను ఇవ్వాలి. చలరాశిలోని అన్ని విలువలకూ సమాన భారాలను ఇస్తే, భారిత అంకమధ్యమం, అంకమధ్యమానికి సమానంగా ఉంటుంది. అంటే $\overline{X}_w = \overline{X}$. విలువల సాపేక్షక ప్రాముఖ్యాన్ని బట్టి భారాలను ఇస్తే (అంటే పెద్ద అంశాలకు హెచ్చు భారితాలు) సామాన్య అంకమధ్యమం కంటే, భారిత అంకమధ్యమం పెద్దదవుతుంది. అంటే $\overline{X}_w > \overline{X}$. 'బోడింగ్‌టన్' మాటల్లో, "భారిత సగటు అనే సూత్రం చాలా ముఖ్యమైంది. మార్పులు చెందే రాశులు ప్రత్యక్షంగా ఉన్నప్పుడు ఈ ప్రాముఖ్యాన్ని గుర్తించవచ్చు. ఉదాహరణకు : ఒక ఫ్యాక్టరీలో తయారీ వస్తువుల సగటు యూనిట్ వ్యయాన్ని కనుక్కోవాల్సిన అవసరమొచ్చినప్పుడు, యంత్రాలు మారుతున్న పరిస్థితుల్లో పనిచేస్తూన్నప్పుడు, వాటి నమూనాల్లో తేడాలున్నప్పుడు, ఒక్కొక్క యంత్రానికి సగటు ఉత్పత్తి కనుక్కోవాల్సి వచ్చినప్పుడు ఈ సూత్రం ప్రాముఖ్యాన్ని వహిస్తుంది."

భారిత అంకమధ్యమాన్ని $\overline{X}_w$ గా చెబుతారు. దీనిని ప్రత్యక్ష పద్ధతిగానూ లేదా దగ్గరి పద్ధతిగానూ గణన చేస్తారు.

ప్రత్యక్ష పద్ధతి: ప్రత్యక్ష పద్ధతిలో కింద పేర్కొన్న చర్యల సహాయంతో భారిత అంకమధ్యమాన్ని గణన చేస్తారు.

(i) శ్రేణిలో ఉన్న ప్రతి విలువకూ వాటి వాటి సాపేక్షిక ప్రాముఖ్యాన్ని బట్టి భారాలను ఇవ్వాలి.

(ii) శ్రేణిలో ఉన్న ప్రతి విలువను వాటి వాటి సాపేక్షిక భారాలతో గుణించండి. ఆ వరసను 'WX' గా అనుకోవచ్చు.

(iii) భారాల మొత్తాలను కనుక్కోండి. $\sum W$ వస్తుంది.

(iv) రెండవ వరస మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. $\sum WX$ వస్తుంది.

(v) కింద ఇచ్చిన సమీకరణాన్ని అన్వయించండి. $\overline{X}_w$ విలువను కనుక్కోండి.

$$\overline{X}_w = \frac{WX}{W}$$

అంటే, $\overline{X}_w$ = భారిత అంకమధ్యమం

W = భారాలు

$\sum W$ = భారాల సంకలనం

$\sum WX$ = చలరాశి విలువలను వాటికిచ్చిన భారాలచేత గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాల మొత్తం.

ఉదాహరణ-11: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి సూచీసంఖ్యల భారిత అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

అంశాలు	సూచీసంఖ్యలు	భారాలు
A	152	35
B	125	23
C	141	18
D	133	15
E	100	9

BRAOU

జవాబు:

సూచీ సంఖ్యల భారిత అంకమధ్యమం గణన

అంశాలు	సూచీ సంఖ్యలు	భారాలు	Xw
A	152	35	5320
B	125	23	2875
C	141	18	2538
D	133	15	1995
E	100	9	900
		$\sum W$ = 100	$\sum XW$ = 13,628

$$\overline{X}_w = \frac{\sum XW}{\sum W}$$

ఇక్కడ,

$\sum WX$ = 13,628, $\sum W$ = 100

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X}_w = \frac{13,628}{100}$$

$$= 136.28$$

సూచీసంఖ్య భారిత అంకమధ్యమం=136.28

దగ్గరి పద్ధతి : దగ్గరి పద్ధతిలో భారిత అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి కింద పద్ధతిని ఇవ్వడమైంది.

(i) శ్రేణిలోని ప్రతి విలువకూ వాటి వాటి సాపేక్ష ప్రాముఖ్యాన్ని బట్టి భారాలు ఇవ్వండి (అభ్యాసంలో ఇవ్వకపోతే) అంటే W.

(ii) ఊహించిన భారిత సగటు నుంచి అన్ని విలువల విచలనాలను తీసుకోండి. వరస dx తెలియజేస్తుంది.

(iii) విచలనాలను వాటి వాటి భారాల చేత గుణించండి. మొత్తం వస్తుంది. అంటే $\sum W\text{dx}$.

(iv) భారాలను కూడండి. $\sum W$ వస్తుంది.

(v) కింద ఇచ్చిన సమీకరణాన్ని అన్వయించండి. $\overline{X}_w$ గణించండి.

$$\overline{X}_w = A_w + \frac{\sum W dx}{\sum W}$$

ఇక్కడ,

A_w = ఊహించిన భారిత అంకమధ్యమం

dx = ఊహించిన భారిత సగటు నుంచి విచలనాలు

$\sum W\text{dx}$ = ఊహించిన భారిత సగటు నుంచి తీసుకొన్న విచలనాలను వాటి వాటి భారాలచే గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాల మొత్తం

$\sum W$ = భారాల మొత్తం

ఉదాహరణ-12: జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్యలను తయారుచేస్తూ, కింద పేర్కొన్న సామూహిక సూచీ సంఖ్యలను కనుక్కోవడమైంది. సూచీ సంఖ్యల (index numbers) భారిత అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

గ్రూపు	సూచీ సంఖ్యలు	భారాలు
ఆహారము	250	100
దుస్తులు	150	50
రేట్లు, పన్నులు	200	60
ఇంధనం	300	80

జవాబు:

సూచీ సంఖ్యల భారిత సగటు గణన

శ్రేణుల ఊహించిన సగటును 200 గా తీసుకొందాం, అంటే $A_w = 200$.

గ్రూపు	సూచీసంఖ్యలు X	భారాలు W	$(X - A_w)dx$	Wdx
ఆహారం	250	100	50	5000
దుస్తులు	150	50	–50	–2500
రేట్లు-పన్నులు	200	60	0	0
ఇంధనం	300	80	100	8000
		$\sum W = 290$		$\sum Wdx = 10{,}500$

$$\overline{X}_w = A_w + \frac{\sum Wdx}{\sum W}$$

ఇక్కడ,

$A_w = 200, \; \sum Wdx = 10{,}500, \; \sum W = 290$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X}_w = 200 + \frac{10{,}500}{290}$$

$= 200 + 36.20$

$= 236.20$

సూచీసంఖ్యల భారిత సగటు= 236.20

BRAOU

భారిత అంకమధ్యమం ఉపయోగం : చలరాశి అంశాలు సమాన ప్రాముఖ్యాన్ని వహించకపోయిన సందర్భాలలో భారిత అంక మధ్యమం ఉపయోగపడుతుంది. కింద పేర్కొన్న విషయాలలో భారిత అంకమధ్యమానికి ఎంతో ప్రాముఖ్యమున్నది.

(i) సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం

(ii) పరిశీలనల మొత్తం సంఖ్య మారినప్పుడు రెండు లేదా అంతకంటె సంబంధిత గ్రూపుల అంశాలను పరిశీలించునప్పుడు

(iii) ప్రామాణిక జనన, మరణాల రేట్ల గణన.

12.6 అంకమధ్యమం ధర్మాలు

అంకమధ్యమం ముఖ్యమైన ధర్మాలను కింద పేర్కొనడమైంది :

(i) అంకమధ్యమం నుంచి గ్రహించిన చలరాశి విలువల విచలనాల సంకలనం ఎల్లప్పుడూ సున్నాకు సమానం (ధన, ఋణాత్మక గుర్తులను లెక్కలోకి తీసుకొని). ఈ ధర్మం అంకమధ్యమాన్ని సమానత బిందువు (point of balance) గా చేస్తుంది. దీని అర్థ మేమిటంటే, అంకమధ్యం నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు ఋణాత్మక విచలనాల మొత్తం ధనాత్మక విచలనాల మొత్తానికి సమానం. కింద ఇచ్చిన ఉదాహరణ ద్వారా ఇది స్పష్టమవుతుంది.

వేతనాలు(రూ.లలో) X	$(X-\overline{X})$ dx
100	−200
200	−100
300	0
400	100
500	200
$\sum X = 1500$	− 300 + 300 = 0
$\overline{X} = 300$	$\sum(X-\overline{X}) = 0$

ఇక్కడ,

$\sum X = 1,500$ $\quad N = 5$

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{1500}{5} = 300$$

(ii) అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న పరిశీలనల విచలనాల వర్గమూలాల సంకలనం కనిష్ఠం. అంతే కాకుండా ఏదైనా ఇతర విలువ నుంచి గ్రహించిన అంశాల విచలనాల వర్గమూలాల సంకలనం కంటె తక్కువే.

సాంకేతికంగా,

$\sum(X-\overline{X})^2$ కనిష్ఠం

కింది ఉదాహరణను గమనించండి.

X	$X-\overline{X}$ d	$(X-\overline{X})^2$ d^2
4	−2	4
5	−1	1
6	0	0
7	1	1
8	2	4
$\sum X = 30$	0	$\sum d^2 = 10$

B R A O U

$$\sum X = 30,\ N = 5,\ \overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{30}{5} = 6$$

కాబట్టి d^2 అనేది అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గమూలాల సంకలనం (అంటే $\overline{X} = 6$) అవుతుంది.

పై ఉదాహరణలో వర్గమూల విచలనాల సంకలనం 10, మధ్యమం విలువ అంటే 6 కంటే ఏ ఇతర విలువకు చెందిన విచలనాలను తీసుకొన్నా 10 కంటె ఎక్కువ కాగలదు.

5 నుంచి విచలనాలను తీకుకొన్నామని భావిద్దాం.

X	$(X - A)$ d	$(X - A)^2$ d^2
4	−1	1
5	0	0
6	1	1
7	2	4
8	3	9
$\sum X = 30$	$\sum d = 5$	$\sum d^2 = 15$

కాబట్టి విచలనాల వర్గమూల సంకలనం 10 కంటె ఎక్కువ.

(iii) $\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$ కాబట్టి ఇంకా గణితీయ వ్యవహారణకు (mathematical treatment) అంకమధ్యమంలో అవకాశముంది. ఏవైనా రెండు విలువలు ఇస్తే, సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా ఇతర విలువల్ని రాబట్ట వచ్చు. కాబట్టి ఈ సందర్భంగా ఈ ధర్మం గణితీయ సంబంధాలు:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N},\ \sum X = \overline{X}N,\ N = \frac{\sum X}{\overline{X}}$$

(iv) అంకమధ్యమం, రెండు లేదా అంతకు మించిన సంబంధిత సమూహాల పరిశీలనల సంఖ్య తెలిస్తే, అన్ని సమూహాల ఉమ్మడి సగటును, అన్ని శ్రేణులను కలపడం ద్వారా కనుక్కోవచ్చు.

(v) అంకమధ్యమం ప్రామాణిక దోషం ఎల్లప్పుడూ మధ్యగతం, బాహుళకం, గుణ, హరమధ్యమాల వంటి కేంద్రస్థానపు కొలతల ప్రామాణిక దోషం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

12.7 అంకమధ్యమం సుగుణాలు, పరిమితులు

కింద సేర్కొన్నవి అంకమధ్యమం కొన్ని సుగుణాలు:

(i) అంక మధ్యమాన్ని గణించడం సులభం. ఇందులో శ్రమ కలిగించే గణితీయ లెక్కలు ఏమీ ఉండవు. అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి కూడికలు, గుణకారాలు, విభజనలకు సంబంధించిన సామాన్య గణితశాస్త్ర పరిజ్ఞానం సరిపోతుంది.

BRAOU

(ii) అంకమధ్యమం అనేది గణన చేసిన మధ్యమం. కాబట్టి మరింత బీజీయ ప్రస్తావనకు అది వీలుగా ఉంటుంది.

(iii) అంకమధ్యమవు గణన పద్ధతులు శాస్త్రీయంగా నిర్వచించబడినవి కాబట్టి ఇచ్చిన శ్రేణుల్లో ఎవరైనా ఏ పద్ధతి ద్వారానైనా అంకమధ్యమాన్ని గణన చేసినప్పటికీ ఒకే రకమైన జవాబును పొందుతారు.

(iv) అంకమధ్యమం ఏ వైపు తీసుకున్నా విలువల వరంగా గురుత్వాకర్షణ శక్తి గలదిగా సమానత బిందువు గలదిగా అనే అర్థంలో నమూనాకు నిలుస్తుంది; ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది.

(v) అంకమధ్యమం స్థిరమైంది. ఒకే జనాభా నుంచి మళ్ళీ మళ్ళీ ప్రతిచయనాన్ని తీసుకున్నప్పటికీ ఎక్కువగా మారదు.

(vi) చలరాశి విలువల ప్రాతిపదికగా అంకమధ్యమాన్ని గణన చేస్తారు. మధ్యగతం, చతుర్థాంశాల వలె స్థానపు సగటులు కావు అంకమధ్యమాలు. అందుచేత చలరాశి అన్ని విలువలకు వాస్తవంగా ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగా అంకమధ్యమాన్ని పరిగణిస్తారు.

అంకమధ్యమం పరిమితులు

(i) శ్రేణిలోని ప్రతి అంశం ఆధారంగా అంకమధ్యమాన్ని గణన చేస్తారు కాబట్టి, దత్తాంశం అంత్యవిలువలు అంకమధ్యమాన్ని అనుచితంగా ప్రభావితం చేస్తాయి. అట్లాంటి సందర్భాల్లో అంకమధ్యమవు విలువ దత్తాంశానికి వాస్తవంగా ప్రాతినిధ్యం వహించలేదు. ఉదాహరణకు, ఒక తరగతిలో 5గురు విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు 80, 75, 90, 85, 5

సగటు మార్కులు = 80 + 75 + 90 + 85 + 5 = $\frac{335}{5}$ = 67

ఉదాహరణలోని అన్ని విలువలు దాదాపు ఒకే రకంగా ఉన్నాయి. ఒక్కటి తప్ప అదే 5. అందుచేత 5 అనేదాన్ని అంత్యవిలువగా పరిగణిస్తారు. దీని విలువ వల్లనే అంకమధ్యమం 67 కు దిగిపోయింది.

(ii) వివృత అవధులున్న తరగతుల దత్తాంశానికి గణించిన అంకమధ్యమం శ్రేణిలోని విలువలకు ఆదర్శమైందిగా తీసుకోవడానికి వీలులేదు. ఎందువల్లనంటే మొదటి తరగతి దిగువ అవధి, చివరి తరగతి ఎగువ అవధి విలువలు నిర్దేశితుకంగా నిర్ణయించబడతాయి.

(iii) దత్తాంశపు సమాచారం పూర్తిగా లేకపోవుటవలన అంకమధ్యమవు వివరణ చాల ఎక్కువగా పాఠకుల్ని తప్పుదోవ పట్టిస్తూ ఉంటుందని చెప్పవచ్చు. కింది ఉదాహరణను గమనించండి.

సంవత్సరం	ఉత్తీర్ణుల సంఖ్య	
	A కాలేజి	B కాలేజి
1980	1,500	5,000
1981	2,000	4,000
1982	2,500	2,500
1983	4,000	2,000
1984	5,000	1,500
మొత్తం	15,000	15,000

BRAOU

పై ఉదాహరణలో ఉత్తీర్ణులైన వారి అంకమధ్యమం రెండింటిలోనూ 3000. అసలు దత్తాంశం ప్రాతిపదికగా 'A' అనే కాలేజీ ఉత్తీర్ణుల సంఖ్యలో మెరుగుదలను చూపెట్టగా 'B' అనే కాలేజీ ఉత్తీర్ణుల సంఖ్యలో తరుగుదలను చూపెడుతోంది. అయితే అంకమధ్యమం ద్వారా ఇది వెల్లడి కాలేదు. హొరేస్ సెక్రిస్ట్ మాటల్లో "వివరాలకు ప్రత్యామ్నాయంగా సగటును తీసుకొంటే, శ్రేణులు విజాతీయంగా వున్నప్పుడు సులభమూ; జాగ్రత్త లెక్కింపూ ఉన్నప్పటికీ అంకమధ్యమాన్ని అంతగా సిఫార్సు చేయలేం".

(iv) అంకమధ్యమాన్ని తనిఖీ ద్వారాగానీ, పరిశీలన ద్వారాగానీ కనుక్కోలేం.

(v) గణన చేసిన అంకమధ్యపు విలువ ఆదర్శప్రాయమైంది కాదు. ఎందుకంటే అట్లాంటి విలువ తరుచూ శ్రేణిలో ఇచ్చిన విలువ కంటే భిన్నంగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు 4, 8, 18ల సగటు 10. అది పరిశీలనవల్ల రాదు.

పైన పేర్కొన్న పరిమితులున్నప్పటికీ, అంకమధ్యమాన్ని విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నారు. కారణమేమిటంటే లెక్కింపుకు అది సులభంగా ఉంటుంది. అవగాహనకు తేలిగ్గా ఉంటుంది.

12.8 సారాంశం

సగటులన్నింటిలో ఎక్కువగా వాడే సగటు అంకమధ్యమం. ఒక శ్రేణిలోని అంశాల మొత్తాన్ని అంశాల సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చే భాగలబ్ధమే అంకమధ్యమం. దీనిని ప్రత్యక్ష పద్ధతిలోగాని, పరోక్ష పద్ధతిలోగాని, సోపాన విచలన పద్ధతిలోగాని గణన చేయవచ్చు. దీని ప్రధాన ప్రయోజనాలేమిటంటే, సులభంగా గణించడం, తదుపరి బీజీయ ప్రస్తావనకు తగి ఉండటం, అన్ని అంశాలను లెక్కలోకి తీసుకోవడం. కాని అంకమధ్యమం ఇచ్చిన విభాజనంలోని అతి పెద్ద విలువలచేత ప్రభావితం అవుతుంది. కాబట్టి, కొన్ని సందర్భాలలో తప్పుడు వివరణలను ఇవ్వడానికి అవకాశం ఉన్నది. అంకమధ్యమపు సవరించిన మరొక రూపం భారిత అంకమధ్యమం. దీని గణనలో అన్ని అంశాలకు సమాన ప్రాముఖ్యత ఇవ్వడం జరుగదు. ఆయా అంశాల పరిమాణాన్ని బట్టి తగిన భారాలను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. సాధారణంగా దీనిని సూచీసంఖ్యల గణన, జనన మరణ లెక్కల గణనలలో ఉపయోగిస్తాం.

12.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. ఈ లెక్కను ప్రత్యక్ష పద్ధతిలోగాని, దగ్గరి పద్ధతిలోగాని చేయవచ్చు. ఏ పద్ధతిలో చేసినా, జవాబు మాత్రం 67.81 . ఈ కింది సూత్రాలలో దేనినైనా ఉపయోగించవచ్చు.

ప్రత్యక్ష పద్ధతి $= \overline{X} = \frac{\sum fX}{N}$

దగ్గరి పద్ధతి $= \overline{X} = A + \frac{\sum fdx}{N}$

12.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. అంకమధ్యమాన్ని నిర్వచించండి.
2. భారిత అంకమధ్యమం అంటే ఏమిటి?
3. అంకమధ్యమం ధర్మాలేమిటి?
4. గణాంక విశ్లేషణలో భారిత అంకమధ్యమం ఉపయోగితను వివరించండి.
5. అంకమధ్యమం సుగుణాలనూ, పరిమితులనూ వివరించండి.
6. అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో అంకమధ్యమాన్ని గణన చేసే పద్ధతిని వివరించండి.
7. ఉమ్మడి సగటు అంటే ఏమిటి? దానిని ఎట్లా గణన చేస్తారు?

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

8. సామాన్య అంకమధ్యమానికి, భారిత అంకమధ్యమానికి వ్యత్యాసమేమిటి? సామాన్య అంకమధ్యమం కంటే భారిత అంకమధ్యమం మంచిదా? అట్లాగైతే, ఏయే పరిస్థితులలో?

అభ్యాసాలు

9. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక నగరంలో 12 కుటుంబాలకు సంబంధించిన నెలసరి ఆదాయాలకు చెందినది. అంకమధ్యమాన్ని గణన చేయండి.

నెలసరి ఆదాయాలు (రూ.లలో): 200, 180, 160, 240, 190, 170, 220, 205, 100, 180, 210, 105.

B R A O U

(జవాబు: 180)

11. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం 60 మంది విద్యార్థులు గల క్లాసులో వచ్చిన మార్కులకు సంబంధించినది. అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
30	5
35	10
46	20
42	15
38	6
50	4

(జవాబు: 41.3)

12. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి విద్యార్థుల సగటు ఎత్తును కనుక్కోండి.

ఎత్తు: (అడుగులలో)	5	5.2	5.4	5.6	5.8	6
విద్యార్థుల సంఖ్య:	6	10	20	30	15	8

(జవాబు: 5.54)

13. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక క్లాసులో విద్యార్థులకు లభించిన మార్కులకు సంబంధించింది. అంకమధ్యమాన్ని గణించండి.

మార్కులు:	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
విద్యార్థుల సంఖ్య:	20	32	18	12	8

(జవాబు:50.11)

14. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికుల వారం వారం వేతనాలకు సంబంధించినది :

వారం వారం వేతనాలు: (రూ.లలో)	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20
కార్మికుల సంఖ్య:	24	18	15	8	7

వారంవారం సగటు వేతనాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు: 13.78)

15. 60 మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కులను కింద ఇవ్వడమైంది.

మార్కులు:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
విద్యార్థుల సంఖ్య:	3	6	10	21	12	8

అంకమధ్యమాన్ని గణన చేయండి.

(జవాబు: 34.5)

16. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికుల వారం వారం వేతనాలకు సంబంధించినది. అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించండి.

వేతనాలు (రూ.లలో):	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
కార్మికుల సంఖ్య:	15	25	28	22	18	12

(జవాబు: 47.75)

17. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ధరల సూచీలకు సంబంధించి భారిత అంకమధ్యమాన్ని గణన చేయండి.

వస్తువు	భారాలు	సూచీ సంఖ్య
A	42	250
B	14	200
C	22	135
D	30	325
E	16	400
F	10	214

(జవాబు: 257.91)

12.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం, తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S. P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B. N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

12.12 పదకోశం

అంకమధ్యమం : ఈ విలువను కనుక్కోవడానికి ఇచ్చిన అంశాల విలువలన్నింటిని కూడగా వచ్చిన మొత్తాన్ని అంశాల సంఖ్యచే భాగించాలి.

భారిత అంకమధ్యమం : ఈ విలువను గణించడానికి విభాజనంలోని అంశాలకు వాటి వాటి ప్రాధాన్యతనుబట్టి భారాలను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. తరువాత ఈ భారాలను ఆయా అంశాల విలువలతో హెచ్చించి, అలా హెచ్చించగా వచ్చిన మొత్తాన్ని; భారాల మొత్తంతో భాగిస్తాం.

ఉమ్మడి సగటు : ఈ రకమైన సగటును కనుక్కోవడానికి వివిధ శ్రేణుల సగటులను, ఆయా శ్రేణుల అంశాల సంఖ్యచే హెచ్చించి; అలా హెచ్చించగా వచ్చిన మొత్తాన్ని, వివిధ శ్రేణులలోని మొత్తం అంశాల సంఖ్యచే భాగించాలి.

BRAOU

భాగం - 13: మధ్యగతం, చతుర్థాంశాలు

విషయక్రమం

13.0 ఉద్దేశాలు

13.1 పరిచయం

13.2 మధ్యగతం అర్థం

13.3 మధ్యగతం గణన

13.4 మధ్యగతం ధర్మాలు

13.5 మధ్యగతం సుగుణాలు, పరిమితులు

13.6 చతుర్థాంశాల, దశాంశాల, శతాంశాల అర్థం

13.7 చతుర్థాంశాల, దశాంశాల, శతాంశాల గణన

13.8 సారాంశం

13.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

13.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

13.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

13.12 పదకోశం

13.0 ఉద్దేశాలు

మధ్యగతం, చతుర్థాంశాలు, దశాంశాలు, శతాంశాల అర్థాన్ని, గణనను వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశం. అంతేగాక, మధ్యగతం సుగుణాలను, పరిమితులను కూడా చర్చిస్తాం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- మధ్యగతం అర్థాన్ని విశదీకరించ గలగాలి
- మధ్యగతం లెక్కలను చేయగలగాలి
- మధ్యగతం ధర్మాలను గుర్తించగలగాలి
- మధ్యగతం సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొనగలగాలి
- చతుర్థాంశాలు, దశాంశాలు, శతాంశాల అర్థాన్ని వివరించగలగాలి
- చతుర్థాంశాలు, దశాంశాలు, శతాంశాల లెక్కలను చేయగలగాలి.

BRAOU

13.1 పరిచయం

12వ భాగంలో అంకమధ్యమాన్ని గురించి తెలుసుకున్నాం. అంక మధ్యమం తర్వాత ప్రధానమైన కేంద్రస్థాన కొలమానం మధ్యగతం. ఇది స్థానపూర్వక సగటు. విలువలను ఆరోహణ క్రమంలో గాని, అవరోహణ క్రమంలో గాని ఏర్పాటు చేసినప్పుడు మధ్యన ఉన్న అంశాన్ని మధ్యగతంగా చెప్పుకోవచ్చు.

చతుర్థాంశాలు అనబడే గణాంక సాధనాలు మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని నాలుగు భాగాలుగా విభజిస్తాయి. వీటికి సంబంధించిన విషయ పూర్వక, గణన పూర్వక అంశాలను చూద్దాం.

అంకమధ్యమం గణన శ్రేణిలోని ప్రతి అంశంపైనా ఆధారపడి ఉంటుంది. దీనివల్ల అంకమధ్యమం విలువ విభాజనం అంత్య విలువల ద్వారా ప్రభావితమవుతుంది. కాబట్టి గణించిన మధ్యమం విలువ పాఠకుల్ని తప్పుద్రోవ పట్టించవచ్చు. దీని దృష్ట్యా విభాజనానికి ప్రాతినిధ్యం వహించడానికి ప్రత్యామ్నాయ సగటు ఆవశ్యకత ఎంతైనా ఉంది. మధ్యగతం (median) అనేది అట్లాంటి సుప్రసిద్ధమైన కేంద్రస్థానపు కొలతలలో ఒకటి.

13.2 మధ్యగతం అర్థం

మధ్యగతం అనేది విభాజనం మధ్యవిలువ. అది శ్రేణిని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. అప్పుడు విభాజనం సగభాగపు వైయక్తిక విలువలు మధ్యగతం విలువ పరిమాణానికి సమానంగానైనా, లేదా తక్కువగానైనా ఉంటాయి. విభాజనం మిగతా సగభాగపు వైయక్తిక విలువలు మధ్యగతం విలువ పరిమాణానికి సమానంగానైనా, లేదా ఎక్కువగానైనా ఉంటాయి. మధ్యగతాన్ని గురించి ముఖ్యమైన కొన్ని నిర్వచనాలను కింద ఇవ్వడమైంది.

'తారోయామిని' మాటల్లో పౌనఃపున్య విభాజనం మధ్యగతమంటే, "పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజించే విలువ". 'యూల్, కెండాల్' అనేవారు మధ్యగతాన్ని ఇట్లా నిర్వచించారు. "విలువల పరిమాణాలను బట్టి సక్రమంగా అమర్చినప్పుడు, వాటి కేంద్ర విలువ లేదా మధ్యతమ విలువ, లేదా అధికమైన అల్పమైన విలువలు సమాన పౌనఃపున్యంతో 'విలువకు' రెండు ప్రక్కలా అమరి ఉంటాయో, ఆ విలువను మధ్యగతంగా నిర్వచించవచ్చు. ఎల్. ఆర్. కోనార్ ప్రకారం, "సమూహాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే చలరాశి విలువే మధ్యగతం. అందులో ఒక భాగం అధిక విలువలనూ, రెండో భాగం మధ్యగతం కంటే అల్ప విలువలనూ కలిగి ఉంటాయి".

BRAOU

13.3 మధ్యగతం గణన

మధ్యగతాన్ని వ్యక్తిగత శ్రేణులలో, విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో గణించవచ్చు.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు (Individual series): వ్యక్తిగత శ్రేణులలో మధ్య గతాన్ని లెక్కించడానికి కింది చర్యలు అవసరమవుతాయి.

(i) విభాజనం విలువలను ఆరోహణ క్రమంలోగానీ, అవరోహణ క్రమంలో గానీ అమర్చాలి.

(ii) సమీకరణాన్ని అన్వయించి, మధ్యగతం విలువను రాబట్టండి.

మధ్యగతం $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$వ అంశం

N = అంశాల మొత్తం

ఉదాహరణ-1: విద్యార్థుల ఎత్తులను (అంగుళాలలో) కింద ఇవ్వడమైంది.

59 68 54 61 58 62 57 61 64

విద్యార్థుల మధ్యగత ఎత్తును కనుక్కోండి.

జవాబు:

మధ్యగతాన్ని కనుక్కోవడానికి, దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చి, ఇట్లా రాయడమైంది.

54 57 58 59 61 61 62 64 68

మధ్యగతం $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ వ అంశం

N = 9 కాబట్టి,

మధ్యగతం $= \left(\frac{9+1}{2}\right)$ వ అంశం

=5వ అంశం పరిమాణం (size)

విభాజనంలో 5వ అంశం అంటే 61.

అందుచేత విద్యార్థుల మధ్యగతవు ఎత్తు=61 అంగుళాలు

ఉదాహరణ-2: కింద ఇచ్చినవి గణాంక శాస్త్రంలో 12 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు. గణాంక శాస్త్రంలో విద్యార్థులు పొందిన మధ్యగతవు మార్కుల్ని కనుక్కోండి.

గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు: 64, 48, 46, 51, 55, 54, 58, 60, 56, 47, 52, 49

జవాబు:

మధ్యగతం గణన

మధ్యగతవు మార్కులను గణించడానికి, ఆరోహణ క్రమంలో దత్తాంశాన్ని అమర్చడమైంది.

గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు: 46, 47, 48, 49, 51, 52, 54, 55, 56, 58, 60, 64

మధ్యగతం $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ వ అంశం

BRAOU

$N = 12$ కాబట్టి,

మధ్యగత స్థానం $= \frac{12+1}{2}$ వ అంశం

$= 6.5$ అంశం పరిమాణం

మధ్యగతం 6.5 అంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది కాబట్టి, మధ్యగతం విలువ, పక్కనున్న 6, 7 అంశాల సగటు అవుతుంది.

అందుచేత 6.5 అంశం $= \frac{\text{6వ అంశం విలువ} + \text{7 వ అంశం విలువ}}{2}$

మధ్యగతం $= \frac{52+54}{2}$

$= \frac{106}{2}$

$= 53.$

కాబట్టి గణాంక శాస్త్రంలో విద్యార్థుల మధ్యగతం మార్కులు 53.

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు: వ్యక్తిగత శ్రేణులలో మధ్యగతపు విలువను కనుక్కోవడానికి ఉపయోగించిన సమీకరణాన్నే, విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో కూడా మధ్యగత విలువను కనుక్కోవడానికి ఉపయోగించవచ్చు. అయితే విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో అంశాల పౌనఃపున్యాలను సంచితం చేయడం జరుగుతుంది. మధ్యగతాన్ని లెక్కించడానికి కింద పేర్కొన్న చర్యలు అవసరమవుతాయి.

(i) దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయండి.

(ii) ఇచ్చిన పౌనఃపున్యాన్ని పూర్వపు పౌనఃపున్యంతో కలిపి, సంచిత పౌనఃపున్యాలను కనుక్కోండి.

(iii) సమీకరణాన్ని అన్వయించి, మధ్యగత పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

(iv) సంచిత పౌనఃపున్య వరసలో మధ్యగత పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి. $\frac{N+1}{2}$ వ అంశానికి సమానంగా గానీ, దాని తరువాత ఎక్కువగా ఉన్నదిగానీ మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(v) $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ వ అంశపు పరిమాణాన్ని నిర్ణయించి, మధ్యగతాన్ని రాబట్టండి.

ఉదాహరణ-3: కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి ఇంగ్లీషులో ఒక పరీక్షలో వచ్చిన మధ్యగతపు మార్కుల్ని లెక్కించండి.

మార్కులు:	10	20	30	40	50	60	70	80
విద్యార్థుల సంఖ్య:	6	9	15	20	25	10	8	7

BRAOU

జవాబు:

ఇంగ్లీషు విద్యార్థుల మధ్యగతపు మార్కుల గణన

మార్కులు X	విద్యార్థుల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం cf
10	6	6
20	9	15
30	15	30
40	20	50
50	25	75
60	10	85
70	8	93
80	7	100

మధ్యగతం $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ వ అంశపు పరిమాణం

$N = 100$ కాబట్టి,

మధ్యగతం $= \left(\frac{100+1}{2}\right)$ వ అంశం

$= 50.5$ వ అంశం పరిమాణం.

50.5వ అంశం సంచిత పౌనఃపున్యం 75లో ఉంది. దాని అనురూప విలువ (corresponding value) 50. కాబట్టి విద్యార్థుల మధ్యగతపు మార్కులు : 50

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు: అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో $\frac{N}{2}$వ అంశాన్ని ఉపయోగిస్తూ మధ్యగతపు తరగతిని నిర్ణయిస్తారు. కింది చర్యల ద్వారా మధ్యగతపు విలువను కనుక్కొంటారు.

(i) సంచిత పౌనఃపున్యాలను కనుక్కోండి.

(ii) $\frac{N}{2}$ వ అంశపు పరిమాణాన్ని ఉపయోగిస్తూ మధ్యగతపు తరగతిని నిర్ణయించండి.

(iii) కింది సమీకరణాన్ని అన్వయిస్తూ, మధ్యగతపు విలువను రాబట్టండి.

$$\text{మధ్యగతం} = L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times i$$

L = మధ్యగతపు తరగతి దిగువ అవధి

c.f = మధ్యగతపు తరగతి పూర్వపు తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం.

i = మధ్యగతపు తరగతి అంతరం.

f = మధ్యగతపు తరగతి పౌనఃపున్యం.

B R A O U

N/2 = మధ్యగతపు తరగతి పరిమాణం.

ఉదాహరణ-4: కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం ఫ్యాక్టరీ కార్మికుల వయస్సుకు సంబంధించినది. ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికుల మధ్యగతపు వయస్సును కనుక్కోండి.

వయస్సు (సంవత్సరాలలో)	కార్మికుల సంఖ్య
20 - 25	10
25 - 30	15
30 - 35	20
35 - 40	60
40 - 45	42
45 - 50	24
50 - 55	18
55 - 60	11

జవాబు:

ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికుల మధ్యగతపు వయస్సు గణన

వయస్సు (సం.లలో) X	కార్మికుల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం cf
20 - 25	10	10
25 - 30	15	25
30 - 35	20	45
35 - 40	60	105
40 - 45	42	147
45 - 50	24	171
50 - 55	18	189
55 - 60	11	200

మధ్యగతపు తరగతి $= \left(\frac{N}{2}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ $N = 200$

మధ్యగతపు తరగతి $= \frac{200}{2}$ వ అంశం పరిమాణం.

మధ్యగతపు తరగతి = 100 వ అంశపు పరిమాణం

100 వ అంశపు పరిమాణం 35 – 40 తరగతిలో ఉంది.

$$\text{మధ్యగతం} = L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times i$$

ఇక్కడ, $L = 35$, $\frac{N}{2} = 100$, cf = 45, i = 5, f = 60

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

B R A O U

$$\text{మధ్యగతం} = 35 + \frac{100-45}{60} \times 5$$

$$35 + \frac{55}{60} \times 5$$

$$35 + 0.916 \times 5$$

$$35 + 4.58$$

$$\text{మధ్యగతం} = 39.58$$

ప్రత్యామ్నాయంగా, మధ్యగతాన్ని కింది సమీకరణాన్ని అన్వయిస్తూ, కనుక్కోవడానికి పై ఉదాహరణనే ఉపయోగించడమైంది.

$$\text{మధ్యగతం} = U - \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times i$$

అంటే,

U = మధ్యగతపు తరగతి ఎగువ అవధి

cf = పెద్ద తరగతి విలువల నుంచి ప్రారంభిస్తూ మధ్యగతపు తరగతి పూర్వపు తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం.

f = మధ్యగతపు తరగతి పౌనఃపున్యం

i = తరగతి అంతరం.

N/2 = మధ్యగతపు తరగతి పరిమాణం.

అంతే కాకుండా, ఉదాహరణ IV లో ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని కింది పద్ధతిలో తిరిగి ఏర్పాటు చేయాలి.

ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికుల మధ్యగతపు వయస్సు గణన

వయస్సు (సం.లలో)	కార్మికుల సంఖ్య	సంచిత పౌనఃపున్యం
20 - 25	10	200
25 - 30	15	190
30 - 35	20	175
35 - 40	60	155
40 - 45	42	95
45 - 50	24	53
50 - 55	18	29
55 - 60	11	11

మధ్యగతపు తరగతి $= \frac{N}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{200}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 100$ వ అంశం పరిమాణం

100వ అంశం పరిమాణం 35 – 40 తరగతిలో ఉంది.

కాబట్టి,

$$\text{మధ్యగతం} = U - \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

$U = 40, \ \frac{N}{2} = 100, cf = 95, i = 5, f = 100$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{మధ్యగతం} = 40 - \frac{100 - 95}{60} \times 5$$

$$= 40 - \frac{5}{60} \times 5$$

$$= 40 - \frac{25}{60}$$

$$= 40 - 0.416$$

అందుచేత మధ్యగతం $= 39.58$

ఉదాహరణ-5: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

మధ్యవిలువ	పౌనఃపున్యం
125	5
175	8
225	10
275	18
325	25
375	35
425	20
475	15
525	11
575	3

B R A O U

జవాబు:

మధ్యగతం గణన

మధ్య విలువలు ఇవ్వడమైంది కాబట్టి, ప్రతి తరగతి దిగువ, ఎగువ అవధులను కనుక్కోవాలి. రెండు మధ్య విలువల వ్యత్యాసాన్ని తరగతి అంతరంగా తీసుకోవడమైంది. అందుచేత ఈ ఉదాహరణలో తరగతి అంతరం 50 అవుతుంది. ఇందులో సగం అంటే 25, తరగతి దిగువ అవధి కనుక్కోవడానికి ప్రతి మధ్యవిలువ నుంచి తీసివేయడమైంది. తరగతుల ఎగువ అవధులను కనుక్కోవడానికి మధ్య విలువలన్నింటికీ 25 కలపడమైంది. వివిధ తరగతుల అవధులను నిర్ణయించిన తర్వాత, ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని కింది విధంగా తిరిగి ఏర్పాటు చేయడమైంది.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం f	సంచిత పౌనఃపున్యం cf
100-150	5	5
150-200	8	13
200-250	10	23
250-300	18	41
300-350	25	66
350-400	35	101
400-450	20	121
450-500	15	136
500-550	11	147
550-600	3	150

మధ్యగతపు తరగతి $= \frac{N}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ $N = 150$

మధ్యగతపు తరగతి = 150/2 వ అంశం పరిమాణం = 75 వ అంశం పరిమాణం

75 వ అంశం పరిమాణం 350-400 తరగతిలో ఉంది. సమీకరణాన్ని అన్వయింపజేస్తే,

$$\text{మధ్యగతం} = L + \frac{N/2 - cf}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

$L = 350$, $N/2 = 75$, $cf = 66$, $f = 35$, $i = 50$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\text{మధ్యగతం} = 350 + \frac{75 - 66}{35} \times 50$$

$$= 350 + \frac{9}{35} \times 50$$

BRAOU

$= 350 + 0.258 \times 50$

$= 350 + 12.9$

మధ్యగతం = 362.9

ఉదాహరణ-6: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

అమ్మకాలు (రూ.లక్షలలో)	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
సంస్థల సంఖ్య:	4	8	18	25	30	10	5

జవాబు:

మధ్యగతం గణన

మధ్యగతపు విలువను లెక్కించడానికి, వలీన శ్రేణులలో (inclusive series) ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని మినహాయింపు శ్రేణులలోకి (exclusive series) మార్చి, కింది విధంగా తిరిగి ఏర్పాటు చేయడమైంది.

అమ్మకాలు (రూ.లక్షలలో)	సంస్థల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం cf
9.5 - 19.5	4	4
19.5 - 29.5	8	12
29.5 - 39.5	18	30
39.5 - 49.5	25	55
49.5 - 59.5	30	85
59.5 - 69.5	10	95
69.5 - 79.5	5	100

BRAOU

మధ్యగతం తరగతి $= N/2$ అంశం పరిమాణం, ఇక్కడ $N = 100$

మధ్యగతం తరగతి = 100/2 అంశం పరిమాణం = 50 వ అంశం పరిమాణం.

50 వ అంశం పరిమాణం 39.5 - 49.5 తరగతిలో ఉంది.

సమీకరణాన్ని అన్వయింపజేస్తే,

మధ్యగతం $= L + \frac{N/2 - cf}{f} \times i$

ఇక్కడ,

$L = 39.5,\ N/2 = 50,\ cf = 30,\ f = 25,\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మధ్యగతం$= 39.5 + \frac{50 - 30}{25} \times 10$

$= 39.5 + \frac{20}{25} \times 10$

$= 39.5 + 0.8 \times 10$

$= 39.5 + 8 = 47.5$

మధ్యగతం $= 47.5$

మధ్యగతం గణన-తరగతి అంతరాలు అసమానంగా ఉన్నప్పుడు

తరగతి అంతరాలు అసమానంగా ఉన్నప్పుడు, మధ్యగతం గణనకు సర్దుబాటు ఏమీ అక్కర్లేదు. అంతకు ముందు ఉపయోగించిన సమీకరణం మధ్యగతాన్ని కనుక్కోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

ఉదాహరణ-7: కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం నుంచి మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి :	0-5	5-10	10-20	20-25	25-30	30-40
పౌనఃపున్యం :	5	8	20	15	16	10

జవాబు:

మధ్యగతం గణన

తరగతి (x)	పౌనఃపున్యం (f)	సంచిత పౌనఃపున్యం (cf)
0-5	5	5
5-10	8	13
10-20	20	33
20-25	15	48
25-30	16	64
30-40	10	74

BRAOU

మధ్యగతం తరగతి $= \left(\frac{N}{2}\right)$ అంశం పరిమాణం ఇక్కడ $N = 74$

మధ్యగతం తరగతి $= \frac{74}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

మధ్యగతం తరగతి $= 37$ వ అంశం పరిమాణం

37వ అంశం పరిమాణం 20-25 తరగతిలో ఉంది.

మధ్యగతం $= L + \frac{N/2 - cf}{f} \times i$

ఇక్కడ,

$$L = 20,\ N/2 = 37,\ cf = 33,\ i = 5,\ f = 15$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మధ్యగతం$= 20 + \frac{37-33}{15} \times 5$

$= 20 + \frac{4}{15} \times 5$

$= 20 + 0.267 \times 5$

$= 20 + 1.33$

మధ్యగతం $= 21.33$

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశానికి మధ్యగతాన్ని కనుగొనండి.

వేతనాలు (రూ.)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
శ్రామికుల సంఖ్య	8	15	20	30	25

మధ్యగతపు పటాత్మక ఉనికి (Graphic Location of Median)

మధ్యగతపు విలువను పటాత్మకంగా కనుక్కోవడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతుల్లో ఏదైనా ఉపయోగపడుతుంది.

(ఎ) కంటె తక్కువ ఓజీవ్ వక్రరేఖ పద్ధతి

(బి) 'కంటె తక్కువ' 'కంటె ఎక్కువ' ఓజీవ్ వక్రరేఖ పద్ధతి

(ఎ) 'కంటె తక్కువ' ఓజీవ్ వక్రరేఖ పద్ధతిలో మధ్యగతం ఉనికి: 'కంటే తక్కువ' ఓజీవ్ వక్రరేఖ పద్ధతిలో మధ్యగతాన్ని రేఖాత్మకంగా కనుక్కోవడానికి కింది పద్ధతి అనుసరించాలి.

(i) విలువల్ని 'కంటే తక్కువ' (less than) పద్ధతిలో ఏర్పాటు చేసి, X అక్షం మీద వాటిని ఉంచండి.

(ii) సంచిత పౌనఃపున్యాన్ని కనుక్కొని, వాటిని Y అక్షం మీద ఉంచండి.

(iii) N/2 అంశం పరిమాణాన్ని Y అక్షం మీద గీసి, దీని బిందువు ద్వారా X అక్షం మీదకు సమతల రేఖను గీయండి.

(iv) కంటే తక్కువ పద్ధతి ద్వారా ఓజీవ్ వక్రరేఖను గీయండి.

(v) ఓజీవ్ రేఖను సమతల రేఖ ఖండించుకొనే బిందువు ద్వారా X అక్షానికి లంబరేఖను గీయండి.

(vi) X అక్షంమీద మధ్యగతం విలువను గుర్తించండి. X అక్షాన్ని లంబరేఖ ఎక్కడ కలుస్తుందో అక్కడి విలువను మధ్యగతం విలువగా తీసుకుంటారు.

B R A O U

ఉదాహరణ-8: కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజన దత్తాంశానికి మధ్యగతాన్ని రేఖాపటాత్మకంగా గుర్తించండి.

బరువులు (కిలోలలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య
30 - 35	8
35 - 40	10
40 - 45	25
45 - 50	30
50 - 55	20
55 - 60	14
60 - 65	8
65 - 70	5

జవాబు:

మధ్యగతాన్ని రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించేటప్పుడు పౌనఃపున్యాల్ని సంచితం చేయాలి.

బరువులు (కిలోలలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య	సంచిత పౌనఃపున్యం
కంటే తక్కువ 35	8	8
కంటే తక్కువ 40	10	18
కంటే తక్కువ 45	25	43
కంటే తక్కువ 50	30	73
కంటే తక్కువ 55	20	93
కంటే తక్కువ 60	14	107
కంటే తక్కువ 65	8	115
కంటే తక్కువ 70	5	120

పటాత్మకంగా మధ్యగతాన్ని గుర్తించడం

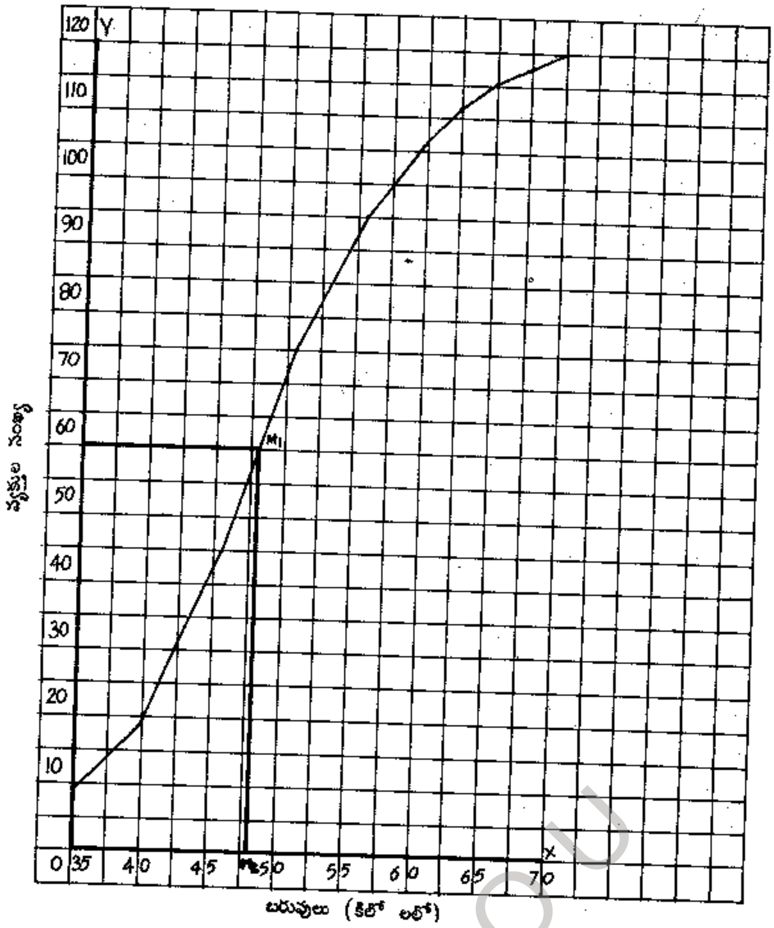
మధ్యగతం : N/2 అంశం పరిమాణం $= \frac{120}{2}$ అంశం పరిమాణం.

ఇక్కడ $N = 120$

మధ్యగతం = 60 వ అంశం పరిమాణం.

మధ్యగతాన్ని గ్రాఫ్ (13.1 ని చూడండి) మీద కనుక్కోవడానికి, X అక్షానికి 60 నుంచి సమాంతరంగా ఉండేటట్లు సమతల రేఖను Y అక్షం మీద ఓజీవ్ వక్రరేఖను ఖండించే వరకూ గీయండి. ఖండించే బిందువు (M_1) నుంచి X అక్షాన్ని కల్పుకొనే వరకు Y అక్షానికి సమాంతరంగా లంబరేఖను గీయండి. ఈ ఖండించే బిందువు (M_2) మధ్యగతం విలువకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. మధ్యగతవు బరువు = 47.83 కిలోలు.

BRAOU



పటం 13.1

స్కేలు:

OX: 2 సెం.మీ = 5 కిలోలు

OY: 2 సెం.మీ = 10 మంది వ్యక్తులు

మధ్యగతం బరువు $(M_2) = 47.83$ కిలోలు

ఓజివ్ వక్రరేఖల - 'కంటే తక్కువ' 'కంటే ఎక్కువ' - ద్వారా మధ్యగతం గుర్తింపు

ఓజివ్ వక్రరేఖల - 'కంటే తక్కువ' 'కంటే ఎక్కువ' - ద్వారా పటాత్మకంగా మధ్యగతాన్ని గుర్తించడానికి, కింద పేర్కొన్న పద్ధతి అనుసరించడమైంది.

(i) 'కంటే తక్కువ' పద్ధతి ద్వారా విలువల్ని అమర్చండి. వాటిని X అక్షంమీద గుర్తించండి.

(ii) సంచిత పౌనఃపున్యాన్ని ఆరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయండి. 'కంటే తక్కువ' పౌనఃపున్యాన్ని కనుక్కోండి. వాటిని Y అక్షం మీద గుర్తించండి.

(iii) 'కంటే తక్కువ' పద్ధతి ద్వారా ఓజివ్ వక్రరేఖను గీయండి.

(iv) 'కంటే ఎక్కువ' పద్ధతిద్వారా విలువల్ని ఏర్పాటు చేయండి. వాటిని X అక్షం ద్వారా గుర్తించండి.

(v) అవరోహణ క్రమంలో పౌనఃపున్యాన్ని ఏర్పాటు చేయండి. కంటే ఎక్కువ పౌనఃపున్యాన్ని కనుక్కోండి. వాటిని Y అక్షం మీద ఏర్పాటు చేయండి.

(vi) కంటే ఎక్కువ పద్ధతి ద్వారా ఓజివ్ వక్రరేఖను గీయండి.

(vii) రెండు ఓజివ్ వక్రరేఖలు ఖండించే బిందువు దగ్గర X అక్షం మీద లంబరేఖ గీయండి.

(viii) లంబరేఖ X అక్షాన్ని కల్పుకొనే బిందువు దగ్గర మధ్యగతాన్ని గుర్తించండి.

ఉదాహరణ-9: కింద ఇచ్చిన విభాజనానికి రెండు ఓజివ్ వక్రరేఖల్ని ఉపయోగించి మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

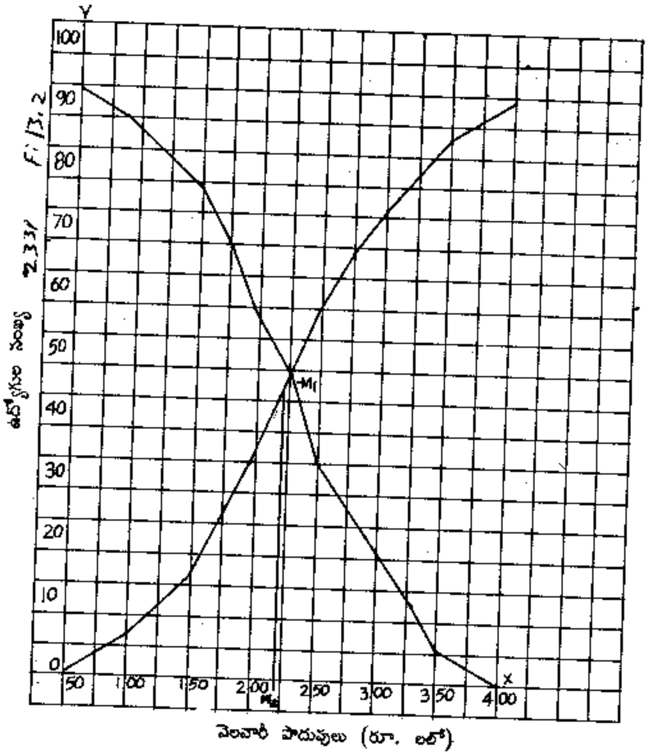
నెలసరి పొదుపులు (రూ.లలో)	ఉద్యోగుల సంఖ్య
50 - 100	6
100 - 150	10
150 - 200	20
200 - 250	25
250 - 300	16
300 - 350	12
350 - 400	5

జవాబు:

మధ్యగతాన్ని రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించడానికి, పౌనఃపున్యాలను సంచితం చేసి, ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాల్లో ఏర్పాటు చేయాలి.

నెలసరి పొదుపులు (రూ.లలో)	ఉద్యోగుల సంఖ్య (ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం)	నెలసరి పొదుపులు (రూ.లలో)	ఉద్యోగుల సంఖ్య (అవరోహణ పౌనఃపున్యం)
కంటే తక్కువ 100	6	కంటే ఎక్కువ 50	94
కంటే తక్కువ 150	16	కంటే ఎక్కువ 100	88
కంటే తక్కువ 200	36	కంటే ఎక్కువ 150	78
కంటే తక్కువ 250	61	కంటే ఎక్కువ 200	58
కంటే తక్కువ 300	77	కంటే ఎక్కువ 250	33
కంటే తక్కువ 350	89	కంటే ఎక్కువ 300	17
కంటే తక్కువ 400	94	కంటే ఎక్కువ 350	5
		కంటే ఎక్కువ 400	0

మధ్యగతాన్ని రేఖాపటాత్మకంగా గుర్తించడానికి గ్రాఫ్ మీద 'కంటే ఎక్కువ' 'కంటే తక్కువ' ఓజివ్ వక్రరేఖలను గుర్తించడమైనది. ఖండించే బిందువు (M_1) నుంచి లంబరేఖను గీయడమైంది. అది X అక్షాన్ని (M_2) వద్ద ఖండిస్తుంది. ఈ ఖండన బిందువు (M_2) మధ్యగతపు విలువను తెలియజేస్తుంది. గ్రాఫ్ ద్వారా 'కంటే తక్కువ', కంటే ఎక్కువ' లను నిర్మించి మధ్యగతాన్ని కనుగొనే విధానాన్ని పటం 13.2 లో చూపడమైనది.



పటం 13.2 : మధ్యగతం గుర్తింపు

స్కేలు:OY: 2 సెం.మీ = 10 మంది వ్యక్తులు

OX: 2 సెం.మీ = రూ. 25

మధ్యగతం (M_2) = రూ. 222

13.4 మధ్యగతపు ధర్మాలు (Properties of Median)

(i) మధ్యగతం స్థానపు సగటు (Positional average)

(ii) మధ్యగతపు విలువ విభాజనం అంత్య విలువలతో ప్రభావం చెందదు.

(iii) ఒకశ్రేణి మధ్యగతం నుంచి తీసుకొన్న విలువల విచలనాల సంకలనం (ధన, ఋణాత్మక గుర్తుల్ని విస్మరిస్తూ), ఏ ఇతర విలువల నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల సంకలనం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది. కింద పేర్కొన్న ఉదాహరణను చూడండి.

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ల మధ్యగతం 8. ఋణ, ధనాత్మక గుర్తుల్ని విస్మరిస్తూ 8 నుంచి విచలనాలు: 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3 వాటి మొత్తం 12. విచలనాలను 9 నుంచి తీసుకొంటే, విచలనాలు: 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2 వాటి మొత్తం = 13.

B R A O U

13.5 మధ్యగతపు సుగుణాలు, పరిమితులు

సుగుణాలు

(i) మధ్యగతాన్ని లెక్కించడం బహు సులభం. పరిశీలన ద్వారా కూడా దాన్ని గుర్తించవచ్చు.

(ii) విభాజనం అంత్య విలువలకు మధ్యగతం ప్రభావం చెందదు. దత్తాంశం అసమానంగా పంపిణీ అయిన విభాజనంలో మధ్యమం కంటే మధ్యగతం నుంచి కొలత పద్ధతి శ్రేయస్కరం. కారణమేమిటంటే, శ్రేణి అంత్య విలువలకు మధ్యమం గణన ప్రభావితం చెందుతుంది.

(iii) దత్తాంశాన్ని వివృత అవధుల తరగతులలో వర్గీకరించినప్పుడు మధ్యగతం ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. శ్రేణిలోని మధ్య విలువలను మధ్యగతం తెలియబరుస్తుంది.

(iv) శ్రేణిలోని విలువలు ప్రత్యక్ష పరిమాణాత్మక మదింపుకు అనువుగా ఉండనప్పుడు మధ్యగతం ఎక్కువ ఉపయోగకరమైన కేంద్రస్థానపు కొలతగా ఉంటుంది.

(v) అంకమధ్యమంవలె కాకుండా, అసంపూర్ణమైన, క్రమబద్ధం కాని దత్తాంశంనుంచి కూడా మధ్యగతాన్ని గణన చేయవచ్చు.

(vi) అంకమధ్యపు విలువను రేఖాపటాత్మకంగా నిర్ణయించలేనప్పుడు మధ్యగతపు విలువను రేఖాపటాత్మకంగా గుర్తించవచ్చు.

(vii) విస్తరణ (dispersion), వైషమ్యం (skewness) వంటి గణాంక కొలతలను లెక్కించడానికి మధ్యగతాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

పరిమితులు

1. మధ్యగతం స్థానపు సగటు కాబట్టి, దాని గణన శ్రేణిలోని ప్రతి ఒక్క విలువ పైన ఆధారపడలేదు. అందువల్ల ఇచ్చిన దత్తాంశానికి నిజమైన ప్రాతినిధ్యంగా మధ్యగతాన్ని పరిగణించడానికి వీల్లేదు.

2. ఇతర సగటులకు భిన్నంగా మధ్యగతాన్ని గణన చేయడానికి దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ, లేదా అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయవలసి ఉంటుంది. కాబట్టి దాని గణన అదనపు శ్రమతో కూడుకొన్నది.

3. మరింత గణితీయ వ్యవహారణకు మధ్యగతం పనికిరాదు.

4. విలువల్ని గుర్తించడంపై మధ్యగతం ఆధారపడి ఉంది కాబట్టి దత్తాంశాన్ని సరి సంఖ్యల్లో ఇచ్చినప్పుడు, మధ్యగతపు కచ్చితమైన సంఖ్య తెలియదు.

13.6 చతుర్థాంశాలు, దశాంశాలు, శతాంశాల అర్థం

ఇచ్చిన శ్రేణిని మధ్యగతం రెండు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. మొదటి చతుర్థాంశం శ్రేణిలోని మొదటి భాగాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. మూడో చతుర్థాంశం శ్రేణిలోని మిగతా భాగాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తుంది కాబట్టి శ్రేణిలోని చతుర్థాంశాల మొత్తం సంఖ్య మూడు. మొదటి చతుర్థాంశాన్ని దిగువ చతుర్థాంశం అంటారు. దానిని Q_1 గా పేర్కొంటారు. మూడో చతుర్థాంశాన్ని ఎగువ చతుర్థాంశం అంటారు. దానిని Q_3 గా పేర్కొంటారు. రెండో చతుర్థాంశాన్ని Q_2 గా చెబుతారు. అది మధ్యగతంతో సమానం.

ఇచ్చిన విభాజనాన్ని దశాంశాలు పది సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాయి. అందులో

$D_1, D_2, D_3 .... D_9$ వంటి తొమ్మిది దశాంశాలుంటాయి. D_5 విలువ మధ్యగతపు విలువతో సమానం.

ఇచ్చిన విభాజనాన్ని శతాంశాలు వంద సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాయి. అందులో $P_1, P_2, P_3, ... P_{99}$ వంటి 99 శతాంశాలు ఉంటాయి.

13.7 చతుర్థాంశాల, దశాంశాల, శతాంశాల గణన

మధ్యగతాన్ని గణన చేయడానికి ఉపయోగించిన పద్ధతినే ఉపయోగిస్తూ చతుర్థాంశాల, దశాంశాల శతాంశాల విలువల్ని కనుక్కోవచ్చు.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు : కింద పేర్కొన్న చర్యల ద్వారా వ్యక్తిగత శ్రేణులకు చతుర్థాంశాల, దశాంశాల, శతాంశాల విలువల్ని కనుక్కోవచ్చు.

(i) ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటుచేయండి.

(ii) Q, D, P లను రాబట్టడానికి కింది సమీకరణాలను అన్వయించండి.

దిగువ చతుర్థాంశం $= Q_1 = \frac{N+1}{4}$ వ అంశం పరిమాణం.

ఎగువ చదుర్థాంశం $= Q_3 = 3\frac{N+1}{4}$ వ అంశం పరిమాణం.

మొదటి దశాంశం $D_1 = \frac{N+1}{10}$ వ అంశం పరిమాణం

మొదటి శతాంశం $P_1 = \frac{N+1}{100}$ వ అంశం పరిమాణం

ఉదాహరణ-10 : ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి దిగువ చతుర్థాంశం, ఎగువ చదుర్థాంశం, మొదటి దశాంశం, 50వ శతాంశం విలువల్ని కనుక్కోండి.

40, 47, 45, 49, 48, 51, 54, 50, 53, 55, 57, 56, 60, 58, 65, 64, 63, 70, 69

జవాబు :

చతుర్థాంశాలు, ఇతర కొలతల్ని కనుక్కోవడానికి దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయడమైంది.

40, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 63, 64, 65, 69, 70

దిగువ చతుర్థాంశం లెక్కింపు

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 19$ కాబట్టి

$Q_1 = \frac{19+1}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 5$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలో 5 వ అంశం పరిమాణం 49.

కాబట్టి,

$Q_1 = 49$

BRAOU

ఎగువ చతుర్థాంశం లెక్కింపు:

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 19$ కాబట్టి

$$Q_3 = \frac{3(19+1)}{4}$$ వ అంశం పరిమాణం

$= 15$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలోని 15 వ అంశం పరిమాణం 63

కాబట్టి

$$Q_3 = 63.$$

మొదటి దశాంశం లెక్కింపు:

$$D_1 = \frac{N+1}{10}$$ వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ,

$N = 19$

$$D_1 = \frac{19+1}{10}$$ వ అంశం పరిమాణం

$=$ రెండో అంశం పరిమాణం

రెండో అంశంపరిమాణం $= 45$

కాబట్టి,

$$D_1 = 45$$

50 వ శతాంశం లెక్కింపు:

$$P_{50} = 50\frac{(N+1)}{100}$$ వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ

$N = 19$

$$P_{50} = 50\frac{(19+1)}{100}$$ వ అంశం పరిమాణం

10 వ అంశం పరిమాణం $= 55$

$$P_{50} = 55$$

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు : చతుర్థాంశాల, దశాంశాల, శతాంశాల, విలువల్ని కనుక్కోవడానికి వ్యక్తిగత శ్రేణుల్లో ఉపయోగించిన సమీకరణాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. అయితే పౌనఃపున్యాలను సంచితం చేయాలి

$$Q_1 = \frac{N+1}{4}$$ వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ,

$Q_1 =$ దిగువ చతుర్థాంశం

$N =$ సంచిత పౌనఃపున్యం

BRAOU

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

ఇక్కడ,

$Q_3 =$ ఎగువ చతుర్థాంశం

$N =$ సంచిత పౌనఃపున్యం

$$D_1 = \frac{N+1}{10} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

ఇక్కడ,

$D_1 =$ మొదటి దశాంశం

$N =$ సంచిత పౌనఃపున్యం

$$P_1 = \frac{N+1}{100} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

ఇక్కడ,

$P_1 =$ మొదటి శతాంశం

$N =$ సంచిత పౌనఃపున్యం

ఉదాహరణ-11 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం గురించి దిగువ చతుర్థాంశం, ఎగువ దశాంశం, మూడో దశాంశం, 20వ శతాంశం కనుక్కోండి.

ఒక్కొక్క రోజుకు ఆర్జనలు: (రూ.లలో)	8,	9,	10,	15,	12,	16,	13,	14,	11
కార్మికుల సంఖ్య:	10,	15,	18,	8,	13,	4,	17,	9,	16

జవాబు :

చతుర్థాంశాల, దశాంశాల, శతాంశాల గణన

ఒక్కొక్క రోజుకు ఆర్జనలు (రూ.లలో)	కార్మికుల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం cf
8	10	10
9	15	25
10	18	43
11	16	59
12	13	72
13	17	89
14	9	98
15	8	106
16	4	110

చతుర్థాంశాల గణన :

$$Q_1 = \frac{N+1}{4} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

కాబట్టి,

$N = 110$

BRAOU

$Q_1 = \frac{(110+1)}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 27.75$ వ అంశం పరిమాణం

27.75 వ అంశం 43 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది, అంటే దిగువ చతుర్థాంశం విలువ 43 వ అంశానికి అనురూపంగా ఉండే విలువ అంటే 10.

కాబట్టి దిగువ చతుర్థాంశం $= 10$

$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 110$ కాబట్టి

$Q_3 = \frac{3(110+1)}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 83.25$ వ అంశం పరిమాణం

83.25 వ అంశం 89 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి, ఎగువ చతుర్థాంశం విలువ 89వ అంశానికి అనురూపంగా ఉంటుంది. అంటే 13.

మూడో దశాంశం గణన:

$D_3 = \frac{3(N+1)}{10}$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 110$

కాబట్టి,

$D_3 = \frac{3(110+1)}{10}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3(11.1)$ వ అంశం,

$= 33.3$ వ అంశం.

33.3 వ అంశం పరిమాణం 43 వ సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది. కాబట్టి, మూడో దశాంశం విలువ 43వ అంశానికి అనురూపంగా ఉంటుంది. అంటే 10.

BRAOU

20 వ శతాంశం గణన:

$P_{20} = \frac{20(N+1)}{100}$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 110$

కాబట్టి

$= \frac{20(110+1)}{100}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 20(1.11)$ వ అంశం

$= 22.2$ వ అంశం.

22.2వ అంశం పరిమాణం 25 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది. కాబట్టి 20 వ శతాంశం విలువ 25 వ అంశానికి అనురూపంగా ఉంటుంది. అంటే 9.

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు : చతుర్థాంశాలను, దశాంశాలను, శతాంశాలను కనుక్కోవడానికి అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో క్రింది పద్ధతిని అనుసరిస్తారు.

(i) సంచిత పౌనఃపున్యాన్ని కనుక్కోండి.

(ii) కింది సమీకరణాన్ని ఉపయోగించి చతుర్థాంశాలను, దశాంశాలను, శతాంశాలను కనుక్కోండి.

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - cf}{f} \times i$$

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - cf}{f} \times i$$

$$D_1 = L + \frac{\frac{N}{10} - cf}{f} \times i$$

$$P_1 = L + \frac{\frac{N}{100} - cf}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

Q_1 = దిగువ చతుర్థాంశం

Q_3 = ఎగువ చతుర్థాంశం

D_1 = మొదటి దశాంశం

P_1 = మొదటి శతాంశం

ఉదాహరణ-12 : కింద ఇచ్చిన విభాజనం నుంచి చతుర్థాంశాలను, 3 వ దశాంశాన్ని, 50 వ శతాంశాన్ని కనుక్కోండి.

ఆదాయం (రూ.లలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య
100-120	6
120-140	10
140-160	18
160-180	30
180-200	15
200-220	12
220-240	10
240-260	6
260-280	4
280-300	1

BRAOU

జవాబు:

చతుర్థాంశాల, 3వ దశాంశం, 50 వ శతాంశం గణన

ఆదాయం (రూ.లలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య	సంచిత పౌనఃపున్యం
100-120	6	6
120-140	10	16
140-160	18	34
160-180	30	64
180-200	15	79
200-220	12	91
220-240	10	101
240-260	6	107
260-280	4	111
280-300	1	112

దిగువ చతుర్థాంశ గణన:

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - cf}{f} \times i$$

దిగువ చతుర్థాంశం తరగతి $= \frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{112}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 28$ వ అంశం పరిమాణం

28 వ అంశం 140-160 లో ఉంది.

ఇక్కడ,

$L = 140; \quad cf = 16; \quad f = 18; \quad i = 20; \quad N = 112$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_1 140 + \frac{\frac{112}{4} - 16}{18} \times 20$$

$$= 140 + \frac{12}{18} \times 20$$

$$= 140 + 0.67 \times 20$$

$$= 140 + 13.3$$

మొదటి చతుర్థాంశం $= 155.3$

ఎగువ చతుర్థాంశం గణన:

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - cf}{f} \times i$$

ఎగువ చతుర్థాంశం తరగతి $= 3\frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{112}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 84$ వ అంశం పరిమాణం

84 వ అంశం పరిమాణం 200-220 తరగతిలో ఉంది.

ఇక్కడ,

$L = 200; \quad cf = 79; \quad f = 12; \quad i = 20; \quad N = 112$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_3 = 200 + \frac{3\left(\frac{112}{4}\right) - 79}{12} \times 20$$

$$= 200 + \frac{84 - 79}{12} \times 20$$

$$= 200 + \frac{5}{12} \times 20$$

$$= 200 + \frac{100}{12}$$

$$= 200 + 8.33$$

BRAOU

ఎగువ చతుర్థాంశం = 208.33

మూడో దశాంశం గణన:

$$D_3 = L + \frac{\frac{3N}{10} - cf}{f} \times i$$

మూడో దశాంశపు తరగతి $= 3\frac{N}{10}$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{112}{10}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 33.6$ వ అంశం పరిమాణం

33.6 వ అంశం 140-160 తరగతిలో ఉంది.

ఇక్కడ,

$L = 140$; $cg = 16$; $f = 18$; $i = 20$; $N = 112$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$D_3 = 140 + \frac{3\left(\frac{112}{10}\right) - 16}{18} \times 20$$

$$= 140 + \frac{33.6 - 16}{18} \times 20$$

$$= 140 + \frac{17.6}{18} \times 20$$

$$= 140 + 0.978 \times 20$$

$$= 140 + 19.56$$

$$D_3 = 159.56$$

50వ శతాంశ గణన:

$$P_{50} = L + \frac{50\left(\frac{N}{100}\right) - cf}{f} \times i$$

50వ శతాంశ తరగతి $= 50\left(\frac{N}{100}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 50\left(\frac{112}{100}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 50(1.12)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 56$ వ అంశం పరిమాణం

56 వ అంశం పరిమాణం 160-180 తరగతిలో ఉంది.

ఇక్కడ,

$L = 160$; $cf = 34$; $f = 30$; $i = 20$; $N = 112$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{50} = 160 + \frac{50\left(\frac{112}{100}\right) - 34}{30} \times 20$$

$$= 160 + \frac{56 - 34}{30} \times 20$$

BRAOU

$= 160 + \frac{22}{30} \times 20$

$= 160 + \frac{440}{30}$

$= 160 + 14.66$

50 వ శతాంశం $= 174.66$

చతుర్థాంశాల రేఖా పటాత్మక గుర్తింపు:

చతుర్థాంశాల విలువల్ని రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతిని అనుసరించాలి.

1. కంటె తక్కువ పద్ధతిలో దత్తాంశాన్ని ఏర్పాటుచేయండి, X అక్షం మీద వాటిని గుర్తించండి.

2. పౌనఃపున్యాలను కంటె తక్కువ పద్ధతిలో సంచితం చేయండి. వాటిని Y అక్షంమీద గుర్తించండి.

3. $\frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి. దానిని Y అక్షం మీద గుర్తించండి.

4. కంటె తక్కువ పద్ధతి ద్వారా ఓజీవ్ వక్రరేఖను గీయండి.

5. $\frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణాన్ని గుర్తించిన బిందువు ద్వారా X అక్షానికి సమతల రేఖను గీయండి.

6. $\frac{N}{4}$ వ అంశపు పరిమాణం బిందువు నుంచి గీసిన సమతల రేఖా, ఓజీవ్ వక్రరేఖ ఖండించుకొనే బిందువు నుంచి X అక్షం మీద లంబరేఖ గీయండి, X అక్షంమీద దిగువ చతుర్థాంశపు విలువను గుర్తించండి. లంబరేఖ X అక్షాన్ని కల్సుకున్న విలువ మొదటి చతుర్థాంశపు విలువ అవుతుంది.

7. $3\frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి. Y అక్షం మీద దాన్ని గుర్తించండి.

8. $3\frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణాన్ని గుర్తించిన బిందువు ద్వారా X అక్షానికి సమతల రేఖ గీయండి.

9. $3\frac{N}{4}$ వ అంశం బిందువు ద్వారా గీసిన సమతల రేఖ, ఓజీవ్ వక్రరేఖ ఖండించుకున్న బిందువు నుంచి X అక్షంమీద మరో లంబరేఖ గీయండి. రెండో లంబరేఖ X అక్షాన్ని కల్సుకున్న బిందువు వద్ద X అక్షంమీద విలువను గుర్తించండి. ఈ బిందువు దగ్గర విలువ ఎగువ చతుర్థాంశపు విలువ.

ఉదాహరణ - 13 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి దిగువ, ఎగువ చతుర్థాంశాల విలువను రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
0-10	5
10-20	6
20-30	8
30-40	18
40-50	20
50-60	15
60-70	12
70-80	4

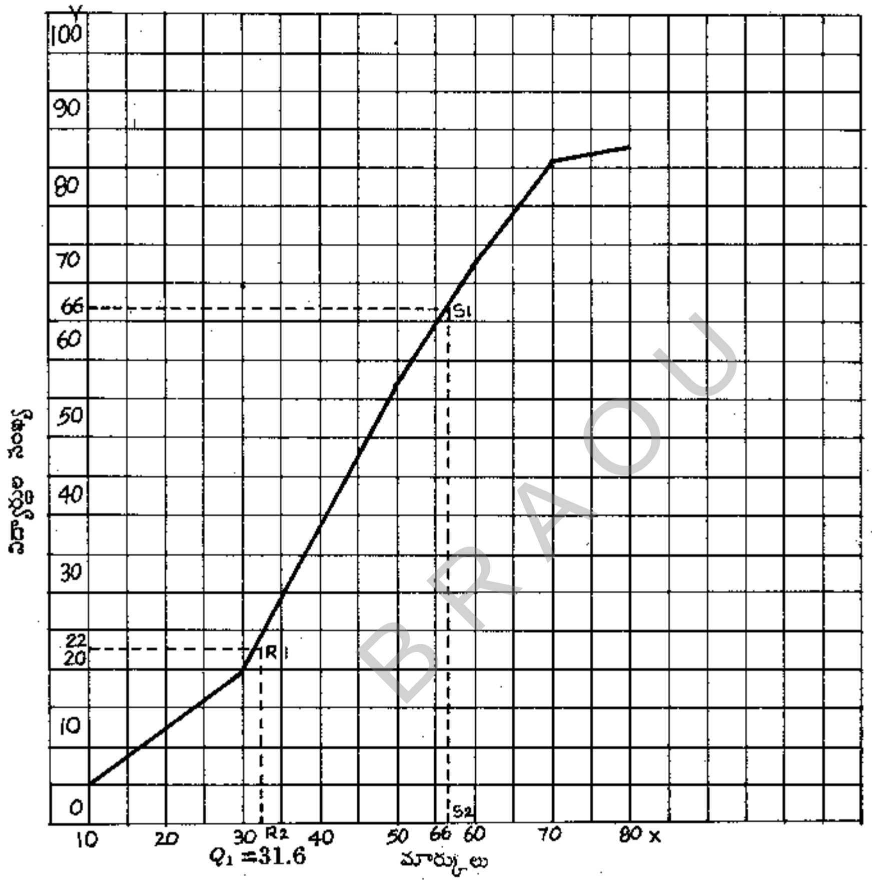
జవాబు :

రేఖా పటాత్మకంగా చతుర్థాంశాలను కనుక్కోవడానికి విభాజనపు పౌనఃపున్యాన్ని సంచితం చేయాల్సి ఉంటుంది.

BRAOU

మార్కులు (X)	విద్యార్థుల సంఖ్య (f)	సంచిత పౌనఃపున్యం (cf)
కంటె తక్కువ 10	5	5
కంటె తక్కువ 20	6	11
కంటె తక్కువ 30	8	19
కంటె తక్కువ 40	18	37
కంటె తక్కువ 50	20	57
కంటె తక్కువ 60	15	72
కంటె తక్కువ 70	12	84
కంటె తక్కువ 80	4	88

రేఖా పటాత్మకంగా చతుర్థాంశాల గుర్తింపు



పటం 13.3 దిగువ, ఎగువ చతుర్థాంశాల గుర్తింపు

దిగువ చతుర్థాంశం $(Q_1) = \frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

దిగువ చతుర్థాంశం $= \frac{88}{4}$

22వ అంశం పరిమాణం

ఎగువ చతుర్థాంశం $(Q_3) = 3\frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

ఎగువ చతుర్థాంశం $= 3\left(\frac{88}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం.

$= 66$ వ అంశం పరిమాణం

దిగువ చతుర్థాంశాన్ని గుర్తించడానికి X అక్షానికి సమాంతరంగా 22 నుంచి ఓజివ్ వక్రరేఖకు సమతల రేఖను గీయండి. అది R_1 వద్ద ఖండిస్తుంది. X అక్షానికి లంబరేఖ గీయండి. అది R_2 వద్ద ఖండిస్తుంది. R_2 విలువ దిగువ చతుర్థాంశపు విలువ.

ఎగువ చతుర్థాంశాన్ని గుర్తించడానికి X అక్షానికి సమాంతరంగా 66 నుంచి ఓజివ్ వక్రరేఖకు సమతల రేఖను గీయండి. అది S_1 వద్ద ఖండిస్తుంది. ఈ బిందువు నుంచి X అక్షానికి గీసిన లంబరేఖ S_2 వద్ద కల్సుకొంది. అది ఎగువ చతుర్థాంశపు విలువను తెలుపుతుంది.

13.8 సారాంశం

ఒక చలరాశిలోని విలువలను వాటి పరిమాణాన్నిబట్టి అమర్చినట్లయితే, ఆ విలువలలోని మధ్య విలువ మధ్యగతం అవుతుంది. మధ్యగతం అతి పెద్ద విలువలచేగాని, అతిచిన్న విలువలచేగాని ప్రభావితం గాదు. అసమానంగా పంపిణీలతో ఉన్న దత్తాంశానికి సరియైన కొలమానం మధ్యగతం. ఇచ్చిన దత్తాంశంలోని మొదటి, చివరి తరగతులలోని విలువలలో ఏదేని విలువ లేనప్పుడు మధ్యగతం ఉపయోగపడుతుంది. అయితే, మధ్యగతాన్ని ఒక సమగ్రమైన ప్రాతినిధ్యపు కొలమానంగా భావించడానికి వీలులేదు. ఎందుకంటే, దీని గణన ఇచ్చిన శ్రేణిలోని అన్ని విలువలపై ఆధారపడి ఉండకపోవడమే. అంతేగాక, ఈ కొలమానం తదుపరి గణితీయ ప్రస్తావనకు సరిపడదు.

మధ్యగతం ఆధారంగా, చతుర్థాంశాలను, దశాంశాలను, శతాంశాలను కనుగొనడమైనది. మధ్యగతాన్ని, మరి ఇతర స్థానీయ సగటులను ఓజివ్ వక్రరేఖల సహాయంతో గ్రాఫ్ కాగితం మీద గుర్తించవచ్చు.

13.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

మొట్టమొదటి సంచిత పౌనఃపున్యాన్ని కనుగొని, దాని ద్వారా మధ్యగతం ఉన్న తరగతిని కనుక్కోండి. మధ్యగతం ఉన్న తరగతి 15-20. తరువాత కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించి జవాబును కనుగొనండి

$$Md = L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times i$$

జవాబు $= 16$

13.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. 'మధ్యగతం' అంటే ఏమిటి?
2. కింది పదాలను వివరించండి.
   (ఎ) చతుర్థాంశాలు
   (బి) దశాంశాలు
   (సి) శతాంశాలు
3. "పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజించే విలువే మధ్యగతం"– విశదీకరించండి.

B R A O U

4. మధ్యగతం ధర్మాలేమిటి?

5. మధ్యగతం సుగుణాలను, పరిమితులను చర్చించండి.

6. మధ్యగతాన్ని రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించడానికి పద్ధతిని వివరించండి.

అభ్యాసాలు

7. కింది వాటి నుంచి మధ్యగతపు ఆదాయాన్ని కనుక్కోండి.

నెలసరి ఆదాయాలు (రూ): 300, 220, 150, 180, 100, 50, 120, 260, 60, 80, 90.

(జవాబు: 120)

8. ఒక కంపెనీలో దినసరి అమ్మకాలు కింద ఇవ్వడమైంది. మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

రోజు పేరు:	సోమ	మంగళ	బుధ	గురు	శుక్ర	శని
అమ్మకాలు ('000 రూ.లలో):	30	32	26	28	31	30

(జవాబు: 30)

9. కింది విభాజనం నుంచి దిగువ, ఎగువ చతుర్థాంశాలను కనుక్కోండి.

X	f
0-5	10
5-10	20
10-15	25
15-20	30

(జవాబు: $Q_1 = 7.81$; $Q_3 = 16.46$)

10. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక తరగతిలోని విద్యార్థుల ఎత్తుకు సంబంధించినది.

ఎత్తు: (అంగుళాలలో)	57	60	62	65	70	55	58
విద్యార్థుల సంఖ్య:	10	12	14	8	6	20	15

మధ్యగతాన్ని, చతుర్థాంశాలను లెక్కించండి.

(జవాబు: $Md = 58$; $Q_1 = 57$; $Q_3 = 62$)

11. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికుల ఆదాయానికి సంబంధించినది.

ఆదాయాలు (రూ.లలో):	250	180	280	300	150	170
కార్మికుల సంఖ్య:	10	15	18	12	22	7

మధ్యగతం, చతుర్థాంశాలను కనుక్కోండి.

(జవాబు: $Md = 180; Q_1 = 150; Q_3 = 280$)

12. కింది ఇచ్చినవి బి.కాం. క్లాసులో వ్యాపార గణాంక శాస్త్రంలో విద్యార్థులు తెచ్చుకొన్న మార్కులు.

మార్కులు:	30	42	38	56	32	60	45	50
విద్యార్థుల సంఖ్య:	5	20	8	6	7	4	10	5

మధ్యగతాన్ని, చతుర్థాంశాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు: $Md = 42; Q_1 = 38; Q_3 = 45$)

13. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం:	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75
పౌనఃపున్యం:	7	10	8	15	20

(జవాబు: 58.33)

14. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక గ్రామంలో వ్యక్తుల ఆదాయానికి సంబంధించినది.

ఆదాయం (రూ.లలో):	105-115	115-125	125-135	135-145	145-155	155-165
వ్యక్తుల సంఖ్య:	12	13	18	20	30	16

మధ్యగతాన్ని, చతుర్థాంశాలను, నాలుగో దశాంశాన్ని, 65 వ శతాంశాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు: $Md = 140.75; Q_1 = 126.25; Q_3 = 151.25; D_4 = 135.3; P_{65} = 147.62$)

15. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మధ్యగతాన్ని, 7 వ దశాంశాన్ని, 45 వ శతాంశాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
8-12	10
12-16	14
16-20	15
20-24	18
24-28	17
28-32	12
32-36	8
36-40	6

(జవాబు: $Md = 22.44; D_7 = 27.06; P_{45} = 21.33$)

16. ఒక తరగతిలో 80 మంది విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కుల్ని కింద చూపడమైంది.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
కంటె తక్కువ 30	2
కంటె తక్కువ 40	10
కంటె తక్కువ 50	16
కంటె తక్కువ 60	18
కంటె తక్కువ 70	20
కంటె తక్కువ 80	28
కంటె తక్కువ 90	36

మధ్యగతాన్ని, 6 వ దశాంశాన్ని, 27 వ శతాంశాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు: $Md = 60; D_6 = 72; P_{27} = 39.65$)

17. కింద చూపిన దత్తాంశం నుంచి ఎగువ, దిగువ దశాంశాలను లెక్కించండి.

తరగతి:	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32	32-36
పౌనఃపున్యం:	2	4	20	10	9	8	6	1

(జవాబు: $Q_1 =$ 13.8; $Q_3 =$ 24)

B R A O U

18. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి చతుర్థాంశాలను, 2 వ దశాంశాన్ని లెక్కించండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
లోపు 30	2
లోపు 40	12
లోపు 50	14
లోపు 60	20
లోపు 70	24
లోపు 80	30

(జవాబు: $Q_1 =$ 35.5; $Q_3 =$ 66.25; $D_2 =$ 34)

19. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మధ్యగతపు విలువను రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించండి.

పరిమాణం	పౌనఃపున్యం
5-10	5
10-15	15
15-20	25
20-25	20
25-30	20
30-35	18
35-40	12
40-45	10
45-50	5

20. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ఎగువ, దిగువ దశాంశాన్ని రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించండి.

మార్కులు:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
విద్యార్థుల సంఖ్య:	16	28	35	40	20

13.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు :'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S. P. :'Statistical Methods' Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B. N. :'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

13.12 పదకోశం

మధ్యగతం :ఒక విభాజనంలోని అంశాలను వాటి పరిమాణాన్ని బట్టి ఆరోహణక్రమంలో లేదా అవరోహణక్రమంలో అమర్చగా ఏర్పడిన శ్రేణిలోని మధ్యవిలువను మధ్యగతం అని అంటాం.

చతుర్థాంశాలు :మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని నాలుగు సమాన భాగాలుగా విభజించే మానాలను చతుర్థాంశాలని అంటాం.

దశాంశాలు :దశాంశాలనేవి మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని పది సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాయి.

శతాంశాలు :శతాంశాలనేవి మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని వంద సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాయి.

BRAOU

విషయక్రమం

14.0 ఉద్దేశాలు

14.1 పరిచయం

14.2 బాహుళకం అర్థం

14.3 బాహుళకం గణన

14.4 రేఖాపటాత్మక పద్ధతిలో బాహుళకాన్ని గుర్తించడం

14.5 బాహుళకం సుగుణాలు, పరిమితులు

14.6 సారాంశం

14.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

14.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

14.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

14.10 పదకోశం

14.0 ఉద్దేశాలు

బాహుళకం అర్థాన్ని, గణనను, సుగుణాలను, పరిమితులను వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- బాహుళకం అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి
- బాహుళకాన్ని గణన చేయగలగాలి
- రేఖాపటంద్వారా బాహుళకాన్ని గుర్తించ గలగాలి
- బాహుళకం సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొనగలగాలి.

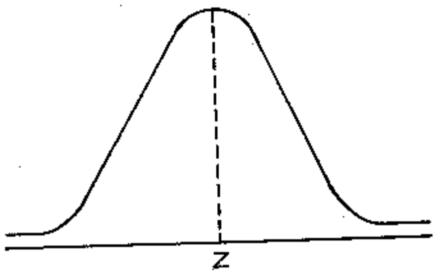
14.1 పరిచయం

మధ్యగతం లాగానే బాహుళకం కూడా స్థానీయ సగటే. గణాంక సగటుగా బాహుళకం, ఒక విభాజనంలోని అత్యధిక పౌనఃపున్యాన్ని గలిగి ఉంటుంది. కొన్ని సందర్భాలలో అంకమధ్యమం, మధ్యగతం పెద్దమొత్తంగా ఉన్న దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించలేకపోతాయి. పైగా వాటి విలువలు అసమంజసంగా కూడా ఉంటాయి. ఈ పరిస్థితిని అధిగమించడానికై, బాహుళకాన్ని ప్రవేశ పెట్టడం జరిగింది.

BRAOU

14.2 బాహుళకం అర్థం

మోడ్ అనేమాట ల-మోడ్ (La-Mode) అనే ఫ్రెంచ్ పదం నుంచి గ్రహించింది. దీని అర్థం ఫ్యాషన్. నిఘంటువు అర్థంలో బాహుళకం అంటే - చలరాశి పౌనఃపున్య విభాజనంలో సాపేక్షక లేదా పరమ గరిష్ఠత (relative or absolute maximum) వచ్చే చలరాశి విలువ. అంటే ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనంలో ఏ ఇతర విలువ కంటె ఎక్కువగానీ, ఎక్కువ సంఖ్యలోగానీ వచ్చే చలరాశి విలువ అని చెప్పవచ్చు. చలరాశి విలువలు వక్రరేఖ ద్వారా చూపినప్పుడు, ఆ వక్రరేఖ శిఖరం బాహుళకం విలువ అవుతుంది. కింది పటాన్ని చూడండి. స్పష్టంగా అర్థం కాగలదు.



పటం 14.1 బాహుళకం విలువ

ఉదాహరణకు, 25, 42, 28, 31, 30, 42, 29, 20, 42, 34, 42 అనే శ్రేణిలో బాహుళకం 42. ఆ శ్రేణిలో 42 అనే విలువ అన్నింటి కంటె ఎక్కువ సంఖ్యలో వచ్చింది. ఒక సంఘటన ఎక్కువసార్లు రావడానికి బాహుళకం చిహ్నం కాబట్టి, దానిని నమూనా విలువ (modal value) లేదా మాదిరి విలువ (typical value) అంటారు. అది మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. శ్రేణిలోని అన్ని విలువల్లో ఒకే సంఖ్యలో వస్తే, నమూనా విలువగానీ, బాహుళకంగానీ లేదని చెప్పవచ్చు.

బాహుళకానికి సంబంధించి కొన్ని ముఖ్యమైన నిర్వచనాలను ఇవ్వడం జరిగింది.

యూలన్ చౌ ప్రకారం, "బాహుళకం అనేది శ్రేణిలో అన్నింటి కంటే ఎక్కువ సార్లు కనబడే విలువ." తారో యామిని ఇట్లా నిర్వచించాడు, "విభాజనంలో బాహుళకం అనేది పౌనఃపున్య సాంద్రత గరిష్ఠంలో ఉండే ఒకే విలువ, లేదా అత్యధికసంఖ్యలో వచ్చే చలరాశిలో ఏదైనా విలువ కావచ్చు." ఎ. ఎం. టటిల్ ఇట్లా పరిశీలించాడు, "సమీప ఇరుగూ పొరుగులో అత్యధిక పౌనఃపున్య సాంద్రతగల విలువయే బాహుళకం". క్రాక్సటన్ అండ్ కౌడెన్ అభిప్రాయంలో, "విభాజనంలో బాహుళకం అనేది ఒక విలువ, దాని చుట్టూ అంశాలు హెచ్చుగా గుమికూడి ఉంటాయి. దానిని విలువల శ్రేణిలో అత్యధిక నమూనా కలదానిగా పరిగణిస్తారు."

BRAOU

14.3 బాహుళకం గణన

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో బాహుళకాన్ని గణన చేయవచ్చు.

ఎ. వ్యక్తిగత శ్రేణులు: వ్యక్తిగత శ్రేణులలో ప్రతి విలువ పునరావృతమైనప్పుడు దానిని లెక్కించి బాహుళకాన్ని నిర్ణయించడం జరుగుతుంది. ఏ అంశపు విలువ ఎక్కువ సంఖ్యలో పునరావృతమవుతుందో దానిని నమూనా విలువగానో, బాహుళకంగానో తీసుకొంటారు. ఆచరణలో, బాహుళకాన్ని ఈ పద్ధతిలో నిర్ణయించడం వ్యక్తిగత శ్రేణుల్ని విచ్ఛిన్న శ్రేణులుగా మార్చడమే అవుతుంది.

ఉదాహరణ-1: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

27, 28, 30, 30, 33, 31, 35, 34, 33, 40, 41, 55, 46, 31, 33, 36, 33, 41, 33

జవాబు:

బాహుళకం గణన

అంశం పరిమాణం	అది వచ్చిన సార్లు సంఖ్య
27	1
28	1
30	2
31	2
33	5
34	1
35	1
36	1
40	1
41	2
46	1
55	1

పై విశ్లేషణ గమనించగా, **33** అనే అంశం గరిష్ఠ సంఖ్యలో వచ్చింది. అంటే 5 సార్లు. కాబట్టి ఇచ్చిన దత్తాంశంలో **33**ను నమూనా విలువగా పరిగణించడమైంది.

బి. విచ్ఛిన్న శ్రేణులు: విచ్ఛిన్న శ్రేణుల్లో బాహుళకాన్ని పరిశీలన పద్ధతి ద్వారాగానీ, వర్గీకృతపద్ధతి (grouping method) ద్వారా గానీ లెక్కిస్తారు.

(ఎ) పరిశీలన పద్ధతి (Inspection method): ఈ పద్ధతిలో విచ్ఛిన్న శ్రేణిలోని బాహుళకాన్ని, విలువల్ని వాటి పౌనఃపున్యాన్ని పరిశీలించడం ద్వారా కనుక్కొంటారు. శ్రేణిలో ఎక్కువసార్లు వచ్చే విలువను బాహుళకంగా పరిగణిస్తారు. దీని అర్థమేమిటంటే-ఏ చలరాశిలోని విలువ చుట్టూ అంశాలు దట్టంగా పరిభ్రమిస్తాయో, దానిని బాహుళకంగా పరిగణిస్తారు.

ఉదాహరణ-2 : కింద ఇచ్చినవి 25 మంది విద్యార్థుల బరువులు. బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

బరువు (కిలోలలో):	30,	40,	35,	45,	50,	55,	60,	65,	70
విద్యార్థుల సంఖ్య:	5,	8,	10,	7,	20,	13,	12,	6,	4

జవాబు :

దత్తాంశాన్ని పరిశీలించడం ద్వారా, 50 కిలోలు అనే అంశం 20 సార్లు వచ్చింది. అది ఎక్కువసార్లు వచ్చింది కాబట్టి అది బాహుళకపు విలువ.

(బి) వర్గీకృత పద్ధతి (grouping method): ఒక్కొక్కప్పుడు ఇచ్చిన దత్తాంశం క్రమంగా

లేకపోవచ్చు. అట్లాంటప్పుడు రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విలువలు గోచరించడం మధ్య గణనీయమైన వ్యత్యాసం ఉండకపోవచ్చు. ఆ సందర్భాలలో పరిశీలన పద్ధతిద్వారా నిర్ణయించిన బాహుళకం ఆదర్శవు విలువ కాకపోవచ్చు. అందుచేత ఈ పద్ధతిలో బాహుళకాన్ని నిర్ణయించడం వల్ల వర్గీకృత పద్ధతి ఆవశ్యకత ఏర్పడింది. వర్గీకృత పద్ధతిద్వారా బాహుళకాన్ని కనుక్కోవడంలో వర్గీకృత పట్టికను, విశ్లేషణ పట్టికను తయారు చేయవలసి ఉంటుంది.

వర్గీకృత పట్టికను తయారు చేయడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతిని అవలంబించాలి

(i) వరుస 1లో విభాజనంలో ఇచ్చిన పౌనఃపున్యాలను పరిశీలించి హెచ్చు పౌనఃపున్యం గల దాన్ని గుర్తించండి.

(ii) పై నుంచి రెండు చొప్పున పౌనఃపున్యాలను వర్గీకృతం చేయండి. వీటిని వరుస 2లో వేయండి. హెచ్చు పౌనఃపున్యాన్ని గుర్తించండి.

(iii) పై నుంచి మొదటి పౌనఃపున్యాన్ని వదిలేసి, పౌనఃపున్యాలను రెండు చొప్పున వర్గీకృతం చేయండి. వీటిని వరుస 3లో వేయండి. హెచ్చు పౌనఃపున్యాన్ని గుర్తించండి.

(iv) పై నుంచి మూడు చొప్పున పౌనఃపున్యాలను వర్గీకృతం చేయండి. వీటిని వరుస 4లో వేయండి. హెచ్చు పౌనఃపున్యాన్ని గుర్తించండి.

(v) పై నుంచి మొదటి పౌనఃపున్యాన్ని వదిలేసి, పౌనఃపున్యాలను మూడు చొప్పున వర్గీకృతం చేయండి. వీటిని వరుస 5లో వేయండి. హెచ్చు పౌనఃపున్యాన్ని గుర్తించండి.

(vi) పై నుంచి మొదటి, రెండు పౌనఃపున్యాలను మూడు చొప్పున వర్గీకృతం చేయండి. వీటిని వరుస 6లో వేయండి. హెచ్చు పౌనఃపున్యాన్ని గుర్తించండి.

అంశాల సంఖ్యను బట్టి పై పద్ధతిని ఇంకా పొడిగించవచ్చు; లేదా వరుస 4, 5 వద్ద ముగింపు చేయవచ్చు.

BRAOU

వర్గీకృత పట్టికనుంచి విశ్లేషణ పట్టికను కింది విధంగా తయారుచేయవచ్చు.

(i) వరుస సంఖ్యలను పట్టిక కుడివైపున సమతలంగా రాయండి.

(ii) విభాజనం అంశాలను పట్టిక ఎడంవైపున ఊర్ధ్వముఖంగా రాయండి.

(iii) ప్రతి వరుసలోని హెచ్చు పౌనఃపున్యాలను వాటి వాటి విలువలకు అనురూపంగా (1) గుర్తుతో పట్టికలో రాయండి.

(iv) ఎక్కువ సార్లు వచ్చిన విలువను కనుక్కోండి. అట్లా వచ్చిన విలువను ఇచ్చిన దత్తాంశంలోని బాహుళకం అంటారు.

ఉదాహరణ-3 : కింది దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

వయస్సు(సం.లలో):	20,	25,	30,	35,	40,	45,	50,	55,	60
వ్యక్తుల సంఖ్య:	6,	18,	28,	30,	25,	12,	10,	8,	6

జవాబు:

బాహుళకం గణన

వర్గీకృత పట్టిక

సం॥లలో వయస్సు	వ్యక్తుల సంఖ్య వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
20	6					
25	18	24	46	52		
30	28				76	
35	30	58	55			83
40	25			67		
45	12	37	22		47	
50	10					30
55	8	18	14	24		
60	6					

విశ్లేషణ పట్టిక

సం॥లలో వయస్సు	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6	మొత్తం
20							
25					1		1
30		1			1	1	3
35	1	1	1	1	1	1	6
40			1	1		1	3
45				1			1
50							
55							
60							

BRAOU

35 విలువ చాలా ఎక్కువ సార్లు అంటే 6 సార్లు వచ్చింది కాబట్టి, 35 విలువ బాహుళకం అవుతుంది.

(బి) అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు: అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో బాహుళకాన్ని నిర్ణయించడంలో కింద పేర్కొన్న పద్ధతిని అనుసరిస్తారు.

(i) వర్గీకరణ పట్టికను తయారుచేయాలి

(ii) విశ్లేషణ పట్టికను తయారుచేసి, బాహుళకపు తరగతిని కనుక్కోండి. వర్గీకరణ పట్టికను, విశ్లేషణ పట్టికను తయారుచేయడానికి విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో అవలంబించిన పద్ధతినే అవలంబించవచ్చు.

(iii) కింద ఇచ్చిన సమీకరణాన్ని అన్వయించి బాహుళకపు విలువను కనుక్కోండి.

$$Z = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_o - f_2} \times i$$

ఇక్కడ,

Z = బాహుళకం

L = బాహుళకపు తరగతి దిగువ అవధి

f_o = బాహుళకపు తరగతికి దిగువ తరగతి పౌనఃపున్యం

f_1 = బాహుళకపు తరగతి పౌనఃపున్యం

f_2 = బాహుళకపు తరగతికి ఎగువ తరగతి పౌనఃపున్యం

i = నమూనా తరగతి అంతరం

పైన పేర్కొన్న సమీకరణాన్ని కింది విధంగా కూడా ప్రకటించవచ్చు.

$$Z = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times i$$

ఇక్కడ,

L = బాహుళకపు తరగతి దిగువ అవధి

Δ_1 = (దీనిని డెల్టా అని పిలుస్తారు) బాహుళకమైన తరగతి పౌనఃపున్యానికి దిగువ తరగతి పౌనఃపున్యానికి గల వ్యత్యాసం

Δ_2 = బాహుళకమైన తరగతి పౌనఃపున్యానికి పై తరగతి పౌనఃపున్యానికి గల వ్యత్యాసం

i = నమూనా తరగతి అంతరం

ఉదాహరణ 4 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

ఆర్జించిన లాభాలు (రూ. '000 లలో)	కంపెనీల సంఖ్య
10-20	5
20-30	7
30-40	9
40-50	12
50-60	15
60-70	10
70-80	4
80-90	3
90-100	2

జవాబు:

బాహుళకం గణన

వర్గీకరణ పట్టిక

ఆర్జించిన లాభాలు (రూ'000 లలో)	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	కంపెనీల సంఖ్య వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
10-20	5					
20-30	7	12	16	21		
30-40	9					
40-50	12	21	27		28	36
50-60	15			37		
60-70	10	25	14			
70-80	4				29	17
80-90	3	7		9		
90-100	2		5			

విశ్లేషణ పట్టిక

ఆర్జించిన లాభాలు (రూ '000లలో)	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6	మొత్తం
10-20							0
20-30							0
30-40						1	1
40-50			1	1		1	3
50-60	1	1	1	1	1	1	6
60-70		1		1	1		3
70-80					1		1
80-90							0
90-100							0

50-60 తరగతి ఎక్కువ సార్లు వచ్చింది కాబట్టి, అది బాహుళకం అవుతుంది.

గమనిక : ఇక్కడ బాహుళకాన్ని పరిశీలన పద్ధతి ద్వారా కూడా కనుక్కోవచ్చు. ఈ పద్ధతి ద్వారా వర్గీకరణ, విశ్లేషణ పట్టికలను తయారు చేయనక్కర్లేదు.

సమీకరణాన్ని అన్వయిస్తే,

$$Z = L + \frac{f_1 - f_o}{2f_1 - f_o - f_2} \times i$$

$$L = 50;\ f_1 = 15;\ f_o = 12;\ f_2 = 10;\ i = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Z = 50 + \frac{15-12}{2 \times 15-12-10} \times 10$$

$$= 50 + \frac{3}{8} \times 10$$

$$= 50 + 0.375 \times 10$$

$$= 50 + 3.75$$

బాహుళకం $= 53.75$

ఉదాహరణ-5 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

అమ్మకాలు : (రూ. లక్షలలో)	10-20	20-30	30-50	50-60	60-70	70-80
సంస్థల సంఖ్య :	5	4	12	3	1	2

జవాబు:

ఇచ్చిన దత్తాంశపు తరగతుల అంతరాలు సమానంగా లేవు కాబట్టి, దత్తాంశాన్ని మళ్ళీ అమర్చాలి. శ్రేణి మొత్తానికి తరగతులు సమానంగా ఉన్నాయనీ, పౌనఃపున్యాలను సమానంగా పంపిణీ చేయడమైందనీ భావించడమైంది. అందుచేత ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని కింది విధంగా సర్దుబాటుచేసి, మళ్లీ ఏర్పాటు చేయవచ్చు.

అమ్మకాలు : (రూ. లక్షలలో)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
సంస్థల సంఖ్య :	5	4	6	6	3	1	2

BRAOU

వర్గీకరణ పట్టిక

అమ్మకాలు రూ. లక్షలలో	కంపెనీల సంఖ్య వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5
10-20	5	9			
20-30	4		10	15	16
30-40	6	12			
40-50	6				
50-60	3		9	10	6
60-70	1	4	3		
70-80	2				

విశ్లేషణ పట్టిక

అమ్మకాలు (రూ. లక్షలలో)	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	మొత్తం
10-20				1		1
20-30			1	1	1	3
30-40	1	1	1	1	1	5
40-50	1	1			1	3
50-60						0
60-70						0
70-80						0

30-40 తరగతి అనేకసార్లు వచ్చింది కాబట్టి, అది బహుళకం.

కింది సమీకరణాన్ని అన్వయిస్తే,

ఇక్కడ,

$$Z = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

ఇక్కడ,

$L = 30; f_1 = 6; f_0 = 4; f_2 = 6; i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Z = 30 + \frac{6-4}{2\times 6-4-6} \times 10$$

$$= 30 + \frac{2}{12-4-6} \times 10$$

$$= 30 + \frac{2}{12-10} \times 10$$

$$= 30 + \frac{2}{2} \times 10$$

$$= 30 + 1 \times 10$$

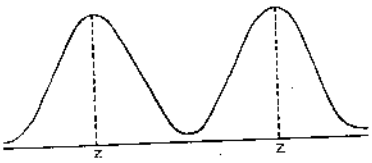
బాహుళకం = 40

విభాజనంలో ఒక బాహుళకం ఉంటే, దానిని ఏక బాహుళకపు విభాజనం (Uni-modal distribution) అంటారు. విభాజనంలో రెండుగానీ, అంతకంటే ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉంటే, ద్విబహుళకం, బహు బాహుళకం (Bi-modal, multi-modal) విభాజనాలు అంటారు.

చలరాశి ద్విబాహుళక విభాజనాన్ని కింది రేఖా పటం వివరిస్తుంది.

B R A O U

విభాజనంలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉంటే, బాహుళకం విలువను ముందుగా ఉపయోగించిన సమీకరణంతో కనుక్కోవ డానికి వీలులేదు. కాబట్టి విభాజనం బాహుళకాన్ని అసమగ్రంగా నిర్వచించడమైంది.



పటం 14.2 ద్విబాహుళక విభాజనము

చలరాశి బహు జాతీయమైన నిర్మాణం వల్లనైతేనేమి, ప్రతిచయనం అసంగతమైన పరిమాణంవల్ల నైతేనేమి, దత్తాంశంలో ఒకటి కంటె ఎక్కువ బాహుళకపు విలువలు ఉండవచ్చు.

విభాజనం బాహుళకాన్ని అసమగ్రంగా నిర్వచించినప్పుడు, దాని విలువను కింద పేర్కొన్న సమీకరణం ద్వారా కనుక్కోవడమవుతుంది. ఆ సమీకరణం మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకంల మధ్యగల సంబంధంపై ఆధారపడి ఉంది.

బాహుళకం = 3 మధ్యగతం − 2 మధ్యమం.

ఉదాహరణ-6: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

ఆదాయాలు (రూ.లలో)	కుటుంబాల సంఖ్య
0 - 400	8
400 - 800	12
800 - 1200	40
1200 - 1600	64
1600 - 2000	66
2000 - 2400	34
2400 - 2800	16
2800 - 3200	4

జవాబు:

బాహుళకం గణన

వర్గీకరణ పట్టిక

ఆదాయాలు (రూ.లలో)	కుటుంబాల సంఖ్య					
	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
0 - 400	8					
400 - 800	12	20	52	60		
800 - 1200	40				116	
1200 - 1600	64	104	130			170
1600 - 2000	66			164		
2000 - 2400	34	100	50		116	
2400 - 2800	16					54
2800 - 3200	4	20				

BRAOU

విశ్లేషణ పట్టిక

ఆదాయాలు (రూ.లలో)	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6	మొత్తం
0 - 400							–
400 - 800					1		1
800 - 1200		1			1	1	3
1200 - 1600		1	1	1	1	1	5
1600 - 2000	1		1	1	1	1	5
2000 - 2400				1	1		2
2400 - 2800					1		1
2800 - 3200							–

1200 - 1600, 1600 - 2000 తరగతులు చాలసార్లు పునరావృతమయ్యాయి కాబట్టి అంటే 5 సార్లు, ఇది ద్విబాహుళక శ్రేణికి నిదర్శనం.

కాబట్టి, బాహుళకాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించవచ్చు. బాహుళకం = 3మధ్యగతం – 2 మధ్యమం.

ఆదాయం (రూ.లలో)	కుటుంబాల సంఖ్య	c.f	m	dx	dx/c c = 400 d^1	fd^1
0 - 400	8	8	200	–1600	–4	–32
400 - 800	12	20	600	–1200	–3	–36
800 - 1200	40	60	1000	–800	–2	–80
1200 - 1600	64	124	1400	–400	–1	–64
1600 - 2000	66	190	1800	0	0	0
2000 - 2400	34	224	2200	400	1	34
2400 - 2800	16	240	2600	800	2	32
2800 - 3200	4	244	3000	1200	3	12
	N = 244					$\sum fd^1 = -134$

మధ్యగతం గణన

మధ్యగతం అంశం $= \frac{N}{2}$వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ,

$N = 244$

మధ్యగతం $= \frac{244}{2}$ వ అంశం పరిమాణం = 122 వ అంశం పరిమాణం.

122వ అంశం పరిమాణం 1200-1600 తరగతిలో ఉంది.

మధ్యగతం $= L + \frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \times i$

ఇక్కడ,

$\frac{N}{2} = 122; L = 1200; c.f. = 60; i = 400; f = 64$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మధ్యగతం $= 1200 + \frac{122-60}{64} \times 400$

$= 1200 + \frac{62}{64} \times 400$

$= 1200 + 0.968 \times 400$

$= 1200 + 387.2$

మధ్యగతం = రూ. 1587.2

అంకమధ్యమం గణన

$$= \overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times i$$

ఇక్కడ,

$A = 1800; N = 244; i = 400; \sum fd' = 134$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = 1800 + \frac{-134}{244} \times 400$

$= 1800 + (-0.549 \times 400)$

$= 1800 - 219.6$

అంకమధ్యమం = రూ. 1580.4

కాబట్టి,

బాహుళకం = 3 మధ్యగతం – 2 మధ్యమం

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$Z = 3(1587.2) - 2(1580.4)$

$= 4761.6 - 3160.8$

బాహుళకం = రూ. 1600.8

BRAOU

అవగాహన ప్రశ్న - 1

ఒక విభాజనంలో అంకమధ్యమం 65, మధ్యగతం 70. బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

ఉదాహరణ-7: కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

వయస్సు (సం.లలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య
10 కంటె ఎక్కువ 10	144
" 20	138
" 30	122
" 40	98
" 50	72
" 60	42
" 70	17
" 80	5

జవాబు :

బాహుళకాన్ని లెక్కించడానికి ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని కింది విధంగా తిరిగి ఏర్పాటు చేయాల్సి ఉంటుంది. కారణమేమిటంటే, ఇచ్చిన దత్తాంశం 'కంటె ఎక్కువ' పద్ధతి సంచిత పౌనఃపున్యాలలో ఉంది.

BRAOU

వయస్సు (సంIIలలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య
10 - 20	6
20 - 30	16
30 - 40	24
40 - 50	26
50 - 60	30
60 - 70	25
70 - 80	12
80 - 90	5

వర్గీకరణ పట్టిక

వయస్సు (సంIIలలో)	వ్యక్తుల సంఖ్య వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
10 - 20	6	22				
20 - 30	16		40	46		
30 - 40	24	50			66	
40 - 50	26		56			80
50 - 60	30	55		81		
60 - 70	25		37		67	
70 - 80	12	17				42
80 - 90	5					

విశ్లేషణ పట్టిక

వయస్సు సం.లలో	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6	మొత్తం
10 - 20							–
20 - 30							–
30 - 40						1	1
40 - 50			1	1		1	3
50 - 60	1	1	1	1	1	1	6
60 - 70		1		1	1		3
70 - 80					1		1
80 - 90							–

50-60 తరగతి ఎక్కువసార్లు అంటే 6 సార్లు వచ్చింది కాబట్టి, బాహుళకం తరగతి 50-60.

సమీకరణాన్ని అన్వయిస్తే,

$$Z = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

ఇక్కడ,

$L = 50;\ f_1 = 30;\ f_0 = 26;\ f_2 = 25;\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Z = 50 + \frac{30-26}{2 \times 30 - 26 - 25} \times 10$$

$$= 50 + \frac{4}{9} \times 10$$

$$= 50 + 4.44$$

$$= 54.44$$

కాబట్టి,

బాహుళకం = 54.44

ఉదాహరణ-8: కింద ఇచ్చిన సమాచారాన్ని బట్టి బాహుళకాన్ని లెక్కించండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
0 - 10	15
10 - 20	30
20 - 30	54
30 - 40	69
40 - 50	84
50 - 60	18
60 - 70	6

BRAOU

జవాబు:

బాహుళకం గణన

వర్గీకరణ పట్టిక

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5
0 - 10	15				
10 - 20	30	45	84	99	
20 - 30	54	123			153
30 - 40	69		153		
40 - 50	84	102		171	
50 - 60	18		24		108
60 - 70	6				

విశ్లేషణ పట్టిక

మార్కులు	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	మొత్తం
0 - 10						–
10 - 20					1	1
20 - 30		1			1	2
30 - 40		1	1	1	1	4
40 - 50	1		1	1		3
50 - 60				1		1
60 - 70						–

BRAOU

30 - 40 తరగత ఎక్కువసార్లు వచ్చింది కాబట్టి అది బహుళకం తరగతి.

$$Z = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

ఇక్కడ,

$L = 30;\ f_1 = 69;\ f_0 = 54;\ f_2 = 84;\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Z = 30 + \frac{69-54}{2 \times 69 - 54 - 84} \times 10$$

$$= 30 + \frac{15}{138 - 138} \times 10$$

$$= 30 + \frac{15}{0} \times 10$$

ఇక్కడ,

$$2f_1 = f_0 + f_2$$

కాబట్టి,

$2f_1 - f_0 - f_2 = 0$

అందుచేత హారం సున్నాకు సమానం.

అనుసరించిన పద్ధతిలో ఏదో దోషముందని ఇది తెలియ జేస్తుంది. అట్లాంటి సందర్భంలో కింద ఇచ్చిన ప్రత్యామ్నాయ సమీకరణాన్ని బాహుళకాన్ని కనుక్కోవడానికి అనుసరించాలి.

$$Z = L + \frac{f_2}{f_0+f_2} \times i$$

ఇక్కడ,

L = బాహుళకపు తరగతి దిగువ అవధి

f_0 = బాహుళకపు దిగువ తరగతి పౌనఃపున్యం

f_2 = బాహుళకపు ఎగువ తరగతి పౌనఃపున్యం

i = బాహుళకపు తరగతి అంతరం

ఇక్కడ,

$L = 30;\ f_2 = 84;\ f_0 = 54;\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Z = 30 + \frac{84}{54+84} \times 10$$

$$= 30 + \frac{84}{138} \times 10$$

$$= 30 + 0.608 \times 10$$

$$= 30 + 6.08$$

బాహుళకం =36.08

14.4 రేఖా పటం ద్వారా బాహుళకాన్ని గుర్తించడం

పౌనఃపున్య విభాజనం బాహుళకపు విలువను రేఖాపటం ద్వారా గుర్తించవచ్చు. రేఖాపటం ద్వారా బాహుళకాన్ని గుర్తించడంలో కింది అంశాలు ఇమిడి ఉన్నాయి.

(i) ఇచ్చిన దత్తాంశానికి సోపాన చిత్రాన్ని (histogram) గీయండి.

(ii) పక్కపక్కనున్న రెండు బార్‌ల ఎగువ చివరల బిందువులతో బాహుళకపు బార్ దిగువ చివరల బిందువులను కలపండి. బాహుళకపు బార్ లోపల రెండు వికర్ణ రేఖలను (diagonal lines) గీయడం ద్వారా ఇట్లా చేయడం జరుగుతుంది.

(iii) రెండు వికర్ణ రేఖలు ఖండించుకొనే బిందువు నుంచి X అక్షానికి లంబరేఖ గీయండి.

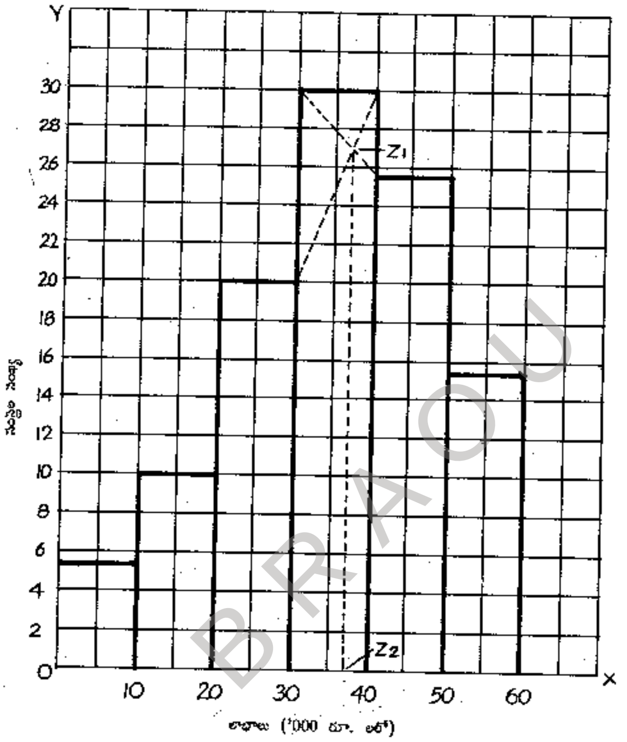
(iv) X అక్షాన్ని లంబరేఖ కల్సుకొనే బిందువు విలువే ఇచ్చిన శ్రేణి తాలూకు బాహుళకం.

ఉదాహరణ-9: ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి రేఖా పటం ద్వారా బాహుళకాన్ని గుర్తించండి. ప్రత్యక్షంగా లెక్కించడం ద్వారా ఈ విలువను తనిఖీ చేయండి.

ఆర్జించిన లాభాలు: (రూ. '000లలో)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
సంస్థల సంఖ్య :	5	10	20	30	25	15

జవాబు:

బాహుళకాన్ని కనుక్కోవడానికి, ఇచ్చిన విలువలతో సోపాన చిత్రాన్ని గీయాలి. తనిఖీ చేయడం ద్వారా 30 - 40లో బాహుళకపు బార్ ఉందని తెల్సుకోవచ్చు. బాహుళకపు బార్ లోపలి చివరి బిందువులను కలిపే వికర్ణరేఖలు పక్కపక్కనున్న బార్‌లను Z_1 బిందువు వద్ద ఖండిస్తాయి. ఈ బిందువు నుంచి X అక్షానికి లంబరేఖ గీయండి. అది Z_2 వద్ద OX రేఖను = 36.6 వద్ద ఖండిస్తుంది. ఈ విలువ బాహుళకం అవుతుంది.



లాభాలు ('000 రూ.లలో)
పటం 14.3 బాహుళకాన్ని గుర్తించడం

బాహుళకం గణన

$$Z = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

ఇచ్చిన శ్రేణిని పరిశీలించడం ద్వారా, బాహుళకం 30-40 తరగతిలో ఉందని చెప్పవచ్చు.

ఇక్కడ,

$L = 30;\ f_1 = 30;\ f_0 = 20;\ f_2 = 25;\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Z = 30 + \frac{30-20}{2\times30-20-25} \times 10$$

$$= 30 + \frac{100}{15}$$

బాహుళకం = 36.66

అందుచేత రేఖా పటం ద్వారా గుర్తించిన, గణన ద్వారా లెక్కించిన బాహుళకపు విలువ ఒకటే. ఏమైనప్పటికీ, విభాజనంలో ఒక హెచ్చు పౌనఃపున్యం ఉన్నప్పుడు బాహుళకాన్ని రేఖా పటం ద్వారా గుర్తించవచ్చు.

14.5 బాహుళకం సుగుణాలు - పరిమితులు

సుగుణాలు :

1. శ్రేణిలో అధికసార్లు వచ్చే విలువకు బాహుళకం ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. అందుచేత మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే మాదిరి విలువగా బాహుళకాన్ని పరిగణిస్తారు. ఉదాహరణకు, ఒక ఫ్యాక్టరీలో ఆదర్శపు వేతనం నెలకు రూ. 325 అయితే, ఫ్యాక్టరీలోని అత్యధికులైన కార్మికులు రూ. 325 వేతనాలను పొందుతున్నారని తెలియజేస్తుంది.

2. అంకమధ్యమానికి భిన్నంగా, బాహుళకం చలరాశి అంత్య విలువలకు ప్రభావం కాదు. ఉదాహరణకు, చలరాశి విలువలు 10, 80, 80, 100 అయితే, బాహుళకం 80 అవుతుంది. చలరాశి విలువలు 2, 80, 10, 80, 80 1000 అయితే, అప్పుడు కూడా బాహుళకం 80 అవుతుంది.

3. గుణాత్మక దృగ్విషయాలను (qualitative phenomena) వర్ణించడానికి బాహుళకాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. ఉదాహరణకు, వినియోగదార్ల రుచ్యతను (consumer preferences) వివిధ రకాల వస్తువులకు పోల్చటానికి ఇది ఉపయోగపడుతుంది. ఈ విషయంలో ఉత్పత్తి విధానాన్ని నిర్ణయించే ముందుగానే వినియోగదార్ల రుచ్యత నమూనా విలువను రాబట్టవచ్చు. ఇక్కడ ప్రత్యేక వస్తువుకు సంబంధించి నమూనా విలువలు (modal values) అధిక సంఖ్యాకులైన వినియోగదార్ల రుచ్యతను తెలియ జేస్తాయి.

B R A O U

4. తరగతి అవధులను కనుక్కోకుండానే బాహుళకాన్ని వివృత అవధుల విభాజనంలో గణించవచ్చు.

5. అంకమధ్యమానికి భిన్నంగా విభాజనం నమూనా విలువను రేఖాపటాత్మకంగా నిర్ణయించవచ్చు.

6. బాహుళకాన్ని సులభంగా గణించవచ్చు, అర్థం చేసుకోవచ్చు. చాలా సందర్భాలలో బాహుళకాన్ని దత్తాంశాన్ని పరిశీలించడం ద్వారానే నిర్ణయించవచ్చు.

పరిమితులు:

1. మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యంగా బాహుళకాన్ని తీసుకోవడానికి వీల్లేదు. ఎందుకంటే ఇచ్చిన చలరాశి అన్ని విలువల మీద దాని గణన ఆధారపడి ఉండదు.

2. మరింత బీజీయ ప్రస్తావనకు బాహుళకం అనువుగా ఉండదు. రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ సంబంధిత సమూహాలకు శ్రేణులను కలపడం ద్వారా మనం ఉమ్మడి నమూనా విలువను గణించలేం. దత్తాంశాన్ని మామూలుగా విభజించవల్సి ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, రెండు ఫ్యాక్టరీల నమూనా వేతనాలు వరుసగా రూ. 400, రూ. 500, ఉమ్మడి దత్తాంశపు మొత్తం బాహుళకాన్ని లెక్కించడానికి సాధ్యంకాదు. అయితే, రెండు శ్రేణులను కలపడం ద్వారా ఉమ్మడి మధ్యమాన్ని

లెక్కించవచ్చు.

3. అంశాలను వర్గీకృతం చేయడంలోనూ, విలువలను విశ్లేషించడంలోనూ సుదీర్ఘమైన లెక్కింపులు ఇమిడి ఉన్నాయి. కాబట్టి నమూనా విలువను గణన చేయడం సులభం కాదు.

4. పరిశీలన పద్ధతి ద్వారా లెక్కించిన బాహుళకం అంత కచ్చితమైనదీ, సూటి అయిందీ అయిన విలువను ఇవ్వలేదు. ఎక్కువగా అది తప్పుదోవను పట్టిస్తుంది.

5. రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించిన బాహుళకం అంచనా విలువను ఇవ్వవచ్చు. అది ఎల్లప్పుడూ కచ్చితమైన, సూటి అయిన విలువను ఇవ్వలేదు.

యాలన్ చౌ ఇట్లా అన్నాడు, "బాహుళకం మిక్కిలి అస్థిరమైన సగటు. దాని నిజమైన విలువను నిర్ణయించడం కష్టం. అంతే కాకుండా, ఏదైనా పౌనఃపున్య విభాజనంలోకి దత్తాంశాన్ని వర్గీకృతం చేసేటప్పుడు ఉపయోగించే తరగతి అంతరం పరిమాణంవల్ల బాహుళకం విలువ చెప్పుకోదగినంతగా ప్రభావితమవుతుంది. తరగతి అంతరం యొక్క పరిమాణంలోని మార్పు బాహుళకం విలువలో మార్పును కలిగిస్తుంది.

14.6 సారాంశం

ఒక శ్రేణిలోని ఎక్కువ అంశాలు గల విలువను బాహుళకం అని అంటాం. ఈ విలువ తాలూకు అంశాలు తరచుగా కనబడుతూ ఉంటాయి. వ్యక్తిగత శ్రేణులలో బాహుళకాన్ని కేవలం పరిశీలన ద్వారా కనుగొనగా, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో దానిని వర్గీకృత పద్ధతి ద్వారా కనుగొంటాం. కొన్ని సందర్భాలలో ఒక శ్రేణిలో ఒకటి కంటె ఎక్కువ బాహుళకాలు ఉంటాయి. అప్పుడు బాహుళకాన్ని కనుగొనడానికి అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం మధ్య సంబంధాన్ని సూచించే సూత్రాన్ని వాడుతాం. (బాహుళకం = 3 మధ్యగతం − 2 అంకమధ్యమం). అంకమధ్యమం వలెగాక, బాహుళకం శ్రేణిలోని అతిపెద్ద, అతిచిన్న విలువలచేత ప్రభావితం కాదు. గుణాత్మక విషయాలను వర్ణించడానికి ఈ కొలమానం ఎంతగానో ఉపయోగపడుతుంది. కాని, ఒక శ్రేణి తాలూకు పూర్తి ప్రాతినిధ్యపు విలువగా బాహుళకాన్ని పరిగణించలేము. దీనికి కారణం దాని గణన శ్రేణిలోని అన్ని విలువలపై ఆధారపడి ఉండకపోవడమే.

B R A O U

14.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

బాహుళకం విలువను కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించడం ద్వారా కనుక్కోవచ్చు.

బాహుళకం = 3 మధ్యగతం − 2 అంకమధ్యమం

జవాబు = 80.

14.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. నమూనా విలువ (Modal value) అంటే ఏమిటి?
2. ఏక బాహుళక విభాజనం అంటే ఏమిటి?
3. ద్విబాహుళక విభాజనం అంటే ఏమిటి?
4. బాహుళకం సుగుణాలను, పరిమితులను చర్చించండి.
5. బాహుళకాన్ని నిర్ణయించే పద్ధతిని వివరించండి. విభాజనంలో బాహుళకాన్ని అసమగ్రంగా నిర్ణయించారని మీరు ఎప్పుడు చెబుతారు?
6. అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో బాహుళకాన్ని గణన చేసే పద్ధతిని వివరించండి.
7. సౌష్ఠవ విభాజనంలో మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల మధ్య సంబంధాన్ని వివరించండి.

అభ్యాసాలు

8. కింద ఇచ్చినవి ఒక పరీక్షలో 20 మంది విద్యార్థులు తెచ్చుకున్న మార్కులు బాహుళకం విలువను కనుక్కోండి.

మార్కులు :	68	80	43	48	73	60	68	73	68	54
	54	56	52	64	72	51	54	55	68	36

(జవాబు: 68)

9. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం కార్మికుల దినసరి వేతనాలకు సంబంధించినది.

వేతనాలు (రూ.): 5, 6, 5-50, 4-50, 5, 6-50, 7-50, 4-75, 6-50, 7-50, 8-50, 4-75, 5-00, 4-75

బాహుళకాన్ని గణన చేయండి.

(జవాబు: 4.07)

10. ఒక పరీక్షలో విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు కింద ఇవ్వడమైంది.

మార్కులు :	55	60	66	70	72	75
విద్యార్థుల సంఖ్య:	6	14	20	25	18	10

నమూనా మార్కులను లెక్కించండి.

(జవాబు: 70)

BRAOU

11. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

వయస్సు (సం॥లలో):	14	20	22	25	30	35
వ్యక్తుల సంఖ్య :	50	75	100	60	25	15

(జవాబు : 22)

12. కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

అంశాల పరిమాణం:	6	8	9	12	13	15	16	20	21	22	25
పౌనఃపున్యం :	3	9	7	11	10	12	8	12	14	6	50

(జవాబు : 22.83)

13. కింద ఇచ్చిన కార్మికుల దినసరి వేతనాల నుంచి బాహుళకాన్ని గణన చేయండి.

దినసరి వేతనాలు : (రూ॥లలో)	10	11	13	15	17	19	18	20	22
కార్మికుల సంఖ్య:	2	17	20	22	18	14	10	8	5

(జవాబు : 15)

14. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని గణన చేయండి.

జీతం (రూ.)	వ్యక్తుల సంఖ్య
లోపు (below) 60	15
60 - 80	20
80 - 100	32
100 - 120	28
120 - 140	15
140 - పైన (above)	10

BRAOU

(జవాబు : 95)

15. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
లోపు 10	5
" 20	10
" 30	12
" 40	20
" 50	30
" 60	35
" 70	40
" 80	45

(జవాబు : 42.86)

16. కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి బాహుళకాన్ని గణన చేయండి.

లాభాలు (రూ.)	కంపెనీల సంఖ్య
5000 - 5500	8
5500 - 6000	10
6000 - 6500	20
6500 - 7000	25
7000 - 7500	30
7500 - 8000	18
8000 - 8500	14
8500 - 9000	12
9000 - 9500	8
9500 - 10000	5

(జవాబు : 7147.06)

17. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి బాహుళకాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
0 - 5	6
5 - 10	10
10 - 15	12
15 - 20	14
20 - 25	18
25 - 30	20
30 - 35	26
35 - 40	15
40 - 45	12
45 - 50	8

BRAOU

(జవాబు : 31.76)

18. కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి బాహుళకాన్ని రేఖా పటాత్మకంగా గుర్తించండి. లెక్కించిన విలువల మేరకు ఫలితాలను సరిచూడండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
0 - 10	15
10 - 20	25
20 - 30	40
30 - 40	50
40 - 50	65
50 - 60	70
60 - 70	60
70 - 80	30

(జవాబు : 60)

19. మధ్యగతం విలువ = 37, బహుళకం = 42 అయినప్పుడు అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 34.5)

14.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3.	Gupta B.N	:	'Statistics, Sahitya Bhavan, Agra.

14.10 పదకోశం

బాహుళకం	:	ఏ విభాజనంలోనైనా ఎక్కువ సార్లు కనిపించే అంశాన్ని బాహుళకం అని అంటాం.
ఏక బాహుళక విభాజనం	:	ఒక విభాజనంలో ఒకే బాహుళకం ఉన్నప్పుడు, దానిని ఏక బాహుళక విభాజనం అని అంటాం.
ద్విబాహుళక విభాజనం	:	ఒక విభాజనంలో రెండు బాహుళకాలు ఉండటాన్ని ద్విబాహుళక విభాజనం అని పిలుస్తాం.
బహుళ బాహుళక విభాజనం	:	రెండు కంటే ఎక్కువ బాహుళకాలున్న విభాజనాన్ని బహుళ బాహుళక విభాజనం అని అంటాం.

BRAOU

భాగం - 15: గుణమధ్యమం, హారమధ్యమం

విషయక్రమం

15.0 ఉద్దేశాలు

15.1 పరిచయం

15.2 గుణమధ్యమం అర్థం

15.3 సామాన్య భారిత గుణమధ్యమాల గణన

15.4 గుణమధ్యమం సుగుణాలు, పరిమితులు

15.5 గుణమధ్యమం ధర్మాలు

15.6 హారమధ్యమం అర్థం

15.7 సామాన్య, భారిత హారమధ్యమాల గణన

15.8 హారమధ్యమం సుగుణాలు, పరిమితులు

15.9 సగటుల మధ్య సంబంధం

15.10 సారాంశం

15.11 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

15.12 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

15.13 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

15.14 పదకోశం

B R A O U

15.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగపు ఉద్దేశాలేవంటే, గుణమధ్యమం, హారమధ్యమం అర్థాలను, గణనను, సుగుణాలను, పరిమితులను వివరిస్తూ, వివిధ సగటుల మధ్య సంబంధాన్ని తెలియజేయడం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు :

- గుణమధ్యమం, హారమధ్యమం అర్థాలను వివరించగలగాలి
- గుణమధ్యమం, హారమధ్యమం సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొన గలగాలి
- గుణమధ్యమం, హారమధ్యమాలను గణన చేయు గలగాలి
- వివిధ సగటుల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తించ గలగాలి.

15.1 పరిచయం

గుణమధ్యమం, హారమధ్యమాలు రెండునూ గణితీయ గణనలపై ఆధారపడి ఉన్నాయి. గుణమధ్యమం అనేది ఒక శ్రేణిలోని n అంశాల లబ్ధపు n వర్గమూలం. ఇచ్చిన విలువల వ్యుత్క్రమాల సగటు వ్యుత్క్రమమే హారమధ్యమం. ఈ రెండింటికి సంబంధించిన విషయ పూర్వక, గణన పూర్వక అంశాలను చూద్దాం.

15.2 గుణమధ్యమం అర్థం

ఫ్రెండ్, విలియమ్స్‌ల అభిప్రాయం ప్రకారం, "ఇచ్చిన సంఖ్య సమితిలో $X_1, X_2, X_3......X_n$ వాటి లబ్ధాలకు Nవ మూలాన్ని గుణమధ్యమం అంటారు".

సాంకేతికంగా,

$$\text{గుణమధ్యమం} = n\sqrt{X_1, X_2, X_3, ...X_n}$$

ఇక్కడ,

$X_1, X_2, X_3, ...X_n$ అనేవి శ్రేణిలోని వివిధ విలువలు

విలువల సంఖ్య మూడుగానీ, అంతకంటే ఎక్కువ అయినప్పుడు, వాటికోసం గుణమధ్యమాన్ని గణన చేయవల్సి వచ్చినప్పుడు, వివిధ విలువల లబ్ధాన్ని గణన చేయుడం N మూలం విలువను కనుక్కోవడం కష్టమైన పని. అందుచేత గుణమధ్యమాన్ని సాధారణంగా సంవర్గమానాల సహాయంతో లెక్కిస్తారు.

15.3 సామాన్య, భారిత గుణ మధ్యమాల గణన

గుణమధ్యమాన్ని వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులకు గణన చేస్తారు.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు: వ్యక్తిగత శ్రేణుల విషయంలో కింది అంశాల సహాయంతో గుణమధ్యమాన్ని లెక్కించవచ్చు.

(i) X చలరాశి విలువల సంవర్గమానాలను కనుక్కోండి. వాటి మొత్తాన్ని కనుక్కొంటే $\sum \log X$ వస్తుంది.

(ii) అంశాల మొత్తం సంఖ్యను కనుక్కోండి అంటే N.

(iii) కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించండి. గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{\sum \log X}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum \log X$ = అంశాల సంవర్గమాన సంకలనం

N = అంశాల మొత్తం సంఖ్య

B R A O U

ఉదాహరణ-1: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

2000, 200, 20, 12, 10, 8, 4

జవాబు:

గుణమధ్యమం గణన

X	log X
2000	3.3010
200	2.3010
20	1.3010
12	1.0792
10	1.0000
8	0.9031
4	0.6021
N = 7	$\sum \log X = 10.4874$

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{\sum \log X}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum \log X = 10.4874; N = 7$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{10.4874}{7}$$

$$= Antilog = 1.4982$$

గుణమధ్యమం $= 31.49$

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశానికి గుణమధ్యమాన్ని గణించండి.

X	14	20	25	30

BRAOU

ఉదాహరణ-2: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

52340, 2420, 340, 78, 9, 0.8, 0.04, 0.009

జవాబు:

గుణమధ్యమం గణన

X	log X
52340	4.7188
2420	3.3838
340	2.5315
78	1.8921
9	0.9542
0.8	$\bar{1}.9031$
0.04	$\bar{2}.6021$
0.009	$\bar{3}.9542$
N = 8	$\sum \log X = 9.9398$

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{\sum \log X}{N}$

ఇక్కడ,

$\sum \log X = 9.9398, N = 8$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{9.9398}{8}$

$= Antilog 1.2425$

$= 17.48$

గుణమధ్యమం $= 17.48$

ఉదాహరణ-3: కింద ఇచ్చిన విభాజనానికి గుణ మధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

0.0875, 0.8945, 0.0083, 0.0006, 0.03458

BRAOU

జవాబు:

గుణమధ్యమం గణన

X	log X
0.0875	$\bar{2}.9420$
0.8945	$\bar{1}.9515$
0.0083	$\bar{3}.9191$
0.0006	$\bar{4}.7782$
0.03458	$\bar{2}.5388$
N = 5	$\sum \log X = \bar{8}.1296$

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{\sum \log X}{N}$

ఇక్కడ,

$\sum \log X = \bar{8}.1296, N = 5$

$\sum \log X = \bar{8}.1296$ కాబట్టి పూర్ణాంక భాగపు (characteristic) విలువ ఋణాత్మకం. అయితే మాంటిస్సా విలువ ధనాత్మకం. అందుచేత పూర్ణాంకభాగం, మాంటిస్సాల విలువల్ని హారం (అంటే 5)తో కలిపి భాగించడం సాధ్యంకాదు. కాబట్టి 8కి 2 కలపాలి. 5తో భాగించడానికి వీలు కలుగుతుంది. పూర్ణాంక భాగానికి 2 కలిపిన ప్రభావాన్ని సమానం చేయడానికి మాంటిస్సాకు కూడా 2 కలపాలి.

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{\overline{10}+2.1296}{5}$

$= Antilog \bar{2} + 0.4259$

$= Antilog \bar{2}.4259$

గుణమధ్యమం $= 0.02667$

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు: విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో గుణమధ్యమ గణనకు కింద పేర్కొన్న పద్ధతి అవలంబించాలి:

(i) X చలరాశిలోని విలువలకు సంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవాలి. దాన్ని log X అంటారు.

(ii) X చలరాశి విలువల సంవర్గమానాన్ని వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో గుణించండి. వాటి మొత్తాన్ని తేల్చండి.

(iii) పౌనఃపున్యాలు మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. అది N అవుతుంది.

(iv) గుణమధ్యమం విలువ కనుక్కోవడానికి కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించండి.

B R A O U

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{\sum f \log X}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum f \log X =$ అంశాల సంవర్గమానాన్ని వాటి పౌనఃపున్యంతో గుణిస్తే వచ్చిన లబ్ధాల సంకలనం

$N =$ మొత్తం సంఖ్య

ఉదాహరణ-4: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

ఒక్కొక్క షాపుకు లాభాలు: (రూ. '000 లలో)	7,	14,	28,	35,	85,	123,	185
షాపుల సంఖ్య:	6,	9,	14,	25,	17,	9,	3

జవాబు:

గుణమధ్యమం గణన

ఒక్కొక్క షాపుకు లాభాలు (రూ. '000 లలో)	షాపుల సంఖ్య	log X	f log X
7	6	0.8451	5.0706
14	9	1.1461	10.3149
28	14	1.4472	20.2608
35	25	1.5441	38.6025
85	17	1.9294	32.7998
123	9	2.0899	18.8091
185	3	2.2672	6.8016
	N = 83		$\sum$f log X 132.6593

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{\sum f \log X}{N}$$

ఇక్కడ,

$N = 83; \sum f \log X = 132.6593$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{132.6593}{83}$$

$$= Antilog\ 1.5983$$

$$\text{గుణమధ్యమం} = 39.70$$

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు : అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో గుణమధ్యమం గణనకు కింద పేర్కొన్న చర్యలను తీసుకోవాల్సి ఉంటుంది.

BRAOU

(i) చలరాశి తరగతుల మధ్య విలువలను కనుక్కోండి. m తెలియజేస్తుంది.

(ii) చలరాశి మధ్య విలువలకు సంవర్గమానాలను కనుక్కోండి. log m తెలియజేస్తుంది.

(iii) మధ్య విలువల సంవర్గమానాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో గుణించండి. మొత్తం అంటే $\sum f \log m$ వస్తుంది.

(iv) పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి అంటే N.

(v) కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించి, గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{\sum f \log m}{N}$$

ఇక్కడ,

m = తరగతి మధ్య విలువ

log m = చలరాశి మధ్య విలువల సంవర్గమానాలు

$\sum f \log m$ = మధ్య విలువల సంవర్గమానాలను వాటి అనురూప పౌనఃపున్యాలతో గుణిస్తే వచ్చిన లబ్ధాల సంకలనం.

N = మొత్తం సంఖ్య

ఉదాహరణ-5: కింది దత్తాంశం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం:	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
పౌనఃపున్యం :	10	12	7	14	8	6

B R A O U

జవాబు:

గుణమధ్యమం గణన

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	మధ్య విలువ	log m	f log m
10 - 20	10	15	1.1761	11.7610
20 - 30	12	25	1.3979	16.7748
30 - 40	7	35	1.5441	10.8087
40 - 50	14	45	1.6532	23.1448
50 - 60	8	55	1.7404	13.9232
60 - 70	6	65	1.8129	10.8774
	N = 57			$\sum f \log m$ = 87.2899

$$\text{గుణమధ్యమం} = Antilog \frac{\sum f \log m}{N}$$

ఇక్కడ,

$N = 57; \sum f \log m = 87.2899$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{87.2899}{57}$

$= Antilog 1.5314$

గుణమధ్యమం $= 33.99$

భారిత గుణమధ్యమం గణన

భారిత అంకమధ్యమం లాగా మనం భారిత గుణమధ్యమాన్ని కూడా లెక్కించవచ్చు.

(i) X చలరాశి సంవర్గమాన విలువల్ని కనుక్కోండి. దానిని log X అంటారు.

(ii) X చలరాశి సంవర్గమాన విలువల్ని వాటి వాటి బరువులతో గుణించండి. మొత్తం వస్తుంది. అది $\sum W \log X$ అవుతుంది.

(iii) భారాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. $\sum W$ తెలువుతుంది.

(iv) భారిత గుణ మధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించండి.

భారిత గుణమధ్యమం

$$= Antilog \frac{\log x_1 \times w_1 + \log x_2 \times w_2 + \ldots\ldots \log x_n \times w_n}{w_1 + w_2 + \ldots\ldots w_n}$$

అంటే,

భారిత గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{\sum W \log X}{\sum W}$

ఇక్కడ,

W = బరువులు

log X = X చలరాశి సంవర్గమాన విలువలు

$\sum W log X$ = X చలరాశి సంవర్గమాన విలువల్ని వాటి వాటి అనురూప భారాలతో గుణిస్తే వచ్చే లబ్ధాల సంకలనం.

$\sum W$ = మొత్తం భారాలు

BRAOU

ఉదాహరణ-6: కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని లెక్కించండి.

అంశాలు	సూచీ సంఖ్యలు	భారాలు
M	130	12
N	140	20
O	135	10
P	280	16
Q	193	8

జవాబు:

అంశాలు	సూచీ సంఖ్యలు X	భారాలు W	log X	W log X
M	130	12	2.1139	25.3668
N	140	20	2.1461	42.9220
O	135	10	2.1303	21.3030
P	280	16	2.4472	39.1552
Q	193	8	2.2856	18.2848
	$\sum X \doteq$ 66		$\sum$ W log X =	147.0318

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{\sum \text{W log X}}{\sum \text{W}}$

ఇక్కడ,

$\sum \text{W} = 66; \quad \sum \text{W log X} = 147.0318$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

గుణమధ్యమం $= Antilog \frac{147.0318}{6}$

$= Antilog = 2.2277$

గుణమధ్యమం $= 169$

15.4 గుణమధ్యమం సుగుణాలు, పరిమితులు

సుగుణాలు: గుణమధ్యమం సుగుణాలను కింద ఇవ్వడమైంది.

(i) శ్రేణిలో మాదిరి విలువగా గుణమధ్యమాన్ని పరిగణిస్తారు. ఎందుకంటే దీని గణన శ్రేణిలోని ప్రతి ఒక్క అంశంపైనా ఆధారపడి ఉంటుంది.

(ii) ఇది స్పష్టంగా నిర్వచించబడిన కేంద్రస్థానపు కొలత.

BRAOU

(iii) ఇది పెద్ద పెద్ద అంశాలకు తక్కువ బరువును, చిన్న చిన్న అంశాలకు ఎక్కువ బరువును ఇస్తుంది. కాబట్టి అంకమధ్యమానికి భిన్నంగా ఇది శ్రేణిలోని అంత్యపు అంశాలకు ప్రభావితం కాదు. అందుకే శ్రేణిలోని గుణమధ్యమం ఎప్పుడూ అంకమధ్యమం కంటే పెద్దదిగా ఉండదు. అయితే ఒక్కొక్కప్పుడు ఇది అంకమధ్యమానికి సమానంగా ఉంటుంది.

(iv) బీజీయ ప్రస్తావనకు గుణమధ్యమం అనువుగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, రెండు అంతకంటే ఎక్కువ శ్రేణుల గుణమధ్యమాన్ని, వాటి అంశాల సంఖ్యను ఇచ్చినట్లయితే, అన్ని శ్రేణుల ఉమ్మడి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోవచ్చు.

(v) పౌనఃపున్య విభాజనంలోని మార్పు సగటు రేటును కనుక్కోవడానికి సంతృప్తికరమైన కొలమానాన్ని గుణమధ్యమం ఏర్పాటు చేస్తుంది.

పరిమితులు: గుణమధ్యమానికి కింద పేర్కొన్న పరిమితులున్నాయి.

(i) దీనిని లెక్కించడం అంత సులభం కాదు. అవగాహన చేసుకోవడం కూడా తేలిక కాదు. శ్రేణిలోని అంశాలు పెద్దవి అయినప్పుడు దీనిని లెక్కించడం చాలా కష్టం.

(ii) ఇచ్చిన శ్రేణిలో ఋణాత్మక, ధనాత్మక విలువలున్నప్పుడు గుణమధ్యమాన్ని గణన చేయడం సాధ్యం కాదు.

(iii) సర్వ సాధారణంగా గుణమధ్యమం విలువ వేరుగా ఉంటుంది. అది శ్రేణిలో కనబడదు.

(iv) శ్రేణిలో వున్న చిన్న చిన్న అంశాలకు ఇది హెచ్చు భారాన్ని ఇస్తుంది గాబట్టి కొన్ని ఆర్థిక సమస్యల విశ్లేషణకు ఇది ఉపయోగకరం కాదు. ఉదాహరణకు, ఆదాయ స్థాయిల అధ్యయనం, జీవన స్థాయిల అధ్యయనం మొదలైనవి. అట్లాంటి అధ్యయనాల్లో చిన్న అంశాలకు, పెద్ద అంశాలకూ మధ్యగల వ్యత్యాసాలను స్పష్టంగా తెలియజేయాల్సి ఉంటుంది.

ఇన్ని పరిమితులున్నప్పటికీ అమ్మకాలు, ఉత్పత్తి, జనాభా, ఇతరత్రా వ్యాపార ఆర్థిక చలరాశుల్లో సగటు శాతపు మార్పును కనుక్కోవడానికి గుణమధ్యమాన్ని విస్తృతంగా ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది. సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో దీనిని ఎక్కువగా ఉపయోగిస్తారు. ఇది సమాన మార్పు నిష్పత్తికి సమాన బరువు ఇస్తుంది కాబట్టి సూచీ సంఖ్యల్లో ఇది కాల పరివర్తక పరీక్షను (time reversal test) సంతృప్తి పరుస్తుంది.

BRAOU

15.5 గుణమధ్యమం ధర్మాలు

(i) శ్రేణిలోని ఒక్కొక్క దాని విలువను గుణమధ్యమం విలువతో ప్రతిక్షేపిస్తే, శ్రేణిలోని విలువల లబ్ధానికి వాటి లబ్ధం సమానంగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, 4, 8, 16ల గుణమధ్యమం 8 అయితే వ్యక్తిగత విలువలు గుణమధ్యమంలో ప్రతిస్థాపిస్తే అంటే 8తో,

అప్పుడు,

$4 \times 8 \times 16 = 8 \times 8 \times 8$ అవుతుంది.

(ii) గుణమధ్యమం సంవర్గమానాల నుంచి తీసుకొన్న శ్రేణిలోని అసలు విలువలు సంవర్గమానాల ధన, ఋణ విచలనాల మొత్తం సున్నాకు సమానం.

15.6 హారమధ్యమం అర్థం

ఎఫ్.సి. మిల్స్ ప్రకారం "సంఖ్యా శ్రేణి హారమధ్యమం అనేది వ్యక్తిగత సంఖ్యల వ్యుత్క్రమాల అంకమధ్యమపు వ్యుత్క్రమాలకు సమానం"

సాంకేతికంగా,

హారమధ్యమం $= \frac{N}{(1/x_1+1/x_2+.........1/x)}$ లేదా $\frac{N}{\sum(1/x)}$

ఇక్కడ,

N = మొత్తం అంశాల సంఖ్య

$\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, ..., \frac{1}{x_n} = X$ చలరాశి విలువ తాలూకు వ్యుత్క్రమాలు.

15.7 సామాన్య, భారిత హారమధ్యమాల గణన

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో హారమధ్యమాన్ని గణన చేయవచ్చు.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు: హార మధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది పద్ధతిని అవలంబించాలి.

(i) X చలరాశి వ్యుత్క్రమాల విలువల్ని కనుక్కోండి. అది 1/X అవుతుంది.

(ii) 1/X మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. అంటే $\sum 1/X$

(iii) సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. అంటే N

(iv) సమీకరణాన్ని అన్వయించి, హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

కింది సమీకరణం సహాయంతో హారమధ్యమాన్ని గణన చేస్తారు.

హారమధ్యమం $= \frac{N}{\sum 1/X}$

ఇక్కడ,

N = మొత్తాల సంఖ్య

$\sum 1/X = X$ చలరాశి వ్యుత్క్రమాల విలువల సంకలనం

ఉదాహరణ-7: ఒక క్లాసులోని 10మంది విద్యార్థుల ఎత్తులను కింద ఇవ్వడమైంది. ఎత్తుల హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

55", 56", 60", 61", 64", 67", 68", 69", 70", 72"

జవాబు:

హారమధ్యమం గణన

అంగుళాలలో ఎత్తులు X	వ్యుత్క్రమాల విలువలు (Reciprocal values) 1/X
55	0.0182
56	0.0178
60	0.0167
61	0.0163
64	0.0156
67	0.0149
68	0.0147
69	0.0145
70	0.0143
72	0.0139
N = 10	$\sum 1/X = 0.1569$

హారమధ్యమం $= \frac{N}{\sum 1/X}$

$N = 10; \ \sum 1/X = 0.1569$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

హారమధ్యమం $= \frac{10}{0.1569}$

హారమధ్యమం $= 63.73$

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు: విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది పద్ధతిని అనుసరించాలి.

(i) X చలరాశి పౌనఃపున్యాలను వాటి వాటి విలువలతో భాగించండి. మొత్తాన్ని కనుక్కోండి అంటే $\sum f/X$

(ii) మొత్తం పౌనఃపున్యాలను కనుక్కోండి అంటే N

(iii) సమీకరణాన్ని అన్వయించి హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

హారమధ్యమం $= \frac{N}{\sum (f \times 1/X)} = \frac{N}{\sum (f/X)}$

ఇక్కడ,

N = మొత్తాల సంఖ్య

$(\sum f \times 1/X)$ లేదా $\sum(f/X)$ = X చలరాశి విలువల వ్యుత్క్రమాలను వాటివాటి అనురూప పౌనఃపున్యంతో గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాల సంకలనం.

ఉదాహరణ 8: కింది వాటి నుంచి హారమధ్యమాన్ని లెక్కించండి.

పరిమాణం :	6,	10,	21,	27,	30,	45,	60
పౌనఃపున్యం:	5,	15,	25,	30,	10,	8,	4

జవాబు:

హార మధ్యమం గణన

పరిమాణం	పౌనఃపున్యం f	f/X
6	5	0.8333
10	15	1.5000
21	25	1.1904
27	30	1.1111
30	10	0.3333
45	8	0.1777
60	4	0.0666
	N = 97	$\sum f/X =$ 5.2124

ఇక్కడ,

$N = 97; \sum f/X = 5.2124$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{హారమధ్యమం} = \frac{97}{5.2124}$$

హారమధ్యమం = 18.61

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు: అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులలో హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది చర్యలు తీసుకోవాల్సి ఉంటుంది.

(i) అన్ని తరగతుల మధ్య విలువలను కనుక్కోండి. ఆ వరుసను m అంటారు.

(ii) పౌనఃపున్యాలను వాటి వాటి మధ్య విలువలతో భాగించండి. మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. అంటే $\sum f/m$.

(iii) మొత్తం పౌనఃపున్యాలను కనుక్కోండి. అంటే N.

(iv) కింది సమీకరణాన్ని అన్వయించి, హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

$$\text{హారమధ్యమం} = \frac{N}{\sum(f \times 1/m)} = \frac{N}{\sum(f/m)}$$

ఇక్కడ,

$\sum f \times 1/m =$ చలరాశి మధ్య విలువ వ్యుత్క్రమాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో గుణించగా వచ్చిన లబ్దాల సంకలనం.

N = మొత్తాల సంఖ్య

ఉదాహరణ-9: కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం నుంచి హారమధ్యమాన్ని గణించండి.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
0 - 10	7
10 - 20	10
20 - 30	12
30 - 40	21
40 - 50	25
50 - 60	20
60 - 70	17
70 - 80	6

జవాబు:

హారమధ్యమం గణన

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య	m	f/m
0 - 10	7	5	1.4000
10 - 20	10	15	0.6666
20 - 30	12	25	0.4800
30 - 40	21	35	0.6000
40 - 50	25	45	0.5555
50 - 60	20	55	0.3636
60 - 70	17	65	0.2615
70 - 80	6	75	0.0800
	N = 118		$\sum(f/m) =$ 4.4072

$$\text{హారమధ్యమం} = \frac{N}{\sum(f/m)}$$

ఇక్కడ,

$N = 118; \sum f/m = 4.4072$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{హారమధ్యమం} = \frac{118}{4.4072}$$

$$\text{హారమధ్యమం} = 26.77$$

భారిత హారమధ్యమం గణన

భారిత అంకమధ్యమంలాగానే భారిత హారమధ్యమాన్ని మనం గణన చేయవచ్చు. భారిత హారమధ్యమాన్ని గణన చేయడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతిని అనుసరించాలి.

(i) మొత్తం భారాల్ని కనుక్కోండి అంటే $\sum W$.

(ii) X చలరాశి భారాల్ని వాటి వాటి విలువలతో భాగించండి. మొత్తాన్ని రాబట్టండి. అంటే $\sum W/X$.

(iii) సమీకరణాన్ని అన్వయించి, భారిత హారమధ్యమాన్ని పొందండి.

భారిత హారమధ్యమాన్ని కింది సమీకరణం సహాయంతో కనుక్కుంటారు.

$$\text{భారిత హారమధ్యమం} = \frac{W_1+W_2+\ldots\ldots\ldots\ldots W_n}{(1/X_1+W_1)+(1/X_2+W_2)+\ldots\ldots\ldots(1/X_n+W_n)}$$

అంటే,

$$\text{భారిత హారమధ్యమం} = \frac{\sum W}{\sum(W/X)}$$

ఇక్కడ,

$\sum W =$ బరువుల మొత్తం

$\sum W/X = X$ చలరాశి విలువల వ్యుత్క్రమాలను వాటి వాటి బరువులతో గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాల సంకలనం.

ఉదాహరణ-10: ఒక ప్రయాణికుడు తన మొదటి 225 కి.మీటర్ల దూరాన్ని సగటున గంటకు 5 కి.మీ. చొప్పున ప్రయాణం చేశాడు. తరువాతి 75 కి.మీ. దూరాన్ని సగటున గంటకు 4 కి.మీ. చొప్పున ప్రయాణం చేశాడు. చివరి 100 కి.మీ. దూరాన్ని గంటకు సగటున 3 కి.మీ. వేగం చొప్పున ప్రయాణం చేశాడు. మొత్తం ప్రయాణానికి సగటు వేగాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు:

ప్రయాణీకుడు తన ప్రయాణాన్ని వివిధ రకాల వేగాలతో చేశాడు కాబట్టి భారిత హరమధ్యమం లెక్కించడం సమంజసంగా ఉంటుంది.

భారిత హరమధ్యం గణన

వేగం X	దూరం - కి.మీ. W	W/X
5	225	45
4	75	18.75
3	100	33.33
	$\sum W =$ 400	$\sum W/X =$ 97.08

హరమధ్యమం $= \frac{\sum W}{\sum (W/X)}$

ఇక్కడ,

$\sum W = 400; \ \sum W/X = 97.08$

హరమధ్యమం $= \frac{400}{97.08}$

$= 4.12$

మొత్తం ప్రయాణం సగటు వేగం = 4.12 కి.మీ.

15.8 హరమధ్యమం సుగుణాలు - పరిమితులు

సుగుణాలు

(i) హరమధ్యమాన్ని స్పష్టంగా నిర్వచించడమైంది. చలరాశి ప్రతి విలువ మీద దాని గణన ఆధారపడి ఉంది.

(ii) బీజీయ ప్రస్తావనకు అది అనువుగా ఉంది.

(iii) వ్యుత్క్రమాలను సగటు చేయడమైంది కాబట్టి చిన్న అంశాలకు ఎక్కువ ప్రాముఖ్యాన్ని ఇవ్వాల్సి ఉన్నప్పుడు హరమధ్యమం ఎక్కువగా తగి ఉంటుంది.

(iv) ప్రతిచయనంలో వచ్చే హెచ్చు తగ్గులకు హరమధ్యమం గణన ఎక్కువగా ప్రభావితం కాదు.

(v) సాపేక్షక మార్పులను హరమధ్యమం కుదింపు చేస్తుంది. కాలపు రేట్లను, ధరల ధోరణులను సగటు చేయడానికి ఇది పనికి వస్తుంది.

BRAOU

పరిమితులు

(i) హారమధ్యమాన్ని గణన చేయడం సంక్లిష్టమైన ప్రక్రియతో కూడుకున్నది. కాబట్టి అది సులభంగా అర్థంకాదు.

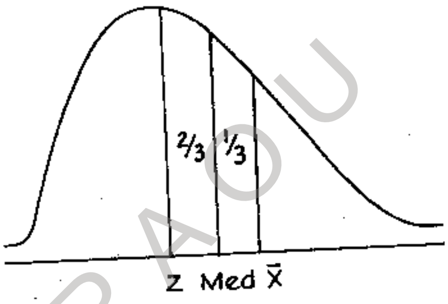
(ii) హారమధ్యమాన్ని గణన చేసేటప్పుడు చిన్న చిన్న విలువలకు హెచ్చు భారాలను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. కాబట్టి ఈ సగటు గణాంక విశ్లేషణకు అనువుగా ఉండదు.

(iii) దత్తాంశంలో ధనాత్మక, ఋణాత్మక విలువలున్నప్పుడు లేదా ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విలువలు సున్నా అయినప్పుడు హారమధ్యమాన్ని గణన చేయడానికి వీలులేదు.

15.9 సగటుల మధ్య సంబంధం

1. శ్రేణులు సాధారణంగా, సౌష్ఠవంగా, ఏకమాత్రంగా ఉన్నప్పుడు మధ్యమం = బహుళకం = మధ్యగతం.

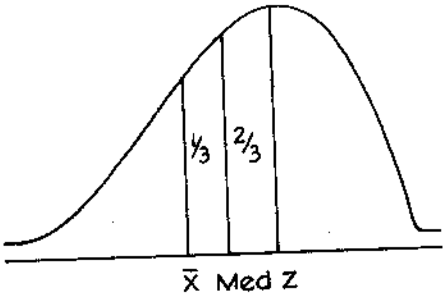
2. శ్రేణి ధనాత్మక వైషమ్యంలో ఉన్నప్పుడు, మధ్యమం అత్యధిక విలువతో ఉంటుంది. బాహుళకం అత్యల్ప విలువతో ఉంటుంది. మధ్యగతమనేది మధ్యమం నుంచి బాహుళకం వైపుకు దాదాపు మూడో వంతు దూరంలో ఉంటుంది.



BRAOU

పటం 15.1 ధనాత్మక వైషమ్యం

3. విభాజనం ఋణాత్మక వైషమ్యంలో ఉన్నప్పుడు, మధ్యమం కనిష్ఠంగా ఉండి, బాహుళకం గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. మధ్యగతం అనేది మధ్యమం నుంచి బాహుళకం వైపుకు దాదాపు మూడో వంతు దూరంలో ఉంటుంది.



పటం 15.2 ఋణాత్మక వైషమ్యం

4. చలరాశి విలువలన్నీ ఒకే రకంగా ఉన్నప్పుడు అంకమధ్యమం, గుణమధ్యమం, హారమధ్యమంల మధ్య సంబంధం ఇట్లా ఉంటుంది.

అంకమధ్యమం = గుణమధ్యమం = హారమధ్యమం.

5. విభాజనం విలువలు అసమానంగా ఉన్నప్పుడు అంకమధ్యమం, గుణమధ్యమం, హారమధ్యమంల మధ్య సంబంధం ఇట్లా ఉంటుంది.

అంకమధ్యమం > గుణమధ్యమం > హారమధ్యమం

15.10 సారాంశం

ఒక శ్రేణిలోని n అంశాల లబ్ధపు n వర్గమూలమే గుణమధ్యమం. గుణమధ్యమాన్ని గణన చేయడానికి సంవర్గమానాలను వాడతాం. దీని గణన శ్రేణిలోని అన్ని అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. దీని విలువ అంకమధ్యమం లాగా అతి పెద్ద, అతి చిన్న విలువలచేత ప్రభావితం గాదు. పైగా ఈ కొలమానం పెద్ద విలువలకు తక్కువ ప్రాముఖ్యతను, చిన్న విలువలకు ఎక్కువ ప్రాముఖ్యతను ఇస్తుంది. తదుపరి బీజీయ ప్రస్తావనకు ఈ కొలమానం సరి పడుతుంది. అయితే, శ్రేణిలోని అంశాలు చాలా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు గుణమధ్యమాన్ని గణన చేయడం చాలా కష్టం.

వ్యక్తిగత సంఖ్యల వ్యుత్క్రమాల అంకమధ్యమపు వ్యుత్క్రమమే హారమధ్యమం. సాధారణంగా, ఈ కొలమానాన్ని, కాలరేట్లను, ధరల తీరుతెన్నులను సగటు చేయడానికి వాడతాం.

15.11 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

$\sum \log X$ను కనుగొని కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించండి.

గుణమధ్యమం $= \frac{\sum \log X}{N}$

జవాబు = 21.40

15.12 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. గుణ మధ్యమాన్ని నిర్వచించండి.
2. భారిత గుణమధ్యమం అర్థాన్ని వివరించండి.
3. గుణమధ్యమం ధర్మాలేమిటి?
4. సామాన్య, భారిత గుణమధ్యమాల మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?
5. హారమధ్యమం అంటే ఏమిటి?
6. 'భారిత హారమధ్యమం'ను వివరించండి.

B R A O U

7. గుణమధ్యమం సుగుణాలు, పరిమితులు ఏమిటి?

8. సామాన్య, భారిత హరమధ్యమాల మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?

9. హరమధ్యమం సుగుణాలను, పరిమితులను విశదీకరించండి.

10. వివిధ సగటుల మధ్య సంబంధాన్ని వివరించండి.

అభ్యాసాలు

11. కింది దత్తాంశానికి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

670, 820, 1020, 1190, 520, 60, 10

(జవాబు : 297.9)

12. కింది వాటికి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

4000, 400, 40, 4, 0.4 0.004

(జవాబు : 10.05)

13. గుణమధ్యమాన్ని గణన చేయండి.

0.66 0.24 0.66 1.66 0.02

(జవాబు : 0.3222)

B R A O U

14. ఒక ఫ్యాక్టరీలో ఉద్యోగస్తుల నెలసరి వేతనాలను కింద ఇవ్వడమైంది. గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

వేతనాలు (రూ.):	120,	125,	130,	135,	145,	150
ఉద్యోగస్తులు:	3	13	24	26	15	10

(జవాబు : 134.79)

15. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక తరగతిలోని విద్యార్థులకు సంబంధించినది గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు:	30,	35,	45,	55,	65,	75
విద్యార్థుల సంఖ్య:	8	14	20	10	5	3

(జవాబు : 43.97)

16. భారిత గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

వస్తువు	ధర (రూ.)	బరువులు
A	120	200
B	105	300
C	130	500
D	100	150
E	160	140
F	80	200

(జవాబు : 114.63)

17. కింది శ్రేణుల గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

వేతనాలు	కార్మికుల సంఖ్య
50 - 60	6
60 - 70	8
70 - 80	12
80 - 90	25
90 - 100	15

(జవాబు : 79.29)

18. కింది దత్తాంశం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
0 - 2	3
2 - 4	6
4 - 6	10
6 - 8	14
8 - 10	18
10 - 12	16
12 - 14	12
14 - 16	8

(జవాబు : 7.941)

19. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి భారిత గుణ మధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

వస్తువు	ధర సూచీ	బరువులు
P	120	2
Q	140	5
R	105	7
S	80	9
T	70	6
U	100	2

(జవాబు : 94.48)

BRAOU

20. కింద ఇచ్చిన పట్టిక నుంచి భారిత గుణమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

వస్తువు	ధర సూచి	బరువులు
బియ్యం	360	50
గోధుమ	200	32
పంచదార	160	20
నూనె గింజలు	220	10
బార్లీ	150	8

(జవాబు : 243.4)

21. కింద ఇచ్చినవి 10 మంది కార్మికుల నెలసరి ఆర్జనలు (రూపాయలలో ఆర్జనలు)

180, 200, 205, 150, 170, 190, 210, 185, 160, 156

హరమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 177.62)

22. కింది దత్తాంశానికి హరమధ్యమాన్ని గణన చేయండి.

200, 110, 156, 182, 190, 210, 160, 172, 164

(జవాబు : 165.75)

23. కింద ఇచ్చి దత్తాంశం ఒక పరీక్షలో విద్యార్థులు పొందిన మార్కులకు సంబంధించినది.

మార్కులు:	30	35	40	50	60	70	80
విద్యార్థుల సంఖ్య	8	12	30	25	18	6	4

హరమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 44.87)

24. ఒక ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికులకు సంబంధించి దినసరి వేతనాలను ఇవ్వడమైంది.

వేతనాలు (రూ.):	10	15	20	25	30	35	40
కార్మికుల సంఖ్య:	12	16	24	16	15	10	8

హరమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 19.83)

BRAOU

25. కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం నుంచి హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
10 - 20	6
20 - 30	4
30 - 40	10
40 - 50	12
50 - 60	18
60 - 70	15
70 - 80	5

(జవాబు : 40.29)

26. కింది ఇచ్చిన దత్తాంశం అకౌంటెన్సీలో విద్యార్థులు తెచ్చుకున్న మార్కులకు సంబంధించినది.

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
10 - 20	12
20 - 30	14
30 - 40	25
40 - 50	28
50 - 60	10
60 - 70	8
70 - 80	5

హారమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 33.25)

B R A O U

15.13 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

15.14 పదకోశం

గుణమధ్యమం : ఒక సమూహంలోని n అంశాల లబ్ధపు వర్గమూలమే గుణమధ్యమం.

హారమధ్యమం : ఇచ్చిన విలువల వ్యుత్క్రమాల సగటు వ్యుత్క్రమమే హారమధ్యమం.

BRAOU

వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం

ఖండం III నుండి V

BRAOU

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

హైదరాబాదు

1991-92

రచయితల బృందం

ఆచార్య ఎ.శంకరయ్య (సంపాదకుడు)

డా.వి.గంగాధర్

డా.ఆర్.సుదర్శన్

శ్రీ ఎన్.హనుమంతరావు

శ్రీ వి.వి.సుబ్రహ్మణ్య శర్మ

సహసంపాదకులు

ఆచార్య వి.నాగరాజనాయుడు

శ్రీ పి. క్రిష్ణారావు

తెలుగు అనువాదం

ఆచార్య కె.రామకృష్ణ శర్మ
టి. నాగేశ్వర రావు

ముఖచిత్రం

చంద్ర

B R A O U

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

హైదరాబాదు

ప్రథమ ముద్రణ 1984

పరిష్కరణ 1990

ద్వితీయ ముద్రణ 1991

కాపీరైటు © 1984 ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

అన్ని హక్కులు విశ్వవిద్యాలయానివి. ఈ పుస్తకంలోని ఏ భాగం అయినా ఉపయోగించుకోదలచుకుంటే, విశ్వవిద్యాలయం అనుమతి పొందాలి.

ఈ పాఠాలు సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం పాఠ్యప్రణాళికలో ఒకభాగం. పాఠ్యప్రణాళిక మొత్తం వివరాలు ఈ పుస్తకం చివరలో వున్నాయి.

ఇతర వివరాలకు : డైరక్టరు (ఎకాడమిక్), ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం, 6-3-645 సోమాజీగూడ, హైదరాబాదు-500004.

Printed at:
SRUTHI GRAPHICS (P) LTD.
8-3-231/G/4
SRI KRISHNA NAGAR
HYDERABAD - 500 045

పీఠిక

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం బి.కాం.విద్యార్థులకు రూపొందించిన రెండవ సంవత్సర పాఠ్యప్రణాళికలోని వ్యాపారగణాంకశాస్త్రమునకు సంబంధించిన వివిధ అంశాల వివరణే ఈ పుస్తకం. బి.కాం. మూడు సంవత్సరముల కోర్సులో రెండవ సంవత్సరం చదివే ఈ అంశాలు పాఠ్యవిష-యానికి సంబంధించిన ప్రధానభాగం. సౌలభ్యంకోసం పాఠ్యప్రణాళికను ఖండాలగాను, ఆఖండాలను తిరిగి కొన్ని భాగాలుగాను విభజించాం. ప్రతి ఖండం సాధారణంగా పాఠ్యవిషయానికి సంబంధించిన ఒక ప్రత్యేక రంగాన్ని పరామర్శిస్తుంది. విద్యార్థి పెద్దకష్టములేకుండా తనంతతాను చదివి పాఠాలు అర్థం చేసుకోవడానికి అనువుగా భాగాలను నిపుణులు రూపొందించారు. ప్రతిభాగానికి ముందు ఆ భాగం విషయక్రమం, తర్వాత ఉద్దేశాలు ఉంటాయి. భాగం చివరలో విద్యార్థికి విషయం ఎంత వరకు అర్థమయిందో అన్నదాన్ని పరీక్షించడానికి అభ్యాసాలుంటాయి. పరిచయంలేని సాంకేతిక పదాల వివరణలు ప్రతిభాగం చివరలో పదకోశం కింద యిచ్చాం.

వ్యాపారవ్యవహారాలకు, వ్యూహాలకు సంబంధించి నిర్ణయాలను తీసుకొని తద్వారా వ్యాపార పురో-భివద్ధి సాధించడానికి ఈ గణాంకశాస్త్రం ఉద్దేశింపబడినది. వ్యాపారపరిధిలోకి వచ్చే క్లిష్టమైన దృగ్విషయాలను విశ్లేషణచేసి వాటిని సంఖ్యలద్వారా, చిత్రపటములద్వారా సమర్పణచేసి తగిన నిర్ణ-యాలను తీసుకొనుటకుగాను ఈశాస్త్రము అనేక సాధనాలను అందిస్తుంది. ఈ శాస్త్ర ఉపయోగము అధ్యయనము చేసేవారికన్నా, ఆచరణలో పెట్టేవారికి చాలాఎక్కువ.

వ్యాపారగణాంక శాస్త్రంలోని ముఖ్యమైన అంశాలను దాని విశిష్టతను, ప్రాముఖ్యతను గురించి అర్థంచేసుకోవడానికి ఈపాఠ్యాంశాలు ఎంతో ఉపయోగపడతాయని మా విశ్వవిద్యాలయం ఆశిస్తున్నది.

BRAOU

BRAOU

విషయ సూచిక

ఖండం - III : విస్తరణ కొలమానాలు

భాగం - 16 విస్తరణ	1
భాగం - 17 వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనం	10
భాగం - 18 మాధ్యమ విచలనం	45
భాగం - 19 ప్రామాణిక విచలనం, లోరెంజ్ వక్రరేఖ	70
భాగం - 20 వైషమ్యం	105
భాగం - 21 వైషమ్య కొలమానాలు	115

ఖండం - IV : సహసంబంధం, ప్రతిగమన విశ్లేషణ

భాగం - 22 సహసంబంధం	147
భాగం - 23 సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతులు -I	158
భాగం - 24 సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతులు - II	179
భాగం - 25 ప్రతిగమన విశ్లేషణ	193

ఖండం - V : సూచీ సంఖ్యలు

భాగం - 26 సూచీ సంఖ్యలు	219
భాగం - 27 సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం	230
భాగం - 28 సాధారణ సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం	238
భాగం - 29 భారిత సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం	250
భాగం - 30 సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల పరిపూర్ణత్వపు పరీక్షలు	277
భాగం - 31 జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యలు	301

BRAOU

BRAOU

ఖండం - III : విస్తరణ కొలమానాలు

భాగం - 16: విస్తరణ

విషయక్రమం

16.0 ఉద్దేశాలు

16.1 పరిచయం

16.2 విస్తరణ అర్థం

16.3 విస్తరణను కొలవాల్సిన ఆవశ్యకత

16.4 విస్తరణ కొలమానాల ఉద్దేశాలు

16.5 సంతృప్తికరమైన విస్తరణ మానం లక్షణాలు

16.6 విస్తరణ కొలమానాలలో రకాలు, పద్ధతులు

16.7 పరమ, సాపేక్ష విస్తరణ మానాలు

16.8 సారాంశం

16.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

16.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

16.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

16.12 పదకోశం

16.0 ఉద్దేశాలు

విస్తరణ అర్థాన్ని, ఆవశ్యకతను, ఉద్దేశాలను, లక్షణాలను, పద్ధతులను వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- విస్తరణ అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి
- విస్తరణను కొలవాల్సిన ఆవశ్యకతను గుర్తించ గలగాలి
- విస్తరణ కొలమానాల ఉద్దేశాలను విశదీకరించ గలగాలి
- విస్తరణలో రకాలను, పద్ధతులను గుర్తించ గలగాలి
- పరమ, సాపేక్ష విస్తరణ మానాల మధ్య వ్యత్యాసాలను చూపించ గలగాలి.

16.1 పరిచయం

విభాజనం లక్షణాలను సగటులు వర్ణించినప్పటికీ విభాజనం గురించి అవి సమగ్రమైన భావాన్ని

BRAOU

కల్పించలేవు; ఎన్నో ముఖ్యమైన అంశాలను దాచిపెడతాయి. కేంద్రస్థానపు కొలతలు దాచిపెట్టిన సత్యాలలో ముఖ్యమైనది ఏమిటంటే విలువల్లో విచరణత్వం. ఇచ్చిన విభాజనంలో సగటు విలువనుంచి విచరణ స్థాయిని వివరించడానికి అవి విఫలమైనాయి. అట్లాంటి సమాచారం లోపించినప్పుడు, వివిధ విభాజనాల మధ్య సగటులను అర్థవంతంగా సరిపోల్చడానికి వీలులేదు. సగటుల్లాగానే అన్ని విలువలూ ఒకే రకంగా ఉన్నప్పుడు లేదా సగటు నుండి విలువలకు ముఖ్యమైన విచలనాలు లేనప్పుడు సరిపోల్చడాన్ని చేయవచ్చు. ఏమైనప్పటికీ ఈ పరిస్థితి అరుదైనది. ప్రత్యేకంగా వివిధ సామాజిక ఆర్థిక సమస్యలకు సంబంధించి. అందుచేత ఏ సగటు అయినా దానంతట అది ఇచ్చిన విభాజనానికి పూర్తి వివరణ ఇవ్వడంలో విఫలమవుతుంది. విషయాల వ్యాప్తిని, కేంద్రస్థానపు విలువనుంచి వాటి విచలనాలను వర్ణించే ఇతరత్రా సమాచారం లేనప్పుడు, గుర్తించనప్పుడు అది తప్పుదోవను పట్టించవచ్చు. విభాజనం లక్షణాలను వర్ణించడానికి, ఇతర విభాజనాలతో సరిపోల్చడానికి మరి కొన్ని విలువలు అవసరమవుతాయి. సింప్సన్ & కాఫ్కా ఇట్లా అన్నారు. "సగటు పూర్తి కథను చెప్పదు. వైయక్తిక అంశాలు దానిచుట్టూ ఎట్లా పరిభ్రమిస్తాయో మనకు తెలియనిదే మొత్తం దత్తాంశానికి సంపూర్ణ ప్రాతినిధ్యం వహించడం సాధ్యంకాదు. సగటు ఏ విధంగా ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుందో గ్రహించడానికి శ్రేణులను మరింతగా వర్ణించాల్సిన ఆవశ్యకత ఉంది." కేంద్ర స్థానపు కొలతలకు మద్దతు ఇవ్వడానికి, అనుపూరణ చేయడానికి విస్తరణ, వైషమ్యాల వంటి ఇతర కొలమానాల్ని కనుక్కోవడమైంది. కేంద్ర విలువనుంచి వైయక్తిక అంశాలలో వచ్చే విచరణ స్థాయిని విస్తరణ కొలమానాలు విశదీకరిస్తే, వైషమ్యం సౌష్ఠవ స్థాయినిగానీ, విభాజనం అసౌష్ఠవతను గానీ మదింపు చేస్తుంది. విస్తరణ మానాలను (measures of dispersion) ఈ భాగంలో చర్చించడం జరిగింది. వచ్చే భాగంలో వైషమ్యం గురించి ప్రస్తావించడమైంది.

16.2 విస్తరణ అర్థం

గణాంక శాస్త్రంలో విస్తరణ లేదా విచరణ (variation) అంటే ఇచ్చిన విభాజనంలో కేంద్ర విలువ నుంచి ప్రతి వైయక్తిక అంశపు లేదా విలువ విస్తరించే స్థాయి. బౌలే అభిప్రాయం ప్రకారం, "అంశాల విచరణ మానమే విస్తరణ". సైగల్ మాటల్లో," సగటు చుట్టూ సంఖ్యా దత్తాంశపు విలువలు ఏ స్థాయిలో వ్యాపింపబడి ఉంటాయో, దానినే దత్తాంశం విస్తరణ అంటారు. విస్తరణ అనే పదం - ఇచ్చిన సమూహంలోని అంశాలు ఒక దాని కొకటి పరిమాణంలో మారుతూ ఉంటాయి; అంటే వాటి పరిమాణాల్లో ఏకరూపత ఉండదు.

విస్తరణ లేదా విచరణాన్ని వర్ణించడానికి ఉపయోగించే పద్ధతుల్ని విస్తరణ మానాలంటారు. గ్రిఫిన్ ఉద్దేశం ప్రకారం, "పరిశీలనలు చూపెట్టిన వ్యాపనత్వపు స్థాయిని విస్తరణ, లేదా విచరణ కొలమానం వర్ణిస్తుంది. సాధారణంగా కొంత కేంద్ర విలువకు సంబంధించి సగటు విచలనంగా మదింపు చేయడమవుతుంది." విస్తరణ కొలమానం ఉద్దేశం ఏకసారాంశ సంఖ్యను (single summary figure) రాబట్టడం. అది విభాజనంలోని విచలనాల వ్యాపనత్వాన్ని చాలినంతగా తెలియ బరుస్తుంది. విస్తరణ కొలమానాలను ద్వితీయ శ్రేణి సగటులు (averages of second order) అనికూడా పిలుస్తారు. ఎందుకంటే, అవి విభాజనం కేంద్రస్థానపు కొలత నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల సగటును మదింపు చేస్తాయి.

16.3 విస్తరణను కొలవాల్సిన ఆవశ్యకత

విస్తరణను కొలవాల్సిన ఆవశ్యకత కింద వాటివల్ల ఏర్పడుతుంది. (ఎ) విభాజనానికి ఒకే రకపు సగటులు ఉండవచ్చు. అయితే వైయక్తిక విలువల్లో వ్యాపనత్వపు స్థాయి వేరుగా ఉంటుంది.

BRAOU

(బి) విభాజనాలకు వేర్వేరు సగటులు ఉంటాయి. అయితే విభాజనంలోని విలువల మధ్య విచరణం స్వల్పంగా ఉండవచ్చు. అందుచేత సగటుల మధ్య వ్యత్యాసం అంత ముఖ్యంకాదు. విలువల సమూహం ప్రవర్తనలోని మార్పులు కేంద్ర విలువలోని మార్పు కంటే విస్తరణలోనే మార్పును ఎక్కువగా తెస్తాయి. అందువల్ల కూడా విస్తరణ ఆవశ్యకత కలుగుతుంది. సగటులు ఒకే రకంగా ఉన్నప్పుడు, వైయక్తిక అంశాల్లో విచరణాలు వేర్వేరుగా ఉన్నప్పుడు విస్తరణ మానపు ఆవశ్యకతను కింది ఉదాహరణ ద్వారా విశదీకరించవచ్చు.

ఉదాహరణ-1:

మూడు క్షేత్రాల్లో ఎకరం ఒక్కింటికి బియ్యం ఉత్పత్తి (మెట్రిక్ టన్నులలో)

సంవత్సరం	క్షేత్రం A (X_1)	క్షేత్రం B (X_2)	క్షేత్రం C (X_3)
1974	10	8	4
1975	10	15	20
1976	10	10	32
1977	10	15	30
1978	10	17	12
1979	10	13	2
1980	10	9	0
1981	10	8	0
1982	10	2	0
1983	10	3	0
మొత్తాలు	$\sum X_1 = 100$	$\sum X_2 = 100$	$\sum X_3 = 100$

అంకమధ్యమం:

క్షేత్రం $A = \frac{\sum X_1}{N} = \frac{100}{10} = 10$

క్షేత్రం $B = \frac{\sum X_2}{N} = \frac{100}{10} = 10$

క్షేత్రం $C = \frac{\sum X_3}{N} = \frac{100}{10} = 10$

BRAOU

ఈ ఉదాహరణలో, మూడు క్షేత్రాల్లోని బియ్యం సగటు ఉత్పత్తి ఒకటే. అయితే సాంవత్సరిక ఉత్పత్తి సంఖ్యలు సగటు నుంచి హెచ్చుగా మారతాయి. క్షేత్రం Aలో అన్ని సంవత్సరాలకూ సగటు ఉత్పత్తి, ఉత్పత్తి సాంవత్సరిక విలువలూ ఒక్కటే. అందుచేత సగటు సంపూర్ణంగా విలువలకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తున్నది. క్షేత్రం Bలో 1976లో తప్ప అన్ని సంవత్సరాలకూ ఉత్పత్తి సంఖ్యలు సగటుతో భేదిస్తున్నాయి. క్షేత్రం Cలో అన్ని సంవత్సరాలకూ ఉత్పత్తుల్లో సగటుతో హెచ్చుగా భేదిస్తున్నాయి. కాబట్టి సగటు ప్రాతిపదికగా ఈ మూడు క్షేత్రాల మధ్య పోలిక తప్పుదోవ పట్టించేదిగా ఉంది. ఎందువల్లనంటే క్షేత్రం B, C లలో వాటి వాటి సగటుల నుంచి సంఖ్యల విచలనాల స్థాయి ప్రతి సందర్భంలోనూ మొత్తం వేరే విధంగా ఉంది. కాబట్టి ఈ విచలనాల కొలమానం ఫలవంతమైన నిర్ణయాలు చేయడానికి ఎంతో అవసరమని చెప్పవచ్చు. ఒక్కొక్కప్పుడు సగటులు భిన్నంగా ఉండొచ్చు. అయితే విచరణాల స్వభావం ఒకటే కావొచ్చు. ఈ విషయాన్ని కింద ఇచ్చిన ఉదాహరణ ద్వారా విశదీకరించవచ్చు.

ఉదాహరణ-2: మూడు ఫ్యాక్టరీల ఉత్పత్తి–('000 టన్నులలో)

	సంవత్సరాలు								
	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
X_1	7	9	11	13	15	17	19	21	23
X_2	146	148	150	152	154	156	158	160	162
X_3	35	37	39	41	43	45	47	49	51

జవాబు:

సంవత్సరం	ఫ్యాక్టరీలు					
	X_1	విచలనాలు $(X_1 - 15)$	X_2	విచలనాలు $(X_2 - 154)$	X_3	విచలనాలు $(X_3 - 41)$
1975	7	− 8	146	− 8	35	− 8
1976	9	− 6	148	− 6	37	− 6
1977	11	− 4	150	− 4	39	− 4
1978	13	− 2	152	− 2	41	− 2
1979	15	0	154	0	43	0
1980	17	+ 2	156	+ 2	45	+ 2
1981	19	+ 4	158	+ 4	47	+ 4
1982	21	+ 6	160	+ 6	49	+ 6
1983	23	+ 8	162	+ 8	51	+ 8
మొత్తం	$\sum X_1 = 135$	$= 0$	$\sum X_2 = 1386$	$= 0$	$\sum X_3 = 387$	$= 0$

ఉత్పత్తి యొక్క అంకమధ్యమం

$$\text{ఫ్యాక్టరీ } X_1 = \frac{\sum X_1}{N} = \frac{135}{9} = 15$$

$$\text{ఫ్యాక్టరీ } X_2 = \frac{\sum X_2}{N} = \frac{1386}{9} = 154$$

$$\text{ఫ్యాక్టరీ } X_3 = \frac{\sum X_3}{N} = \frac{387}{9} = 43$$

పై ఉదాహరణలో, ఫ్యాక్టరీల X_1, X_2, X_3ల సగటు ఉత్పత్తి 15,000 టన్నులు, 1,54,000 టన్నులు, 43,000 టన్నులు. సగటులు ఒక దానితో ఒకటి భేదించినా, విచలనాలు స్వభావరీత్యా ఒకటే. కాలశ్రేణుల్లో విచలనాల స్వభావాన్ని విస్మరిస్తే, ఫ్యాక్టరీ X_1 సమర్థవంతమైందనే అభిప్రాయానికి ఎవరైనా రావొచ్చు. ఎందుకంటే అది హెచ్చు సగటు విలువను చూపెడుతున్నది. అయితే అట్లాంటి అభిప్రాయం తొందరపాటుతో కూడుకున్నది. మూడు ఫ్యాక్టరీలకు ఉత్పత్తి సంఖ్యల్లో విచలనాలు ఒకే రకంగా ఉన్నాయి. అందుచేత సముచితమైన నిర్ణయాలకు రావడానికి విచలనాల కొలమానం ఎంతో ప్రాముఖ్యాన్ని వహిస్తున్నది.

B R A O U

16.4 విస్తరణ కొలమానాల ఉద్దేశాలు

కింద పేర్కొన్న ఉద్దేశాలతో విస్తరణమానాలను అధ్యయనం చేయవచ్చు.

(i) **సగటు విశ్వసనీయతను నిర్ణయించడానికి:** సజాతీయమైన పరిశీలనలవల్ల పొందిన సగటును ప్రాతినిధ్యం వహించేదిగానూ, విశ్వసనీయమైందిగానూ పరిగణిస్తారు. సగటు ప్రాతినిధ్యాన్ని, విశ్వసనీయతను విస్తరణ మానాలు అధ్యయనం చేయాల్సి ఉంటుంది. విస్తరణ చిన్నదైనప్పుడు, విభాజనంలో హెచ్చు ఏకరూపతను పొందినట్లు భావించవచ్చు. అట్లాంటి సగటు బాగుగా ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది; నమ్మదగినదిగా ఉంటుంది. అయితే విస్తరణ అధికతరమైన విలువగా ఉంటే సగటు నమ్మదగనిదిగానూ, ప్రాతినిధ్యం వహించనిదిగానూ సూచిస్తుంది. డబ్ల్యు.ఎ. స్పర్ & సి.పి. బోనిని అభిప్రాయం ప్రకారం, "విస్తరణ చిన్నదైనప్పుడు, సగటు మాదిరి విలువగా ఉంటుంది. వైయక్తిక విలువలకు సామీప్యంగా ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. అది విశ్వసనీయంగా ఉంటుంది. జనాభాలో అనురూప సగటుకు మంచి అంచనాగా పరిణమిస్తుంది. అందుకు మారుగా విస్తరణ పెద్దదైనప్పుడు, సగటు అంత మాదిరి విలువను చూపెట్టదు. శాంపుల్ మరీ పెద్దదైతే తప్ప, సగటు ఏమాత్రం నమ్మదగినదిగా ఉండదు."

(ii) **విస్తరణ స్వభావాన్ని, కారణాలను విశ్లేషించడం:** ఇచ్చిన పరిశీలనల సమూహంలో విచరణాల స్వభావాన్ని విశ్లేషించడానికి, అట్లాంటి విచరణల కారణాలను కనుక్కోవడానికి విస్తరణ కొలమానం సార్థకమైన పద్ధతి. అసలు విలువల్లో విస్తరణ యాదృచ్ఛిక కారణాల వల్ల వచ్చిందో, ఆపాదించిన కారణాలవల్ల వచ్చిందో నిర్ణయించడానికి ఇది కూడా తోడ్పడుతుంది. అందుచేత ఆపాదించిన కారణాల వల్ల ఉత్పన్నమయ్యే విచరణాలను నియంత్రించడానికి ఇది యంత్రాంగం వలె ఉపయోగపడుతుంది.

(iii) **విభాజనాల్లో విచలనత్వాన్ని సరిపోల్చటానికి:** రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పరిశీలనల సమూహాలు ఏకరూపతగా, ఒకే తీరుగా ఉన్నప్పుడు సరిపోల్చవచ్చు. విభాజనాల మధ్య విచలనత్వాన్ని సరిపోల్చడానికి కొలమానం శక్తివంతమైన కొలమానంగా ఉపకరిస్తుంది. హెచ్చు స్థాయి విస్తరణ ఏకరూపత లోపించడాన్ని తెలియజేస్తుంది; తక్కువ స్థాయి విస్తరణ అధికమైన ఏకరూపతనూ, సంగతత్వాన్నీ చూపిస్తుంది. ఉదాహరణకు, కొంత కాల వ్యవధిలో ఒక వస్తువు ధరల్ని పోల్చవల్సి వస్తే ధరల్లో తక్కువ విచరణాలు ఎక్కువ ఏకరూపతకు, ప్రాతినిధ్యానికి చిహ్నాలని చెప్పవచ్చు. ఎక్కువ విచరణాలు అందుకు భిన్నమైన ఫలితాలను కనబరుస్తాయి.

(iv) **ఇతరత్రా గణాంక చర్యల ఉపయోగితను సులభం చేయడానికి:** విస్తరణ లేదా విచరణ అనేది ఉన్నత గణాంక పద్ధతులను వర్తింపచేయడంలో ఎంతో ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు, సహసంబంధం, ప్రతిగమనం, కాలశ్రేణుల విశ్లేషణ, ప్రాముఖ్యంగల పరీక్షలు మొదలైన వాటిల్లోనూ, ప్రామాణిక కాస్టింగ్, విచరణ విశ్లేషణ మొదలైన వ్యయ నియంత్రణ (cost control) పద్ధతుల్లోనూ ఉపయోగించవచ్చు. సార్థకమైన ఉత్పత్తి నియంత్రణ పద్ధతుల్ని నిర్ణయించడంలో కూడా ఇది ఎంతో ఉపయోగకరమైంది.

16.5 సంతృప్తికరమైన విస్తరణ కొలమానపు లక్షణాలు

వివిధ రకాల గణాంక శోధనల్లో విస్తరణ కొలమానం ఎంతో ముఖ్యమైన స్థానాన్ని ఆక్రమిస్తుంది. కాబట్టి సముచితమైన, సంతృప్తికరమైన విస్తరణ కొలమానాన్ని ఉపయోగించాల్సిన ఆవశ్యకత ఎంతైనా ఉంది. సంతృప్తికరమైన విస్తరణ కొలమానానికి కింద పేర్కొన్న లక్షణాలు ఉండాలి.

(i) **సులభంగా అవగాహన చేసుకొనేదిగా, తేలిగ్గా లెక్కించేదిగా ఉండాలి:** సంతృప్తికరమైన విస్తరణ కొలమానం సమగ్రమైందిగా, సులభమైందిగా ఉండాలి. సుదీర్ఘమైన గణనలు ఉండరాదు. దాని సులభత్వం వల్లనే విస్తృతంగా దాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది.

(ii) **దానిని కచ్చితంగా నిర్వచించాలి:** అన్ని కాలాల్లోనూ, అన్ని ప్రదేశాల్లోనూ ఏకరూపతగల వివరణ ఇవ్వడానికి వీలుగా దానిని కచ్చితంగా నిర్వచించాలి. దీనివల్ల అర్థపరంగా వచ్చే అసందిగ్ధతనూ, గందరగోళాల్ని తొలగించవచ్చు. దానిని కచ్చితంగా నిర్వచించకపోతే, గణకుని వ్యక్తిగత పక్షపాతం ప్రభావానికి లోను కావచ్చు. సాధ్యమైనంత వరకు ఏకరూపతగల లెక్కింపుల నిమిత్తం బీజీయంగా దానిని నిర్వచించాల్సి ఉంటుంది.

(iii) **విభాజనంలోని అన్ని విలువల ప్రాతిపదికగా అది ఉండాలి:** అన్ని విలువల్ని లెక్కలోకి తీసుకొని మదింపు చేసినప్పుడు ఏ విస్తరణ కొలమానమైనా పూర్తి ప్రాతినిధ్యం వహించినదిగా పరిగణన పొందుతుంది. అంతేకాకుండా విభాజనంలోని అంత్య విలువల ప్రభావం దానిమీద పడకూడదు. చిన్న లేదా పెద్దవైన అంశాలు విస్తరణ విలువ పై ప్రభావం చూపెడితే, దాని ఉపయోగిత తగ్గిపోతుంది.

(iv) **బీజీయ ప్రస్తావనకు అది తగినట్లుగా ఉండాలి:** విస్తరణ కొలమానాలను వివిధ క్షేత్రాల్లో ఉన్నత గణాంక, వ్యయ, ఉత్పత్తి నియంత్రణ పద్ధతులను ప్రవేశ పెట్టడానికి వీలుగా ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది కాబట్టి, మరింత మదింపులకు అనువుగా ఉండాల్సిన అగత్యమున్నది.

v) **దానికి ప్రతిచయన స్థిరత్వం ఉండాలి:** ప్రతిచయనంలోని విచరణాలకు ప్రభావితం కాని ఏ విస్తరణ విలువ అయినా సంతృప్తికరమైన కొలమానంగా పరిగణించడం జరుగుతుంది. మరో రకంగా చెప్పాలంటే ఒకే రకమైన జనాభా నుంచి తీసుకొన్న ప్రతిచయనాలకు విలువలన్నీ ఏకరూపతగా ఉండాలి.

ఏమైనప్పటికీ ఒక విషయాన్ని గుర్తుంచుకోవాలి. ఈ లక్షణాలు విస్తరణ కొలమానపు ప్రాతినిధ్యాన్ని తెల్పుకొనేందుకు మార్గం చూపెట్టినప్పటికీ, శోధన స్వభావానికి, పరిధికి, కావల్సిన కచ్చితత్వపు స్థాయి మొదలైన వాటికి అది అనుగుణంగా ఉండాలి.

అవగాహన ప్రశ్న -1

సంతృప్తికరమైన విస్తరణ కొలమానపు లక్షణాలను పేర్కొనండి.

B R A O U

16.6 విస్తరణను కొలిచే రకాలు, పద్ధతులు

విస్తరణ కొలమానాల్లో రెండు రకాలున్నాయి. అవి (i) దూరపు కొలమానాలు (ii) విచలనాల కొలమానాలు, దూరపు కొలమానాల్ని స్థానపు కొలమానాలని కూడా అంటారు. దూరపు కొలమానాలు ఎంపిక చేసిన పరిశీలనల మధ్యదూరం పరంగా విస్తరణను అధ్యయనం చేయను. వాటి వాటి కేంద్రస్థానపు

కొలతల నుంచి విచరణాలను అధ్యయనం చేయడానికి విచలనాల కొలమానాలను ఉపయోగిస్తారు. విస్తరణలోని రెండు రకాలను అంటే దూరపు కొలనామాలు, విచలనాల మానాలను (ఎ) సంఖ్యాత్మక పద్ధతుల ద్వారా (బి) పటాత్మక పద్ధతుల ద్వారా అధ్యయనం చేయవచ్చు. సంఖ్యాత్మక పద్ధతులు విస్తరణను సంఖ్యల్లో వివరిస్తాయి. వాటిల్లో (i) వ్యాప్తి (range) (ii) చతుర్థాంశ విచలనం (quartile deviation) (iii) మాధ్యమ విచలనం (mean deviation) (iv) ప్రామాణిక విచలనం (standard deviation) చేరి ఉన్నాయి. పటాత్మక పద్ధతిలో విస్తరణను రేఖాపటాల ద్వారా చూపెడతారు. విస్తరణను చూపెట్టడానికి ముఖ్యమైన పటాత్మక పద్ధతి లోరెంజ్ వక్రరేఖ (Lorenz curve)

16.7 పరమ, సాపేక్షక విస్తరణమానాలు

విస్తరణమానాలు పరమ రూపంలో ఉండవచ్చు. సాపేక్షరూపంలో ఉండవచ్చు. అసలు దత్తాంశం ఏ గణాంక ప్రమాణంలో ఇస్తే పరమమానాలు ఆ ప్రమాణంలోనే ఉంటాయి. పరమ విచరణను కనుక్కోవడానికి దీనిని ఉపయోగిస్తారు. సజాతీయమైన యూనిట్లలో చెప్పిన రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ విభాజనాలను సరిపోల్చడానికి దీనిని ఉపయోగిస్తారు. విస్తరణ సాపేక్షక మానాలు (వీటిని గుణకాలు అని కూడా అంటారు) శుద్ధ సంఖ్యలు (Pure numbers) గా పరిగణిస్తారు. కొలమానపు యూనిట్లకు ఇవి వేరుగా ఉంటాయి. ఈ కొలమానాలను విచరణాన్ని కొలవడానికి ఉపయోగించిన సముచితమైన సగటుకు పరమ విస్తరణ నిష్పత్తిగా చెబుతారు. వీటిని శాతాల రూపంలో కూడా చెప్పవచ్చు. సాపేక్షక మానాలను వివిధ గణాంక యూనిట్లలో చూపెట్టిన విభాజనాలను సరిపోల్చడానికి, దత్తాంశపు సాపేక్షక కచ్చితత్వాన్ని సరిపోల్చడానికి ఉపయోగిస్తారు.

ఈ విస్తరణ పద్ధతుల సవిస్తరమైన అధ్యయనాన్ని రాబోయే భాగాల్లో చర్చించడం జరిగింది.

16.8 సారాంశం

ఒక విభాజనంలో విడివిడి అంశాలు సగటు నుండి ఉండే హెచ్చుతగ్గుల స్థాయిని విస్తరణ అని అంటాం. ఈ హెచ్చుతగ్గులను కొలవడానికి ఉపయోగించే గణాంక పద్ధతులను విస్తరణ కొలమానాలు అని పిలుస్తాం. ఈ కొలమానాలు సగటు విశ్వసనీయతను నిర్ణయించడానికి, వివిధ విభాజనాల మధ్య విస్తరణను పోల్చడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఈ విస్తరణను అధ్యయనం చేయడానికి వ్యాప్తి (Range), చతుర్థాంశాల మధ్య వ్యాప్తి (Inter- quartile range), చతుర్థాంశ విచలనం (Quartile deviation), మాధ్యమ విచలనం (Mean deviation), ప్రామాణిక విచలనం (Standard deviation), లోరెంజ్ వక్రరేఖ (Lorenz curve) వాడతాం. విస్తరణను పరమ, సాపేక్ష మానాలలో కొలవవచ్చు. పరమ మానాలు విస్తరణను, దత్తాంశాన్ని వివరించిన యూనిట్లలోనే తెలియజేయగా, సాపేక్ష మానాలు విస్తరణను ఇతర గణాంక యూనిట్లలో తెలియజేస్తుంది. అయితే, ఈ రెండు కొలమానాలు వివిధ విభాజనాల మధ్య విస్తరణను పోల్చడానికి ఉపయోగపడతాయి. పరమ మానాలు ఒకే రకమైన యూనిట్లలో వివరించిన ఈ విభాజనాల విస్తరణను పోల్చడానికి ఉపయోగించగా, సాపేక్ష మానాలు వేర్వేరు యూనిట్లలో వివరించిన విభాజనాల విస్తరణను పోల్చడానికి వాడుతాం. విస్తరణ కొలమానపు విలువ తక్కువగా ఉన్నట్లయితే అది దత్తాంశపు ఎక్కువ సారూప్యతను, క్రమబద్ధతలను తెలియజేస్తే; ఎక్కువగా ఉన్న విస్తరణ కొలమానపు విలువ దత్తాంశంలో తక్కువ సారూప్యత, క్రమబద్ధతలను తెలియజేస్తుంది.

BRAOU

16.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. సంతృప్తికరమైన విస్తరణ కొలమానపు లక్షణాలేమిటంటే:

(i) అది అర్థం చేసుకోడానికి సులువుగానూ, గణన చేయడానికి తేలికగానూ ఉండాలి.

(ii) దానిని నిర్దుష్టంగా నిర్వచించి ఉండాలి.

(iii) దాని గణన విభాజనంలోని అన్ని అంశాలపై ఆధారపడి ఉండాలి.

(iv) అది తదుపరి బీజీయ ప్రస్తావనకు అనువుగా ఉండాలి.

(v) దానికి ప్రతిచయన స్థిరత్వం ఉండాలి.

16.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. విస్తరణను నిర్వచించండి.
2. సాపేక్షక విస్తరణ అంటే ఏమిటి?
3. పరమ విస్తరణ అంటే ఏమిటి?
4. విస్తరణ మానాల్లో రకాలేమిటి?
5. విస్తరణ దూరపు మానాలంటే ఏమిటి?
6. విస్తరణ మానాల ఆవశ్యకతేమిటి?
7. విస్తరణ మానాల ఉద్దేశాలేమిటి?
8. విస్తరణ లక్షణాలను వివరించండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

9. పరమ, సాపేక్షక విస్తరణ మానాలంటే ఏమిటి? వాటి ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించండి.
10. సంతృప్తికరమైన విస్తరణ మానానికి ఆపేక్షితాలేమిటి? వాటిని దృష్టిలో పెట్టుకొని సాధారణమైన రెండు విస్తరణ మానాలను పరిశీలించండి.

B R A O U

16.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' (ప్రథమ భాగం) తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

16.12 పదకోశం

విస్తరణ : ఒక విభాజనంలోని సగటు చుట్టూ విడి అంశాలు వ్యాపించి ఉన్న తీరును విస్తరణ అని అంటాం.

విస్తరణ కొలమానం : ఒక విభాజనంలోని అంశాలు సగటు చుట్టూ వ్యాపించి ఉన్న స్థాయిని కొలిచి చెప్పేది విస్తరణ కొలమానం.

పరమ విస్తరణ కొలమానం : విస్తరణను దత్తాంశాన్ని వ్యక్తపరచిన యూనిట్లలోనే తెలియజేసేది పరమ విస్తరణ కొలమానం.

సాపేక్ష విస్తరణ కొలమానం : దత్తాంశాన్ని వ్యక్తపరచిన యూనిట్లలో గాకుండా ఒక శుద్ధ సంఖ్య ద్వారా విస్తరణను కొలిచే దానిని సాపేక్ష విస్తరణ కొలమానం అని అంటాం. దీనిని గుణకం (coefficient) అని కూడా పిలుస్తాం.

BRAOU

భాగం - 17: వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనం

విషయక్రమం

17.0 ఉద్దేశాలు
17.1 పరిచయం
17.2 వ్యాప్తి అర్థం
17.3 వ్యాప్తి గణన
17.4 వ్యాప్తి సుగుణాలు, పరిమితులు
17.5 వ్యాప్తి ఉపయోగం
17.6 అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తి
17.7 చతుర్థాంశ విచలనం అర్థం
17.8 చతుర్థాంశ విచలనం గణన
17.9 చతుర్థాంశ విచలనం - సుగుణాలు, పరిమితులు
17.10 సారాంశం
17.11 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు
17.12 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు
17.13 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు
17.14 పదకోశం

17.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగం ఉద్దేశాలేవంటే; వ్యాప్తి అర్థాన్ని, గణన చేసే పద్ధతులను, ఉపయోగాలను, సుగుణాలను, పరిమితులను వివరించడమే గాక, చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గణనను, దాని సుగుణాలను, పరిమితులను తెలియజేయడం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- వ్యాప్తి అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి
- వ్యాప్తిని గణన చేయ గలగాలి
- వ్యాప్తి సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొన గలగాలి
- వ్యాప్తి ఉపయోగాన్ని వివరించ గలగాలి
- అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తిని గణన చేయ గలగాలి
- చతుర్థాంశ విచలనం అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి
- చతుర్థాంశ విచలనాన్ని గణన చేయ గలగాలి
- చతుర్థాంశ విచలనం సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొన గలగాలి.

BRAOU

17.1 పరిచయం

భాగం 16లో విస్తరణ కొలమానాలను గురించి ఒక స్థూల అవగాహనను ఇచ్చాం. ఈ భాగంలో విస్తరణ కొలమానాలలో రెండింటిని; అంటే వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనాన్ని గురించి చర్చిద్దాం.

వ్యాప్తి అనేది విస్తరణను కొలవడానికి ఉపయోగించే కొలమానాలలో అతి సులువైనది. ఈ కొలమానం విస్తరణను కొలవడానికి ఒక శ్రేణిలోని అతిపెద్ద, అతిచిన్న విలువలను లెక్కలోకి తీసుకుంటుంది. వ్యాప్తిలా గాక, మధ్య 50% అంశాలను తీసుకొని విస్తరణను కొలిచేది చతుర్థాంశ విచలనం. ఈ 50% అంశాలు ఒక శ్రేణిలోని ఎగువ చతుర్థాంశం (Q_3), దిగువ చతుర్థాంశానికి (Q_1) ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి. ఈ రెండింటి మధ్య వ్యత్యాసమే (అంటే $Q_3 - Q_1$) అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తి. దీనిని రెండుచే భాగించగా వచ్చేది చతుర్థాంశ విచలనం. వీటికి సంబంధించిన విషయ పూర్వక, గణన పూర్వక అంశాలను చూద్దాం.

17.2 వ్యాప్తి అర్థం

విస్తరణను అధ్యయనం చేయడంలో అతి సులభమైన, సునాయాసమైన పద్ధతి వ్యాప్తే. ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనంలో అత్యధిక, అత్యల్ప విలువల పరమ వ్యత్యాసంగా వ్యాప్తిని సులభంగా నిర్వచించవచ్చు. సాంకేతికంగా,

$$R = L - S$$

అంటే, $R =$ వ్యాప్తి

$L =$ అత్యధిక విలువ

$S =$ అత్యల్ప విలువ

పై సూత్రం సహాయంతో గణన చేసిన వ్యాప్తి విలువ పరమ విస్తరణ మానంగా పరిగణించవచ్చు. విభాజన సమితుల్ని ఒకే రకమైన గణాంక యూనిట్లలో చెబితే, ఉదాహరణకు, రూపాయలు, లీటర్లు, మీటర్లు మొదలైనవి, ఆ మానాన్ని సరిపోల్చవచ్చు. అయితే రకరకాల విభాజనాల సమితుల్ని రకరకాల గణాంక యూనిట్లలో చెబితే, పరమ విస్తరణ మానాన్ని సార్థకంగా సరిపోల్చడానికి వీల్లేదు. ఉదాహరణకు, ఫ్యాక్టరీ Aలో ఉత్పత్తిని 'మణుగుల్లో'నూ, ఫ్యాక్టరీ Bలో ఉత్పత్తిని టన్నులలోనూ చెబితే - రెండింటి విభాజనాలను సరిపోల్చడానికి వ్యాప్తి పరమ విలువను ఉపయోగించడానికి వీల్లేదు. సరిపోల్చడానికి వ్యాప్తి గుణకం (co-efficient of range) అని పిలిచే వ్యాప్తి సాపేక్షక మానాన్ని ఉపయోగిస్తారు. విభాజనంలోని అత్యధిక, అత్యల్ప విలువల సంకలనం చేత పరమ వ్యాప్తిని భాగించడం ద్వారా దీనిని రాబట్టవచ్చు. కింది సూత్రంద్వారా దీనిని లెక్కించవచ్చు.

$$\text{వ్యాప్తి గుణకం} = \frac{L - S}{L + S}$$

ఒకే రకమైన సగటులు గల విభాజనాల్లో, అత్యల్ప విలువ గల వ్యాప్తి విభాజనంలోని ఏకరూపతను, సంగతత్వాన్ని తెలియ జేస్తుంది. దీని అర్థమేమిటంటే విభాజనానికి సగటు ప్రాతినిధ్యం

B R A O U

వహిస్తుందన్నమాట. అందుకు భిన్నంగా వ్యాప్తి విలువ ఎక్కువగా ఉంటే, ఏకరూపత, సంగతత్వం లోపించడాన్ని తెలియ జేస్తుంది. అంటే సగటు ప్రాతినిధ్యం వహించడం లేదనీ, అసంపూర్ణంగా ఉందనీ విశదీకరిస్తుంది.

17.3 వ్యాప్తి గణన

వ్యాప్తి, దాని గుణకాన్ని వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న శ్రేణుల్లో గణన చేసే పద్ధతిని కింది వివరించడం జరిగింది.

(i) దత్తాంశంలో అత్యధిక, అత్యల్ప విలువల్ని కనుక్కోండి.

(ii) వ్యాప్తిని రాబట్టడానికి అత్యధిక విలువ నుంచి అత్యల్ప విలువను తీసివేయండి. అంటే $R = L - S$.

(iii) వ్యాప్తి గుణకం రాబట్టడానికి, విభాజనంలోని అత్యధిక, అత్యల్ప విలువల సంకలనంచేత వ్యాప్తిని భాగించండి.

విచ్ఛిన్న శ్రేణుల విషయంలో, పౌనఃపున్యాలను విస్మరించాలి.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు

ఉదాహరణ-1: రెండు ఫ్యాక్టరీలలో కార్మికులకు చెల్లించిన గంటసరి వేతనాలను కింద ఇవ్వడమైంది. వేతనాల చెల్లింపులో ఏ ఫ్యాక్టరీ అనుగుణంగా ఉందో కనుక్కోండి.

ఫ్యాక్టరీ-A :	(రూ.)	8,	6,	12,	25,	16,	15,	18,	2
ఫ్యాక్టరీ-B :	(రూ.)	6,	5,	22,	28,	30,	10,	17,	13

B R A O U

జవాబు:

వ్యాప్తి, వ్యాప్తి గుణకం గణన

ఫ్యాక్టరీ A రూ.	ఫ్యాక్టరీ B రూ.
8	6
6	5
12	22
25	28
16	30
15	10
18	17
2	13

వ్యాప్తి : $L - S$

ఫ్యాక్టరీ - A : L = 25 S = 2

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

వ్యాప్తి = 25 − 2 = 23

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L - S}{L + S}$

$= \frac{25 - 2}{25 + 2}$

$= \frac{23}{27}$

$= 0.85$

ఫ్యాక్టరీ - B : L = 30 S = 5

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

వ్యాప్తి = 30 − 5 = 25

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L - S}{L + S}$

$= \frac{30 - 5}{30 + 5}$

$= \frac{25}{35}$

$= 0.71$

వ్యాప్తి రూపంలో గంటకు చెల్లించే వేతనాల విచరణ ఫ్యాక్టరీ - A లో లెక్కించినది ఫ్యాక్టరీ - B కంటె తక్కువగా ఉంది కాబట్టి, వేతనాల చెల్లింపులో ఫ్యాక్టరీ - A ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉందనే నిర్ణయానికి రావచ్చు.

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు

ఉదాహరణ-2 : 400 మంది డాక్టర్లకు సంబంధించిన దత్తాంశాన్ని బట్టి వ్యాప్తినీ, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

ఆదాయాలు (రూ.) :	200,	400,	600,	800,	1000,	1200,	1400,	1600
డాక్టర్ల సంఖ్య :	20,	25,	26,	27,	80,	88,	94,	40

జవాబు :

వ్యాప్తి, దాని గుణకం గణన

ఆదాయాలు (రూ.)	డాక్టర్ల సంఖ్య
200	20
400	25
600	26
800	27
1000	80
1200	88
1400	94
1600	40

వ్యాప్తి $= L - S$

$L = 1600$

$S = 200$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

వ్యాప్తి $= 1600 - 200$

$=$ రూ. 1400

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L - S}{L + S}$

సమీకరణంలో L, Sల విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{1600 - 200}{1600 + 200}$

$= \frac{1400}{1800}$

$=$ రూ. 0.778

విభాజనంలో వ్యాప్తి గుణకం హెచ్చు. కాబట్టి ఎక్కువ విస్తరణగా, తక్కువ అనుగుణంగా ఉంది.

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల విషయంలో, వ్యాప్తి దాని గుణకాన్ని లెక్కించడంలో కింది చర్యలు తీసుకోవాలి.

(i) అత్యధిక విలువగల తరగతి ఎగువ అవధి, అత్యల్ప విలువగల తరగతి దిగువ అవధి తీసుకోండి. ఈ రెండు విలువలు విభాజనంలోని అత్యధిక, అత్యల్ప విలువలకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి. పౌనఃపున్యాలను విస్మరించండి.

(ii) అత్యధిక విలువగల తరగతి ఎగువ అవధి నుంచి అత్యల్ప విలువగల తరగతి, దిగువ అవధిని తీసివేస్తే వ్యాప్తి విలువను కనుక్కోవచ్చు.

$$\text{వ్యాప్తి} = L - S$$

(iii) వ్యాప్తి గుణకాన్ని కనుక్కోవడానికి అత్యధిక, అత్యల్ప విలువల సంకలనంచేత వ్యాప్తి పరమ విలువను భాగించండి. కాబట్టి వ్యాప్తి గుణకం,

$$= \frac{L - S}{L + S}$$

ఉదాహరణ-3: గణాంక శాస్త్రంలో వాణిజ్య శాస్త్ర విద్యార్థులు పొందిన మార్కుల నుంచి వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు:	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
విద్యార్థుల సంఖ్య:	6	8	7	11	10	17

జవాబు:

వ్యాప్తి, దాని గుణకం గణన

గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
10 - 20	6
20 - 30	8
30 - 40	7
40 - 50	11
50 - 60	10
60 - 70	17

వ్యాప్తి $= L - S$

అత్యధిక మార్కులు గల తరగతి : 60-70

అత్యల్ప మార్కులు గల తరగతి : 10-20

$L = 70$

$S = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

వ్యాప్తి $= 70 - 10$

$= 60$

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L - S}{L + S}$

$$= \frac{70 - 10}{70 + 10}$$

$$= \frac{60}{80}$$

$$= 0.75$$

గణాంక శాస్త్రంలో మార్కుల వ్యాప్తి గుణకం 0.75, కాబట్టి మార్కులు అధికంగా విస్తరణతో కూడుకున్నవి.

ఒక్కొక్కప్పుడు తరగతుల మధ్యబిందువుల నుంచి కూడా వ్యాప్తిని లెక్కించవచ్చు. అట్లాంటి సందర్భాలలో, మొదటగా మధ్య విలువల్ని కనుక్కోవాలి. ఆ తర్వాత అత్యధిక మధ్య విలువల నుంచి అత్యల్ప విలువలను తీసివేయడం ద్వారా వ్యాప్తిని లెక్కిస్తారు.

ఉదాహరణ-4: కింది విభాజనం నుంచి, మధ్య విలువల్ని గ్రహించి వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని గణనచేయండి.

తరగతి:	16-20	20-24	24-28	28-32	32-36	36-40
పౌనఃపున్యం:	1	13	29	25	19	3

జవాబు:

వ్యాప్తి, దాని గుణకం గణన

తరగతి	పౌనఃపున్యం	మధ్య విలువ
16 - 20	1	$\frac{16+20}{2} = 18$
20 - 24	13	$\frac{20+24}{2} = 22$
24 - 28	29	$\frac{24+28}{2} = 26$
28 - 32	25	$\frac{28+32}{2} = 30$
32 - 36	19	$\frac{32+36}{2} = 34$
36 - 40	3	$\frac{36+40}{2} = 38$

వ్యాప్తి $= L - S$

$L = 38; \; S = 18$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= 38 - 18$$

$$= 20$$

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L - S}{L + S}$

$$= \frac{38 - 18}{38 + 18}$$

B R A O U

$= \frac{20}{56}$

$= 0.357$

వ్యాప్తి గుణకం తక్కువ, అందుచేత విభాజనం ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉంది.

ఉదాహరణ-5: కంపెనీల లాభాలకు సంబంధించి కింది దత్తాంశం నుంచి వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

లాభాలు: (రూ. '000 లలో)	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64
కంపెనీల సంఖ్య:	10	21	31	7	8

జవాబు:

తరగతులను విలీనరూపంలో (inclusive form) ఇవ్వడమైంది కాబట్టి, కింద పేర్కొన్న పద్ధతిలో వాటిని మినహాయింపు రూపంలో (exclusive form) తిరిగి ఏర్పాటు చేయాలి.

వ్యాప్తి, దాని గుణకం గణన

లాభాలు (రూ. '000 లలో)	కంపెనీల సంఖ్య
14.5 - 24.5	10
24.5 - 34.5	21
34.5 - 44.5	31
44.5 - 54.5	7
54.5 - 64.5	8

BRAOU

వ్యాప్తి $= L - S$

గరిష్ఠ లాభాలు గల తరగతి : 54.5-64.5

కనిష్ఠ లాభాలు గల తరగతి : 14.5-24.5

$L = 6.45$

$S = 14.5$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

వ్యాప్తి $= 64.5 - 14.5$

$= 50$

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L - S}{L + S}$

$= \frac{64.5 - 14.5}{64.5 + 14.5}$

$$= \frac{50}{79}$$

$$= 0.6329$$

వ్యాప్తి గుణకం విలువ హెచ్చుగా ఉంది కాబట్టి, విభాజనం ఎక్కువ విస్తరణగాను, తక్కువ అనుగుణంగాను ఉంది.

17.4 వ్యాప్తి - సుగుణాలు, పరిమితులు

(ఎ) వ్యాప్తి సుగుణాలు

(i) విస్తరణ అధ్యయనంలో వ్యాప్తి అతిసులభమైన పద్ధతి.

(ii) వ్యాప్తిని సులభంగా లెక్కించవచ్చు. దానికి సుదీర్ఘమైన లెక్కింపులు అవసరంలేదు.

(బి) పరిమితులు

(i) రెండు అంత్య విలువల్ని తీసుకొని వ్యాప్తిని గణన చేస్తారు గాబట్టి, విభాజనంలోని ఇతరత్రా విలువలన్నింటినీ అది విస్మరిస్తుంది.

(ii) ఇతరత్రా అంశాలను అది వర్ణించదు కాబట్టి అంత్య అంశాలతో దాని విలువ ప్రభావితం చెందుతుంది.

(iii) దీనిని అవిశ్వసనీయమైన విస్తరణ కొలమానంగా భావిస్తారు. ఎందుకంటే అంత్య అంశాల్లో తప్ప ఇతరత్రా అంశాల్లో మార్పులు వ్యాప్తి విలువలో మార్పును తీసుకురావు.

(iv) తరుచుగా, ప్రతిచయనంలోని హెచ్చుతగ్గులకు వ్యాప్తి ప్రభావితం చెందుతూ ఉంటుంది. వివృత తరగతులుగల సామూహిక పరిశీలనల్లో వ్యాప్తిని గణన చేయడం ఆచరణ సాధ్యంకాదు.

(v) బీజీయ ప్రస్తావనకు వ్యాప్తి అనువుగా ఉండదు.

పైన పేర్కొన్న పరిమితులవల్ల, వ్యాప్తి ఉపయోగిత పరిమితమైందని చెప్పవచ్చు. డబ్ల్యు.ఐ. కింగ్ అభిప్రాయంలో, "ఆచరణ సాధ్యమైన విస్తరణ మానంగా వ్యాప్తిని ఉపయోగించడం మిక్కిలి అనిశ్చితం".

17.5 వ్యాప్తి ఉపయోగం (Utility of Range)

వ్యాప్తి అపరిష్కృత విస్తరణ మానమైనప్పటికీ, దాని సులభత్వంవల్ల దానికి ప్రత్యేకమైన ప్రాముఖ్యమున్నది. కొన్ని సందర్భాల్లో దానిని ప్రయోజన పూరితంగా అనువర్తింపజేయవచ్చు. ఉదాహరణకు, వాతావరణ సూచనల్లో దీనిని సౌకర్యవంతంగా ఉపయోగించవచ్చు. అక్కడ అంత్య విలువల్ని గుర్తించడం ద్వారా సముచితమైన నిర్ణయాలను తీసుకోవచ్చు. మామూలుగా వాతావరణ శాఖవారు ఉష్ణోగ్రత, వర్షపాతం మొదలైన వాటి గరిష్ఠ, కనిష్ఠ అవధులను బట్టి వాతావరణ సూచనల్ని చేస్తూ ఉంటారు. పరిశ్రమల్లో మొత్తం ఉత్పత్తిలో ఒక శాంపుల్‌ను తీసుకొని దాన్ని అధ్యయనం

BRAOU

చేయడం ద్వారా ఉత్పత్తి చేసిన వస్తువుల నాణ్యతను నిర్ణయించడం జరుగుతూ ఉంటుంది. అట్లాంటి సందర్భాల్లో విచరణాలకు అవధుల్ని నిర్ణయిస్తారు. నిర్ణీతమైన హద్దుల్లో నాణ్యత ఉన్నదో లేదో చూడటానికి పరీక్షణ తనిఖీలు కొనసాగిస్తారు. ఉత్పత్తి నమూనాలో విచరణాలు పరిమితుల్ని దాటితే, సామగ్రిని తనిఖీచేయడానికి సముచితమైన శ్రద్ధను తీసుకుంటారు. సాధారణంగా వ్యాప్తిని R ఛార్టులు, X ఛార్టులు మొదలైన నాణ్యత నియంత్రణ ఛార్టులను తయారు చేయడానికి ఉపయోగిస్తారు. స్టాక్ మార్కెట్లలో స్టాకుల, వాటాల ధరల ప్రవర్తనను అవగాహన చేసుకోవడానికి వ్యాప్తి కూడా ఉపయోగపడుతుంది.

17.6 అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తి (Inter-quartile Range)

రెండు అంత్య విలువల్ని గ్రహించే వ్యాప్తిని అపరిష్కృతమైన విస్తరణమానంగా పరిగణిస్తారు. వ్యాప్తి కొన్ని పరిమితుల్ని అధిగమించడానికి 'అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తి' అనే మరో పద్ధతిని అభివృద్ధి పర్చడం జరిగింది. సులభమైన మాటల్లో చెప్పాలంటే, ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనంలోని ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల పరమ వ్యత్యాసాన్ని అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తిగా నిర్వచించవచ్చు. మరో విధంగా చెప్పాలంటే, అందులో విభాజనంలోని 50 శాతం మధ్య అంశాలు మాత్రమే చేరుతాయి. విభాజనంలోని ఇరుప్రక్కలా ఒక భాగపు పరిశీలనలను విస్మరించడం జరుగుతుంది. కింద పేర్కొన్న సూత్రం సహాయంతో అంతర్ చతుర్థాంశపు వ్యాప్తిని గణన చేస్తారు.

అంతర్ చతుర్థాంశాల వ్యాప్తి $= Q_3 - Q_1$

ఇక్కడ,

$Q_3 =$ ఎగువ చతుర్థాంశం

$Q_1 =$ దిగువ చతుర్థాంశం

ఉదాహరణకు, పౌనఃపున్య విభాజనంలో $Q_3 = 59$, $Q_1 = 18$ అయితే, దాని అంతర్ చతుర్థాంశపు వ్యాప్తి ఇట్లా ఉంటుంది.

అంతర్ చతుర్థాంశపు వ్యాప్తి $= 59 - 18 = 41$

అంతర్ చతుర్థాంశపు వ్యాప్తిని సామాజిక, ఆర్థిక సమస్యలకు సంబంధించిన దత్తాంశంలో తరుచుగా వాడుతూ ఉంటారు. రెండు చతుర్థాంశాల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని అది అధ్యయనం చేస్తుంది.

17.7 చతుర్థాంశ విచలనం అర్థం

వ్యాప్తి, అంతర్ చతుర్థాంశ వ్యాప్తిల పరిమితులను అధిగమించటానికి మరో విస్తరణ పద్ధతిని అభివృద్ధి పర్చడం జరిగింది. అదే చతుర్థాంశ విచలనం (quartile deviation). దీనిని అంతర్ చతుర్థాంశపు వ్యాప్తి నుంచి గ్రహించడమైంది. చతుర్థాంశ విచలనాన్ని ఉప అంతర్ చతుర్థాంశ వ్యాప్తి (Semi-inter quartile range) అని కూడా అంటారు. ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల సగటు పరమ వ్యత్యాసాన్ని చతుర్థాంశ విచలనంగా నిర్వచించవచ్చు. మధ్యగతానికి అటూ ఇటూ గల వివిధ అంశాల వ్యాపనాన్ని ఇది అధ్యయనం చేస్తుంది. అయితే వ్యాపనాన్ని అధ్యయనం చేసేటప్పుడు మధ్యగతం అటూ ఇటూ గల 25 శాతం అంశాలను మాత్రమే అది పరిగణనలోకి

తీసుకుంటుంది. విభాజనం చివరల్లో వ్యాపించివున్న దాదాపు 50 శాతం అంశాలను అది విస్మరిస్తుంది. చతుర్థాంశ విచలనం హెచ్చుస్థాయి అంటే స్వల్పమైన ఏకరూపత, అల్పమైన స్థాయిలో విచరణం. అందుచేత విభాజన నిర్మాణంలో అనురూప్యత తక్కువగా ఉంటుంది. చతుర్థాంశ విచలనం తక్కువ స్థాయి అందుకు భిన్నమైన ఫలితాలను ఇస్తుంది. కింది సూత్రం సహాయంతో చతుర్థాంశ విచలనాన్ని గణన చేస్తారు.

$$\text{చతుర్థాంశ విచలనం} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

ఇక్కడ,

$Q_3 =$ ఎగువ చతుర్థాంశం

$Q_1 =$ దిగువ చతుర్థాంశం

పై విధంగా గణన చేసిన చతుర్థాంశ విచలనం పరమ కొలమానం. సజాతీయమైన గణాంక యూనిట్లలో ప్రకటించిన విభాజనాలను సరి పోల్చడానికి ఇది ఉపయోగపడుతుంది. అయితే వివిధ గణాంక యూనిట్లలో ప్రకటించిన విభాజనాలను సరిపోల్చడానికి సాపేక్షకమానమైన చతుర్థాంశ విచలనాన్ని ఉపయోగిస్తారు. దానిని చతుర్థాంశ విచలన గుణకం (co-efficient of quartile deviation) అంటారు. కింద ఇచ్చిన సూత్రం సహాయంతో దానిని గణన చేస్తారు.

$$\text{చతుర్థాంశ విచలన గుణకం} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

17.8 చతుర్థాంశ విచలనం గణన

చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకాల గణనకు అనుసరించే పద్ధతిని కింద వివరించడమైంది.

(i) ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాల్లో విలువల్ని ఏర్పాటు చేయండి.

(ii) కింది సూత్రాన్ని అన్వయించి తృతీయ చతుర్థాంశం (Q_3) విలువను, ప్రథమ చతుర్థాంశం (Q_1) విలువను రాబట్టండి:

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

$$Q_1 = \frac{(N+1)}{4} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

ఇక్కడ,

N = మొత్తాల సంఖ్య

విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల విషయంలో ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాలను కనుక్కోవడానికి సంచిత పౌనఃపున్యాలను కనుక్కోవాలి. అంతేకాకుండా, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల విషయంలో ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల విలువల్ని కనుక్కోవడానికి కింద ఇచ్చిన సూత్రాన్ని అన్వయించాలి.

$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

విలువలు అవిచ్ఛిన్న రూపంలో ఉంటాయి కాబట్టి Q_3 యొక్క కచ్చితమైన విలువను కనుక్కోవడానికి కింద ఇచ్చిన సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$Q_3 = L + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

Q_3 = ఎగువ చతుర్థాంశం

L = ఎగువ చతుర్థాంశపు తరగతి దిగువ అవధి

$3\left(\frac{N}{4}\right)$ = ఎగువ చతుర్థాంశపు పరిమాణం

$c.f.$ = ఎగువ చతుర్థాంశపు తరగతి వెనుక ఉన్న తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం

f = ఎగువ చతుర్థాంశపు తరగతి పౌనఃపున్యం

i = ఎగువ చతుర్థాంశపు తరగతి అంతరం

Q_1 కచ్చితమైన విలువను కనుక్కోవడానికి కింది సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$Q_1 = L + \frac{\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

Q_1 = దిగువ చతుర్థాంశం

L = దిగువ చతుర్థాంశపు తరగతి దిగువ అవధి

$\left(\frac{N}{4}\right)$ = దిగువ చతుర్థాంశపు పరిమాణం

$c.f.$ = దిగువ చతుర్థాంశపు తరగతి వెనుక గల తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం

f = దిగువ చతుర్థాంశపు తరగతి పౌనఃపున్యం

i = దిగువ చతుర్థాంశపు తరగతి అంతరం

(iii) చతుర్థాంశ విచలనాన్ని రాబట్టడానికి, ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల వ్యత్యాసాన్ని కనుక్కొని,

B R A O U

2 చేత భాగించండి.

(iv) చతుర్థాంశ విచలనం గుణకాన్ని రాబట్టడానికి, ఎగువ చతుర్థాంశం, దిగువ చతుర్థాంశం మధ్యగల వ్యత్యాసాన్ని ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల సంకలనం చేత భాగించాలి.

(ఎ) వ్యక్తిగత శ్రేణులు

ఉదాహరణ-6: ఒక ట్రావెలింగ్ కంపెనీ ప్రతి బస్సులో ప్రయాణం చేసిన ప్రయాణీకుల వివరాలను కింద ఇవ్వడమైంది. చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

ఒక్కొక్క బస్సులో
ప్రయాణీకులు: 43, 52, 37, 61, 41,58, 72, 35, 65, 69, 75

జవాబు:

చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకం గణన

ఆరోహణ క్రమంలో దత్తాంశాన్ని ఏర్పాటు చేస్తే ఇట్లా ఉంటుంది.

ఒక్కొక్క బస్సులో ప్రయాణీకుల సంఖ్య
35
37
41
43
52
58
61
65
69
72
75

B R A O U

చతుర్థాంశాల గణన

$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

ఇక్కడ, $N = 11$

$Q_3 = 3\left(\frac{11+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{12}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$=3\ (3)$ వ అంశం పరిమాణం

$=9$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలోని 9వ అంశం = 69

$Q_1 = \left(\frac{11+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= \left(\frac{12}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలోని 3వ అంశం పరిమాణం = 41

చతుర్థాంశ విచలనం $= Q_3 - Q_1$

ఇక్కడ, $Q_3 = 69$, $Q_1 = 41$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{69-41}{2}$

$= \frac{28}{2}$

$= 14$

చతుర్థాంశ గుణకం $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{69-41}{69+41}$

$= \frac{28}{110}$

$= 0.255$

చతుర్థాంశ గుణకం విలువ తక్కువ కాబట్టి, విభాజనంలో హెచ్చు ఏకరూపత ఉంది.

ఉదాహరణ-7: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం రెండు యంత్రాల తయారీ ప్రక్రియలో 100 ప్రయత్నాలకు (trials) లోపాల సంఖ్యకు సంబంధించింది. చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని ఉపయోగించి ఏ యంత్రం ఎక్కువ ఏకరూపతగా ఉందో కనుక్కోండి.

యంత్రం I: 2, 15, 12, 6, 16, 13, 7, 17, 13, 9, 18, 14, 10, 19, 15

యంత్రం II: 12, 5, 15, 12, 7, 16, 13, 8, 17, 14, 10, 19, 15, 11, 20

B R A O U

జవాబు:

చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయడానికి దత్తాంశాన్ని ఆరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయాలి.

చతుర్థాంశ విచలనం దాని గుణకం గణన

క్రమ సంఖ్య	యంత్రం - I	యంత్రం - II
1	2	5
2	6	7
3	7	8
4	9	10
5	10	11
6	12	12
7	13	12
8	13	13
9	14	14
10	15	15
11	15	15
12	16	16
13	17	17
14	18	19
15	19	20

యంత్రం I

చతుర్థాంశాల గణన

$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{15+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{16}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\ (4)$ వ అంశం పరిమాణం.

విభాజనంలోని 12వ అంశం పరిమాణం = 16

$Q_1 = \frac{(15+1)}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \left(\frac{16}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలోని 4వ అంశం పరిమాణం = 9

చతుర్థాంశ విచలనం = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

BRAOU

ఇక్కడ, $Q_3 = 16$, $Q_1 = 9$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{16 - 9}{2}$

$= \frac{7}{2}$

$= 3.5$

చతుర్థాంశ విచలనం గుణకం $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$\frac{16 - 9}{16 + 9}$

$= \frac{7}{25}$

$= 0.28$

యంత్రం II

చతుర్థాంశాల గణన

$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 15$

$Q_3 = 3\left(\frac{15+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{16}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\ (4)$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలో 12వ అంశం పరిమాణం = 16

$Q_1 = \left(\frac{15+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= \left(\frac{16}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

విభాజనంలో 4వ అంశం పరిమాణం = 10

BRAOU

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

ఇక్కడ, $Q_3 = 16$; $Q_1 = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{16 - 10}{2}$

$= \frac{6}{2}$

$= 3$

చతుర్థాంశ విచలనం గుణకం $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{16 - 10}{16 + 10}$

$= \frac{6}{26}$

$= 0.23$

రెండు యంత్రాలకూ చతుర్థాంశ విచలనాల విలువ తక్కువ కాబట్టి, రెండు విభాజనాలూ అనుగుణంగా ఉన్నాయి. అయితే, చతుర్థాంశ విచలన గుణకం తెలుపుతూన్నట్లు యంత్రం-I కంటె యంత్రం-II సాపేక్షికంగా ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉన్నట్లు చెప్పవచ్చు.

(బి) విచ్ఛిన్న శ్రేణులు

ఉదాహరణ-8: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

రోజుకు వేతనాలు: (రూ.లలో)	10	20	30	40	50	60	70	80
వ్యక్తుల సంఖ్య:	5	9	18	35	42	32	15	10

జవాబు:

చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకం గణన

ఒక్కొక్క రోజుకు వేతనాలు (రూ.లలో) X	వ్యక్తుల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం cf
10	5	5
20	9	14
30	18	32
40	35	67
50	42	109
60	32	141
70	15	156
80	10	166
	N = 166	

BRAOU

చతుర్థాంశాల గణన:

$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

ఇక్కడ,

$N = 166$

$Q_3 = 3\left(\frac{166+1}{4}\right)$వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{167}{4}\right)$వ అంశం పరిమాణం

$= 3\ (41.75)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 125.25$వ అంశం

125.25 వ అంశాన్ని సంచిత పౌనఃపున్యం 141 లో గుర్తించడమైంది కాబట్టి $Q_3 = 60$.

$Q_1 \left(\frac{166+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= \left(\frac{167}{4}\right)$వ అంశం పరిమాణం

$= 41.75$వ అంశం పరిమాణం

41.75 వ అంశాన్ని 61వ సంచిత పౌనఃపున్యంలో గుర్తించడమైంది కాబట్టి $Q_1 = 40$

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

ఇక్కడ,

$Q_3 = 60,\ Q_1 = 40$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{60-40}{2}$

$= \frac{20}{2}$

$=10$

చతుర్థాంశ విచలనం గుణకం

$$=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$$

$$=\frac{60-40}{60+40}$$

$$=\frac{20}{100}$$

$$=0.2$$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం చాలా తక్కువ ఉంది కాబట్టి విభాజనం ఎక్కువ ఏకరూపతగా, అనుగుణంగా ఉంది.

ఉదాహరణ-9: ఎలక్ట్రిక్ బల్బుల బ్రాండ్లను వాటి వెలుగు శక్తికోసం పరీక్షించడం జరిగింది. కింది ఫలితాలు లభించాయి. చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకం సహాయంతో ఏ బ్రాండ్ ఎలక్ట్రిక్ బల్బు ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉంటుందో కనుక్కోండి.

వెలిగే గంటలు:	50	100	150	200	250	300
బల్బుల సంఖ్య: (బ్రాండ్ A):	32	28	30	36	34	40
బల్బుల సంఖ్య: (బ్రాండ్ B):	19	34	57	66	57	53

జవాబు:

చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకం గణన

	బ్రాండ్ A		బ్రాండ్ B	
వెలిగే బల్బులు X	పౌనఃపున్యం బల్బుల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం c.f.	పౌనఃపున్యం బల్బుల సంఖ్య f	సంచిత పౌనఃపున్యం c.f.
50	32	32	19	19
100	28	60	34	53
150	30	90	57	110
200	36	126	66	176
250	34	160	57	233
300	40	200	53	286
	N = 200		N = 286	

చతుర్థాంశాల గణన

$$Q_3=3\left(\frac{N+1}{4}\right)\text{వ అంశం పరిమాణం}$$

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

బ్రాండ్ A: ఇక్కడ N = 200

$Q_3 = 3\left(\frac{200+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3\left(\frac{201}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3(50.25)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 150.75$ వ అంశం పరిమాణం

150.75 వ అంశాన్ని 160 సంచిత పౌనఃపున్యంలో గుర్తించడమైంది కాబట్టి, $Q_3 = 250$

$Q_1 = \left(\frac{200+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= \left(\frac{201}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 50.25$ వ అంశం పరిమాణం

50.25 వ అంశాన్ని 60 సంచిత పౌనఃపున్యంతో గుర్తించడమైంది కాబట్టి, $Q_1 = 100$

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

ఇక్కడ, $Q_3 = 250$; $Q_1 = 100$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{250-100}{2}$

$= \frac{150}{2}$

$= 75$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం

$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{250-100}{250+100}$

$=\frac{150}{350}$

$=0.429$

బ్రాండ్ B : N = 286

$Q_3 = 3\left(\frac{286+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$=3\left(\frac{287}{4}\right)$వ అంశం పరిమాణం

$=3(71.75)$వ అంశం పరిమాణం

$=215.25$వ అంశం పరిమాణం

215.25 వ అంశం 233 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి $Q_3 = 250$

$Q_1 = \left(\frac{286+1}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$=\left(\frac{287}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

71.75 వ అంశం 110 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి, $Q_1 = 150$

చతుర్థాంశ విచలనం $=\frac{Q_3-Q_1}{2}$

ఇక్కడ, $Q_3 = 250$; $Q_1 = 150$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $=\frac{250-150}{2}$

$=\frac{100}{2}$

$=50$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం $=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$=\frac{250-150}{250+150}$

$=\frac{100}{400}$

$=0.25$

BRAOU

బ్రాండ్ B బల్బు చతుర్థాంశ విచలనం తక్కువ కాబట్టి, వెలుతురులో వాటికి ఎక్కువ అనుగుణ్యత ఉంది.

(సి) అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

ఉదాహరణ-10: 60 మంది విద్యార్థుల మార్కుల చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించి, ఫలితాలను వ్యాఖ్యానించండి.

మార్కులు :	0-15	15-30	30-45	45-60	60-75	75-90
విద్యార్థుల సంఖ్య:	8	5	13	15	5	4

జవాబు:

మార్కులను Xగానూ, విద్యార్థుల సంఖ్యను పౌనఃపున్యంగానూ పరిగణించండి.

చతుర్థాంశ విచలనం దాని గుణకం గణన

(X)	పౌనఃపున్యం (f)	సంచిత పౌనఃపున్యం (c.f)
0 - 15	8	8
15 - 30	5	13
30 - 45	13	26
45 - 60	15	41
60 - 75	5	46
75 - 90	4	50
	N = 50	

చతుర్థాంశాల లెక్కింపు :

$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$N =$ పౌనఃపున్యాల మొత్తం

$N = 50$

$Q_3 = 3\left(\frac{50}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3(12.5)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 37.5$ వ అంశం పరిమాణం

37.5వ అంశం పరిమాణం 41 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి, Q_3 తరగతి = 45-60. Q_3 కచ్చితమైన విలువను గుర్తించడానికి కింద పేర్కొన్న సూత్రాన్ని అన్వయించాలి.

BRAOU

$$Q_3 = L + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

$L = 45$

$3\left(\frac{N}{4}\right) = 37.5$

$c.f. = 26$

$f = 15$

$i = 15$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_3 = 45 + \frac{37.5 - 26}{15} \times 15$$

$$= 45 + \frac{11.5}{15} \times 15$$

$$= 45 + 11.5$$

$$= 56.5$$

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{50}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 12.5$వ అంశం పరిమాణం

12.5 అంశం 13 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది గాబట్టి Q_1 తరగతి = 15 - 30.

Q_1 కచ్చితమైన విలువను కనుక్కోవడానికి కింది సూత్రాన్ని అన్వయించాలి.

$$Q_1 = L + \frac{\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

$L = 15$

$\left(\frac{N}{4}\right) = 12.5$

$c.f. = 8$

$f = 5$

BRAOU

$i = 15$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_1 = 15 + \frac{12.5-8}{5} \times 15$$

$$= 15 + \frac{4.5}{5} \times 15$$

$$L = 15 + 13.5$$

$$= 28.5$$

చతుర్థాంశ విచలనం$= \frac{Q_3-Q_1}{2}$

ఇక్కడ,

$$Q_3 = 56.5, Q_1 = 28.5$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{56.5-28.5}{2}$

$$= \frac{28}{2}$$

$$= 14$$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం $= \frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$$= \frac{56.5-28.5}{56.5+28.5}$$

$$= \frac{28}{85}$$

$$= 0.32$$

మార్కుల చతుర్థాంశ విచలనం (14), దాని గుణకం (0.32) చిన్నవి కాబట్టి, విభాజనం అనుగుణ్యంగా ఉంది.

ఉదాహరణ-11: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి (X) :	18-21	22-25	26-35	36-45	46-55
పౌనఃపున్యం :	13	23	17	22	25

B R A O U

జవాబు :

తరగతి అంతరాలు విలీన పద్ధతిలో ఉన్నాయి కాబట్టి తరగతి అంతరాల సర్దుబాటు అవసరమవుతుంది.

చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకం గణన

తరగతి (X)	పౌనఃపున్యం (f)	సంచిత పౌనఃపున్యం (c.f.)
17.5 - 21.5	13	13
21.5 - 25.5	23	36
25.5 - 35.5	17	53
35.5 - 45.5	22	75
45.5 - 55.5	25	100

చతుర్థాంశాల గణన :

$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 100$

$Q_3 = 3\left(\frac{100}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3(25)$వ అంశం పరిమాణం

$= 75$ వ అంశం పరిమాణం

75వ అంశం 75 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి Q_3 తరగతి $= 35.5 - 45.5$

Q_3 పరిమాణం అవిచ్ఛిన్న రూపంలో ఉంది కాబట్టి, దాని కచ్చితమైన విలువను కనుక్కోవడానికి, కింది సూత్రాన్ని మనం ఉపయోగించాలి.

$$Q_3 = L + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

ఇక్కడ,

$L = 35.5$

$3\left(\frac{N}{4}\right) = 75$

$c.f. = 53$

BRAOU

$f = 22$

$i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_3 = 35.5 + \frac{75-53}{22} \times 10$$

$$= 35.5 + \frac{22}{22} \times 10$$

$$= 35.5 + 10$$

$$= 45.5$$

$Q_1 = \left(\frac{100}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

= 25వ అంశం పరిమాణం

25వ అంశం 36 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది గాబట్టి,

Q_1 తరగతి $= 21.5 - 25.5$

Q_1 పరిమాణం అవిచ్ఛిన్న రూపంలో ఉంది కాబట్టి, దాని కచ్చితమైన విలువను రాబట్టుకోవడానికి కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించాలి.

$$Q_1 = L + \frac{\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

ఇక్కడ, $L = 21.5$

$\left(\frac{N}{4}\right) = 25$

$c.f. = 13$

$f = 23$

$i = 4$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_1 = 21.5 + \frac{25 - 13}{23} \times 4$$

$$= 21.5 + \frac{12}{23} \times 4$$

BRAOU

$$=21.5+\frac{48}{23}$$

$$=21.5+2.08696$$

$$=23.59$$

చతుర్థాంశ విచలనం $=\frac{Q_3-Q_1}{2}$

ఇక్కడ, $Q_3=45.50$, $Q_1=23.59$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $=\frac{45.50-23.59}{2}$

$$=\frac{21.91}{2}$$

$$=10.95$$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం $=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$

$$=\frac{45.50-23.59}{45.50+23.59}$$

$$=\frac{21.91}{69.09}$$

$$=0.317$$

చతుర్థాంశ విచలనం (10.95), దాని గుణకం (0.317) చిన్నవి కాబట్టి, విభాజనం అనుగుణంగాను, తక్కువ విచరణంగాను ఉంది.

B R A O U

ఉదాహరణ-12: చతుర్థాంశ విచలనంతోనూ, దాని గుణకంతోను కింద ఇచ్చిన విభాజనం అనుగుణ్యతను కనుక్కోండి.

విలువ-కంటే తక్కువ:	10	20	30	40	50	60	70	80
పౌనఃపున్యం :	68	143	200	279	311	356	389	420

జవాబు:

విభాజనం కంటే తక్కువ (Less than) రూపంలో ఉంది కాబట్టి కింది విధంగా దాన్ని సర్దుబాటు చేయాలి.

చతుర్థాంశ విచలనం, దాని గుణకం గణన

తరగతి (X)	పౌనఃపున్యం (f)	సంచిత పౌనఃపున్యం (c.f.)
0 - 10	68	68
10 - 20	75	143
20 - 30	57	200
30 - 40	79	279
40 - 50	32	311
50 - 60	45	356
60 - 70	33	389
70 - 80	31	420
	N = 420	

చతుర్థాంశాల గణన :

$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$Q_1 = \left(\frac{N}{2}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 420$

$Q_3 = 3\left(\frac{420}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 3(105)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 315$వ అంశం పరిమాణం

315 వ అంశం 356 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి, Q_3 తరగతి $= 50 - 60$. Q_3 పరిమాణం అవిచ్ఛిన్న రూపంలో ఉంది కాబట్టి, దాని కచ్చితమైన విలువను కనుక్కోవడానికి కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

$$Q_3 = L + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - c.f.}{f} \times i$$

ఇక్కడ, $L = 50$

$3\left(\frac{N}{4}\right) = 315$

$c.f. = 311$

$f = 45$

$i = 10$

BRAOU

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_3 = 50 + \frac{315-311}{45} \times 10$$

$$= 50 + \frac{4}{45} \times 10$$

$$= 50 + \frac{40}{45}$$

$$= 50 + 0.888$$

$$Q_3 = 50.888$$

$Q_1 = \left(\frac{420}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 105$ వ అంశం పరిమాణం

105 వ అంశం 143 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది కాబట్టి,

Q_1 తరగతి $= 10 - 20$

Q_1 కచ్చితమైన విలువను కనుక్కోవడానికి, కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

$$Q_1 = L + \frac{\left(\frac{N}{4}\right) - \text{c.f.}}{\text{f}} \times \text{i}$$

ఇక్కడ, $L = 10$

$\left(\frac{N}{4}\right) = 105$

$c.f. = 68$

$f = 75$

$i = 10$

B R A O U

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_1 = 10 + \frac{105-68}{75} \times 100$$

$$= 10 + \frac{37}{75} \times 10$$

$$= 10 + \frac{370}{75}$$

$$= 10 + 4.933$$

$= 14.933$

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

ఇక్కడ,

$Q_3 = 50.888;\ Q_1 = 14.933$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{50.888 - 14.933}{2}$

$= \frac{35.955}{2}$

$= 17.98$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{50.888 - 14.933}{50.888 + 14.933}$

$= \frac{35.96}{65.82}$

$= 0.55$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం 0.55 ఉంది కాబట్టి, విభాజనంలో అంశాలు సమతూకంగా వ్యాపించి ఉన్నాయని భావించవచ్చు.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశం నుండి చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, చతుర్థాంశ విచలన గుణకాన్ని గణన చేయండి.

X	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140	140-160
f	8	16	14	22	38	12

B R A O U

17.9 చతుర్థాంశ విచలనం సుగుణాలు - పరిమితులు

(ఎ) సుగుణాలు

(i) చతుర్థాంశ విచలనం లెక్కించడానికి సులభం; అవగాహన చేసుకోవడానికి సులభం వివృతమైన తరగతుల్లో విభాజనం ఉన్నప్పటికీ దానిని లెక్కించడం సులభమే.

(ii) విభాజనంలోని 50 శాతం పరిశీలనల్ని గ్రహించడంవల్ల వ్యాప్తి కంటే దీనిని శ్రేష్ఠమైన విస్తరణ మానంగా భావించవచ్చు. గ్రిఫెన్ ఇట్లా అభిప్రాయపడ్డాడు; "విస్తరణమానం ప్రాతిపదికగా చతుర్థాంశ విచలనం ఉపయోగకరమైంది. ఎందుకంటే, సౌష్ఠవం నుంచి కొంత విభేదం ఉన్నప్పటికీ మధ్యగతం చుట్టూ రమారమి సగం పరిశీలనలు ప్లస్, మైనస్ చతుర్థాంశ విచలనాలు చేరి ఉన్నాయి. ఈ పరిశీలనల సగం మధ్యస్థపు సగం, కాబట్టి అంత్యాలను తొలగించడం జరిగింది."

(బి) పరిమితులు

(i) విభాజనంలోని ప్రతి విలువపైనా అది ఆధారపడి ఉండదు. కాబట్టి దీనిని సంతృప్తి కరమైన విస్తరణ మానంగా భావించడానికి వీల్లేదు.

(ii) ప్రతిచయన హెచ్చుతగ్గులకు చతుర్థాంశ విచలనం ప్రభావితమవుతుంది.

(iii) మరింత గణాంక వ్యవహారణకు చతుర్థాంశ విచలనం పనికిరాదు.

(iv) విలువల విచరణత్వపు పరిధిని ఇది తెలియజేయదు.

పైన పేర్కొన్న పరిమితులవల్ల చతుర్థాంశ విచలనాన్ని సాధారణంగా విస్తరణ కొలమానంగా ఉపయోగించరు. చతుర్థాంశ విచలనం కొన్ని పరిమితుల్ని అధిగమించడానికి మధ్యమ విచలనం, ప్రామాణిక విచలనం లాంటి కొన్ని విస్తరణ మానాలను అభివృద్ధి పర్చడం జరిగింది. తరువాతి భాగాల్లో వాటిని గురించి చర్చిద్దాం.

BRAOU

17.10 సారాంశం

ఒక విభాజనంలోని అతిపెద్ద, అతిచిన్న విలువల మధ్య పరమ వ్యత్యాసాన్ని వ్యాప్తి అంటాం. సాధారణంగా, ఈ కొలమానాన్ని వాతావరణ అంచనాలకు, వస్తునాణ్యతా నియంత్రణ మొదలైన అంశాలలో వాడతారు.

చతుర్థాంశాల మధ్య వ్యాప్తి అనేది ఎగువ దిగువ చతుర్థాంశాల మధ్య ఉన్న పరమ వ్యత్యాసం. చతుర్థాంశ విచలనపు సాపేక్ష మానాన్ని చతుర్థాంశ విచలన గుణకం అని అంటాం. దీనిని గణించడం సులభం. అయితే మొత్తం దత్తాంశానికి ప్రాతినిధ్యం వహించదు. దీనికి కారణం చతుర్థాంశ విచలనం గణనలో విభాజనంలోని మొదటి 25% అంశాలను, చివరి 25% అంశాలను లెక్కలోకి తీసుకోం.

17.11 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. కింది సూత్రాలను ఉపయోగించి Q_1, Q_3లను కనుక్కోండి.

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - c.f.}{f} \times i$$

$$Q_3 = L + \frac{3\frac{N}{4} - c.f.}{f} \times i$$

$Q_1 = 85; Q_3 = 131.84$

చతుర్థాంశ విచలనం $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = 23.42$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = 0.21$

17.12 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. నిర్వచించండి.
   (ఎ) వ్యాప్తి
   (బి) అంతర్ చతుర్థాంశ వ్యాప్తి
   (సి) చతుర్థాంశ విచలనం
2. వ్యాప్తిని ఎట్లా గణిస్తారు?
3. వ్యాప్తి ఉపయోగాలేమిటి?
4. వ్యాప్తి పరిమితులేమిటి?
5. అంతర్ చతుర్థాంశ వ్యాప్తిని ఎట్లా గణిస్తారు?
6. చతుర్థాంశ విచలన గుణకం అంటే ఏమిటి? దానిని ఎట్లా మదింపు చేస్తారు?
7. విచ్ఛిన్న శ్రేణులలో చతుర్థాంశ విచలనాన్ని ఎట్లా లెక్కిస్తారు?
8. చతుర్థాంశ విచలనం సుగుణాలను, పరిమితులను వివరించండి.

అభ్యాసాలు

9. ఒక వస్తువుకు సంబంధించి సగటు ధరల నుంచి వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

జనవరి	ఫిబ్రవరి	మార్చి	ఏప్రిల్	మే	జూన్
43	26	53	65	71	16
జూలై	ఆగస్టు	సెప్టెంబరు	అక్టోబరు	నవంబరు	డిసెంబరు
28	32	21	15	85	48

(జవాబు : 0.7)

B R A O U

10. కింది దత్తాంశం నుంచి వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

1150 2436 3261 1656 1763 2556 966

(జవాబు :0.54)

11. 100 మంది బాలుర మార్కుల వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

మార్కులు:	10	20	30	40	50	60	70	80
బాలుర సంఖ్య:	8	11	16	25	36	2	1	1

(జవాబు : 0.77)

12. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం కళాశాల అధ్యాపకుల సాంవత్సరిక ఆదాయాలకు సంబంధించింది. వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

ఆదాయం (రూ.):	1200	1600	1800	2000	2200	2400
వ్యక్తుల సంఖ్య:	250	360	285	175	160	120

(జవాబు : 0.33)

13. కింది దత్తాంశం నుంచి వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి:	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
పౌనఃపున్యం:	16	30	45	56	23	10

(జవాబు : 0.74)

14. వ్యాప్తిని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి (మధ్య విలువల్ని ఉపయోగించండి).

కాలర్ సైజు:	2-6	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26
వ్యక్తుల సంఖ్య:	6	5	3	9	8	10

(జవాబు : 0.85)

15. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

సాంవత్సరిక :	1450	1470	1360	1210	960	1490
ఆదాయాలు (రూ.) :	1530	1660	1780	1800	2000	

(జవాబు : 13.3)

16. కింది దత్తాంశం నుంచి అంతర్ చతుర్థాంశపు వ్యాప్తిని కనుక్కోండి.

16, 25, 18, 13, 9, 28, 36, 43, 52

(జవాబు :39.52)

17. కింద ఇచ్చిన శ్రేణుల నుంచి చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కొని, విభాజనాల అనుగుణ్యతను సరిపోల్చండి.

X :	23	45	36	61	75	54	18	29	17
Y :	107	243	324	134	127	116	282	300	189

(జవాబు : 44%, 41%)

18. చతుర్థాంశ విచలనపు గుణకాన్ని మదింపు చేయండి.

15.2 15.3 15.8 16.1 17.2 16.5 14.9 17.6 18.0 17.9 16.9

(జవాబు : 6.9)

BRAOU

19. చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

బరువు :	35	37	39	41	43	45	49	51	53	55
విద్యార్థుల సంఖ్య :	12	11	16	25	32	54	43	46	30	21

(జవాబు : 6.5)

20. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం 1200 సంస్థల సాంవత్సరిక లాభాలకు సంబంధించినది.

లాభాలు : ('000 లలో)	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
సంస్థల సంఖ్య :	56	126	148	136	110	76	156	175	136	79

చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 38.4)

21. కింద ఇచ్చిన విభాజనాల్ని సరిపోల్చడానికి చతుర్థాంశ విచలనాన్ని దాని గుణకాన్ని ఉపయోగించండి.

పరిమాణం :	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
పౌనఃపున్యం :	21	33	23	14	18	16	28	10	16	11	9
పౌనఃపున్యం :	14	36	26	37	18	24	27	13	12	7	4

(జవాబు : 13.5)

22. చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని మదింపు చేయండి.

తరగతి-కంటె తక్కువ :	50	50-75	75-100	100-125	125 పైన
పౌనఃపున్యం :	12	14	11	17	15

(జవాబు : 31.15, 0.34)

23. చతుర్థాంశ విచలనం గుణకాన్ని లెక్కించండి.

మధ్య విలువలు :	15	20	25	30	35	40	45	50	55
పౌనఃపున్యం :	36	47	54	25	19	8	49	64	69

(జవాబు : 0.37)

24. చతుర్థాంశ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి :	2-10	11-19	20-28	29-37	38-46
పౌనఃపున్యం :	18	23	9	4	29

(జవాబు : 0.55)

17.3 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయులు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

BRAOU

17.14 పదకోశం

వ్యాప్తి (Range)	:	ఒక విభాజనంలోని పెద్ద విలువ, చిన్న విలువ మధ్యగల పరమ వ్యత్యాసాన్ని వ్యాప్తి అని అంటారు.
అంతర చతుర్థాంశ వ్యాప్తి	:	ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల మధ్యగల పరమ వ్యత్యాసాన్ని అంతర చతుర్థాంశ వ్యాప్తి అని అంటారు.
చతుర్థాంశ విచలనం	:	ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల మధ్యగల పరమ వ్యత్యాసపు సగటుయే చతుర్థాంశ విచలనం.
వ్యాప్తి గుణకం	:	వ్యాప్తి సాపేక్ష కొలమానమే వ్యాప్తి గుణకం
చతుర్థాంశ విచలన గుణకం	:	చతుర్థాంశ విచలనపు సాపేక్ష కొలమానమే చతుర్థాంశ విచలన గుణకం.

BRAOU

భాగం - 18: మాధ్యమ విచలనం

విషయక్రమం

18.0 ఉద్దేశాలు

18.1 పరిచయం

18.2 మాధ్యమ విచలనం - అర్థం

18.3 మాధ్యమ విచలనం గణన

18.4 మాధ్యమ విచలనం సుగుణాలు, పరిమితులు

18.5 సారాంశం

18.6 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

18.7 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

18.8 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

18.9 పదకోశం

18.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగం మాధ్యమ విచలనం అర్థాన్ని, గణనను, సుగుణాలను, పరిమితులను వివరించడానికై ఉద్దేశించింది.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- మాధ్యమ విచలన అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి.
- మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయ గలగాలి
- మాధ్యమ విచలన సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొన గలగాలి

BRAOU

18.1 పరిచయం

విస్తరణను కొలవడానికి వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనాన్ని ఉపయోగిస్తామని 17 వ భాగంలో నేర్చుకున్నాం. ఈ రెంటి ప్రధాన లోపమేమిటంటే, వీటి గణన శ్రేణిలోని విలువలన్నింటిపై ఆధారపడి ఉండకపోవడమే. ఈ లోపాన్ని సరిదిద్దుకోవడానికై, అన్ని విలువలను లెక్కలోనికి తీసుకొని విస్తరణను కొలిచే మాధ్యమ విచలనాన్ని కనుగొనడం జరిగింది. ఈ భాగంలో మాధ్యమ విచలనానికి సంబంధించిన విషయ పూర్వక, గణన పూర్వక అంశాలను తెలుసుకుందాం.

18.2 మాధ్యమ విచలన అర్థం

కిందటి భాగాల్లో చర్చించినట్లు వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనాల ముఖ్యమైన పరిమితులు ఏమిటంటే అవి పరిశీలనల అన్నింటి మీదా ఆధారపడి లేవు; విభాజనంలోని విచరణాల విస్తృతిని తెలియజేయు లేవు. ఈ పరిమితులు మెరుగైన, సునిశితమైన విస్తరణ మానాల అభివృద్ధికి దారితీశాయి. వాటిలో మాధ్యమ విచలనం, ప్రామాణిక విచలనాలు చేరి ఉన్నాయి. మాధ్యమ విచలనాన్ని ఈ భాగంలో చర్చిద్దాం. ప్రామాణిక విచలనాన్ని రాబోయే భాగంలో చర్చిద్దాం.

మాధ్యమ విచలనాన్ని ప్రత్యామ్నాయంగా సగటు విచలనం (average deviation) గా ఉపయోగిస్తారు. కేంద్రస్థానపు కొలతల నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల పరమ సగటుగా మాధ్యమ విచలనాన్ని నిర్వచిస్తారు. క్లార్క్, ష్కేడ్ మాటల్లో, "విచలనం గుర్తుల్ని విస్మరిస్తూ, మధ్యమం నుంచిగానీ, మధ్యగతం నుంచిగానీ విభాజనంలో వ్యాపించిన అంశాల సగటు మొత్తాన్ని సగటు విచలనం అంటారు." ఏ కేంద్ర స్థానపు కొలమానంనుంచైనా విచలనాలను తీసుకోవచ్చు. అయినప్పటికీ అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల నుంచి సాధారణంగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది. వాటిలో మధ్యమాన్ని ఎక్కువగా తీసుకొంటారు. ఎందుకంటే అది బీజీయంగా శ్రేష్ఠమైంది. సైద్ధాంతికంగా మధ్యగతాన్ని సముచితమైందిగా భావిస్తారు. ఎందుకంటే, + లేదా – గుర్తుల్ని విస్మరించినప్పుడు, విచలనాల మొత్తం కనిష్ఠంగా ఉంటుంది. బాహుళకాన్ని విస్తృతంగా వినియోగించరు. ఎందుకంటే అన్ని రకాల విభాజనాల్లో మాదిరి విలువను నిర్వచించడం కష్టం. ఆచరణలో అంక మధ్యమాన్ని ఎక్కువగా వాడతారు. ఈ కారణం వల్లనే ఈ కొలమానాన్ని మాధ్యమ విచలనం అన్నారు. మాధ్యమ విచలనాన్ని లెక్కించడానికి + లేదా – అనే బీజీయ గుర్తుల్ని విస్మరించాలి. కారణమేమిటంటే, గుర్తుల్ని తీసుకొంటే మధ్యమం నుంచి విచలనాల మొత్తం 'సున్నా' అవుతుంది. మధ్యగతం లేదా బాహుళకం నుంచి విచలనాల మొత్తం సున్నాకు సమానంగా ఉంటుంది.

సగటు నుంచి తీసుకొన్న పరమ విచలనాల మొత్తాన్ని పరిశీలనల మొత్తంచేత భాగిస్తే మాధ్యమ విచలనం వస్తుంది. సాధారణంగా మాడ్యులస్ (modulus) అనే సంజ్ఞ, బీజీయ గుర్తుల్ని విస్మరించి తీసుకొన్న విచలనాలను తెలియజేస్తుంది. అంక మధ్యమం నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు మాధ్యమ విచలనం సూత్రం ఏమిటంటే:

$$\text{మాధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum(/d_{\overline{X}}/)}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum/d_{\overline{X}}/ =$ + లేదా – గుర్తుల్ని విస్మరించి మధ్యమం నుంచి తీసుకున్న విచలనాల సంకలనం.

$N =$ అంశాల మొత్తం సంఖ్య

మధ్యగతం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేసినప్పుడు, సూత్రం

$$MD_{Med} = \sum\frac{(/d_{Med}/)}{N}$$

ఇక్కడ,

$MD_{Med} =$ మధ్యగతం నుంచి మాధ్యమ విచలనం

BRAOU

$\sum(/d_{med}/)$ = (+ లేదా −) గుర్తుల్ని విస్మరిస్తూ మధ్యగతం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల సంకలనం.

బాహుళకం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని తీసుకొన్నప్పుడు,

$$MD_Z = \frac{\sum(/d_z/)}{N}$$

MD_Z = బాహుళకం నుంచి మాధ్యమ విచలనం

$\sum(/d_Z/)$ = (+ లేదా −) గుర్తుల్ని విస్మరిస్తూ బాహుళకం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల సంకలనం.

పైన పేర్కొన్న సూత్రం నుంచి గణన చేసిన మాధ్యమ విచలనం పరమ మానంవంటిది. మాధ్యమ విచలనం సాపేక్షక మానాన్ని, మాధ్యమ విచలనం గుణకం అంటారు. దీనిని మాధ్యమ విచలనాన్ని అట్లాంటి విచలనాన్ని కొలవడానికి ఉపయోగించిన సగటుతో భాగించడం ద్వారా గణన చేస్తారు. అంక మధ్యమం ఉపయోగించినప్పుడు, మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని లెక్కించడానికి సూత్రం

$$\text{మాధ్యమ విచలనం గుణకం} = \frac{MD_{\overline{X}}}{\overline{X}}$$

ఇక్కడ,

$MD_{\overline{X}}$ = అంక మాధ్యమం నుంచి మాధ్యమ విచలనం

$\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

మధ్యగతం ఉపయోగించినప్పుడు సూత్రం

$$\text{మాధ్యమ విచలనం గుణకం (మధ్యగతం)} = \frac{MD_{Med}}{Med}$$

MD_{Med} = మధ్యగతం నుంచి మాధ్యమ విచలనం

బాహుళకాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు సూత్రం

$$MD_Z \text{ గుణకం} = \frac{MD_Z}{Z}$$

ఇక్కడ,

MD_Z = బాహుళకం నుంచి మాధ్యమ విచలనం

Z = బాహుళకం

18.3 మాధ్యమ విచలనం గణన

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల్లో - ప్రత్యక్ష, దగ్గరి పద్ధతుల్లో - మాధ్యమ విచలనం గణన పద్ధతి కింద ఇవ్వడమైంది :

వ్యక్తిగత శ్రేణులు : (ఎ) ప్రత్యక్ష పద్ధతి

(i) మధ్యగతాన్ని ఉపయోగిస్తే, పరిశీలనలను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయండి.

(ii) విచలనాలను గ్రహించడానికి, ఉపయోగించడానికి సగటును లెక్కించండి.

(iii) ఎంపిక చేసిన సగటు నుంచి విచలనాలను మదింపు చేయండి. + లేదా – గుర్తులను విస్మరించండి, విచలనాల సంకలనాన్ని కనుక్కోండి, $(\sum /d/)$.

(iv) మాధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోవడానికి పరమవిచలనాల సంకలనాన్ని పరిశీలనల సంఖ్య చేత భాగించండి, అప్పుడు సూత్రం -

$$MD = \frac{\sum /d/}{N}$$

(v) మాధ్యమ విచలన గుణకాన్ని లెక్కించడానికి మాధ్యమ విచలనాన్ని సగటు రేటు చేత భాగించండి.

$$\text{మాధ్యమ విచలనం గుణకం} = \frac{\text{మాధ్యమ విచలనం}}{\text{సగటు}}$$

ఉదాహరణ-1: X, Y అనే కార్మికులు ఒక్కొక్క గంటకు ఉత్పత్తికి సంబంధించిన కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి, మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి. అంక మధ్యమాన్ని ఉపయోగించండి.

X :	34	48	41	36	44	37	43	39	40	38
Y :	44	46	26	53	30	27	50	48	29	47

BRAOU

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

కార్మికుడు X	$/d_{\bar{x}}/$	కార్మికుడు Y	$/d_{\bar{x}}/$
34	6	44	4
48	8	46	6
41	1	26	14
36	4	53	13
44	4	30	10
37	3	27	13
43	3	50	10
39	1	48	8
40	0	29	11
38	2	47	7
$\sum X = 400$	$\sum /d_{\bar{x}}/ = 32$	$\sum Y = 400$	$\sum /d_{\bar{x}}/ = 96$

కార్మికుడు X

$$\text{అంక మధ్యమం} = \frac{\sum X}{N}$$

$$\text{ఇక్కడ } \sum X = 400$$

$$N = 10$$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{400}{10}$$

$$= 40$$

$$\text{మాధ్యమ విచలనం (అంకమధ్యమం నుంచి)} = \frac{\sum /d_{\overline{x}}/}{N}$$

$$\sum /d\overline{X}/ = 32$$

$$N = 10$$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{మాధ్యమ విచలనం} = \frac{32}{10}$$

$$= 3.2$$

$$\text{మాధ్యమ విచలన గుణకం} = \frac{\text{M D}_{\overline{x}}}{\overline{X}}$$

$$\text{ఇక్కడ } MD_{\overline{X}} = 3.2$$

$$\overline{X} = 40$$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{మాధ్యమ విచలనం గుణకం} = \frac{3.2}{40}$$

$$= 0.08$$

కార్మికుడు Y

$$\text{అంక మధ్యమం} = \frac{\sum Y}{N}$$

B R A O U

ఇక్కడ $\sum Y = 400$

$N = 10$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{400}{10}$$

$$= 40$$

మాధ్యమ విచలనం $= \frac{\sum /d_{\overline{X}}/}{N}$

ఇక్కడ $\sum /d_{\overline{X}}/ = 96$

$N = 10$

సమీకరణంలో విలువర్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \frac{96}{10}$$

$$= 9.6$$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{MD_{\overline{X}}}{\overline{X}}$

ఇక్కడ, $MD\overline{X} = 9.6$

$\overline{X} = 40$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{9.6}{40}$

$$= 0.24$$

X యొక్క గంటవారీ ఉత్పత్తి మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, అది ఎక్కువ అనుగుణంగాను, తక్కువ విచరణంగాను ఉంది.

వ్యక్తిగత శ్రేణులు : (బి) దగ్గరి పద్ధతి

(i) పరిశీలనల్ని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయండి.

(ii) ఉపయోగించే సగటును కనుక్కోండి.

(iii) విభాజనంలోని సగటును పైనున్న పరిశీలనలను, కిందనున్న పరిశీలనలను కనుక్కోండి. $\sum x_A, \sum x_B$

(iv) సగటుకు పైనా, కింద ఉన్న పరిశీలనల సంఖ్యను లెక్కించండి.

(v) మాధ్యమ విచలనాన్ని రాబట్టడానికి కింది సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$\text{మాధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum x_A - \sum x_B - (n_A - n_B)\text{సగటు}}{N}$$

$\sum x_A$ = సగటు విలువకు పైనున్న పరిశీలనల సంకలనం

$\sum x_B$ = సగటు విలువకు కిందనున్న పరిశీలనల సంకలనం

n_A = సగటు విలువకు పైనున్న పరిశీలనల మొత్తం

n_B = సగటు విలువకు కిందనున్న పరిశీలనల మొత్తం

ఉదాహరణ-2: కింది శ్రేణుల నుంచి మధ్యమం, మధ్యగతం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

X: 17, 26, 19, 22, 11, 32, 13, 15, 9, 24, 26

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

క్రమ సంఖ్య	X శ్రేణులు
1	9
2	11
3	13
4	15
5	17
6	19
7	22
8	24
9	26
10	26
11	32
	$\sum X = 214$

అంకమధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం లెక్కింపు :

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

ఇక్కడ $\sum X = 214$

$N = 11$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{214}{11}$$

$$= 19.45$$

BRAOU

$$MD_{\overline{X}} = \frac{\sum x_A - \sum x_B - (n_A - n_B)\overline{X}}{N}$$

ఇక్కడ $\sum x_A = 130$

$\sum x_B = 84$

$n_A = 5$

$n_B = 6$

$N = 11$

$\overline{X} = 19.45$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$MD_{\overline{X}} = \frac{130 - 84 - (5-6)19.45}{11}$$

$$= \frac{46 - (-1)19.45}{11}$$

$$= \frac{65.45}{11}$$

$$= 5.95$$

మాధ్యమ విచలన, గుణకం $= \frac{MD_{\overline{X}}}{\overline{X}}$

$MD_{\overline{X}} = 5.95$

$\overline{X} = 19.45$

$$MD_{\overline{X}} = \frac{5.95}{19.48}$$

$$= 0.306$$

మాధ్యమ విచలన గుణకం తక్కువగా ఉంది కాబట్టి, విభాజనం అనుగుణంగా ఉందని భావించవచ్చు.

మధ్యగతం నుండి మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన:

మధ్యగతం $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 11$

BRAOU

మధ్యగతం $= \left(\frac{11+1}{2}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= 6$వ అంశం పరిమాణం

$=$ విభాజనంలో[6] 6వ అంశం పరిమాణం $= 19$

$$MD_{Med} = \frac{\sum X_A - \sum X_B - (n_A - n_B)^{Med}}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum X_A = 149$

$\sum X_B = 65$

$n_A = 6$

$n_B = 5$

$N = 11$

మధ్యగతం $= 19$

విలువల్ని సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపిస్తే :

$$M.D._{Med} = \frac{149 - 65 - (6-5)19}{11}$$

$$= \frac{84 - (19)}{11}$$

$$= \frac{65}{11}$$

$$= 5.91$$

మాధ్యమ విచలన గుణకం $= \frac{MD_{Med}}{\text{మధ్యగతం}}$

$MD_{Med} = 5.91$

మధ్యగతం $= 19$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మాధ్యమ విచలన గుణకం $= \frac{5.91}{19}$

B R A O U

=0.311

మాధ్యమ విచలన గుణకం తక్కువగా ఉంది కాబట్టి, శ్రేణులు అనుగుణంగా ఉన్నాయని చెప్పవచ్చు.

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు : (ఎ) ప్రత్యక్ష పద్ధతి

(i) మాధ్యమ విచలనాన్ని లెక్కించాల్సిన సగటును కనుక్కోండి.

(ii) + లేదా – గుర్తుల్ని విస్మరించి సగటు నుంచి పరమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

(iii) ప్రతి ఒక్క విచలనాన్ని దాని పౌనఃపున్యంతో హెచ్చించి, వాటి మొత్తాలను కనుక్కోండి.

(iv) పౌనఃపున్యాల మొత్తాలను రాబట్టండి.

(v) మాధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోవడానికి పౌనఃపున్యాల లబ్ధాల సంకలనాన్ని, పరమ విచలనాలను పౌనఃపున్యాల మొత్తాల చేత భాగించండి. సూత్రం –

$$\frac{\sum f/d/}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum f/d/ =$ పౌనఃపున్యాల లబ్ధాల, పరమ విచలనాల సంకలనం

$N =$ పౌనఃపున్యాల మొత్తం

(vi) మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్నీ లెక్కించడానికి మాధ్యమ విచలనాన్ని సగటుతో భాగించండి.

ఉదాహరణ-3: కింది విభాజనం నుంచి మాధ్యమ విచలన గుణకాన్ని గణించండి.

X :	30	50	70	90	110	130	150	170	190
f :	6	9	11	14	20	15	10	8	7

జవాబు :

మధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

X	f	fX	$/d\bar{x}/$	$f/d\bar{x}/$
30	6	180	80	480
50	9	450	60	540
70	11	770	40	440
90	14	1260	20	280
110	20	2200	0	0
130	15	1950	20	300
150	10	1500	40	400
170	8	1360	60	480
190	7	1330	80	560
	$\sum f = 100$	$\sum fX = 11000$		$\sum f/d\bar{X}/ = 3480$

BRAOU

అంకమధ్యమం $= \frac{\sum fX}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fX = 11000; N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{11000}{100}$$

$$\overline{X} = 110$$

మాధ్యమ విచలనం $= \frac{\sum f(/d\overline{X}/)}{N}$

ఇక్కడ, $\sum f/d\overline{X}/ = 3480$

$N = 100$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$MD_{\overline{X}} = \frac{3480}{100}$$

$$= 34.8$$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{MD_{\overline{X}}}{\overline{X}}$

ఇక్కడ, $MD_{\overline{X}} = 34.8$

$\overline{X} = 110$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{34.8}{110}$

$= 0.32$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి విభాజనం ఎక్కువ అనుగుణంగానూ, తక్కువ విచరణంగానూ ఉంది.

ఉదాహరణ-4: ఇచ్చిన ఎత్తుల విభాజనం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి. (మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించండి).

ఎత్తు : (అంగుళాలలో)	60	61	62	63	64	65	66	67
వ్యక్తుల సంఖ్య :	15	17	14	13	10	16	12	19

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం దాని గుణకం గణన

ఎత్తు (X)	వ్యక్తుల సంఖ్య (f)	c.f.	$/d_{Med}/$	$f/d_{Med}/$
60	15	15	3	45
61	17	32	2	34
62	14	46	1	14
63	13	59	0	0
64	10	69	1	10
65	16	85	2	32
66	12	97	3	36
67	19	116	4	76
	$\sum f = 116$			$\sum f/d_{Med}/ = 247$

మధ్యగతం $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$N = 116$

$= \left(\frac{116+1}{2}\right)$ వ అంశం మధ్యగతం పరిమాణం

$= 58.5$ వ అంశం పరిమాణం

$= 58.5$ వ అంశం 59 సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది. కాబట్టి

మధ్యగతం $= 63$

$$MD_{Med} = \frac{\sum f/d_{Med}/}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum f/d_{Med}/ = 247$

$N = 116$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$MD_{Med} = \frac{247}{116}$$

$= 2.12$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{MD_{Med}}{\text{మధ్యగతం}}$

ఇక్కడ, $MD_{Med} = 2.13$

మధ్యగతం $= 63$

BRAOU

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{2.13}{63}$

$= 0.034$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, ఎత్తుల విభాజనానికి అధికమైన అనుగుణ్యత ఉందని చెప్పవచ్చు.

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు : (బి) దగ్గరి పద్ధతి

(i) ఉపయోగించే సగటును లెక్కించండి.

(ii) పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iii) ప్రతి విలువనూ దాని పౌనఃపున్యంతో హెచ్చించండి. సగటు విలువకు పైనున్న లబ్దాల సంకలనాన్ని కనుక్కోండి. $(\sum fX_A)$ సగటు విలువకు తక్కువగల లబ్దాల సంకలనాన్ని కనుక్కోండి $(\sum fX_B)$.

(iv) సగటు విలువకు పైనున్న కిందనున్న పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(v) సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$\text{మాధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum fx_A - \sum fx_B - (\sum f_A - \sum f_B)\text{సగటు}}{N}$$

B R A O U

ఇక్కడ,

$\sum fX_A$ = సగటు విలువకు పైనున్న 'X' లబ్దాల సంకలనం, వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలు.

$\sum fX_B$ = సగటు విలువకు కింద నున్న 'X' లబ్దాల సంకలనం, వాటివాటి పౌనఃపున్యాలు

$\sum f_A$ = సగటు విలువకు పైనున్న పౌనఃపున్యాల మొత్తం

$\sum f_B$ = సగటు విలువకు కిందనున్న పౌనఃపున్యాల మొత్తం

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం.

ఉదాహరణ-5: కింది **వాటి నుంచి** మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

X :	12	15	18	21	24	27	30	33	36
Y :	8	12	14	26	32	36	18	9	2

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

X	f	fX
12	8	96
15	12	180
18	14	252
21	26	546
24	32	768
27	36	972
30	18	540
33	9	297
36	2	72
	$\sum f = 157$	$\sum fX = 3723$

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum fx}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fx = 3723$

$N = 157$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = \frac{3723}{157}$

$= 23.71$

$$MD_{\overline{X}} = \frac{\sum fX_A - \sum fX_B - (\sum f_A - \sum f_B)\overline{X}}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum fX_A = 2649$

$\sum fX_B = 1074$

$\sum f_A = 97$

$\sum f_B = 60$

$N = 157$

$\overline{X} = 23.71$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$MD_{\overline{X}} = \frac{2649 - 1074 - (97-60)23.71}{157}$$

$$= \frac{1575-(37)23.71}{157}$$

$$= 4.44$$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{MD_{\overline{X}}}{\overline{X}}$

ఇక్కడ, $MD_{\overline{X}} = 4.44$

$\overline{X} = 23.71$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{4.44}{23.71}$

$$= 0.187$$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, విభాజనం అత్యధికంగా అనుగుణంగా ఉందని చెప్పవచ్చు.

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు : (ఎ) ప్రత్యక్ష పద్ధతి

(i) ప్రతి తరగతి మధ్య విలువల్ని (m) కనుక్కోండి.

(ii) సగటును లెక్కించి, సగటు నుంచి మధ్య విలువల పరమ విచలనాలను తీసుకోండి.

(iii) వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో ప్రతి పరమ విచలనాన్ని హెచ్చించండి $(f/d/)$ వాటి మొత్తాన్ని కనుక్కోండి. $(\sum f/d/)$

(iv) మాధ్యమ విచలనాలన్ని కనుక్కోవడానికి పౌనఃపున్యాల లబ్ధాల, సంకలనాన్ని, పరమ విచలనాలను పౌనఃపున్యాల మొత్తంచేత భాగించండి. సూత్రం:

$$\frac{\sum f/d/}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum f/d/ =$ పౌనఃపున్యాల, పరమ విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం,

$N =$ పౌనఃపున్యాల మొత్తం

(v) మాధ్యమ విచలనాన్ని సగటు చేత భాగించడం ద్వారా మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని కనుక్కోవచ్చు.

BRAOU

ఉదాహరణ-6 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
విద్యార్థుల సంఖ్య :	2	3	4	2	4	6	8	1

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

తరగతి	M.V.	f	fX	/dx̄/	f/d x̄/
0 - 10	5	2	10	40	80
10 - 20	15	3	45	30	90
20 - 30	25	4	100	20	80
30 - 40	35	2	70	10	20
40 - 50	45	4	180	0	0
50 - 60	55	6	330	10	60
60 - 70	65	8	520	20	160
70 - 80	75	1	75	30	30
		$\sum f = 30$	$\sum fX = 1330$		$\sum f/d\bar{x}/ = 520$

అంక మధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum fX}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fX = 1330$

$N = 30$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\overline{X} = \frac{1330}{30}$

$= 44.33$

$MD_{\overline{X}} = \frac{\sum f/d_{\overline{X}}/}{N}$

ఇక్కడ, $\sum f/d_{\overline{X}}/ = 520$

$N = 30$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$= \frac{520}{30}$

$= 17.33$

BRAOU

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{MD_{\overline{X}}}{\overline{X}}$

ఇక్కడ, $MD_{\overline{X}} = 17.33$

$\overline{X} = 44.33$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{17.33}{44.33}$

$= 0.39$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువగా ఉంది కాబట్టి, విభాజనం అనుగుణంగా ఉందని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ-7: 200 మంది స్కూలు విద్యార్థుల తెలివి తేటల రేటింగ్‌కు సంబంధించి కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమం విచలనం, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి (మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించండి)

తెలివి తేటల రేటింగ్ :	2-6	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26	26-30
విద్యార్థుల సంఖ్య :	9	17	12	56	24	39	43

తెలివి తేటల రేటింగ్ X, విద్యార్థుల సంఖ్య f

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

X	MV	f	cf	$/d_{Med}/$	$f\,/d_{Med}/$
2 - 6	4	9	9	15	135
6 - 10	8	17	26	11	187
10 - 14	12	12	38	7	84
14 - 18	16	56	94	3	168
18 - 22	20	24	118	1	24
22 - 26	24	39	157	5	195
26 - 30	28	43	200	9	387
		$\sum f = 200$			$\sum f/d_{Med}/ = 1180$

BRAOU

మధ్యగతం $= (\frac{N}{2})$వ అంశం పరిమాణం

$N = 200$

మధ్యగతం $= (\frac{200}{2})$వ అంశం పరిమాణం

$=100$వ అంశం పరిమాణం

$=100$వ అంశం పరిమాణం 118వ సంచిత పౌనఃపున్యంలో ఉంది. కాబట్టి మధ్యగతం తరగతి 18-22

కింద ఇచ్చిన సూత్రాన్ని ఉపయోగించడం ద్వారా మధ్యగతం కచ్చితమైన విలువలను తెలుసుకోవచ్చు.

మధ్యగతం $= L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times i$

ఇక్కడ, $L = 18$

$\frac{N}{2} = 100$

$cf = 94$

$f = 24$

$i = 4$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

మధ్యగతం $= 18 + \frac{100-94}{24} \times 4$

$= 18 + \frac{6 \times 4}{24}$

$= 18 + 1$

$= 19$

$M.D_{Med} = \frac{\sum f/d_{Med}/}{N}$

ఇక్కడ, $\sum f/d_{Med}/ = 1180$

$N = 200$

$M.D_{Med} = \frac{1180}{200}$

$= 5.9$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{M.D_{Med}}{\text{మధ్యగతం}}$

ఇక్కడ, $M.D_{Med} = 5.9$

మధ్యగతం $= 19$

సమీకరణంలో విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే,

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{5.9}{19}$

$= 0.311$

B R A O U

తెలివితేటల రేటింగ్ మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, విభాజనం అనుగుణంగా ఉంది.

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు: (బి) దగ్గర పద్ధతి

(i) తరగతి మధ్య విలువల్ని కనుక్కోండి.

(ii) పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iii) ఉపయోగించే సగటును లెక్కించండి.

(iv) fx నిమిత్తం ప్రతిమధ్య విలువను వాటి వాటి పౌనఃపున్యంతో హెచ్చించండి. సగటు విలువకు పైన, కింద ఉన్న లబ్దాలను కనుక్కోండి.

(v) సగటు విలువపైన, కింద ఉన్న పౌనఃపున్యాల మొత్తాలను కనుక్కోండి.

(vi) మాధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించండి.

$$\text{మాధ్యమ విచలనం} = \frac{\sum mf_A - \sum mf_B - (\sum f_A - \sum f_B)\overline{X}}{N}$$

ఇక్కడ,

$\sum mf_A$ = సగటు విలువకు పైనున్న మధ్య విలువల పౌనఃపున్యాల లబ్దాల సంకలనం .

$\sum fm_B$ = సగటు విలువకు కిందనున్న మధ్య విలువల పౌనఃపున్యాల లబ్ధాల సంకలనం.

$\sum f_A$ = సగటు విలువ పైనున్న పౌనఃపున్యాల మొత్తం

$\sum f_B$ = సగటు విలువ కింద నున్న పౌనఃపున్యాల మొత్తం

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం.

ఉదాహరణ-8: కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి (అంక గణిత సగటును ఉపయోగించండి)

తరగతి :	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
పౌనఃపున్యం :	14	67	28	104	10	5

జవాబు :

మాధ్యమ విచలనం, దాని గుణకం గణన

తరగతి	f	m	mf
0 - 9	14	4.5	63.0
10 - 19	67	14.5	971.5
20 - 29	28	24.5	686.0
30 - 39	104	34.5	3588.0
40 - 49	10	44.5	445.0
50 - 59	5	54.5	272.5
	$\sum f = 228$		$\sum mf = 6026.0$

అంకగణితపు సగటు $= \overline{X} = \frac{\sum mf}{N}$

B R A O U

ఇక్కడ, $\sum mf = 6026.0$

$N = 228$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{6026}{228}$$

$$M.D_{\overline{X}} = \frac{\sum mf_A - \sum mf_B - (\sum f_A - \sum mf_B)\overline{X}}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum mf_A = 4305.5$

$\sum mf_B = 1720.5$

$\sum f_A = 119$

$\sum f_B = 109$

$N = 228$

$\overline{X} = 26.43$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$M.D_{\overline{X}} = \frac{4305.5 - 1720.5 - (119 - 109)26.43}{228}$$

$$= \frac{2585 - (10)26.43}{228}$$

$$= \frac{2585 - 264.3}{228}$$

$$= \frac{2320.7}{228}$$

$$= 10.18$$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{M.D_{\overline{X}}}{\overline{X}}$

ఇక్కడ, $M.D_{\overline{X}} = 10.18$

$\overline{X} = 26.43$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మాధ్యమ విచలనం గుణకం $= \frac{10.18}{26.43}$

$= 0.385$

మాధ్యమ విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, విభాజనం ఎక్కువ అనుగుణంగానూ తక్కువ విచరణంగానూ ఉందని చెప్పవచ్చు.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశానికి మధ్యగతం ఆధారంగా మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
పౌనఃపున్యం :	4	5	10	6	5	4

18.4 మాధ్యమ విచలనం సుగుణాలు, పరిమితులు

(ఎ) సుగుణాలు

(i) మాధ్యమ విచలనం లెక్కించడానికి సులభంగా ఉంటుంది. దానిని తేలిగ్గా అవగాహన చేసుకోవచ్చు. వెస్సెల్, విల్లెట్, సైమన్‌లు అభిప్రాయపడినట్లు, సగటు విచలనం ఉత్కృష్ట ప్రయోజనం దాని సాపేక్షక సులభత్వమే. సగటు భావనతో పరిచయంగల ఎవరైనా సగటు విచలనం అర్థాన్ని అభినందించ గలరు. సాధారణ ప్రజలకుగానీ, గణాంక శాస్త్రంతో అట్టే పరిచయంలేని వ్యక్తులకుగాని విస్తరణ కొలమానాన్ని సమర్పించాల్సిన సందర్భం ఏర్పడితే, సగటు విచలనం ఎంతో ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

(ii) వ్యత్యాసాల సగటును మాధ్యమ విచలనం గ్రహిస్తుంది కాబట్టి విభాజనంలోని అధికమైన అక్రమాలను తొలగిస్తుంది.

(iii) విభాజనంలోని ప్రతి అంశం మీదా మాధ్యమ విచలనం గణన ఆధారపడి ఉంది. కాబట్టి వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనం మొదలైన దూరపు మానాలకంటె ఇది అధిక ప్రాతినిధ్యం వహించే విస్తరణ కొలమానం.

(iv) ఇది అంత్య విలువలకు ప్రభావితం కాదు. అందుచేత అంత్య విలువలుగల చిన్న ప్రతిచయనాల్లో ఇది ఎక్కువ ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

(v) విచలనాలను తీసుకోవడానికి కేంద్రస్థానపు కొలతల ఉపయోగం, సగటు విశ్వసనీయతను పరీక్షించడానికి ప్రాతిపదిక కాగలదు. దీని అర్థమేమిటంటే, విభాజనాల విచరణత్వాన్ని సరిపోల్చడానికి మంచి కొలమానంగా ఇది పనికి వస్తుంది.

(బి) పరిమితులు

(i) విచలనాలను కొలిచేటప్పుడు మాధ్యమ విచలనం, + లేదా – గుర్తులను విస్మరిస్తుంది. ఈ పరిమితి తీవ్రమైంది, బీజీయంగా ప్రస్తావించడానికి ఇది అవరోధాన్ని కలిగిస్తుంది. ఇది విచరణత్వం పరిధిని మాత్రమే అధ్యయనం చేస్తుంది. అయితే విచరణ మార్గాన్ని అధ్యయనం చేయదు.

(ii) మూడు సగటుల్లో అంటే అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాలలో దేనికైనా మాధ్యమ విచలనం కచ్చితమైన ఫలితాలను ఇవ్వకపోవచ్చు. మధ్యగతాన్ని సముచితమైన సగటుగా భావించినప్పటికీ విభాజనంలో విచరణాలు హెచ్చుగా ఉన్నప్పుడు అది అసంతృప్తికరమైన ఫలితాలను ఇస్తుంది. అంకమధ్యమం కూడా కచ్చితమైన కొలమానం కాదు. ఎందుకంటే + లేదా – గుర్తుల్ని విస్మరించే విచలనాల సంకలనం హెచ్చు. బాహుళకం సముచితమైంది కాదు. కారణమేమిటంటే, దాని కచ్చితమైన విలువను ఎల్లప్పుడూ కనుక్కోలేం.

(iii) మాధ్యమ విచలనం గణన సులభం కాదు. ప్రత్యేకంగా దగ్గరి పద్ధతిలో దాని లెక్కింపులు ఎంతో క్లిష్టంగా ఉంటాయి.

(iv) మాధ్యమ విచలనం రకరకాల సగటులకు రకరకాల విలువల్ని ఇస్తుంది కాబట్టి దీనిని కచ్చితంగా నిర్వచించిన కొలమానంగా భావించరు.

18.5 సారాంశం

ప్లస్, మైనస్ గుర్తులను లెక్కలోనికి తీసుకోకుండా, సగటు ఆధారంగా తీసిన విచలనాల సగటును మాధ్యమ విచలనం అని అంటాం. విచలనాలను తీయడానికి ఏ సగటుకైనా (అంటే అంకమధ్యమం,

BRAOU

మధ్యగతం, బాహుళకం) వాడవచ్చు. సాధారణంగా అంకమధ్యమాన్ని వాడటం జరుగుతుంది. ఒక విభాజనంలో అన్ని అంశాలను లెక్కలోనికి తీసుకొంటుంది కాబట్టి మాధ్యమ విచలనాన్ని చతుర్థాంశ విచలనం కంటే మెరుగైనా పద్ధతిగా భావిస్తాం. ఈ కొలమానాన్ని అనేక సాంఘిక, ఆర్థిక సర్వేలలో ఉపయోగించినప్పటికీ, ఇది తదుపరి బీజీయ ప్రస్తావనకు సరిపడదు.

18.6 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

తరగతి	MV	f	cf	$/d_{Med}/$	$f/d_{Med}/$
0 - 10	5	4	4	23	92
10 - 20	15	5	9	13	65
20 - 30	25	10	19	3	30
30 - 40	35	6	25	7	42
40 - 50	45	5	30	17	85
50 - 60	55	4	34	27	108
					422

మధ్యగతం $= 20 + \frac{17-9}{10} \times 10 = 28$

మధ్యమ విచలనం $= \frac{422}{34} = 12.41$

18.7 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. మాధ్యమ విచలనం అంటే ఏమిటి?
2. మాధ్యమ విచలనం గుణకం అంటే ఏమిటి?
3. మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేసేటప్పుడు బీజీయ గుర్తులను ఎందుకు విస్మరిస్తారు?
4. మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయడానికి అంకమధ్యమాన్ని ఎందుకు ఎక్కువగా తీసుకుంటారు?
5. విచ్ఛిన్న శ్రేణుల్లో మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయడానికి గల పద్ధతిని విశదీకరించండి.
6. అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల్లో దగ్గరి పద్ధతిలో మాధ్యమ విచలనాన్ని ఎట్లా లెక్కిస్తారు.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

7. మాధ్యమ విచలనం సుగుణాలను, పరిమితులను విశదీకరించండి.

అభ్యాసాలు

8. మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

పరిమాణం : 43; 45; 63; 41; 73; 34; 93; 38; 83

(జవాబు : 18.7, 0.33)

9. ఒక కుటుంబం ఆదాయ, వ్యయాలకు మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని లెకకించండి.

ఆదాయం (రూ.) :	410	320	500	350	205	475	525	270	360	475
వ్యయం (రూ.) :	350	270	430	275	195	405	490	260	310	425

(జవాబు : 0.21)

10. ఒక ఫ్యాక్టరీ సాంవత్సరిక ఉత్పత్తి నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని చేయండి. (మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించండి).

సాంవత్సరిక ఉత్పత్తి : 22, 38, 40, 51, 24, 37, 49, 61, 74, 77, 80
('000 టన్నులలో)

(జవాబు : 18.4, 0.49)

11. మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గణన చేయండి.

క్రమసంఖ్య :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X :	29	21	28	22	29	25	27	24	20	30

(జవాబు : 2.57, 0.46)

12. బి.కాం. విద్యార్థులు అకౌంటెన్సీలో పొందిన మార్కులకు మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయండి. మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని కనుక్కొని, ఫలితాలను వ్యాఖ్యానించండి.

మార్కులు :	25	30	35	40	45	50
విద్యార్థుల సంఖ్య :	8	16	24	20	18	4

(జవాబు : 5.2, 0.14)

13. మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని కనుక్కొని రెండు రవాణా లారీల సామర్థ్యాన్ని సరిపోల్చండి (మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించండి).

ఇంధనం లీటర్ల సంఖ్య :	50	75	100	125	150	175	200
లారీ A :	300	450	600	625	1050	1313	1600
లారీ B :	250	600	700	625	600	1400	1200

(జవాబు : 0.25, 0.27)

14. కింది దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని గణన చేయండి.

X :	10	16	22	28	34	40
f :	15	28	35	17	24	21

(జవాబు : 0.33)

15. కింద ఇచ్చిన వివరాల నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

పరమ విచలనాల పౌనఃపున్యాలు, లబ్ధాల సంకలనం	:	2410
పౌనఃపున్యాల మొత్తం	:	50
పరమ విచలనాలను కొలవడానికి ఉపయోగించిన అంకమధ్యమం	:	65

(జవాబు : 48.2, 0.75)

16. ఒక క్లాత్ షాపులోని అమ్మకాల మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

X :	25	30	35	40	45	50
Y :	7	16	23	35	52	12

(జవాబు : 5.24, 0.13)

17. కింది దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమ విచలనం గుణకాన్ని కనుక్కోండి. (మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించండి).

ఒక్కొక్క కుటుంబానికి వ్యక్తుల సంఖ్య :	2	5	8	11	14	17	20
కుటుంబాల సంఖ్య :	5	11	4	5	3	2	1

(జవాబు : 0.79)

18. దగ్గరి పద్ధతి ద్వారా మాధ్యమ విచలనాన్ని లెక్కించండి.

X :	4.2	4.3	4.7	4.8	5.0	5.1	5.8	7.5
f :	86	52	49	43	35	31	30	11

(జవాబు : 1.2)

19. మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయండి (మధ్యగతాన్ని ఉపయోగించండి)

తరగతి :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
పౌనఃపున్యం :	4	8	12	16	20	24	28	32

(జవాబు : 16.11)

20. కింది దత్తాంశం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయండి.

వయస్సు :	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36	36-42
వ్యక్తుల సంఖ్య :	15	22	26	18	30	46	17

(జవాబు : 17.7)

21. మాధ్యమ విచలనాన్ని గణన చేయండి. దగ్గరి పద్ధతి ఉపయోగించండి.

ఎత్తు (సెం. మీటర్లు) :	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175	175-180
వ్యక్తుల సంఖ్య :	30	47	69	32	18	4

(జవాబు : 5.46)

22. కింది దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి :	0-3	4-7	8-11	12-15	16-19	20-23	24-27	28-31
పరిమాణం :	9	14	11	8	10	16	18	5

(జవాబు : 8.7, 0.83)

23. మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

మధ్యవిలువలు :	12	22	32	42	52	62	72
పౌనఃపున్యం :	14	43	84	33	61	57	49

(జవాబు : 14.4, 0.19)

BRAOU

24. కింది దత్తాంశం నుంచి మాధ్యమ విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

మార్కులు (కంటె తక్కువ) :	10	20	30	40	50	60	70
విద్యార్థుల సంఖ్య :	5	12	17	25	38	41	50

(జవాబు : 89.1, 0.59)

18.8 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' (ప్రథమ భాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.

2. Gutpa S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.

3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

18.9 పదకోశం

మాధ్యమ విచలనం : సగటును ఆధారంగా తీసుకొని గుర్తులను అలక్ష్యం చేస్తూ కనుగొన్న విచలనాల మొత్తాన్ని, అంశాల సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చే విలువను మాధ్యమ విచలనం అని పిలుస్తాం.

మాధ్యమ విచలన గుణకం : మాధ్యమ విచలనపు సాపేక్ష కొలమానం

BRAOU

భాగం - 19: ప్రామాణిక విచలనం, లోరెంజ్ వక్రరేఖ

విషయక్రమం

19.0 ఉద్దేశాలు

19.1 పరిచయం

19.2 ప్రామాణిక విచలనం - దాని అర్థం

19.3 మాధ్యమ విచలనానికీ, ప్రామాణిక విచలనానికి వ్యత్యాసం

19.4 ప్రామాణిక విచలనం గణన

19.5 విచరణ గుణకం

19.6 విస్తృతి

19.7 ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం

19.8 వివిధ విస్తరణ మానాల మధ్య సంబంధం

19.9 ప్రామాణిక విచలనం సుగుణాలు, పరిమితులు

19.10 విస్తరణను అధ్యయనం చేసే రేఖా పటాత్మక పద్ధతి - లోరెంజ్ వక్రరేఖ

19.11 సారాంశం

19.12 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

19.13 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

19.14 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

19.15 పదకోశం

B R A O U

19.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగపు ఉద్దేశాలేవంటే, ప్రామాణిక విచలన అర్థాన్ని, దాని గణనను, దాని సంబంధిత ఇతర కొలమానాలైనటువంటి విచరణ గుణకం, విస్తృతి మొదలైన వాటి గురించి వివరించడం.

ఈ భాగాన్ని పూర్తిగా చదివిన తరువాత, మీరు:

- ప్రామాణిక విచలనం, విచరణ గుణకం, విస్తృతి, ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం అనే పదాలను వివరించ గలగాలి
- ప్రామాణిక విచలనం, విచరణ గుణకం, విస్తృతి, ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనాల గణన చేయ గలగాలి
- మాధ్యమ విచలనానికీ, ప్రామాణిక విచలనానికి మధ్య ఉన్న వ్యత్యాసాన్ని చూపగలగాలి
- ప్రామాణిక విచలనం సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొన గలగాలి

• వివిధ విస్తరణ మానాల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తించ గలగాలి
• లోరెంజ్ వక్రరేఖ ద్వారా విస్తరణను వివరించ గలగాలి.

19.1 పరిచయం

మాధ్యమ విచలనం ప్రధాన లోపం ఏమిటంటే, దానిని గణన చేసేటప్పుడు బీజీయ గుర్తులైనటువంటి +, - గుర్తులను లెక్కలోనికి తీసుకోవడమే. అంటే విచలనాలన్నింటిని ధనాత్మకంగా భావించడం జరుగుతుంది. ఇప్పటివరకు చర్చించిన పద్ధతులలోని లోపాలన్నీ అధిగమించడానికి ప్రామాణిక విచలనాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. మాధ్యమ విచలనం గణన మాదిరిగానే ప్రామాణిక విచలనం గణన కూడా అన్ని అంశాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. దీనిని విస్తారంగా ఉపయోగిస్తూ ఉంటారు. దీని సంబంధిత కొలమానాలను, వాటి గణనను గురించి తెలుసుకుందాం. రేఖాపటాత్మకంగా విస్తరణను అధ్యయనం చేసే లోరెంజ్ వక్రరేఖను కూడా పరిశీలిద్దాం.

19.2 ప్రామాణిక విచలనం - దాని అర్థం

మాధ్యమ విచలనంలోని బీజీయ చిహ్నాల్ని విస్మరించే పరిమితిని అధిగమించడానికి, 1893లో కారల్ పియర్సన్ 'ప్రామాణిక విచలనం' అనే భావనను అభివృద్ధి పర్చారు. "అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గాల అంకమధ్యమం వర్గమూలాన్ని ప్రామాణిక విచలనంగా నిర్వచించవచ్చు." దీనిని మూల-మధ్యమ-వర్గవిచలనం (root-mean-square deviation) అని కూడా అంటారు. సాంకేతికంగా దీనిని గ్రీక్ చిన్న అక్షరం σ (సిగ్మా) గా పిలుస్తారు. ప్రామాణిక విచలనాన్ని గణన చేయడానికి మధ్యమం నుంచి ఎల్లప్పుడూ విచలనాలను తీసుకుంటారు. ఎందుకంటే, అంకమధ్యమం నుంచి కొలిస్తే వర్గ విచలనాల సంకలనం కనిష్ఠంగా ఉంటుంది. ప్రామాణిక విచలనం హెచ్చు విలువ అత్యధిక విచరణాన్ని, అల్ప విలువ ఏకరూపతను తెలియజేస్తుంది. తక్కువ విలువ సగటు అధికమైన ప్రాతినిధ్యాన్ని సూచిస్తుంది.

ప్రామాణిక విచలనం పరమమానం. సాపేక్షక మానాన్ని ప్రామాణిక విచలనం గుణకం అంటారు.

B R A O U

19.3 మాధ్యమ విచలనానికి, ప్రామాణిక విచలనానికి వ్యత్యాసం

సిద్ధాంతపరంగా మధ్యమ, ప్రామాణిక విచలనాలు విభాజనంలోని అన్ని పరిశీలనల్ని తీసుకొని గణన చేసినప్పటికీ, వాటి మధ్య కింది తేడాలున్నాయి:

	మధ్యమ విచలనం		ప్రామాణిక విచలనం
(i)	+ లేదా - గుర్తుల్ని విస్మరించి విచలనాలను తీసుకుంటారు.	(i)	+ లేదా – గుర్తుల్ని గ్రహించి విచలనాలను తీసుకుంటారు.
(ii)	ఏ మూడు సగటుల నుంచి అయినా అంటే మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం నుంచి దీని గణన చేయవచ్చు.	(ii)	అంకమధ్యమం నుంచి మాత్రమే ఎల్లప్పుడూ గణన చేయాలి.
(iii)	విచలనాలను వర్గం (square) చేయనక్కరలేదు.	(iii)	విచలనాలను వర్గం చేయాలి

19.4 ప్రామాణిక విచలనం గణన

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణుల్లో ప్రామాణిక విచలనాన్ని గణన చేసే పద్ధతుల్ని కింద వివరించడమైంది.

(ఎ) వ్యక్తిగత శ్రేణులు— అసలు అంకమధ్యమం నుంచి విచలనాలను కొలిచినప్పుడు:

(i) ఇచ్చిన విభాజనం అంకమధ్యమాన్ని గణన చేయండి.

(ii) అసలు మధ్యమం నుంచి విచలనాలను తీసుకోండి. $(X - \overline{X})$

(iii) వ్యక్తిగత విచలనాలకు వర్గాలను కట్టి, వాటి మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iv) వర్గాలను కట్టిన విచలనాలను అంశాల సంఖ్య చేత భాగించండి. వర్గమూలాన్ని (square root) కనుక్కోండి. ప్రామాణిక విచలనం వస్తుంది. సూత్రం –

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$$

σ = ప్రామాణిక విచలనం

$\sum x^2$ = అసలు అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న X విచలనాల వర్గాల సంకలనం

N = మొత్తం సంఖ్యలు

(v) ప్రామాణిక విచలన గుణకం లెక్కించడానికి ప్రామాణిక విచలనాన్ని అంకమధ్యమం చేత భాగించండి.

$$\text{ప్రామాణిక విచలనం గుణకం} = \frac{\sigma}{\overline{X}}$$

BRAOU

ఉదాహరణ-1: కింది వాటి నుంచి ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

X: 22, 17, 15, 23, 25, 24, 16, 26, 14

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం దాని గుణకం గణన

X	x $(X-\overline{X})$	x^2
22	2	4
17	−3	9
15	−5	25
23	3	9
25	5	25
24	4	16
16	−4	16
18	−2	4
26	6	36
14	−6	36
$\sum X = 200$		$\sum X^2 = 180$

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum X}{N}$

ఇక్కడ, $\sum X = 200 \quad N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{200}{10}$$

$$= 20$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

$$\sum X^2 = 180$$

$$N = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{\frac{180}{10}}$$

$$= \sqrt{18.0}$$

$$= 4.24$$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

ప్రామాణిక విచలన గుణకం $= \frac{4.24}{20}$

$= 0.212$

BRAOU

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, విభాజనం తక్కువ విచరణంగానూ, ఎక్కువ సజాతీయంగానూ ఉన్నది.

(బి) వ్యక్తిగత శ్రేణులు– ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు :

(i) ఏ విలువనైనా ఊహించిన సగటుగా తీసుకోండి. ఊహించిన సగటు నుంచి X విచలనాలను కొలవండి. దాని మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(ii) ఈ విచలనాలకు వర్గాలు కట్టండి. వాటి మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iii) సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{N} - \left(\frac{\sum dx}{N}\right)^2}$$

ఇక్కడ,

$\sum dx$ = ఊహించిన అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల సంకలనం.

$\sum dx^2$ = ఊహించిన అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గాల సంకలనం.

N = మొత్తం సంఖ్యలు

ఉదాహరణ-2 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

(X) 458 459 450 448 457 462 439 454 451

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం దాని గుణకం గణన

X	dx A = 457	dx^2
458	+ 1	1
459	+ 2	4
450	− 7	49
448	− 9	81
457	0	0
462	+ 5	25
439	−18	324
454	− 3	9
451	− 6	36
$\sum X = 4078$	$\sum dx = -35$	$\sum dx^2 = 520$

BRAOU

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum X}{N}$

ఇక్కడ, $\sum X = 4078$; $N = 9$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \frac{4078}{9}$$

$$= 453.11$$

ప్రామాణిక విచలనం $\sigma = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{N} - \left(\frac{\sum dx}{N}\right)^2}$

ఇక్కడ,

$\sum dx^2 = 529$

$\sum dx = -35$

$N = 9$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{\frac{529}{9} - \left(\frac{-35}{9}\right)^2}$$

$$= \sqrt{58.79 - 15.12}$$

$$= \sqrt{43.66}$$

$$= 6.61$$

ప్రామాణిక విచలన గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$$= \frac{6.61}{453.11}$$

$$= 0.015$$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం తక్కువ కాబట్టి, విభాజనం అత్యధిక అనుగుణంగా ఉందని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ-3: ప్రామాణిక విచలనం, దాని గుణకం సహాయంతో కింద ఇచ్చిన రెండు విభాజనాల విచరణత్వాన్ని సరిపోల్చండి. విభాజనాలు :

A	12	11	19	17	18	20	23	26
B	5	8	10	13	16	19	25	30

B R A O U

జవాబు :

విభాజనాల విచరణత్వాన్ని సరిపోల్చడానికి ప్రామాణిక విచలనం, గుణకాన్ని లెక్కించాలి.

విభాజనం - A			విభాజనం - B		
X	(X − 17) dx	dx^2	X	(X − 13) dx	dx^2
12	− 5	25	5	− 8	64
11	− 6	36	8	− 5	25
19	2	4	10	− 3	9
17	0	0	13	0	0
18	1	1	16	3	9
20	3	9	19	6	36
23	6	36	25	12	144
26	9	81	30	17	289
$\sum X = 146$	$\sum dx = 10$	$\sum dx^2 = 192$	$\sum X = 126$	$\sum dx = 22$	$\sum dx^2 = 576$

విభాజనం A :

$$\text{అంకమధ్యమం} = \overline{X} = \frac{\sum x}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum X = 146$; $N = 8$

$$\overline{X} = \frac{146}{8}$$

$$= 18.25$$

$$\text{ప్రామాణిక విచలనం} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{N} - \left(\frac{\sum dx}{N}\right)^2}$$

ఇక్కడ, $\sum dx^2 = 192$

$\sum dx = 10$

$N = 8$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{\frac{192}{8} - \left(\frac{10}{8}\right)^2}$$

$$= \sqrt{24 - 1.56}$$

$$= \sqrt{22.44}$$

BRAOU

$= 4.74$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$= \frac{4.74}{18.25}$

$= 0.259$

విభాజనం B :

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum X}{N}$

ఇక్కడ, $\sum X = 126;$ $N = 8$

$\overline{X} = \frac{126}{8}$

$= 15.75$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum dx^2}{N} - \left(\frac{\sum dx}{N}\right)^2}$

ఇక్కడ, $\sum dx^2 = 576$

$\sum dx = 22$

$N = 8$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$= \sqrt{\frac{576}{8} - \left(\frac{22}{8}\right)^2}$

$= \sqrt{72 - 7.56}$

$= \sqrt{64.44}$

$= 8.03$

ప్రామాణిక విచలన గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$= \frac{8.03}{15.75}$

$=0.509$

విభాజనం A ప్రమాణిక విచలన గుణకం తక్కువగా ఉంది కాబట్టి అది ఎక్కువ అనుగుణంగానూ, తక్కువ విచరణంగానూ ఉందని చెప్పవచ్చు.

అవగాహనా ప్రశ్న - 1

ఒక విభాజనంలో[6] $\sum dx = 50, \sum dx^2 = 1820, N = 10.$ ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

(బి) విచ్ఛిన్న శ్రేణులు : విచలనాలను అసలు అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్నప్పుడు:

(i) అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించండి.

(ii) మధ్యమం నుంచి విచలనాలను తీసుకోండి. ప్రతి వ్యక్తిగత విచలనాన్ని వర్గాలు కట్టండి.

(iii) వర్గాలుకట్టి విచలనాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో హెచ్చించి, వాటి మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iv) విచలనాల వర్గాలను పౌనఃపున్యాలచే గుణించి, ఆ మొత్తాన్ని పౌనఃపున్యాల మొత్తంతో భాగించి, వర్గమూలాన్ని కనుక్కోండి.

సూత్రం –

$$=\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$$

ఇక్కడ,

$\sum fd^2$ విచలనాల వర్గాలను పౌనఃపున్యాలచే గుణించగా వచ్చిన లబ్ధాలు సంకలనం,

$N =$ పౌనఃపున్యాల మొత్తం

(v) ప్రామాణిక విచలన గుణకాన్ని కనుక్కోవడానికి ప్రామాణిక విచలనాన్ని అంకమధ్యమం చేత భాగించండి.

ప్రామాణిక విచలన గుణకం $= \frac{\sigma}{\bar{X}}$

BRAOU

ఉదాహరణ-4: ప్యాకింగ్ పేపరు బరెస్టింగ్ ప్రెషర్‌కు సంబంధించిన దత్తాంశం నుంచి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

బరెస్టింగ్ ప్రెషర్ :	10	12	14	16	18	20	22	24	26
బ్రాండ్ - A :	2	3	2	4	1	8	3	1	2
బ్రాండ్ - B :	4	10	8	6	2	0	4	2	0

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం, దాని గుణకం గణన

	బ్రాండ్ - A					బ్రాండ్ - B				
బరెస్టింగ్ ప్రెషర్ X	శాంపుల్స్ సంఖ్య f	$(X-\overline{X})$ fX	d	d^2	fd^2	శాంపుల్స్ సంఖ్య f	fX	d	d^2	fd^2
10	2	20	–8	64	128	4	40	–5	25	100
12	3	36	–6	36	108	10	120	–3	9	900
14	2	28	–4	16	32	8	112	–1	1	8
16	4	64	–2	4	16	6	96	1	1	6
18	1	18	0	0	0	2	36	3	9	18
20	8	160	2	4	32	0	0	5	25	0
22	3	66	4	16	48	4	88	7	49	196
24	1	24	6	36	36	2	48	9	81	162
26	2	52	8	64	128	0	0	11	121	0
$N=\sum f=26$		$\sum fX=468$			$\sum fd^2=528$	$N=\sum f=36$	$\sum fX=540$			$\sum fd^2=1390$

అంకమధ్యమం $\overline{X}=\frac{\sum fX}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fX=468$; $N=26$

$=\frac{468}{26}$

$=18$

ప్రామాణిక విచలనం $=\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$

ఇక్కడ, $\sum fd^2=528$

$N=26$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\sigma=\sqrt{\frac{568}{26}}$

B R A O U

$$=\sqrt{20.31}$$

$$=4.51$$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$$= \frac{4.51}{18}$$

$$=0.251$$

బ్రాండ్ - B :

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum fX}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fX = 540$; $N = 36$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = \frac{540}{36}$$

$$=15$$

ప్రామాణిక విచలనం $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$

ఇక్కడ, $\sum fd^2 = 1390$

$$N = 36$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{\frac{1390}{36}}$$

$$= \sqrt{38.61}$$

$$=6.21$$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$$= \frac{6.21}{15}$$

$$=0.414$$

BRAOU

బ్రాండ్-A బరెస్టింగ్ ప్రెషర్ పేపరు శాంపుల్స్ ప్రామాణిక విచలనం గుణకం తక్కువగా ఉంది కాబట్టి, బ్రాండ్-A ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉన్నట్టు భావించడమైంది.

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు- ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు:

(i) విభాజనంలోని ఏ విలువనైనా ఊహించిన సగటుగా తీసుకోండి. ఊహించిన సగటు నుంచి 'X' విచలనాలను కొలవండి.

(ii) ఈ విచలనాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో హెచ్చించి కూడండి.

(iii) విచలనాలకు వర్గాలు కట్టి, వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో హెచ్చించి, కూడండి.

(iv) కింది సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$= \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{N} - \left(\frac{\sum fdx}{N}\right)^2}$$

ఇక్కడ, $\sum fdx^2$ = వర్గాల విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం, పౌనఃపున్యాలు

$\sum fdx$ = విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం, వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలు

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

ఉదాహరణ-5 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఒక విద్యార్థుల సమూహం బరువులకు సంబంధించింది. ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

బరువులు : (కిలోలలో)	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
విద్యార్థుల సంఖ్య :	12	8	4	10	5	9	5	3	2	1	1

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం, దాని గుణకం గణన

బరువులు X	విద్యార్థుల సంఖ్య f	dx	dx^2	fdx	fdx^2
40	12	− 10	100	−120	1200
42	8	− 8	64	− 64	512
44	4	− 6	36	− 24	144
46	10	− 4	16	− 40	160
48	5	− 2	4	− 10	20
50	9	0	0	0	0
52	5	2	4	10	20
54	3	4	16	12	48
56	2	6	36	12	72
58	1	8	64	8	64
60	1	10	100	10	100
	$\sum f = 60$			$\sum fdx = 206$	$\sum fdx^2 = 2340$

BRAOU

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = A + \frac{\sum fdx}{N}$

ఇక్కడ,

$$A = 60$$

$$\sum fdx = -206$$

$$N = 60$$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= 50 + \frac{-206}{60}$$

$$= 50 - 3.43$$

$$= 46.57$$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{N} - \left(\frac{\sum fdx}{N}\right)^2}$

ఇక్కడ, $\sum fdx^2 = 2340$

$$\sum fdx = -206$$

$$N = 60$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{\frac{2340}{60} - \left(\frac{-206}{60}\right)^2}$$

$$= \sqrt{39 - 11.76}$$

$$= \sqrt{27.24}$$

$$= 5.22$$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$$= \frac{5.22}{46.57}$$

$$= 0.112$$

BRAOU

బరువుల ప్రామాణిక విచలన గుణకం తక్కువ కాబట్టి, విభాజనం అనుగుణంగా ఉందని భావించవచ్చు.

(బి) అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు : విచలనాలను అసలు అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకున్నప్పుడు:

(i) విభాజనంలోని తరగతుల మధ్య విలువలను కనుక్కోండి.

(ii) అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించి, అసలు మధ్యమం నుంచి మధ్యవిలువల విచలనాలను తీసుకోండి.

(iii) విచలనాలకు వర్గాలు కట్టి, వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో హెచ్చించండి; వాటి మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iv) విచలనాల వర్గాలను పౌనఃపున్యాలచే గుణించి ఆ మొత్తాన్ని పౌనఃపున్యాల మొత్తం చేత భాగించండి. ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

సాంకేతికంగా,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$$

ఇక్కడ,

Σfd^2 = మధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గాలను పౌనఃపున్యాలచే గుణించగా వచ్చిన మొత్తం

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

ఉదాహరణ-6 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి:	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21	21-25
పౌనఃపున్యం:	15	12	24	16	10	2

జవాబు:

ప్రామాణిక విచలనం, దాని గుణకం గణన

తరగతి	MV X	f	fX	d	d^2	fd^2
1 - 5	3	15	45	– 8	64	960
5 - 9	7	12	84	– 4	16	192
9 - 13	11	20	220	0	0	0
13 - 17	15	16	240	4	16	256
17 - 21	19	10	190	8	64	640
21 - 25	23	2	46	12	144	288
		$\sum f = 75$	$\sum fX = 825$			$\sum fd^2 = 2336$

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = \frac{\sum fX}{N}$

ఇక్కడ, $\sum fX = 825$

$N = 75$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$= \frac{825}{75}$

$= 11$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$

ఇక్కడ, $\sum fd^2 = 2336$

$N = 75$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$= \sqrt{\frac{2336}{75}}$

$= \sqrt{31.15}$

$= 5.58$

ప్రామాణిక విచలన గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$= \frac{5.58}{11}$

$= 0.507$

BRAOU

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం హెచ్చుగా ఉంది కాబట్టి, విభాజనం తక్కువ ఏకరూపతగాను, ఎక్కువ విచరణంగాను ఉన్నట్టు చెప్పవచ్చు.

(బి) అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు - ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు :

(i) విభాజనంలోని తరగతుల మధ్య విలువల్ని కనుక్కోండి.

(ii) మధ్య విలువల నుంచి ఏ విలువ నుంచి అయినా ఊహించిన సగటును తీసుకొని, దాని నుంచి మధ్య విలువల విచలనాలను లెక్కించండి.

(iii) ఈ విచలనాలను పౌనఃపున్యాలతో హెచ్చించండి. మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(iv) విచలనాలకు వర్గాలుకట్టి, వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలతో హెచ్చించండి. వాటి మొత్తాలను కనుక్కోండి.

(v) ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోవడానికి కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించండి.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{N} - \left(\frac{\sum fdx}{N}\right)^2}$$

ఇక్కడ,

$\sum fdx$ = ఊహించిన సగటునుంచి తీసుకొన్న విచలనాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలచే గుణించగా వచ్చిన విలువల మొత్తం.

$\sum fdx^2$ = ఊహించిన సగటునుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గాలను వాటి వాటి పౌనఃపున్యాలచే గుణించగా వచ్చిన విలువల మొత్తం.

N = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

(vi) ప్రామాణిక విచలనాన్ని అంకమధ్యమం చేత భాగిస్తే ప్రామాణిక విచలన గుణకం వస్తుంది.

సాంకేతికంగా,

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

ఉదాహరణ-7 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని లెక్కించండి.

తరగతి :	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36	36-42
పౌనఃపున్యం :	5	8	4	6	10	9	3

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం, దాని గుణకం గణన

X	MV	f	dx (A–21)	dx^2	fdx	fdx^2
0 - 6	3	5	– 18	324	– 90	1620
6 - 12	9	8	– 12	144	– 96	1152
12 - 18	15	4	– 6	36	– 24	144
18 - 24	21	6	0	0	0	0
24 - 30	27	10	6	36	60	360
30 - 36	33	9	12	144	108	1296
36 - 42	39	3	18	324	54	972
		$N = \sum f = 45$			$\sum fdx = 12$	$\sum fdx^2 = 5544$

BRAOU

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = A + \frac{\sum fdx}{N}$

ఇక్కడ, $A = 21$

$\sum fdx = 12$

$N = 45$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$= 21 + \frac{12}{45}$

$= 21 + 0.27$

$= 21.27$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{N} - \left(\frac{\sum fdx}{N}\right)^2}$

ఇక్కడ, $\sum fdx^2 = 5544$

$\sum fdx = 12$

$N = 45$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$\sigma = \sqrt{\frac{5544}{45} - \left(\frac{12}{45}\right)^2}$

$= \sqrt{123.2 - 0.05}$

$= \sqrt{123.13}$

$= 11.10$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$= \frac{11.10}{21.27}$

$= 0.522$

ప్రామాణిక విచలన గుణకం 0.522 కాబట్టి, విభాజనం తక్కువ అనుగుణంగా ఉందని భావించడమైంది.

BRAOU

(సి) సోపాన విచలనాల పద్ధతి (Step Deviation Method) :

ఈ పద్ధతిలో విచలనాలను సామాన్యహారం (common factor)తో భాగించటం జరుగుతుంది. అప్పుడు లెక్కింపులు సులభమవుతాయి. ఈ పద్ధతి కింద ప్రామాణిక విచలనం గణన ఈ కింది సవరణతో కూడుకొని ఉంటుంది.

$$d^1 = \left(\frac{m-A}{C}\right)$$

ఇక్కడ, మధ్య విలువల్నుంచి తీసుకొన్న విచలనాలు సామాన్య హారంచేత భాగించబడతాయి. సాధారణంగా తరగతి అంతరాన్ని సామాన్య హారంగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది.

ఉదాహరణ-8 : కింది దత్తాంశం నుంచి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి :	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
పౌనఃపున్యం :	10	15	20	21	18	16

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం దాని గుణకం గణన

తరగతి	MV (m)	f	$\left(\frac{m-A}{C}\right)$ A = 50 d^1	d^{1^2}	fd^1	fd^{1^2}
25 - 35	30	10	– 2	4	– 20	40
35 - 45	40	15	– 1	1	– 15	15
45 - 55	50	20	0	0	0	0
55 - 65	60	21	1	1	21	21
65 - 75	70	18	2	4	36	72
75 - 85	80	16	3	9	48	144
	$\sum f = N = 100$				$\sum fd^1 = 70$	$\sum fd^{1^2} = 291$

అంకమధ్యమం $= \overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$

ఇక్కడ, $A = 50$

$\sum fd^1 = 70$

$N = 100$

$C = 10$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 50 + \frac{70}{100} \times 10$$

BRAOU

$$= 50 + 7$$

$$= 57$$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$

ఇక్కడ, $\sum fd^{1^2} = 291$

$\sum fd^1 = 70$

$N = 100$

$C = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{291}{100} - \left(\frac{70}{100}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{2.91 - 0.49} \times 10$$

$$= \sqrt{2.42} \times 10$$

$$= 1.5556 \times 10$$

$$= 15.56$$

ప్రామాణిక విచలనం గుణకం $= \frac{\sigma}{\overline{X}}$

$$= \frac{15.56}{57}$$

$$= 0.273$$

ప్రామాణిక విచలన గుణకం తక్కువ కాబట్టి విభాజనం అనుగుణంగా వుందని చెప్పవచ్చు.

19.5 విచరణ గుణకం (Co-efficient of Variation)

ప్రామాణిక విచలనం పరమమానం. ప్రామాణిక విచలనం సాపేక్షక మానాన్ని విచరణ గుణకం అంటారు. ఈ మానాన్ని కారల్‌పియర్సన్ 1895లో ప్రవేశపెట్టాడు. ఆయన సిద్ధాంతం ప్రకారం విచరణ గుణకం అంకమధ్యమంలోని శాతం విచరణ అవుతుంది. అంకమధ్యమంలోని మొత్తం విచరణగా ప్రామాణిక విచలనాన్ని భావిస్తారు. విచరణ గుణకాన్ని రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విభాజనాల ఏకరూపతను, అనుగుణ్యతను సరిపోల్చడానికి ఉపయోగిస్తారు. విచరణ గుణకం విలువ తక్కువగా ఉంటే, అనుగుణ్యత హెచ్చుగా ఉంటుంది; ఏకరూపత అధికంగా ఉంటుంది; విచరణత్వం స్వల్పంగా ఉంటుంది.

BRAOU

సాంకేతికంగా, విచరణ గుణకాన్ని ఇట్లా చెబుతారు:

$$C.V. = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100$$

ఇక్కడ, $C.V.$ = విచరణ గుణకం

σ = ప్రామాణిక **విచలనం**

$\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

ప్రామాణిక విచలన గుణకం, విచరణ గుణకం-రెండూ విస్తరణ సాపేక్షకమానాలే. ఈ రెండింటికీ మధ్య ముఖ్యమైన వ్యత్యాసమేమిటంటే, ప్రామాణిక విచలన గుణకం అనేది అంకమధ్యమానికి ప్రామాణిక విచలనానికి నిష్పత్తి, విచరణ గుణకం అనేది దానికి శాతం.

ఉదాహరణ-9 : విచరణ గుణకాన్ని గణన చేసి, కింది విభాజనాల అనుగుణ్యతను సరిపోల్చండి.

తరగతి :		**0 – 50**	**50 – 100**	**100 – 150**	**150 – 200**	**200 – 250**	**250 – 300**
విభాజనాలు	**:A:**	**2.3**	**1.7**	**2.0**	**3.3**	**2.7**	**4.7**
	B:	**1.8**	**3.2**	**4.0**	**4.8**	**5.0**	**2.4**

జవాబు :

ప్రామాణిక విచలనం, దాని గుణకం గణన

విభాజనం - A

తరగతి	M.V.	f	d^1 $\frac{(m-A)}{C}$	fd^1	fd^{1^2}
0 - 50	25	2.3	– 2	– 4.6	9.2
50 - 100	75	1.7	– 1	– 1.7	1.7
100 - 150	125	2.0	0	0	0
150 - 200	175	3.3	1	3.3	3.3
200 - 250	225	2.7	2	5.4	10.8
250 - 300	275	4.7	3	14.1	42.3
		$N = 16.7$		$\sum fd^1 = 16.5$	$\sum fd^{1^2} = 67.3$

విభాజనం - B

f	fd^1	fd^{1^2}
1.8	– 3.6	7.2
3.2	– 3.2	3.2
4.0	0	0
4.8	4.8	4.8
5.0	10.0	20.0
2.4	7.2	21.6
$N = 21.2$	$\sum fd^1 = 15.2$	$\sum fd^{1^2} = 56.8$

BRAOU

సూచన : విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు సామాన్య హారాన్ని ఉపయోగించడమైంది.

విభాజనం A :

అంకమధ్యమం $\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$

ఇక్కడ, $A = 125$

$\sum fd^1 = 16.5$

$C = 50$

$N = 16.7$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 125 + \frac{16.5}{16.7} \times 50$$

$$= 125 + \frac{825.0}{16.7}$$

$$= 125 + 49.40$$

$$= 174.40$$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$

ఇక్కడ, $\sum fd^{1^2} = 67.3$

$\sum fd^1 = 16.5$

$C = 50$

$N = 16.7$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{67.3}{16.7} - \left(\frac{16.5}{16.7}\right)^2} \times 50$$

$$= \sqrt{4.01 - 0.98} \times 50$$

$$= \sqrt{3.05} \times 50$$

$$=1.75 \times 50$$

$$=87.25$$

విచరణ గుణకం $C.V. = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100$

$$= \frac{87.25}{174.40} \times 100$$

$$=0.5003 \times 100$$

$$=50.03$$

విభాజనం B :

అంకమధ్యమం $\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$

ఇక్కడ, $A = 125$

$$\sum fd^1 = 15.2$$

$$N = 21.2$$

$$C = 50$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 125 + \frac{15.2}{21.2} \times 50$$

$$= 125 + 35.85$$

$$= 160.85$$

ప్రామాణిక విచలనం $= \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$

ఇక్కడ, $\sum fd^{1^2} = 56.8$

$$\sum fd^1 = 15.2$$

$$N = 21.2$$

$$C = 50$$

BRAOU

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{56.8}{21.2} - \left(\frac{15.2}{21.2}\right)^2} \times 50$$

$$= \sqrt{2.68 - 0.51} \times 50$$

$$= \sqrt{2.17} \times 50$$

$$= 1.47 \times 50$$

$$= 73.5$$

విచరణ గుణకం $C.V. = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100$

$$= \frac{73.5}{160.85} \times 100$$

$$= 0.45689 \times 100$$

$$= 45.69\%$$

విభాజనం B విచరణ గుణకం తక్కువ కాబట్టి, అది ఎక్కువ అనుగుణంగానూ, తక్కువ విచరణంగానూ ఉన్నట్లు చెప్పవచ్చు.

అవగాహనా ప్రశ్న - 2

ఒక విభాజనంలో అంకమధ్యమం 120, ప్రామాణిక విచలనం 8. విచరణ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

ఉదాహరణ-10 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం రెండు ఫ్యాక్టరీల రోజువారి టర్నోవర్‌కు సంబంధించినది. ఏ ఫ్యాక్టరీ ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉందో కనుక్కోండి.

	ఫ్యాక్టరీ A	ఫ్యాక్టరీ B
ప్రామాణిక విచలనం	29	31
మధ్యమం	45	50
సంఖ్య	100	100

జవాబు :

విచరణ గుణకం గణన

ఫ్యాక్టరీ - A

$$C.V. = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100$$

$$= \frac{29}{45} \times 100$$

$$= 0.6444 \times 100$$

$$= 64.44\%$$

ఫ్యాక్టరీ - B

$$C.V. = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100$$

$$= \frac{31}{50} \times 100$$

$$= 0.62 \times 100$$

$$= 62\%$$

ఫ్యాక్టరీ B యొక్క విచరణ గుణకం ఫ్యాక్టరీ A కంటె తక్కువగా ఉంది. కాబట్టి రోజువారీ టర్నోవర్‌లో అది ఎక్కువ అనుగుణంగా ఉందని చెప్పవచ్చు.

BRAOU

19.6 విస్తృతి (Variance)

విస్తృతి అనే పదాన్ని మొదటగా ఆర్. ఏ. ఫిషర్ 1913లో ఉపయోగించారు. అతని అభిప్రాయం ప్రకారం విస్తృతి అంటే ప్రామాణిక విచలన వర్గం (σ^2). విలియమ్ గ్రీన్‌వాల్ట్ మాటల్లో చెప్పాలంటే - విస్తృతి అంటే ఒక శ్రేణి మధ్యమం పరంగా వర్గాలు కట్టిన ప్రామాణిక విచలన మధ్యమం.

$$V = \frac{\sum(X-\overline{X})^2}{N}$$

V = విస్తృతి

$\sum(X - \overline{X})$ = మధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల మొత్తం.

విచలనాలను ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొంటే, కింద ఇచ్చిన సూత్రం ద్వారా విస్తృతిని లెక్కించాలి.

$$\text{విస్తృతి} = \frac{\sum fdx^2}{N} - \left(\frac{\sum fdx}{N}\right)^2$$

విస్తృతి, ప్రామాణిక విచలనం రెండూ సన్నిహిత సంబంధం గలవి. ఎందుకంటే విస్తృతి అనేది ప్రామాణిక విచలన వర్గం. ప్రామాణిక విచలనం అనేది విస్తృతి వర్గమూలం. ఇచ్చిన విభాజనపు పౌనఃపున్యంలో తక్కువ స్థాయిగల విస్తృతి హెచ్చు ఏకరూపతను, సజాయితీని, తక్కువ విచరణత్వాన్ని సూచిస్తుంది.

19.7 ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం (combined standard deviation)

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విభాజనాలకు ప్రామాణిక విచలనాన్ని కలిపితే, దానిని ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం అంటారు. దాని గణన పద్ధతిని కింద వివరించడమైంది.

(i) కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించి ఉమ్మడి మాధ్యమాన్ని (combined mean) కనుక్కోండి.

$$\overline{X}_{12......n} = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2 ......N_n\overline{X}_n}{N_1 + N_2 ....N_n}$$

ఇక్కడ,

$\overline{X}_{12....n}$ = ఉమ్మడి మాధ్యమం

N = పరిశీలనల సంఖ్య

$\overline{X}$ = అంకమధ్యమం

(ii) శ్రేణుల మధ్యమం నుంచి ఉమ్మడి మాధ్యమాన్ని తీసివేస్తూ ఉమ్మడి మాధ్యమం నుంచి విచలనాలను కనుక్కోండి.

$$d_1 = (\overline{X}_1 - \overline{X}_{12});\ d_2 = (\overline{X}_2 - \overline{X}_{12})$$

(iii) కింద ఇచ్చిన సూత్రం ద్వారా ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనాన్ని లెక్కించవచ్చు.

$$\sigma_{12.........n} = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2 ....N_n\sigma_n^2 + N_1 d_1^2 + N_2 d_2^2}{N_1 + N_2 ......N_n}$$

ఇక్కడ,

$\sigma_{12....n}$ = ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం

N = పరిశీలనల మొత్తం సంఖ్య

σ = ప్రామాణిక విచలనం

d^2 = అసలు మాధ్యమానికీ, ఉమ్మడి మాధ్యమానికీ మధ్యగల వ్యత్యాసం వర్గం.

ఉదాహరణ-11 : రెండు గ్రూపుల ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

	గ్రూపు I	గ్రూపు II
మధ్యమం ($\overline{X}$)	12	15
ప్రామాణిక విచలనం (σ)	6	8
పరిశీలన సంఖ్య	25	25

జవాబు :

ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం గణన

రెండు గ్రూపుల ఉమ్మడి మధ్యమం.

$$\overline{X}_{12} = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2}{N_1 + N_2}$$

ఇక్కడ,

$$N_1 = 25,\ N_2 = 25$$

$$\overline{X}_1 = 12,\ \overline{X}_2 = 15$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X}_{12} = \frac{(25)\,(12) + (25)\,(15)}{25 + 25}$$

$$= \frac{300 + 375}{50}$$

$$= \frac{675}{50}$$

$$= 13.5$$

ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం:

$$\sigma_{12} = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2 + N_1 d_1^2 + N_2 d_2^2}{N_1 + N_2}$$

$$d_1 = (\overline{X}_1 - \overline{X}_{12})$$

$$= (12 - 13.5)$$

$$= -1.5$$

BRAOU

$$d_2 = (\overline{X}_2 - \overline{X}_{12})$$

$$= (15 - 13.5)$$

$$= 1.5$$

ఇక్కడ,

$$N_1 = 25;\ N_2 = 50$$

$$\sigma_1 = 6;\ \sigma_2 = 8$$

$$d_1 = 1.5;\ d_2 = -1.5$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma_{12} = \frac{(25)\ (6)^2 + (25)\ (8)^2 + (25)\ (-1.5)^2 + (25)\ (1.5)^2}{25 + 25}$$

$$= \frac{(25)\ (36) + (25)\ (64) + (25)\ (2.25) + (25)\ (2.25)}{50}$$

$$= \frac{900 + 1600 + 56.25 + 56.25}{50}$$

$$= \frac{2612.5}{50}$$

$$= 52.25$$

రెండు గ్రూపుల ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం = 52.25

19.8. వివిధ విస్తరణ మానాల మధ్య గల సంబంధం

వివిధ విస్తరణమానాలు ప్రత్యేక వ్యక్తిత్వం గలవి. దత్తాంశం సామాన్య విభాజనంలో ఈ విస్తరణ మానాలు కింద సంబంధాన్ని చూపుతాయి.

మధ్యమం ± చతుర్థాంశ విచలనంలో 50 శాతం అంశాలుంటాయి.

మధ్యమం ± మాధ్యమ విచలనంతో 57.5 శాతం అంశాలుంటాయి.

మధ్యమం ± ప్రామాణిక విచలనంలో 68.27 శాతం అంశాలుంటాయి.

మధ్యమం ± రెట్టింపు ప్రామాణిక విచలనంలో 95.45 శాతం అంశాలుంటాయి.

మధ్యమం ± మూడురెట్లు ప్రామాణిక విచలనంలో 99.73 శాతం అంశాలుంటాయి.

BRAOU

అంకమధ్యమం ± చతుర్థాంశ విచలనం, విభాజనంలోని 50% అంశాలను మాత్రమే లెక్కలోకి తీసుకోగల్గుతుంది. పోతే, అంకమధ్యమం ± ప్రామాణిక విచలనం 68.27% అంశాలను లెక్కలోకి తీసుకోగల్గుతుంది. అంకమధ్యమం ఏ విస్తరణ మానంతో కలిసైనా వివరించిన దానికంటే, ప్రామాణిక విచలనం, అంకమధ్యమంతో కలిసి ఎక్కువ శాతం అంశాలను వివరిస్తుంది. కాబట్టి, ప్రామాణిక విచలనం చాలా విశ్వసనీయ ఫలితాలను ఇవ్వగా, చతుర్థాంశ విచలనం తక్కువ విశ్వసనీయ ఫలితాలను ఇస్తుంది.

19.9 ప్రామాణిక విచలనం-సుగుణాలు, పరిమితులు

సుగుణాలు

(i) చతుర్థాంశ విచలనం, మాధ్యమ విచలనాలతో పోల్చినప్పుడు ప్రామాణిక విచలనం సక్రమంగా నిర్వర్తించిన విస్తరణమానం.

(ii) మరింత బీజీయ ప్రస్తావనకు ఇది అనువుగా ఉంటుంది.

(iii) విభాజనంలోని అన్ని పరిశీలనల ప్రాతిపదికగా ఇది ఆధారపడి ఉంది. అందుచేత దీనిని అత్యధిక ప్రాతినిధ్యం గల కొలమానంగా భావించవచ్చు.

(iv) ఒకే రకమైన జనాభా నుంచి తీసుకొన్న వివిధ ప్రతిచయనాలకు ఇది ఒకే రకమైన విలువను ఇస్తుంది కాబట్టి, ప్రతిచయన హెచ్చు తగ్గులకు కనిష్ఠంగా ప్రభావితమవుతుందని చెప్పవచ్చు.

BRAOU

(v) ఈ కొలమానానికి అత్యధికమైన విశ్వసనీయత ఉంది. అందుచేత దీనిని సాధారణంగా చిన్న చిన్న నమూనాలలో ఉపయోగిస్తారు.

పరిమితులు

(ఎ) ప్రామాణిక విచలనాన్ని లెక్కించడం సులభం కాదు. ఎందుకంటే ఇందులో వర్గాలు, వర్గమూలాలు మొదలైన వాటి లెక్కింపు ఇమిడి ఉంటుంది.

(బి) దీని విలువ విభాజనంలోని అంత్య అంశాలకు ప్రభావితమవుతుంది.

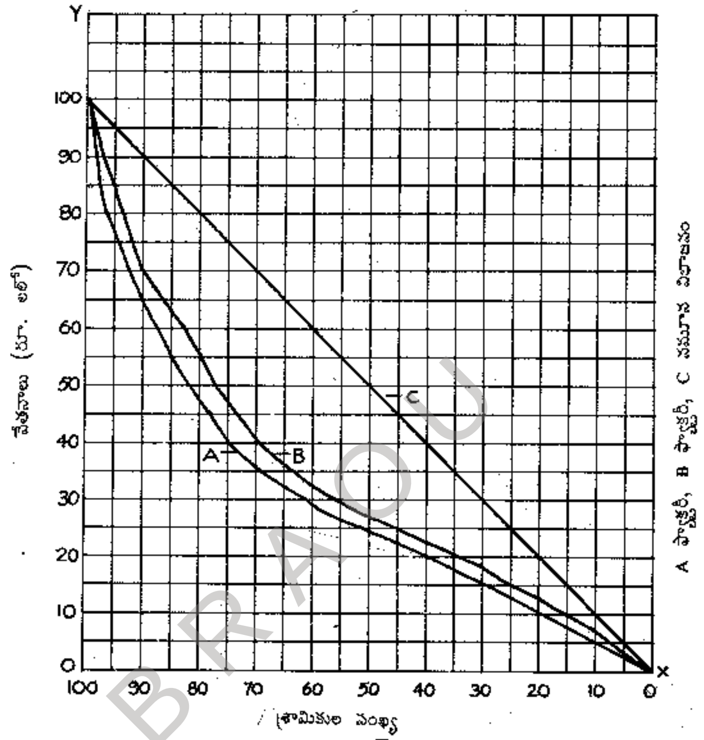
పైన పేర్కొన్న పరిమితులు ప్రామాణిక విచలనానికి ఉన్నప్పటికీ, వివిధ విభాజనాల విచరణత్వాలను సరిపోల్చడానికి దీనిక విస్తృతంగా ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది. దీనిని వైషమ్యం, కకుదత్వం (Kurtosis), సహ సంబంధ విశ్లేషణ, ప్రతిగమన విశ్లేషణ, ప్రాముఖ్య పరీక్షలు (tests of significance), విస్తృతి విశ్లేషణ మొదలైన వివిధ గణాంక పద్ధతుల్లో విరివిగా వాడటం జరుగుతున్నది. సామాన్య విభాజనంలో దీనిని కొలమాన యూనిట్‌గా భావించడమవుతున్నది.

19.10. విస్తరణను అధ్యయనం చేసే రేఖా పటాత్మక పద్ధతిలో లోరెంజ్ వక్రరేఖ

విభాజనంలోని విస్తరణను రేఖా పటాత్మక పద్ధతి ద్వారా కూడా అధ్యయనం చేయవచ్చు. గ్రాఫ్ మీద విభాజనం విచరణత్వాన్ని సమర్పించే సుప్రసిద్ధమైన పద్ధతి లోరెంజ్ వక్రరేఖ. దీనిని మొదటగా

అభివృద్ధి పర్చింది మాక్స్-ఓ-లోరెంజ్. ఆదాయ సంపదల విభాజనంలో విచరణత్వాన్ని కొలవడానికి ఆ మహాశయుడు దీనిని ఉపయోగించాడు. ఈ పద్ధతిని లాభాలు, వేతనాలు టర్నోవర్ మొదలైన విభాజనాలను అధ్యయనం చేయడానికి కూడా ఉపయోగించవచ్చు.

లోరెంజ్ వక్రరేఖ అనేది సంచిత శాతాల వక్రరేఖ (cumulative percentage curve) 'X' అక్షం యొక్క '0'కు అడ్డంగా గీసిన వికర్ణ రేఖ (diagonal line), Y అక్షం యొక్క 100ను సమాన విభాజన రేఖ (line of equal distribution) అంటారు. దీనిని కింది చిత్రంలో చూపడమైంది. ఈ రేఖ నుంచి పౌనఃపున్యం వక్రరేఖా దూరంగా ఉండటాన్ని విభాజనంలోని అసమానత స్థాయినిగానీ, విచరణత్వాన్నిగానీ చూపుతుంది. సమాన విభాజన రేఖ నుండి వక్ర రేఖలు మరీ దూరంగా ఉంటే హెచ్చు విచరణత్వాన్ని, తక్కువ అనుగుణ్యతను తెలియజేస్తుంది. అంతదూరంగా లేకపోతే అందుకు భిన్నమైన ఫలితాలను తెలియజేస్తుంది.



BRAOU

పటం 19.1 లోరెంజ్ వక్రరేఖ

లోరెంజ్ వక్రరేఖను గీయడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతిని అనుసరించాలి.

(i) అంశాల పరిమాణానికి (విలువలకు) పౌనఃపున్యాలకు సంచిత మొత్తాలను, సంచిత శాతాలను కనుక్కోండి. సంచిత మొత్తాన్ని 100గా తీసుకొని శాతాలను కనుక్కోవచ్చు. ప్రతి విలువకూ శాతాలను కట్టవచ్చు. అవిచ్ఛిన్న తరగతుల విషయంలో శాతాలను కనుక్కోవడానికి మధ్య విలువల్ని తీసుకోవచ్చు.

(ii) X అక్షం మీద 100 నుంచి 0 వరకు పౌనఃపున్యాల సంచిత శాతాలను చూపండి. Y అక్షం మీద విచరణాల సంచిత శాతాలను చూపాలి.

(iii) 0ను, 100ను కలుపుతూ వికర్ణరేఖను గీయండి. ఈ రేఖను సమాన విభాజనరేఖ అంటారు.

(iv) గ్రాఫ్ మిద గుర్తుపెట్టిన ప్రతి విచరణం శాతం విలువల్ని పౌనఃపున్య విలువల్ని కనుక్కోవడానికి కలపండి. సమాన విభాజన రేఖ నుంచి ఈ వక్రరేఖల దూరాన్ని బట్టి విస్తరణను కొలవడం జరుగుతుంది.

ఉదాహరణ-12 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం రెండు ఫ్యాక్టరీలలో చెల్లించిన వేతనాలకు సంబంధించింది. వేతనాల విస్తరణను మదింపు చేయడానికి లోరెంజ్ వక్రరేఖను గీయండి.

వేతనాలు : (రూ.లలో)	5	10	15	20	25	30	35	40
వ్యక్తుల సంఖ్య								
ఫ్యాక్టరీ - A :	10	22	30	50	40	20	20	8
ఫ్యాక్టరీ - B :	8	12	30	50	40	26	12	22

జవాబు :

వేతనాలు X; వ్యక్తుల సంఖ్య f

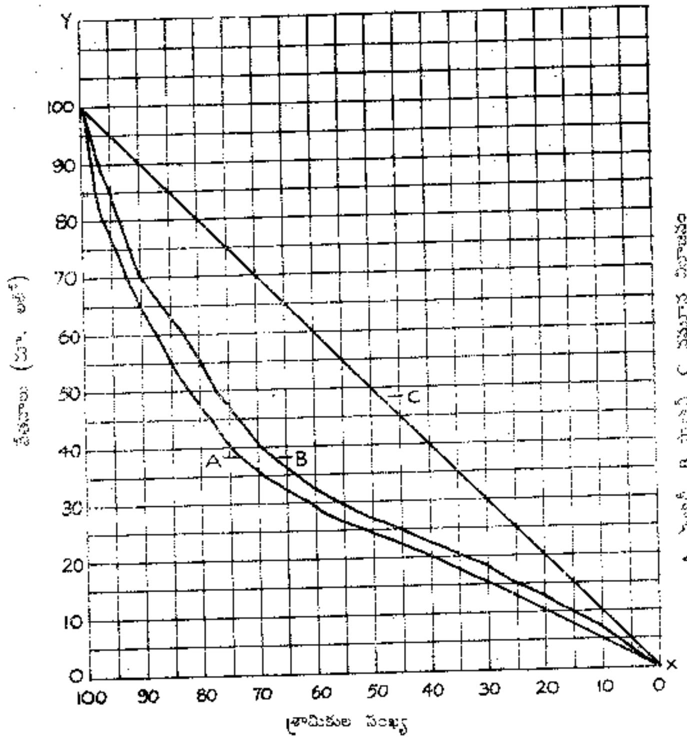
లోరెంజ్ వక్రరేఖ కోసం దత్తాంశం తయారీ

			ఫ్యాక్టరీ A			ఫ్యాక్టరీ B		
X	సంచిత మొత్తాలు	సంచిత శాతాలు	f	సంచిత మొత్తాలు	సంచిత శాతాలు	f	సంచిత మొత్తాలు	సంచిత శాతాలు
5	5	2.8	10	10	5	8	8	4
10	15	8.3	22	32	16	12	20	10
15	30	16.7	30	62	31	30	50	25
20	50	27.8	50	112	56	50	100	50
25	75	41.7	40	152	76	40	140	70
30	105	58.3	20	172	86	26	166	83
35	140	77.8	20	192	96	12	178	89
40	180	100.0	8	200	100	22	200	100

BRAOU

పటం 19.2లో ఫ్యాక్టరీ Bలో చెల్లించిన వేతనాల సంచిత శాతాల వక్రరేఖ, సమాన విభాజన రేఖకు దగ్గరగా ఉంది కాబట్టి, వేతనాల చెల్లింపులో ఫ్యాక్టరీ - B అనుగుణంగా ఉందని భావించవచ్చు.

లోరెంజ్ వక్రరేఖ ఎంతో ఉపయోగకరమైందని నిరూపితమైంది. అది దృశ్య రూపంలో ఉంటుంది కాబట్టి విచరణాలను సులభంగా అవగాహన చేసుకోవచ్చు. ప్రజల ఆదాయ, సంపదలకు సంబంధించిన ఆర్థిక, సామాజిక దత్తాంశాలకు దీనిని తయారు చేస్తారు. అయితే ఈ పద్ధతి ముఖ్యమైన పరిమితి ఏమిటంటే - విచరణత్వాన్ని ప్రత్యక్షంగా రాశి పరంచేయడానికి వీలులేదు.



పటం 19.2 వేతనాలను, శ్రామికుల సంఖ్యను సూచించే లోరెంజ్ వక్రరేఖ

19.11 సారాంశం

విస్తరణను కొలవడానికి మెరుగుపరచిన కొలమానామే ప్రామాణిక విచలనం. ఒక విభాజనంలోని అంకమధ్యమం ఆధారంగా తీసిన విచలనాలను వర్గంచేయగా వచ్చిన మొత్తపు వర్గమూల సగటును ప్రామాణిక విచలనం అని అంటాం. ప్రామాణిక విచలనానికీ, అంకమధ్యమానికీ మధ్య ఉన్న నిష్పత్తిని శాతంగా వ్యక్తీకరించడాన్ని విచరణ గుణకం (coefficient of variation) అని పిలుస్తాం. సాధారణంగా ఈ కొలమానాన్ని రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విభాజనాల మధ్య విస్తరణను పోల్చడానికి వాడతాం. విస్తరణను అధ్యయనం చేయడానికి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, విచరణ గుణకాన్ని విరివిగా ఉపయోగించినప్పటికీ, వాటి గణన చాలా క్లిష్టంగానూ, చాలా కాలాన్ని వెచ్చించాల్సిందిగానూ ఉంటుంది.

BRAOU

రేఖాపటాత్మక పద్ధతి ద్వారా విస్తరణను అధ్యయనం చేయడానికి లోరెంజ్ వక్రరేఖ ఉపయోగపడుతుంది. ఈ పద్ధతిలో సమాన విభాజన రేఖకు ఇచ్చిన విభాజనాల రేఖలకు మధ్యలో ఉండే దూరాన్ని బట్టి విస్తరణను పరిశీలించడం జరుగుతుంది.

19.12 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించండి.

$$\text{ప్రామాణిక విచలనం} = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{N} - \left(\frac{\sum dx}{N}\right)^2} = 12.53$$

2. విచరణ గుణకం $= \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = 6.67\%$

19.13 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. ప్రామాణిక విచలనం అంటే ఏమిటి?

2. సోపాన విచలనాలను ఎట్లా లెక్కిస్తారు?

3. విచరణ గుణకం అంటే ఏమిటి?

4. విస్తృతి అంటే ఏమిటి?

5. ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం అంటే ఏమిటి?

6. లోరెంజ్ వక్రరేఖ అంటే ఏమిటి?

7. ప్రామాణిక విచలనం పరిమితులేమిటి?

8. ప్రామాణిక విచలనాన్ని 'మూల-మాధ్యవర్గ విచలనం' అని ఎందుకు పిలుస్తారు?

9. మాధ్యమ విచలనానికి, ప్రామాణిక విచలనానికి గల తేడా ఏమిటి?

10. ప్రామాణిక విచలనం గుణకానికీ, విచరణ గుణకానికీ గల వ్యత్యాసమేమిటి?

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

11. రెండు శ్రేణులకు ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనాన్ని ఎట్లా గణన చేస్తారు?

12. ప్రామాణిక విచలనం సుగుణాలను, పరిమితులను వివరించండి.

13. వివిధ విస్తరణల మానాల సాపేక్ష సుగుణాలను, పరిమితులను చర్చించండి.

14. ఇతర విస్తరణ మానాల కంటే ప్రామాణిక విచలనాన్ని ఆధిక్యమైందిగా మీరెందుకు భావిస్తారు?

15. "పౌనఃపున్య విభాజనాల లక్షణాలను ఎత్తి చూపడంలో విస్తరణ మానాలు, కేంద్ర స్థానపు కొలతలు పరస్పరం పూరకాలు". తగిన ఉదాహరణలతో చర్చించండి.

16. లోరెంజ్ వక్రరేఖ ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించండి. లోరెంజ్ వక్రరేఖ గీయడానికి గల పద్ధతిని విశదీకరించండి.

BRAOU

17. ప్రామాణిక విచలనాన్ని లెక్కించండి.

వారపు ఆదాయాలు: 135, 175, 129, 141, 109, 101, 182, 92
(రూ. లలో)

(జవాబు : 30.68)

18. ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని కనుక్కోండి:

60 72 84 75 69 50 80 105 102 115

(జవాబు : 19.6, 0.24)

19. ప్రామాణిక విచలనాన్ని గణన చేయండి:

ఎగుమతులు: ('000 రూ. లలో)	50	60	70	80	90	100
కంపెనీల సంఖ్య:	14	25	19	16	22	6

(జవాబు : 15.10, 0.21)

20. కింద ఇచ్చినవి రెండు ఫ్యాక్టరీల కార్మికులకు చెల్లించిన వారపు వేతనాలు. ఏ ఫ్యాక్టరీ అనుగుణంగా ఉందో కనుక్కోండి.

వారపు వేతనాలు: (రూ. లలో)	100	120	140	160	180	200	220	240
కార్మికుల సంఖ్య:								
ఫ్యాక్టరీ - A :	60	75	45	150	110	120	130	160
ఫ్యాక్టరీ - B :	126	156	142	136	113	135	181	172

(జవాబు : ఫ్యాక్టరీ - B)

21. గణాంక శాస్త్రంలో 100 విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కులకు ప్రామాణిక విచలనాన్ని గణన చేయండి.

మార్కులు:	30	35	40	45	50	55	60	65	70
విద్యార్థుల సంఖ్య:	12	15	17	16	15	10	13	18	1

(జవాబు : 11.6)

22. ప్రామాణిక విచలనం గుణకాన్ని లెక్కించండి.

ధర(రూ.లలో):	10	20	30	40	50	60	70	80
అమ్మిన యూనిట్ల సంఖ్య:	23	68	77	72	41	24	34	11

(జవాబు : 0.47)

BRAOU

23. ప్రామాణిక విచలనాన్ని, దాని గుణకాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
పౌనఃపున్యం:	6	10	12	21	13	8

(జవాబు : 14.39, 0.44)

24. ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

తరగతి:	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
పౌనఃపున్యం:	5	8	15	6	6

(జవాబు : 1.204)

25. ప్రామాణిక విచలనం గుణకాన్ని గణన చేయండి.

వయస్సు: (సం.లలో)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
వ్యక్తుల సంఖ్య:	37	17	18	25	27	36	32

(జవాబు : 0.51)

26. ప్రామాణిక విచలనాన్ని, విచరణ గుణకాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి:	1000-2000	2000-3000	3000-4000	4000-5000	5000-6000
పౌనఃపున్యం:	3	9	12	10	6

(జవాబు : 1090, 0.29)

27. రెండు బ్రాండ్‌ల ఎలక్ట్రిక్ టైప్‌రైటర్లను పరీక్షించడమైంది. కింది ఫలితాలు వచ్చాయి.

	బ్రాండ్ A	బ్రాండ్ B
మధ్యమం	65	80
ప్రామాణిక విచలనం	8	12
పరిశీలన మొత్తాల సంఖ్య	200	200

అనుగుణ్యతను సరిపోల్చండి.

(జవాబు : A = 12.3%, B = 15%)

28. కింది దత్తాంశం నుంచి ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనాన్ని లెక్కించండి.

	శాంపుల్ I	శాంపుల్ II
మధ్యమం	16	14
విస్తృతి	25	9
పరిశీలనల మొత్తం సంఖ్య	50	50

(జవాబు : 8, 2.5)

BRAOU

29. కింది దత్తాంశం నుంచి ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనాన్ని నిర్మించండి.

తరగతి:	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
పౌనఃపున్యం:						
A :	20	30	50	60	20	20
B :	10	30	20	50	40	50

30. ఒక శ్రేణి విచరణ గుణకం 80% ప్రామాణిక విచలనం 16. అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 20)

31. ప్రామాణిక విచలనాన్ని, విచరణ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

$\Sigma fdx = 50$

$\Sigma fdx^2 = 600$

$N = 100$

ఊహించిన సగటు = 35.5

(జవాబు : 2.4, 0.07)

19.14 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' (ప్రథమ భాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods' Sultan Chand & Company, New Delhi
3. Gupta B.N. : 'Statistics' Sahitya Bhavan, Agra.

19.15 పదకోశం

ప్రామాణిక విచలనం : అంకమధ్యమం ఆధారంగా తీసిన విచలనాల వర్గాల వర్గమూల సగటు.

విచరణ గుణకం : ప్రామాణిక విచలనపు సాపేక్ష కొలమానం.

విస్తృతి : ప్రామాణిక విచలనపు వర్గము.

ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం : రెండు విభాజనాల ప్రామాణిక విచలనాల : సంకలనమే ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం.

BRAOU

భాగం-20 : వైషమ్యం

విషయక్రమం

20.0 ఉద్దేశాలు

20.1 పరిచయం

20.2 వైషమ్యం నిర్వచనం

20.3 వైషమ్యం ఉద్దేశాలు

20.4 వైషమ్యం రకాలు

20.5 వైషమ్యం పరీక్షలు

20.6 విస్తరణకూ, వైషమ్యానికీ గల వ్యత్యాసాలు

20.7 సారాంశం

20.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

20.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

20.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

20.11 పదకోశం

20.0 ఉద్దేశాలు

వైషమ్య స్వభావాన్ని, పరిధిని, ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- వైషమ్యాన్ని నిర్వచించ గలగాలి
- వైషమ్య ఉద్దేశాలను గుర్తించ గలగాలి
- వైషమ్యంలోని రకాలను గుర్తించ గలగాలి
- వైషమ్య స్వభావాన్ని గుర్తించ గలగాలి
- వైషమ్యానికీ, విస్తరణకు గల తేడాలను చూప గలగాలి.

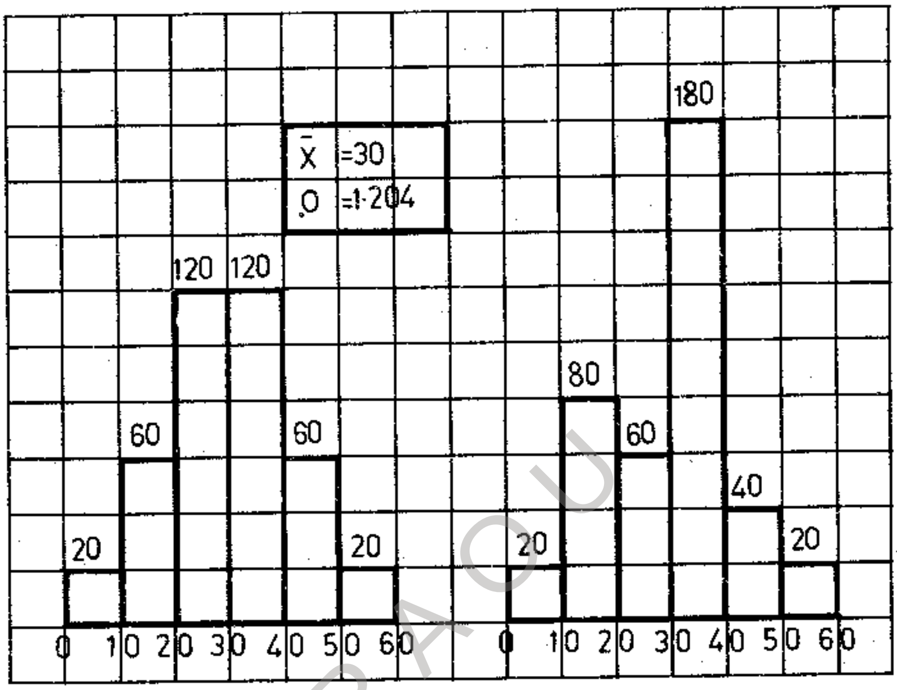
20.1 పరిచయం

సగటు అనేది ఒకే సంఖ్య. అది శ్రేణులకు ప్రాతినిధ్యపు విలువను ఇస్తుంది. మొత్తం గ్రూపు లక్షణాలను ఇది వర్ణిస్తుంది. పౌనఃపున్య విభాజనంలో అన్ని పరిశీలనలూ ఒకే రకంగా ఎప్పుడూ ఉండవు. అందుచేత సగటులు మాత్రమే పరిశీలనలను చాలినంతగా వర్ణించలేవు. సగటు విలువ నుంచి శ్రేణిలోని అసంఖ్యాకమైన అంకెల వ్యాపనాన్ని పరిశీలించడానికి విస్తరణ మానాలు ఉపయోగపడతాయి. అయినప్పటికీ, సగటులుకాని, విస్తరణ మానాలుగాని పౌనఃపున్య విభాజనం పూర్తి కథను వెల్లడి

BRAOU

చేయలేవు. ఉదాహరణకు, ఒకే అంక మధ్యమం, ప్రామాణిక విచలనాలు గల రెండు విభాజనాలు వాటి స్వరూప స్వభావాల్లో పూర్తిగా విభిన్నంగా ఉండవచ్చు. కింది వాటి నుంచి ఆ విషయాన్ని గమనించవచ్చు.

రెండు విభాజనాల అంకమధ్యమం, ప్రామాణిక విచలనాల విలువలు ఒకటే అయినప్పటికీ (అంకమధ్యమం = 30; ప్రామాణిక విచలనం = 1.204), రెండు విభాజనాలు ఒకే రకంగా ఉన్నాయని చెప్పడానికి వీల్లేదు. పటం - I లోని పౌనఃపున్య విభాజనం సౌష్ఠవంగా (symmetrical) ఉంటే, పటం - II లోని పౌనఃపున్య విభాజనం అసౌష్ఠవంగా (asymmetrical) లేదా వైషమ్యంగా ఉంది. విభాజనం స్వభావాన్ని, స్వరూపాన్ని అవగాహన చేసుకోవడానికి వైషమ్య మానాలు (measures of skewness) తోడ్పడతాయి.



పటం 20.1 సౌష్ఠవ విభాజనం   పటం 20.2 అసౌష్ఠవ విభాజనం

$\overline{X} = 30$

$\sigma = 1.204$

20.2. వైషమ్యం - నిర్వచనం

వైషమ్యాన్ని గురించిన కొన్ని ముఖ్యమైన నిర్వచనాలను కింద పొందుపర్చడమైంది.

(i) రిగిల్ మెన్, ఫ్రీస్‌బీ ప్రకారం, "వైషమ్యం సౌష్ఠవం లోపించినటువంటిది. పటం మీద పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని చూపినప్పుడు అంశాలలో ఉన్న వైషమ్యం ఎక్కువగా మధ్యమం ఒక పక్కకంటె మరో పక్కకు విస్తరించే ప్రవృత్తితో ఉంటుంది."

(ii) గారెట్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "విభాజనంలోని వివిధ బిందువుల వద్ద మధ్యమం మధ్యగతం

వాలినప్పుడు, సమానత (లేదా గురుత్వ కేంద్రం) అటుగానీ ఇటుగానీ అంటే ఎడమకుగానీ, కుడికిగానీ మారినప్పుడు విభాజనం వైషమ్యంగా ఉన్నదంటారు.

(iii) వెస్సెల్, విల్లెట్, సియోన్ అనేవారు వైషమ్యాన్ని ఇట్లా నిర్వచించారు. "సౌష్ఠవ లోపం సామాన్య విభాజనంతో పోల్చినప్పుడు ఒక ప్రత్యేకమైన విభాజనంలో అంశాలు ఏ విధంగా విస్తరించి ఉన్నాయో చూపే వ్యత్యాసాన్ని వైషమ్యవు ఏ కొలమానమైనా సూచిస్తుంది."

(iv) పడేన్ మరియు లిండ్‌క్విస్ట్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "విభాజనంలో సౌష్ఠవంలోపిస్తే, అంటే కొలమానాలు ఒక చివరగానీ, మరో చివరగానీ కుప్పపడి ఉంటే, ఆ విభాజనాన్ని వైషమ్యం గలదిగా అంటారు.

(v) సింప్సన్ కాఫ్కా ఉద్దేశంలో, "వైషమ్యమానాలు వైషమ్యం మార్గాన్ని, పరిధిని చెబుతాయి. సౌష్ఠవమైన విభాజనంలో మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం అన్ని ఒకే రకంగా ఉంటాయి. బాహుళకం నుంచి మధ్యమం ఎంత ఎక్కువగా జరిగితే, అసౌష్ఠవం లేదా వైషమ్యం అంత అధికంగా ఉంటుంది.

పై నిర్వచనాలను విశ్లేషణ చేస్తే కింది అంశాలు బయల్పడతాయి.

(i) వైషమ్యం అనేది సౌష్ఠవ లోపంవల్ల ఏర్పడుతుంది.

(ii) ఒక గ్రాఫ్ మీద పౌనఃపున్య విభాజనాన్ని రూపొందిస్తే, అంశాలు మధ్యమం ఒక వైపుకే ఎక్కువగా వాలి ఉంటాయి.

(iii) వైషవ్య మానాలు, వైషమ్యం మార్గాన్ని, పరిధిని సూచిస్తాయి.

(iv) వైషమ్యం గల విభాజనంలో మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల విలువలు సమానంగా ఉండవు.

(v) విభాజనంలో బాహుళకం నుంచి మధ్యమం ఎక్కువగా జరిగితే, వైషమ్యం అధికంగా ఉంటుంది.

(vi) సామాన్య విభాజనం నుంచి ఒక ప్రత్యేక విభాజనం అంశాల విచలనాన్ని వైషమ్యం సూచిస్తుంది.

20.3 వైషమ్యం ఉద్దేశాలు

సామాన్య విభాజనం ప్రమేయం మీదనే గణాంక సిద్ధాంతం ఎక్కువగా ఆధారపడి ఉంటుంది. అందువల్లనే వైషమ్య భావనకు అధిక ప్రాముఖ్యం ఏర్పడింది. కింద పేర్కొన్న ఉద్దేశాల నుంచి వైషమ్యం ప్రాముఖ్యాన్ని గ్రహించవచ్చు.

(i) పౌనఃపున్య విభాజనంలో విలువల సాంద్రత స్థాయినీ, స్వభావాన్నీ అవగాహన చేసుకోవడానికి వైషమ్యం సహాయ పడుతుంది. విలువల సాంద్రత హెచ్చు పక్కనవుందో, తగ్గు పక్కన ఉందో కూడా మనం తెలుసుకోవచ్చు.

(ii) మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం మొదలైన వివిధ సగటుల అనుభవపూర్వక సంబంధాలను తెల్పుకోవడానికి వైషమ్యం తోడ్పడుతుంది. ఈ సంబంధాలు పరిమితంగా వైషమ్యం చెందిన

BRAOU

విభాజనం పైన ఆధారపడి ఉంటాయి.

(iii) ఇచ్చిన విభాజనం సామాన్యత్వం నుంచి ఏ మేరకు పక్కకు వెళ్లిందో తెల్సుకోవడానికి వైషమ్యమానాలు అక్కర కొస్తాయి. గణాంక మానాలు అధికభాగం సామాన్య విభాజనం ప్రమేయం మీద ఆధారపడి ఉన్నాయి గాబట్టి వైషమ్య మానాల అధ్యయనం అనివార్యమని చెప్పవచ్చు.

20.4 వైషమ్యం రకాలు

పౌనఃపున్య విభాజనాలు సౌష్టవం కావచ్చు, లేదా అసౌష్టవం కావచ్చు.

(i) సౌష్టవ విభాజనం: కింద పేర్కొన్న షరతుల్ని సంతృప్తి పరిస్తే, అది సౌష్టవ విభాజనం అవుతుంది.

(ఎ) మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం - ఇవన్నీ సమానం.

(బి) గ్రాఫ్ కాగితం మీద దత్తాంశాన్ని చూపినప్పుడు మామూలు గంటాకార వక్రరేఖగా ఉంటుంది.

(సి) మధ్యగతం లేదా బాహుళకం నుంచి తీసుకొన్న ధనాత్మక విచలనాల మొత్తం ఋణాత్మక విచలనాల మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుంది.

(డి) దిగువ, ఎగువ చతుర్థాంశాలు, ఒకటి, తొమ్మిది దశాంశాలు, పది, తొంభై శతాంశాలు మధ్యగతం నుంచి సమాన దూరంలో ఉంటాయి.

(ఇ) బాహుళకానికి అటూ ఇటూ ఉన్న పౌనఃపున్యాలు సమానంగా ఉంటాయి.

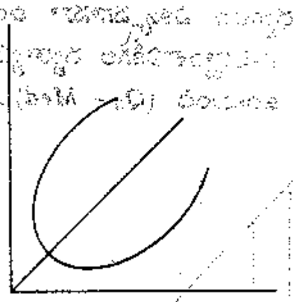
(ఎఫ్) బాహుళకానికి అటూ, ఇటూ ఉన్న పౌనఃపున్యాలు ఒక బిందువు వరకూ పెరుగుతూ పోతాయి; అదే మార్గంలో ఆ తర్వాత తగ్గుతూ పోతాయి.

BRAOU

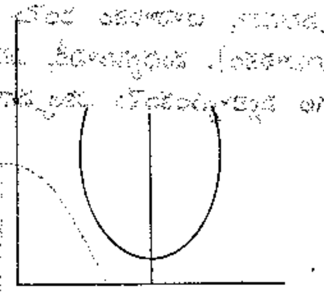
అవగాహన ప్రశ్న-1

సౌష్టవ విభాజనపు ధర్మాలను వివరించండి.

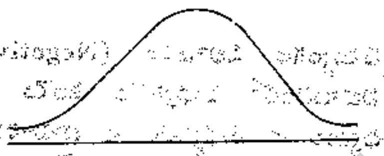
కొన్ని పౌనఃపున్య విభాజనాలు సౌష్టవంగానూ, గంటాకారంలోనూ, సామాన్యంగానూ ఉంటే, మిగతావి సౌష్టవంగా ఉన్నప్పటికీ గంటాకారంలో ఉండవు. సామాన్య విభాజనం ప్రత్యేకమైన తరగతికి చెందిన సౌష్టవ విభాజనం. అది సౌష్టవంగా ఉండటమే కాకుండా పరిపూర్ణమైన గంటాకార స్వరూపంగా ఉంటుంది. కింద చూపినవి సౌష్టవ విభాజనం సాధ్యమైన నమూనాల్లో కొన్ని:



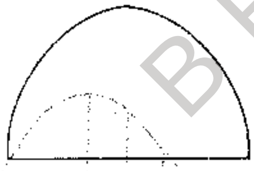
పటం 20.3
గంటాకారంలో లేని సౌష్టవ (సాధారణ) విభాజనం



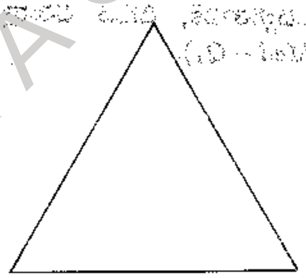
పటం 20.4
గంటాకారంలో లేని సౌష్టవ (సాధారణ) విభాజనం



పటం 20.5
గంటాకారంలో ఉన్న సౌష్టవ (సాధారణ) విభాజనం



పటం 20.6
గంటాకారంలో లేని సౌష్టవ (సాధారణ) విభాజనం



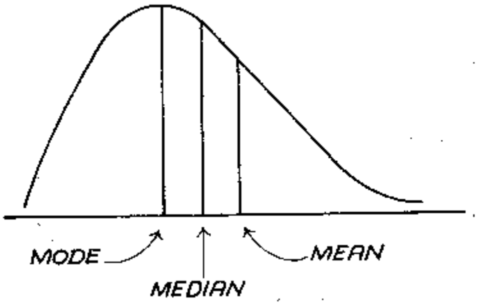
పటం 20.7
గంటాకారంలో లేని సౌష్టవ (సాధారణ విభాజనం

(ii) వైషమ్యం గల లేదా అసౌష్టవ విభాజనం:

సామాన్యత్వం నుంచి వైదొలగిన విభాజనాన్ని వైషమ్యంగల విభాజన మంటారు. అసౌష్టవ విభాజనాలు ధనాత్మకంగా వైషమ్యంగా ఉండవచ్చు; ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంగా ఉండవచ్చు.

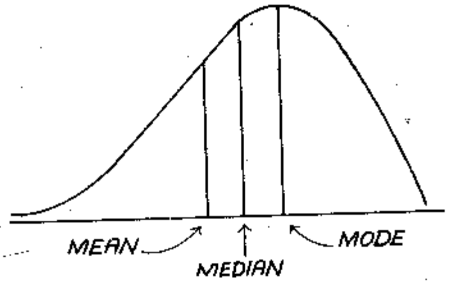
(ఎ) ధనాత్మకంగా వైషమ్యం గల విభాజనం (Positively Skewed distribution): ధనాత్మకంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో మధ్యమం విలువ గరిష్ఠం. బాహుళకం విలువ కనిష్ఠం. ఈ

రెండు అంత్యాల (extremes) మధ్య మధ్యగతం ఉంటుంది. ధనాత్మకంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో వక్రరేఖ కింద గల సగం కంటె హెచ్చు ప్రదేశం బాహుళకం కుడి వైపుకు వాలి ఉంటుంది. దాని కుడి తోక ఎడమ తోక కంటే పొడుగ్గా ఉంటుంది. అట్లాంటి విభాజనంలో మధ్యగతం కంటె మధ్యమం ఎక్కువగానూ, బాహుళకం కంటె మధ్యగతం ఎక్కువగానూ ఉంటుంది. (మధ్యమం > మధ్యగతం > బాహుళకం). మధ్యగతానికీ, ఎగువ చతుర్థాంశానికీగల వ్యత్యాసం, మధ్యగతానికీ, దిగువ చతుర్థాంశానికీ గల వ్యత్యాసంకంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది $(Q_3 - Med) > (Med - Q_1)$.



20.8 ధనాత్మక వైషమ్యము

(బి) ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంగల విభాజనం (Negatively skewed distribution): ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో మధ్యగతం కంటె మధ్యమం తక్కువ, బాహుళకం కంటె మధ్యగతం తక్కువ (మధ్యమం < మధ్యగతం < బాహుళకం). మరో విధంగా చెప్పాలంటే, బాహుళకం విలువ గరిష్ఠం; మధ్యమం విలువ కనిష్ఠం. ఈ రెండు విలువల మధ్య మధ్యగతం విలువ ఉంటుంది. విభాజన రేఖ కింద సగానికి పైన ఉన్న ప్రదేశం బాహుళకం ఎడమవైపుకు వాలి ఉంటుంది. అంటే, ఎక్కువ తోక వక్రరేఖ ఎడమ వైపున ఉంటుంది. మధ్యగతానికి, ఎగువ చతుర్థాంశానికీ గల వ్యత్యాసం మధ్యగతానికీ, దిగువ చతుర్థాంశానికీ గల వ్యత్యాసం కంటె తక్కువగా ఉంటుంది. $(Q_3 - Med) < (Med - Q_1)$.



20.9 ఋణాత్మక వైషమ్యము

20.5. వైషమ్యం పరీక్షలు (Tests of Skewness)

పౌనఃపున్య విభాజనం సౌష్ఠవంగా ఉందో, వైషమ్యంగా ఉందో తెల్సుకోవడానికి కింద పేర్కొన్న పరీక్షలను చేయవల్సి ఉంటుంది.

B R A O U

(i) అసౌష్టవ లేదా వైషమ్యంగల విభాజనంలో మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం సమానం కాదు. మధ్యమం, బాహుళకం మధ్య వ్యత్యాసం ఎక్కువగా ఉంటే, విభాజనంలో వైషమ్యం అధికంగా ఉంటుంది.

(ii) పరిమితంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో మధ్యమం=బాహుళకం +(మధ్యగతం – బాహుళకం)2/3.

(iii) అసౌష్టవ విభాజనం దత్తాంశాన్ని గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపినప్పుడు, గంటాకార వక్రాన్ని చూపదు. అందుచేత, కేంద్రం ద్వారా ఊర్ధ్వ రేఖ వక్ర రేఖను రెండు సమాన భాగాలుగా ఖండించదు.

(iv) వైషమ్యం గల విభాజనంలో మధ్యగతం నుంచి లేదా బాహుళకం నుంచి తీసుకొన్న ధనాత్మక విచలనాల మొత్తం ఋణాత్మక విచలనాల మొత్తానికి సమానం కాదు. అందుచేత వైషమ్యపు స్థాయి మధ్యగతం లేదా బాహుళపు ధనాత్మక, ఋణాత్మక విచలనాల మొత్తాల వ్యత్యాసంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

(v) వైషమ్యంగల విభాజనంలో బాహుళకానికి అటూ ఇటూగల పౌనఃపున్యాలు సమానం కాదు.

(vi) వైషమ్యంగల విభాజనంలో దిగువ, ఎగువ చతుర్థాంశాలు ఒకటి, తొమ్మిది దశాంశాలు, ఏదీ తొంభై శతాంశాల విలువలు మధ్యగతం నుంచి సమాన దూరంలో ఉండవు.

పైన వివరించిన పరీక్షలు కింద ఇచ్చిన పట్టిక ద్వారా స్పష్టం కాగలవు.

పట్టిక - 1

వివిధ పౌనఃపున్య విభాజనాలు-సగటు స్థానం

పరిమాణం	I పౌనఃపున్యం	II పౌనఃపున్యం	III పౌనఃపున్యం
20	2	2	2
40	6	18	4
60	10	10	7
80	14	8	7
100	10	6	10
120	6	4	18
140	2	2	2

వైషమ్యం	సౌష్టవం	ధనాత్మక వైషమ్యం	ఋణాత్మక వైషమ్యం
వైషమ్యం గణన మీద ఆధారపడిన సగటు:	$\overline{X} = Med = M_o$ $80 = 80 = 80$	$\overline{X} > Med > M_o$ $67.2 > 60 > 40$	$\overline{X} < Med < M_o$ $92.4 < 100 < 120$
వైషమ్య గణన మీద ఆధారపడిన చతుర్థాంశాలు :	$(Q_3 - Med) = (Med - Q_1)$ $(100 - 80) = (80 - 60)$	$(Q_3 - Med) > (Med - Q_1)$ $(100 - 67.2) > (67.2 - 40)$	$(Q_3 - Med) < (Med - Q_1)$ $(120 - 100) < (100 - 60)$
పౌనఃపున్య వక్రరేఖ ఆకారం :	సామాన్యం	కుడికి వైషమ్యం	ఎడమకు వైషమ్యం

B R A O U

$\bar{X}$ = మధ్యమం; Med = మధ్యగతం; M_o = బాహుళకం; Q_3 = ఎగువ చతుర్థాంశం; Q_1 = దిగువ చతుర్థాంశం

20.6. విస్తరణకూ, వైషమ్యానికీ మధ్యగల వ్యత్యాసాలు

కింద పేర్కొన్నవి విస్తరణకూ, వైషమ్యానికీ గల కొన్ని ముఖ్యమైన వ్యత్యాసాలు

	విస్తరణ	వైషమ్యం
(i)	కేంద్ర విలువ నుంచి పౌనఃపున్య విభాజనంలోని అంశాల విచరణను కొలిచేమానం ఇది.	కేంద్రవిలువకు ఇరుపక్కలాఉన్న విభాజనపు విలువల సౌష్ఠవంకొలిచేమానం ఇది.
(ii)	ఇది ద్వితీయ శ్రేణి సగటు. ఎందు కంటే కేంద్ర విలువ చుట్టూవున్న విచలనాల సగటు ఇది.	ఇది సగటు కాదు. అయితే మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం మొదలైన రకాల సగటులపై దీని కొలమానం ఆధారపడి ఉంది.
(iii)	దత్తాంశంలోని విచరణ స్థాయిని ఇది మదింపు చేస్తుంది.	విలువల సాంద్రత ధనాత్మక లేదా ఋణాత్మక వైపున ఉందో తెల్సుకోవడానికి ఇది పనికి వస్తుంది.
(iv)	సాధారణంగా విచరణత్వపు విలువలతో దీనికి సంబంధముంది.	బాహుళకం ఇరు పక్కలా గల విభాజనపు సౌష్ఠవంతో దీనికి సంబంధముంది.
(v)	పౌనఃపున్య విభాజనపు సాధారణ స్వరూపంతో దీనికి సంబంధముంది.	పౌనఃపున్యాల ఏర్పాటుకు సంబంధించి బాహుళకం రెండు వైపులా విస్తరణతో ఇది వ్యవహరిస్తుంది.
(vi)	పౌనఃపున్య విభాజనంలోని వ్యక్తిగత విలువలకు అంకమధ్యమం ఏ మాత్రం ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుందో ఇది సూచిస్తుంది.	ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనం ఏ మాత్రం సామాన్యత్వం నుంచి వైదొలగడం జరిగిందో నిర్ణయించడానికి ఇది తోడ్పడుతుంది.

B R A O U

20.7 సారాంశం

ఒక విభాజనంలో సౌష్ఠవం లోపించడాన్ని వైషమ్యం అని పిలుస్తాం. సాధారణతకు ఒక విభాజనం ఎంత దూరంగా ఉంటుందో తెలిపే గణాంక మానమే వైషమ్యం. వైషమ్య విభాజనంలో అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల విలువలు వేర్వేరుగా ఉంటాయి. ఏదైనా విభాజనంలో అంకమధ్యమం, బాహుళకానికి దూరంగా పోయినకొలదీ ఆ విభాజనంలో వైషమ్యం ఎక్కువ అవుతూ ఉంటుంది. ధనాత్మక వైషమ్య విభాజనంలో అంకమధ్యమం విలువ మధ్యగతం విలువకంటే ఎక్కువగానూ; మధ్యగతం విలువ బాహుళకం విలువకంటే ఎక్కువగాను ఉంటుంది. పోతే, ఋణాత్మక వైషమ్య విభాజనంలో బాహుళకం విలువ మధ్యగతం విలువ కంటే ఎక్కువగానూ, మధ్యగతం విలువ అంకమధ్యమం విలువకంటే ఎక్కువగాను ఉంటుంది. పైగా, ఎగువ చతుర్థాంశానికీ, మధ్యగతానికీ, మధ్య ఉండే వ్యత్యాసం, మధ్యగతానికీ దిగువ చతుర్థాంశానికీ మధ్య ఉండే వ్యత్యాసం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

అంకమధ్యమం = బాహుళకం +2/3 (మధ్యగతం − బాహుళకం)

20.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. సౌష్ఠవ విభాజనం ధర్మాలేవంటే:

a) అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం విలువలు సమానంగా ఉంటాయి.

b) దత్తాంశాన్ని గ్రాఫ్ కాగితంపై చూపినప్పుడు, అది గంటాకారాన్ని ఇస్తుంది.

c) మధ్యగతం లేదా బాహుళకం నుండి తీసిన విచలనాలలో ధనాత్మక విచలనాలు మొత్తం, ఋణాత్మక విచలనాల మొత్తానికి సమానంగా ఉండును.

d) $Q_1, Q_3; D_1, D_9; P_{10}, P_{90}$ లు మధ్యగతం నుండి సమానమైన దూరంలో ఉంటాయి.

e) బాహుళకానికి ఇరువైపుల పౌనఃపున్యాలు సమానంగా ఉంటాయి.

f) బాహుళకానికి ఇరువైపుల ఉన్న పౌనఃపున్యాలు ఒక స్థాయి వరకు పెరుగుతూ, తరువాత తగ్గుతూ ఉంటాయి.

20.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. 'వైషమ్యం అర్థాన్ని ఇవ్వండి'.
2. 'ధనాత్మక వైషమ్యం' అంటే ఏమిటి?
3. 'ఋణాత్మక వైషమ్యం' అంటే ఏమిటి?
4. ధనాత్మకంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో వివిధ సగటుల మధ్యగల సంబంధాన్ని తెలియజేయండి.
5. ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో వివిధ సగటుల మధ్యగల సంబంధాన్ని తెలియజేయండి.
6. వైషమ్యంగల విభాజనంలో పౌనఃపున్యాలు ఎట్లా వ్యాపించి ఉంటాయి?
7. పరిమితంగా వైషమ్యంగల విభాజనంలో మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల మధ్యగల సంబంధాన్ని తెలియజేయండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

8. వైషమ్యాన్ని నిర్వచించి, దాని ముఖ్యాంశాలను వివరించండి.
9. వైషమ్యాన్ని అధ్యయనం చేయడంలోగల ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించండి.
10. వైషమ్యానికీ, విస్తరణకూ గల వ్యత్యాసాలను విశదీకరించండి.
11. విభాజనంలో వైషమ్యం ఉందో, లేదో తెల్సుకోవడానికి వివిధ పరీక్షలను వివరించండి.

B R A O U

20.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం' (ప్రథమ భాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

20.11 పదకోశం

వైషమ్యం	: విభాజనంలోని సౌష్ఠవ లోపం
సౌష్ఠవ విభాజనం	: ఏ విభాజనంలోనైతే అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాలు సమానంగా ఉంటాయో, ఆ విభాజనాన్ని సౌష్ఠవ విభాజనం అని అంటాం. ఆ దత్తాంశాన్ని గ్రాఫ్ కాగితం మీద చూపినప్పుడు అది గంటాకారాన్ని ఇస్తుంది.
వైషమ్య లేక అసౌష్ఠవ విభాజనం	: సౌష్ఠవతకు దూరంగా ఉండి; అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల విలువలు అసమానంగా ఉన్న విభాజనాన్ని అసౌష్ఠవ విభాజనం అని పిలుస్తాం. ఈ విభాజనపు పౌనఃపున్యరేఖ X అక్షానికి కుడివైపునగాని లేదా ఎడమవైపునగాని సాగి ఉంటుంది.
ధనాత్మక వైషమ్యం	: ఈ విభాజనంలో అంకమధ్యమం విలువ మధ్యగతం విలువ కంటే ఎక్కువగాను, మధ్యగతం విలువ బాహుళకం విలువ కంటే ఎక్కువగాను ఉంటుంది. ఈ విభాజనపు పౌనఃపున్యరేఖ X అక్షానికి కుడివైపున సాగి ఉంటుంది.
ఋణాత్మక వైషమ్యం	: ఈ విభాజనంలో అంకమధ్యమం విలువ మధ్యగతం విలువకంటే తక్కువగాను, మధ్యగతం విలువ బాహుళకం విలువ కంటే తక్కువగాను ఉంటుంది. ఈ విభాజనపు పౌనఃపున్యరేఖ X అక్షానికి ఎడమవైపు సాగి ఉంటుంది.

B R A O U

భాగం - 21 : వైషమ్య కొలమానాలు

విషయక్రమం

21.0 ఉద్దేశాలు

21.1 పరిచయం

21.2 పరమ వైషమ్య మానాలు

21.3 సాపేక్షక వైషమ్య మానాలు

21.4 కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం

21.5 బౌలీ వైషమ్య గుణకం

21.6 సారాంశం

21.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

21.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

21.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

21.10 పదకోశం

21.0 ఉద్దేశాలు

తగిన ఉదాహరణల సహాయంతో వైషమ్య కొలమానాలను వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- పరమ వైషమ్య మానాలను గణన చేయగలగాలి.
- సాపేక్షక వైషమ్య మానాలను గణన చేయగలగాలి.

BRAOU

21.1 పరిచయం

భాగం 20లో వైషమ్యానికి సంబంధించిన విషయ పూర్వక అంశాలనూ, రేఖాపటాత్మక సమర్పణనూ తెలుసుకున్నాం. ఈ భాగంలో కారల్ పియర్సన్, బౌలీల సూత్రాల ద్వారా వైషమ్యాన్ని గణన చేయడం జరుగుతుంది.

శ్రేణిలోని అసౌష్ఠవం మార్గాన్ని, పరిధిని వైషమ్యపు గణాంక మానాల సహాయంతో లెక్కిస్తారు. ఈ కొలమానాలు పరమైనవి కావచ్చు; సాపేక్షకమైనవికావచ్చు.

21.2 పరమ వైషమ్య మానాలు (Absolute Measures of Skewness)

పరమ వైషమ్య మానం శ్రేణిలోని అసౌష్ఠవం పరిధిని పరమ పరిభాషలో చెబుతుంది. దీని ప్రకారం - ఇచ్చిన శ్రేణిలోని బాహుళకానికి, మాధ్యమానికి గల వ్యత్యాసాన్ని గ్రహించి వైషమ్యాన్ని లెక్కించడం జరుగుతుంది.

సాంకేతికంగా

పరమ వైషమ్యం $= \overline{X} - Z$

ఈ పద్ధతి ప్రకారం బాహుళకం కంటె మాధ్యమం విలువ ఎక్కువగా ఉంటే, ఆ విభాజనాన్ని ధనాత్మకంగా వైషమ్యంతో కూడినదంటారు. అట్లాగాక, మాధ్యమం కంటె బాహుళకం విలువ ఎక్కువగా ఉంటే, ఆ విభాజనాన్ని ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంతో కూడినదంటారు.

పరమ వైషమ్య మానాన్ని కనుక్కోవడానికి మాధ్యమానికీ, బాహుళకానికి మధ్యగల వ్యత్యాసాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ఎందుకంటే, సౌష్ఠవ విభాజనంలో మధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకాల విలువలు ఒకేరకంగా ఉంటాయి. అయితే అసౌష్ఠవ విభాజనంలో రెండు పక్కలా మధ్యమం బాహుళకం నుంచి జరిగిపోతూ ఉంటుంది. అందుచేత మాధ్యమానికీ, బాహుళకానికీ, మధ్యగల దూరాన్ని వైషమ్యం మానానికి వినియోగిస్తారు. మాధ్యమానికీ, బాహుళకానికీ గల దూరం అధికమైతే (అది ధనాత్మకమైనా, ఋణాత్మకమైనా), విభాజనంలో అసౌష్ఠవం ఎక్కువగా ఉంటుంది.

B R A O U

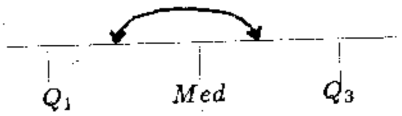
చతుర్థాంశాల ఆధారంగా వైషమ్యాన్ని లెక్కించినప్పుడు, కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

పరమ వైషమ్యం $= Q_3 + Q_1 - 2Med$

సాధారణంగా వైషమ్యం చెందిన విభాజనం స్థాన నిర్ణయపు సగటుల (positional averages) సంబంధం మీద ఈ సూత్రం ఆధారపడి ఉంటుంది. పరిమితంగా వైషమ్యం చెందిన విభాజనంలో :

$(Q_3 - Med) - (Med - Q_1)$

కాబట్టి, $Q_3 + Q_1 = 2Med = 0$



కింది కారణాల వల్ల పరమ వైషమ్యం మానాన్ని అసంతృప్తికరమైందిగా భావించడం జరుగుతూన్నది.

(i) విభాజనపు విలువల్ని ప్రకటించిన యూనిట్‌లోనే పరమ వైషమ్య మానపు విలువను కూడా ప్రకటించడమవుతున్నది. అందుచేత వివిధ యూనిట్లలో విలువల్ని ప్రకటించినప్పుడు రెండు లేదా

అంతకంటె ఎక్కువ విభాజనాలను సరిపోల్చడానికి పరమ వైషమ్యమానం పనికిరాదు.

(ii) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ విభాజనాల్లో ఒకే రకమైన పౌనఃపున్య వక్రాలు ఉండొచ్చు. అయితే ఒక శ్రేణిలో పరమ పరిభాషలో మాధ్యమానికీ, బాహుళకానికీ ఉన్న వ్యత్యాసం ఎక్కువగా ఉండొచ్చు. అందుచేత పరమ వైషమ్యమానం పౌనఃపున్య విభాజనాలకు సరిపోల్చడానికి ఏ మాత్రం ఉపకరించదు.

21.3 సాపేక్షక వైషమ్య మానాలు (Relative Measures of Skewness)

ఏదైనా విస్తరణ మానానికి సంబంధించి ప్రకటించిన పరమ వైషమ్య మానాన్ని వైషమ్య సాపేక్షకమానం లేదా వైషమ్య గుణకం అంటారు. వైషమ్య సాపేక్షకమానం శుద్ధ సంఖ్యను ఇస్తుంది. విభాజనాల విలువల్ని ప్రకటించే యూనిట్లకు ఆ సంఖ్య స్వతంత్రంగా ఉంటుంది. దీనివల్ల వివిధ యూనిట్లలో విలువల్ని ప్రకటించిన రెండూ లేదా అంతకంటె ఎక్కువ విభాజనాల ఫలితాలను పోల్చడానికి, వివరించడానికి అవకాశమేర్పడుతుంది.

వైషమ్య సాపేక్షక మానాల్లో నాలుగు ముఖ్యమైన పద్ధతులున్నాయి. అవి:

(i) కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం

(ii) బౌలీ వైషమ్య గుణకం

(iii) కెల్లీ వైషమ్య గుణకం

(iv) ఘాతికల (moments) ఆధారంగా వైషమ్య మానాలు

అయితే ఈ భాగంలో మొదటి రెండు పద్ధతులచే చర్చించడమైంది.

21.4 కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం

కారల్ పియర్సన్ అభిప్రాయం ప్రకారం కింది సూత్రం సహాయంతో వైషమ్యాన్ని గణన చేయడం జరుగుతుంది.

కారల్ పియర్సన్ యొక్క వైషమ్యం (SK_p)

$$= \frac{\text{అంకమధ్యమం} - \text{బాహుళకం}}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}} \quad \dots (i)$$

కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య లక్షణాలు

(i) సౌష్ఠవ విభాజనానికి వైషమ్యం సున్నా

BRAOU

(ii) ధనాత్మకంగా వైషమ్యం చెందిన విభాజనంలో అంకమధ్యమం విలువ బాహుళకం కంటె ఎక్కువ.

(iii) ఋణాత్మకంగా వైషమ్యం చెందిన విభాజనంలో బాహుళకం విలువ అంక మధ్యమం కంటె ఎక్కువ.

(iv) సైద్ధాంతికంగా ఈ మానం ± 3 పరిమితుల మధ్యమారుతూ ఉంటుంది. నిజ జీవితలో ఇది అసాధారణమైన దృగ్విషయం. సాధారణంగా ఇది ± 1 మధ్య మారుతూ ఉంటుంది.

పైన పేర్కొన్న సూత్రం ద్విబాహుళక పౌనఃపున్య విభాజనానికి వైషమ్యాన్ని లెక్కించడానికి ఉపయోగకరంగా ఉండదు. అందుచేత పియర్సన్ మరో సూత్రాన్ని సూచించాడు.

$$\text{కారల్ పియర్సన్ వైషమ్యం} = \frac{3(\text{అంకమధ్యమం} - \text{మధ్యగతం})}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}} \quad \text{... (ii)}$$

సాధారణ సౌష్టవ విభాజనం వివిధ సగటుల సంబంధంపై ఈ సూత్రం ఆధారపడి ఉంది. అట్లాంటి విభాజనంలో

బాహుళకం = 3 మధ్యగతం – 2 అంకమధ్యమం

బాహుళకం = 3 మధ్యగతం – 3 అంకమధ్యమం + అంకమధ్యమం

బాహుళకం – అంకమధ్యమం = 3(మధ్యగతం – అంకమధ్యమం)

అంకమధ్యమం – బాహుళకం = 3(అంకమధ్యమం – మధ్యగతం)

(అంక మధ్యమం – బాహుళకం) విలువను (i) సూత్రంలో ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\frac{3(\text{అంకమధ్యమం} - \text{మధ్యగతం})}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

BRAOU

ఉదాహరణ 1 : కింద ఇచ్చిన వారసరి వేతనాల విభాజనం కోసం వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

వారసరి వేతలనాలు (రూ.లలో) :	45	60	75	90	105	120	125	150
కార్మికుల సంఖ్య :	6	50	38	32	8	10	12	4

జవాబు :

వైషమ్య గుణకం గణన

వేతనాలు X	కార్మికుల సంఖ్య f	(X - 90) d^1	fd^1	fd^{1^2}
45	6నిని	- 3	- 18	54
60	50	- 2	- 100	200
75	38	- 1	- 38	38
90	32	0	0	0
105	8	1	8	8
120	10	2	20	40
135	12	3	36	108
150	4	4	16	64
	$N = 160$		$\sum fd^1 = 76$	$\sum fd^{1^2} = 512$

అంకమధ్యమం గణన :

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

ఇక్కడ,

$$A = 90; \sum fd^1 = -76; N = 160; C = 15$$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 90 + \frac{-76}{160} \times 15$$

$$= 90 - \frac{21}{4}$$

$$= 90 - 7.125$$

$$= 82.87$$

ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$$

ఇక్కడ,

$$\sum fd^{1^2} = 512; \sum fd^1 = -76; N = 160; C = 15$$

B R A O U

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{\frac{512}{160} - \left(\frac{-76}{160}\right)^2} \times 15$$

$$= \sqrt{3.2 - (-0.475)^2} \times 15$$

$$= \sqrt{3.2 - 0.225} \times 15$$

$$= \sqrt{2.974} \times 15$$

$$= 1.725 \times 15$$

$$= 25.875$$

బాహుళకం గణన :

వర్గీకృత పట్టిక

వేతనాలు	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
45	6	56				
60	50		88	94		
75	38	70			120	
90	32		40			78
105	8	18		50		
120	10		22		30	
135	12	16				26
150	4					

BRAOU

విశ్లేషణ పట్టిక

వరుస నెం.	వేతనాలు - రూ.లలో							
	45	60	75	90	105	120	135	15
I		1						
II			1	1				
III		1	1					
IV	1	1	1					
V		1	1	1				
VI			1	1	1			
	1	4	5	3	1			

75 విలువ ఎక్కువ సార్లు వచ్చింది (5 సార్లు) కాబట్టి, బాహుళకపు వేతనం రూ. 75 .

$$\text{కారల్ పియర్సన్ వైషమ్యం} = \frac{\text{అంకమధ్యమం-బాహుళకం}}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 82.87; బాహుళకం = 75; ప్రామాణిక విచలనం = 25.875.

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{82.87 - 75}{25.875}$$

$$= \frac{7.87}{25.875}$$

$$= 0.304$$

అందుచేత శ్రేణులు ధనాత్మకంగా వైషమ్యం చెంది ఉన్నవి.

గమనిక: ఏదైనా ఒక తరగతి పౌనఃపున్య విలువ ఇతర తరగతుల పౌనఃపున్య విలువ కంటె స్పష్టంగా ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు, విద్యార్థి వర్గీకృత పట్టీని తయారు చేయకుండా, ఆ తరగతిని బాహుళకపు తరగతిగా గుర్తించవచ్చు.

ఉదాహరణ-2 : కింది దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ వైషమ్యాన్ని గణన చేయండి.

తరగతి	పౌనఃపున్యం
0 - 5	4
5 - 10	6
10 - 15	10
15 - 20	20
20 - 25	30
25 - 30	60
30 - 35	30
35 - 40	24
40 - 45	20
45 - 50	10

జవాబు :

అంకమధ్యమం, ప్రామాణిక విచలనం గణన

తరగతి	f	M.V. m	(m−22.5)/5 d^1	fd^1	fd^{1^2}
0 - 5	4	2.5	− 4	− 16	64
5 - 10	6	7.5	− 3	− 18	54
10 - 15	10	12.5	− 2	− 20	40
15 - 20	20	17.5	− 1	− 20	20
20 - 25	30	22.5	0	0	0
25 - 30	60	27.5	1	60	60
30 - 35	30	32.5	2	60	120
35 - 40	24	37.5	3	72	216
40 - 45	20	42.5	4	80	320
45 - 50	10	47.5	5	50	250
	$N = 214$			$\sum fd^1 = 248$	$\sum fd^{1^2} = 1144$

BRAOU

అంకమధ్యమం గణన :

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

$$A = 22.5, \sum fd^1 = 248, N = 214, C = 5$$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 22.5 + \frac{248}{214} \times 5$$

$$= 22.5 + 5.80$$

$$= 28.3$$

ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$$= \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1144}{214} - \left(\frac{248}{214}\right)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{5.35 - 1.34} \times 5$$

$$= \sqrt{4.01} \times 5$$

$$= 2.002 \times 5$$

$$= 10.012$$

BRAOU

బాహుళకం గణన

వర్గీకృత పట్టిక

తరగతి	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
0 - 5	4	10				
5 - 10	6		16	20		
10 - 15	10	30			36	
15 - 20	20		50			60
20 - 25	30	90		110		
25 - 30	60		90		120	
30 - 35	30	54		74		114
35 - 40	24		44		54	
40 - 45	20	30				
45 - 50	10					

విశ్లేషణ పట్టిక

వరుస నెం.	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-55	45-50
1						1				
2					1	1				
3						1	1			
4				1	1	1				
5					1	1	1			
6						1	1	1		
				1	3	6	3	1		

విశ్లేషణ పట్టి చూడగా 25-30 తరగతిలో బాహుళకం ఉన్నదనేది స్పష్టమవుతున్నది.

$$\text{బాహుళకం} = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$L = 25; f_1 = 60; f_0 - 30; f_2 = 30; i = 5$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{బాహుళకం} = 25 + \frac{60 - 30}{2 \times 60 - 30 - 30} \times 5$$

$$= 25 + \frac{30}{120 - 60} \times 5$$

$$= 25 + \frac{150}{60}$$

$$= 25 + 2.5$$

$$= 27.5$$

BRAOU

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{\text{అంకమధ్యమం} - \text{బాహుళకం}}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 28.30; బాహుళకం = 27.50; ప్రామాణిక విచలనం = 10.012

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{28.30 - 27.50}{10.012}$$

$$= \frac{0.80}{10.012}$$

$$= 0.08$$

అందుచేత విభాజనం అతి స్వల్పస్థాయి వైషమ్యంతో ధనాత్మకంగా వైషమ్యంతో ఉన్నదని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ-3 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్‌సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

తరగతి :	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
పౌనఃపున్యం :	3	10	20	35	18	4

జవాబు :

కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం గణన

తరగతి	f	M.V. m	(m-22)/5 d^1	fd^1	fd^{1^2}
10-14	3	12	− 2	− 6	12
15-19	10	17	− 1	− 10	10
20-24	20	22	0	0	0
25-29	35	27	1	35	35
30-34	18	32	2	36	72
35-39	4	37	3	12	36
	$N = 90$			$\sum fd^1 = 67$	$\sum fd^{1^2} = 165$

అంకమధ్యమం గణన:

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

$$A = 22; \sum fd^1 = 67; N = 90; C = 5$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 22 + \frac{67}{90} \times 5$$

$$= 22 + 3.72$$

$$= 25.72$$

ప్రామాణిక విచలనం గణన:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$$

$$\sum fd^{1^2} = 165; \sum fd^1 = 67; N = 90; C = 5$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{165}{90} - \left(\frac{67}{90}\right)^2} \times 5$$

BRAOU

$$=\sqrt{1.83-(0.744)^2}\times 5$$

$$=\sqrt{1.83-0.55}\times 5$$

$$=\sqrt{1.28}\times 5$$

$$=1.131\times 5$$

$$=5.6568$$

బాహుళకం గణన:

వర్గీకృత పట్టిక

తరగతి	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4
10 - 14	3	13		
15 - 19	10		30	33
20 - 24	20			
25 - 29	35	55	53	
30 - 34	18			57
35 - 39	4	22		

విశ్లేషణ పట్టిక

వరుస నెం	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
1				1		
2			1	1		
3				1	1	
4				1	1	1
			1	4	2	1

BRAOU

విశ్లేషణ పట్టిక నుంచి బాహుళకం 25-29 తరగతిలో ఉందని స్పష్టంగా తెల్సుకోవచ్చు. దాని తరగతి హద్దులు 24.5-29.5

$$\text{బాహుళకం} = L+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}$$

$$L=24.5;\ f_1=35;\ f_0=20;\ f_2=18;\ i=5$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{బాహుళకం} = 24.5+\frac{35-20}{2\times 35-20-18}\times 5$$

$$=24.5+\frac{75}{35}$$

$= 24.5 + 2.34$

$= 26.84$

వైషమ్యం గణన :

$$= \frac{\text{అంకమధ్యమం} - \text{బాహుళకం}}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 25.72; బాహుళకం = 26.84; ప్రామాణిక విచలనం = 5.6568

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{25.72 - 26.84}{5.6568}$$

$$= \frac{-1.12}{5.6568}$$

$$= -0.198$$

కాబట్టి శ్రేణులు ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంతో కూడుకున్నవని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ-4 : ఒక ఫ్యాక్టరీలోని 30 మంది కార్మికుల వేతనాల విభాజనానికి సంబంధించి వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

వేతనాలు కంటె ఎక్కువ (రూ.) :	200	210	220	230	240	250	260	270	280
కార్మికుల సంఖ్య :	30	26	24	21	18	14	8	3	0

జవాబు :

B R A O U

కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం గణన

వేతనాలు (రూ.)	f	M.V. m	(m-255)/10 d^1	fd^1	fd^{1^2}
200-210	4	205	− 5	− 20	100
210-220	2	215	− 4	− 8	32
220-230	3	225	− 3	− 9	27
230-240	3	235	− 2	− 6	12
240-250	4	245	− 1	− 4	4
250-260	6	225	0	0	0
260-270	5	265	1	5	5
270-280	3	275	2	6	12
280-290	0	285	3	0	0
	$N = 30$			$\sum fd^1 = -36$	$\sum fd^{1^2} = 192$

అంకమధ్యమం గణన :

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

$$A = 225; \sum fd^1 = -36; N = 30; C = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 225 - \frac{-36}{30} \times 10$$

$$= 225 - 12 = 243$$

ప్రామాణిక విచలన గణన $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$

$$\sum fd^{1^2} = 192; \sum fd^1 = -36; N = 30; C = 10$$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{192}{30} - \left(\frac{-36}{30}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{6.4 - 1.44} \times 10$$

$$= \sqrt{4.96} \times 10$$

$$= 2.227 \times 10 = 22.27$$

బాహుళకం గణన :

B R A O U

వర్గీకరణ పట్టిక

తరగతి	వరుస 1	వరుస 2	వరుస 3	వరుస 4	వరుస 5	వరుస 6
200-210	4					
210-220	2	6	5	9		
220-230	3				8	
230-240	3	6				10
240-250	4		7	13		
250-260	6	10			15	
260-270	5		11			
270-280	3	8				14
280-290	0		3	8		

విశ్లేషణ పట్టిక

వరుస సంఖ్య	వేతనాలు (రూ.లలో)								
	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250	250-260	260-270	270-280	280-290
1						1			
2					1	1			
3						1	1		
4				1	1	1			
5					1	1	1	1	
6						1	1		
				1	3	6	3	1	

విశ్లేషణ పట్టిక చూడగా బాహుళకం 250-260 తరగతిలో ఉన్నదని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది.

$$\text{బాహుళకం} = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$L = 250;\ f_1 = 6;\ f_0 = 4;\ f_2 = 5;\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{బాహుళకం} = 250 + \frac{6-4}{2\times 6-4-5} \times 10$$

$$= 250 + \frac{20}{3}$$

$$= 256.67$$

వైషమ్య గుణకం గణన :

$$= \frac{\text{అంకమధ్యమం-బాహుళకం}}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 243; బాహుళకం = 256.67; ప్రామాణిక విచలనం = 22.27

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \frac{243 - 256.67}{22.27}$$

$$= \frac{13.67}{22.27}$$

$$= 0.61$$

అందుచేత విభాజనం ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంతో ఉందని చెప్పవచ్చు.

ఉదాహరణ-5 : కింది దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

మార్కులు-లోపు :	10	20	30	40	50	60	70	80
విద్యార్థుల సంఖ్య :	5	25	30	35	40	60	65	70

జవాబు :

విభాజనాన్ని నిశితంగా పరిశీలిస్తే బాహుళకం 10-20, 50-60 గ్రూపులోను ఉన్నట్లు గోచరిస్తుంది. అందుచేత శ్రేణి ద్విబాహుళకమైన శ్రేణి, వైషమ్య గణనకు కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించాలి.

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{3(\text{అంకమధ్యమం} - \text{మధ్యగతం})}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, ప్రామాణిక విచలనం గణన

మార్కులు	f	M.V. m	(m - 35)/10 d^1	fd^1	fd^{1^2}	c.f.
0 - 10	5	5	– 3	– 15	45	5
10 - 20	20	15	– 2	– 40	80	25
20 - 30	5	25	– 1	– 5	5	30
30 - 40	5	35	0	0	0	35
40 - 50	5	45	1	5	5	40
50 - 60	20	55	2	40	80	60
60 - 70	5	65	3	15	45	65
70 - 80	5	75	4	20	80	70
	$N = 70$			$\sum fd^1 = 20$	$\sum fd^{1^2} = 340$	

అంకమధ్యమం గణన:

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

$$A = 35; \sum fd^1 = 20; N = 70; C = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\overline{X} = 35 + \frac{20}{70} \times 10$$

$$= 35 + 2.857 = 37.857$$

మధ్యగతం గణన :

$$\text{మధ్యగతం} = \frac{N}{2} \text{ వ అంశం పరిమాణం}$$

BRAOU

$= \frac{70}{2}$

$= 35$వ అంశం.

కాబట్టి మధ్యగతం 30-40 తరగతిలో ఉంది.

$$\text{మధ్యగతం} = L + \frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \times i$$

$L = 30;\ \frac{N}{2} = 35;\ c.f. = 30;\ f = 5;\ i = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{మధ్యగతం} = 30 + \frac{35-30}{5} \times 10$$

$$= 30 + 10 = 40$$

ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$$

$\sum fd^{1^2} = 340;\ \sum fd^1 = 20;\ N = 70;\ C = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{340}{70} - \left(\frac{20}{70}\right)^2} \times C$$

$$= \sqrt{4.857 - 0.082} \times 10$$

$$= \sqrt{4.775} \times 10$$

$$= 2.185 \times 10$$

$$= 21.85$$

వైషమ్యం గణన :

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{3(\text{అంక మధ్యమం} - \text{మధ్యగతం})}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 37.857; మధ్యగతం = 40; ప్రామాణిక విచలనం = 21.85

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{3(37.857-40)}{21.85}$$

$$= \frac{3(-2.143)}{21.85}$$

$$= \frac{6.429}{21.85}$$

$$= -0.294$$

కాబట్టి ఋణాత్మకంగా వైషమ్యంతో ఉన్నది.

ఉదాహరణ-6 : కింద ఇచ్చిన విభాజనానికి అంకమధ్యమం, మధ్యగతం, ప్రామాణిక విచలనం ఆధారంగా వైషమ్య గుణకం గణన చేయండి.

తరగతి :	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
పౌనఃపున్యం :	1	4	9	13	16	10	8	3

జవాబు :

కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం గణన

తరగతి	f	M.V m	(m−45)/10 d^1	fd^1	fd^{1^2}	c.f
10-20	1	15	−3	−3	9	1
20-30	4	25	−2	−8	16	5
30-40	9	35	−1	−9	9	14
40-50	13	45	0	0	0	27
50-60	16	55	1	16	16	43
60-70	10	65	2	20	40	53
70-80	8	75	3	24	72	61
80-90	3	85	4	12	48	64
N =	64			$\sum fd^1 = 52$	$\sum fd^{1^2} = 210$	

అంకమధ్యమం గణన:

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd^1}{N} \times C$$

$$A = 45; \sum fd^1 = 52; N = 64; C = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\bar{X} = 45 + \frac{52}{64} \times 10$$

$=45 + 8.1$

$=53.1$

ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum fd^1}{N}\right)^2} \times C$$

$$\sum fd^{1^2} = 210; \sum fd^1 = 52; N = 64; C = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{210}{64} - \left(\frac{52}{64}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{3.28 - 0.6600} \times 10$$

$$= \sqrt{2.6200} \times 10$$

$$= 1.62 \times 10$$

$$= 16.2$$

మధ్యగతం గణన :

మధ్యగతం $= \frac{N}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

మధ్యగతం 50 – 60 తరగతిలో ఉంది.

మధ్యగతం $= L + \frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \times i$

$$L = 50; \frac{N}{2} = 32; c.f = 27; f = 16; i = 10$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

మధ్యగతం $= 50 + \frac{32-27}{16} \times 10$

$$= 50 + \frac{5}{16} \times 10$$

BRAOU

$=50+3.1$

$=53.1$

వైషమ్య గుణకం గణన :

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{3(\text{అంకమధ్యమం} - \text{మధ్యగతం})}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 53.1; మధ్యగతం = 53.1; ప్రామాణిక విచలనం = 16.2

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{3(53.1-53.1)}{16.2}$$

$=0$

కాబట్టి విభాజనం సౌష్ఠవంగా ఉంది. వైషమ్యంగా లేదు.

ఉదాహరణ-7 : కింద ఇచ్చిన విషయాలు ఒక ఫ్యాక్టరీలోని కార్మికులకు సంబంధించి పారిశ్రామిక వివాదానికి ముందువీ, వెనుకవీ. కార్మికుల దృష్ట్యా, మేనేజ్‌మెంట్ వారి దృష్ట్యా లాభాలను, నష్టాలను వ్యాఖ్యానించండి.

	వివాదం పరిష్కారం కాక ముందు	వివాదం పరిష్కారం అయిన తర్వాత
కార్మికుల సంఖ్య	120	117
సగటు వేతనాలు (రూ.)	90	95
మధ్యగతం వేతనాలు (రూ.)	96	90
ప్రామాణిక విచలనం (రూ.)	6	5

జవాబు :

ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా కింది వ్యాఖ్యానాలు చేయవచ్చు :

(i) **మొత్తం వేతనాల బిల్లు పరిపోల్చడం :**

వివాదం పరిష్కారం కాకముందు మొత్తం వేతనాల బిల్లు :

$120 \times 90 =$ రూ. 10,800

వివాదం పరిష్కారమయ్యాక మొత్తం వేతనాల బిల్లు :

$117 \times 95 =$ రూ. 11,115

B R A O U

మొత్తం వేతనాల బిల్లు వివాదం పరిష్కారం అయిన తర్వాత రూ. 10,800 నుంచి రూ. 11,115 లకు పెరిగిన విషయం స్పష్టమవుతూన్నది. అయితే కార్మికుల సంఖ్య 120 నుంచి 117 కు తగ్గింది. కాబట్టి కార్మికులకు లాభదాయకంగా, మేనేజ్‌మెంట్ వారికి నష్టదాయకంగా ఉందని మనం చెప్పవచ్చు. అయితే వేతనాలలో పెంపువల్ల ఉత్పత్తి ఎక్కువగా జరిగితే, సామర్థ్యంలో మెరుగుదల కనబడితే అది వేరే విషయం.

(ii) మధ్యగతపు వేతనం పరిపోల్చడం :

వివాదం పరిష్కారం కాకముందు కార్మికుల్లో 50 శాతం మంది రూ. 96 కు పైగా వేతనాన్ని పొందేవారు. వివాదం పరిష్కారమయ్యాక వారు రూ. 90 మాత్రమే పొందుతున్నారు.

(iii) విచరణ పోలిక :

$$\left(\frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100\right)$$

$$\sigma = 6; \overline{X} = 90$$

వివాదం పరిష్కారం కాకముందు విచరణ గుణకం

$$= \frac{6}{90} \times 100 = 6.67$$

విచరణ గుణకం విలువ 6.67 నుంచి 5.26 కు తగ్గింది కాబట్టి, వివాదం పరిష్కారమయ్యాక వేతనాలు ఎక్కువ ఏకరూపతగా పంపిణీ అయ్యాయని మనం చెప్పవచ్చు.

(iv) వైషమ్యం పోలిక :

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{3(\text{అంకమధ్యమం}-\text{మధ్యగతం})}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

వివాదం పరిష్కారం కాకముందు వైషమ్యం :

అంకమధ్యమం = 90; మధ్యగతం = 96; ప్రామాణిక విచలనం = 6

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

$$= \frac{3(90-96)}{6}$$

$$= \frac{-18}{6} = -3$$

వివాదం పరిష్కారమయ్యాక వైషమ్యం :

అంకమధ్యమం = 95; మధ్యగతం = 90; ప్రామాణిక విచలనం = 5

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \frac{3(95-90)}{5}$$

$$= \frac{15}{5} = 3$$

వివాదం పరిష్కారం కాకముందు విభాజనం ఋణాత్మకంగా వైషమ్యం చెందింది. కాని వివాదం పరిష్కారం అయ్యాక విభాజనం ధనాత్మకంగా వైషమ్యం చెందింది. దీనివల్ల తక్కువ వేతనాలు పొందే కార్మికులు చెప్పుకోదగినంతగా పెరిగినట్లు, హెచ్చు వేతనాలు పొందే కార్మికులు తగ్గిపోయారని తెలియవస్తుంది. వాస్తవంగా కార్మికుల వేతనాలు పెరిగినప్పటికీ అట్లాగే గోచరిస్తుంది.

(v) సగటుల స్థానం

బాహుళకం =3 మధ్యగతం – 2 అంకమధ్యమం

పరిష్కారానికి ముందు బాహుళకం :

$= 3 \times 96 - 2 \times 90 =$ రూ. 108

పరిష్కారం అయ్యాక బాహుళకం :

$3 \times 90 - 2 \times 95 =$ రూ. 80

అందుచేత, వివాదం తర్వాత వైయక్తిక వేతనాల సాంద్రత అంతకు ముందు కంటె తక్కువగా ఉందని మనం చెప్పవచ్చు. వివాదం పరిష్కారం కాకముందు ఎక్కువ మంది కార్మికులు రూ. 108 వేతనాలు పొందుతూ ఉండగా, వివాదం పరిష్కారమయ్యాక వాళ్ళు రూ. 80 మాత్రమే పొందుతున్నారు.

ఉదాహరణ-8 : సాధారణమైన వైషమ్యం గల విభాజనంలో అంకమధ్యమం = 50, విచరణ గుణకం =2, కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం = 0.3

బాహుళకాన్ని మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

$\overline{X} = 50$; విచరణ గుణకం = 2; వైషమ్యం = 0.3 ఇవ్వడమైంది.

BRAOU

ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$$విచరణ\ గుణకం = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100 = 2$$

$$= \frac{\sigma}{50} \times 100 = 2$$

$$= 2\sigma = 2$$

$$\sigma = \frac{2}{2} = 1$$

ప్రామాణిక విచలనం $= 1$

బాహుళకం గణన :

అంకమధ్యమం – బాహుళకం

$$వైషమ్యం = \frac{అంకమధ్యమం-బాహుళకం}{ప్రామాణిక\ విచలనం}$$

$$= \frac{50-బాహుళకం}{1} = 0.3$$

50 – బాహుళకం $= 0.3$

$= బాహుళకం = -50 + 0.3$

బాహుళకం $= 49.7$

మధ్యగతం గణన :

బాహుళకం $= 3$ మధ్యగతం – 2 అంకమధ్యమం

$49.7 = 3$మధ్యగతం – 2×50

3మధ్యగతం – 100 $= 49.7$

3మధ్యగతం $= 149.7$

మధ్యగతం $= \frac{140.7}{3}$

మధ్యగతం $= 49.9$

ఉదాహరణ-9 : 100 అంశాల గ్రూపుకు, $\sum X = 45,200; \sum X^2 =$ 2,42,70,000; బాహుళకం $= 437$, పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

అంకమధ్యమం గణన :

$$\text{అంకమధ్యమం} = \frac{\sum X}{N} = \frac{45,200}{100} = 452$$

ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$$

$$\sum X^2 = 2,42,70,000$$

$$\sum X = 45,200$$

$$N = 100$$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\sigma = \sqrt{\frac{2,42,70,000}{100} - \left(\frac{45200}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2,42,700 - (452)^2}$$

$$= \sqrt{2,42,700 - 2,04,304}$$

$$= \sqrt{38,396}$$

$$= 195.95$$

కారల్ పియర్సన్ వైషమ్యం :

$$= \frac{\text{అంకమధ్యమం-బాహుళకం}}{\text{ప్రామాణిక విచలనం}}$$

అంకమధ్యమం = 452; బాహుళకం = 437; ప్రామాణిక విచలనం = 195.95

$$\text{వైషమ్యం} = \frac{452 - 437}{195.95}$$

$$= \frac{15}{195.95}$$

$$= 0.0766$$

B R A O U

అవగాహన ప్రశ్న - 1

ఒక విభాజనంలో అంకమధ్యమం 233.88, మధ్యగతం 236.25, ప్రామాణిక విచలనం 63.28. వైషమ్య గుణకాన్ని కనుగొనండి.

21.5 బౌలీ వైషమ్య గుణకం

ఎ.ఎల్. బౌలీ అనే మహాశయుడు సాపేక్ష వైషమ్యానికి ప్రత్యామ్నాయ పద్ధతిని కనిపెట్టాడు. అది చతుర్థాంశాలపై ఆధారపడి ఉంది.

అసౌష్ఠవ విభాజనంలో మధ్యగతం నుంచి చతుర్థాంశాలు సమాన దూరంలో ఉండవు. ధనాత్మకంగా వైషమ్యం చెందిన విభాజనంలో Q_1 కంటె Q_3 మధ్యగతం నుంచి దూరంగా ఉంటుంది. దానికి భిన్నంగా, ఋణాత్మకంగా వైషమ్యం చెందిన విభాజనంలో Q_3 కంటె Q_1 మధ్యగతం నుంచి దూరంగా ఉంటుంది. అట్లాంటి సందర్భంలో, కింది సూత్రం సహాయంతో వైషమ్యాన్ని మదింపు చేయడం జరుగుతుంది.

బౌలీ వైషమ్య గుణకం (SK_B)

$$= \frac{(Q_3 - Med) - (Med - Q_1)}{(Q_3 - Med) + (Med - Q_1)}$$

లేదా

$$= \frac{Q_3 + Q_1 - 2Med}{Q_3 - Q_1}$$

ఈ మానాన్ని చతుర్థాంశ వైషమ్యమానం అని కూడా అంటారు. గుణకం విలువ ± 1 మధ్యమారుతూ ఉంటుంది. ఈ పద్ధతి ప్రత్యేకంగా వివృత అవధి విభాజనాల్లో, అంత్య విలువలు గల విభాజనాల్లో ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

ఉదాహరణ-10 : కింద ఇచ్చిన పౌనఃపున్య విభాజనానికి బౌలీ వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

మార్కులు :	0	10	20	30	40	50	60	70	80
విద్యార్థుల సంఖ్య:	10	15	8	12	30	35	20	18	3

BRAOU

జవాబు :

బౌలీ వైషమ్య గుణకం గణన

మార్కులు X	f	c.f
0	10	10
10	15	25
20	8	33
30	12	45
40	30	75
50	35	110
60	20	130
70	18	148
80	3	151

మధ్యగతం గణన :

మధ్యగతం $= \frac{N+1}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{151+1}{2} = 76$ వ అంశం పరిమాణం

76 వ అంశం పరిమాణం $= 50$; కాబట్టి మధ్యగతం $= 50$

చతుర్థాంశాల గణన :

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{152}{4} = 38$వ అంశం.

38వ అంశం పరిమాణం $= 30$

కాబట్టి, $Q_1 = 30$

$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} =$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{3 \times 152}{4} = 114$ వ అంశం పరిమాణం

114వ అంశం పరిమాణం $= 60$

కాబట్టి, $Q_3 = 60$

B R A O U

బౌలీ వైషమ్య గుణకం గణన :

$$SK_B = \frac{60 + 30 - 2 \times 50}{60 - 30}$$

$$= \frac{90 - 100}{30}$$

$$= \frac{-10}{30}$$

$$= -0.33$$

ఉదాహరణ-11 : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం చతుర్థాంశాలపై, మధ్యగతం పై ఆధారపడిన వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

ఆదాయం (రూ.)	వ్యక్తుల సంఖ్య
100 - 200	10
200 - 300	15
300 - 400	20
400 - 500	25
500 - 600	30
600 - 700	8
700 - 800	7
800 - 900	4
900 - 1000	1

జవాబు :

బౌలీ వైషమ్య గుణకం గణన

ఆదాయం (రూ.)	వ్యక్తుల సంఖ్య f	c.f.
100 - 200	10	10
200 - 300	15	25
300 - 400	20	45
400 - 500	25	70
500 - 600	30	100
600 - 700	8	108
700 - 800	7	115
800 - 900	4	119
900 - 1000	1	120

మధ్యగతం గణన :

మధ్యగతం $= \frac{N}{2}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{120}{2} = 60$ వ అంశం

మధ్యగతం $400 - 500$ తరగతిలో ఉంది.

$$\text{మధ్యగతం} = L + \frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \times i$$

$L = 400; N = 600; = c.f. = 45; f = 25; i = 100$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\text{మధ్యగతం} = 400 + \frac{60-45}{25} \times 100$$

$$= 400 + 15 \times 4$$

$$= 400 + 60 = 460$$

చతుర్థాంశాల గణన :

$Q_1 = \frac{N}{4}$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{120}{4} = 30$ వ అంశం

$300 - 400$ తరగతిలో Q_1 ఉంది.

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - c.f}{f} \times i$$

$$L = 300; \frac{N}{4} = 30; c.f = 25; f = 20; i = 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_1 = 300 + \frac{30-25}{20} \times 100$$

$$= 300 + 5 \times 5$$

$$= 325$$

$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ వ అంశం పరిమాణం

$= \frac{3 \times 120}{9} = \frac{360}{4} = 90$వ అంశం

$500 - 600$ తరగతిలో Q_3 ఉంది.

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - c.f}{f} \times i$$

$$L = 500;\ \frac{3N}{4} = 90;\ c.f = 70;\ f = 30;\ i = 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= 500 + \frac{90-70}{30} \times 100$$

$$= 500 + \frac{200}{3}$$

$$= 566.7$$

బౌలీ వైషమ్య గుణకం గణన :

$$SK_B = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Med}{Q_3 - Q_1}$$

$Q_3 = 566.7; Q_1 = 325;$ మధ్యగతం $= 460$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$SK_B = \frac{566.7 + 325 - 2 \times 460}{566.7 - 325}$$

$$= \frac{891.7 - 920}{241.7}$$

$$= \frac{-28.3}{241.7}$$

$$= -0.117$$

BRAOU

ఉదాహరణ-12 : పౌనఃపున్య విభాజనంలో చతుర్థాంశాల ప్రాతిపదికగా వైషమ్య గుణకం $= 0.3$. ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల మొత్తం 50 అయితే, మధ్యగతం $= 19$. ఎగువ చతుర్థాంశం విలువ కనుక్కోండి.

జవాబు :

$$SK_B = 0.3$$

$Q_3 + Q_1 = 50,$ మధ్యగతం $= 19$ ఇవ్వడమైంది.

$$SK_B = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Med}{Q_3 - Q_1}$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$0.3 = \frac{50-2\times19}{Q_3-Q_1}$$

$$0.3 = \frac{50-38}{Q_3-Q_1}$$

$$0.3(Q_3 - Q_1) = 50 - 38$$

$$Q_3 - Q_1 = \frac{50-38}{0.3};\quad Q_3 - Q_1 = \frac{12}{0.3}$$

$$Q_3 - Q_1 = 40$$

$Q_3 + Q_1 = 50 \ldots (i)$ సమస్యలో ఇచ్చినట్లుగా

$Q_3 - Q_1 = 40 \ldots (ii)$ పైన లెక్కించిన విధంగా

మనం రెండు సమీకరణాల్ని పరిష్కరించినట్లయితే,

$$Q_3 + Q_1 = 50 \ldots (i)$$

$$Q_3 - Q_1 = 40 \ldots (ii)$$

$$2Q_3 = 90$$

$$Q_3 = \frac{90}{2} = 45$$

అందుచేత ఎగువ చతుర్థాంశం విలువ = 45

B R A O U

21.6 సారాంశం

వైషమ్య దిశను, సంఖ్యాత్మకంగా వైషమ్యం మొత్తాన్ని తెలిపే కొలమానాలే వైషమ్య కొలమానాలు. ఈ కొలమానాలలో రెండు రకాలున్నాయి. అవి i) పరమ వైషమ్య మానాలు, ii) సాపేక్ష వైషమ్య మానాలు. పరమ వైషమ్య మానాలు అంకమధ్యమం, బాహుళకంల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని తీసుకొని వైషమ్యాన్ని కొలవగా, సాపేక్ష వైషమ్య కొలమానాలు అంకమధ్యమం, బాహుళకంల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని ఒక విస్తరణ మానంతో ముడిపెట్టి వైషమ్యాన్ని కొలుస్తాయి. ఈ సాపేక్ష వైషమ్య కొలమానాలు రెండు విభాజనాల మధ్య వైషమ్యాన్ని పోల్చడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఈ సాపేక్ష వైషమ్య కొలమానాలను వైషమ్య గుణకాలని కూడా పిలుస్తాం. ఈ గుణకాలు పోల్చబడే రెండు విభాజనాల విలువలు ఏ యూనిట్లలో ఉన్నప్పటికీ, వైషమ్యాన్ని సులభంగా కొలవడానికి అనుకూలంగా ఉంటాయి.

21.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించండి.

$$SK_p = \frac{3(\overline{X} - Md)}{\sigma}$$

జవాబు : –0.112

21.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. 'వైషమ్యం' అంటే ఏమిటి?
2. వైషమ్యాన్ని మదింపు చేయడంలో వివిధ పద్ధతులేమిటి?
3. పరమ వైషమ్యానికీ, సాపేక్ష వైషమ్యానికీ వ్యత్యాసమేమిటి?
4. సాపేక్షక మానాల సుగుణాలను వివరించండి.

అభ్యాసాలు

5. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

వేతనాలు (రూ):	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
కార్మికుల సంఖ్య :	50	20	25	10	30	30	45	15	15క్ష2	

(జవాబు : 0.75)

6. కింది దత్తాంశం నుంచి పియర్సన్ వైషమ్యాన్ని మదింపు చేయండి.

తరగతి :	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
పౌనఃపున్యం :	2	12	30	10	57	43	15	6

(జవాబు : 0.82)

7. కింది దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

వేతనాలు (పైన) రూ :	100	150	200	250	300	350	400	450
కార్మికుల సంఖ్య :	175	150	72	57	42	23	15	0

(జవాబు : 0.5)

8. కింది దత్తాంశం నుంచి పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

వయస్సు :	20-29	30-39	40-59	50-59	60-69	70-79
వ్యక్తుల సంఖ్య :	25	35	40	90	75	60

(జవాబు : 0.41)

BRAOU

9. కింది దత్తాంశం నుంచి బౌలీ వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

X :	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Y :	8	12	18	10	7	4	11	10	6

(జవాబు : 0.5)

10. కింది దత్తాంశం నుంచి చతుర్థాంశాల పైన, మధ్యగతం పైన వైషమ్య మానాన్ని లెక్కించండి.

చలరాశి :	1-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
పౌనఃపున్యం :	15	12	27	46	33	11	9	7	6	4

(జవాబు : 0.58)

11. సాధారణమైన వైషమ్యంగల విభాజనానికి అంకమధ్యమం = 300. విచరణ గుణకం 12. పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం 0.4, బాహుళకాన్ని, మధ్యగతాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 0.58)

12. 50 అంశాల గ్రూపుకు, $\sum X = 2840, \sum X^2 = 284180$, బాహుళకం= 524, పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 0.08)

13. కింది దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకాన్ని, బౌలీ వైషమ్య గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

	స్థలం M	స్థలం N
అంకమధ్యమం	900	840
మధ్యగతం	852	930
ప్రామాణిక విచలనం	180	330
మొదటి చతుర్థాంశం	372	480
మూడో చతుర్థాంశం	1170	1560

(జవాబు : 0.8, 0.203; 0.8, 0.15)

14. కింది దత్తాంశం నుంచి బౌలీ వైషమ్య గుణకాన్ని లెక్కించండి.

వ్యాపార ప్రకటనల మీద వెచ్చించిన మొత్తం	కంపెనీల సంఖ్య
5 - 9	12
10 - 14	13
15 - 19	20
20 - 24	45
25 - 29	37
30 - 34	30
35 - 39	17
40 - 44	13
45 - 49	14

(జవాబు : 0.13)

BRAOU

15. ఒక విభాజనంలో కింది ఫలితాలు పొందడమైంది. $\overline{X} = 180$, మధ్యగతం = 192, వైషమ్య గుణకం = 0.4 లభించిన దత్తాంశం ఆధారంగా ప్రామాణిక విచలనం విలువను కనుక్కోండి.

(జవాబు : 90)

16. ఒక విభాజనంలో బౌల వైషమ్య గుణకం = 0.3, ఎగువ, దిగువ చతుర్థాంశాల మొత్తం 150 అయితే, మధ్యగతం 19. ఎగువ చతుర్థాంశం విలువ కనుక్కోండి.

(జవాబు : 261)

17. పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం = 0.4, అంకమధ్యమం = 42, బాహుళకం = 25, విభాజనం ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : 127.5)

21.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం) తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3.	Gupta B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

21.10 పదకోశం

పరమ వైషమ్య కొలమానం	:	దత్తాంశాన్ని వ్యక్తపరిచిన యూనిట్లలోనే వైషమ్యాన్ని కూడా వ్యక్తపరిచినట్లయితే, అట్టి కొలమానాన్ని పరమ వైషమ్య కొలమానం అని అంటాం. సులభంగా చెప్పుకోవాలంటే, పరమ వైషమ్య కొలమానం అంకమధ్యమం, బాహుళకాల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని తీసుకొని గాని, చతుర్థాంశాలను, మధ్యగతాన్ని తీసుకొని గాని వైషమ్యాన్ని కొలుస్తుంది.
సాపేక్ష వైషమ్య కొలమానం	:	ఈ కొలమానం దత్తాంశాన్ని వ్యక్తపరిచిన యూనిట్లలో కాకుండా ఒక శుద్ధ సంఖ్యలో వైషమ్యాన్ని కొలిచి చెబుతుంది. దీని వలన రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విభాజనాల మధ్య వైషమ్యాన్ని పోల్చడానికి వీలుపడుతుంది.

BRAOU

భాగం - 22 : సహసంబంధం

విషయక్రమం

22.0 ఉద్దేశాలు
22.1 పరిచయం
22.2 సహసంబంధం-నిర్వచనం
22.3 సహసంబంధం-కారణీకరణ
22.4 సహసంబంధ ప్రాముఖ్యం
22.5 సహసంబంధంలో రకాలు
22.6 సహసంబంధ స్థాయి
22.7 సారాంశం
22.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు
22.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు
22.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు
22.11 పదకోశం

22.0 ఉద్దేశాలు

సహసంబంధ విశ్లేషణకు సంబంధించి అర్థాన్ని, స్వభావాన్ని, పరిధిని, ప్రాధాన్యతను గురించి వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- సహసంబంధాన్ని నిర్వచించగలగాలి
- సహసంబంధాన్ని, కారణీకరణాన్ని వివరించగలగాలి
- సహసంబంధ ప్రాధాన్యతను విశదీకరించ గలగాలి
- సహసంబంధంలోని వివిధ రకాలను గుర్తించ గలగాలి
- చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ స్థాయిని గుర్తించగలగాలి.

BRAOU

22.1 పరిచయం

ముందు భాగాల్లో వర్ణాత్మక గణాంకాలను గురించి మనం చర్చించడం జరిగింది. అది దత్తాంశపు రాశి లక్షణాలను వివరించింది. అంతే కాకుండా ఈ భాగాల పరిధి ఒక చలరాశి వివిధ విలువలకు మాత్రమే కట్టుబడి ఉంది. ఉదాహరణకు కేంద్రస్థానపు కొలతలు, విస్తరణ, వైషమ్యమానాలు ఒక చలరాశి తాలూకు వివిధ విలువలతో వ్యవహరించడమైంది. ఈ గణాంక మానాలు సరిపోల్చడానికి, విశ్లేషణకు ఉపయోగపడతాయి. అయితే చలరాశుల మధ్య పరిమాణాత్మక సంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి ఇవి ఉపయోగించవు. మన ఆచరణ జీవితంలో ఒక దానికి మించిన చలరాశులతో వ్యవహరించే వివిధ రకాల దత్తాంశాలు ఎదురవుతాయి. అవి పరస్పరం ఒకదానిపై మరొకటి ఆధారపడి ఉంటాయి, సంబంధం కలిగి ఉండి, ఉదాహరణకు, ఒక వస్తువు ధరకూ, దాని డిమాండ్ పరిమాణానికీ; మూలధనం పెట్టుబడికీ, లాభాల ఆర్జనకూ, వ్యాపార ప్రకటనల వ్యయానికీ, అమ్మకాలకూ; ధాన్యం పంటకూ, వర్షపాతానికీ, ఎరువుల ఉపయోగితకూ ఇలా పరస్పరం ఎంతో సంబంధముంటుంది. అంతే కాకుండా ఒక చలరాశి మొత్తాలలో మార్పులకు, ఇతర చలరాశుల మొత్తాలు ప్రతిఫలిస్తాయి. దీనిని సహవిచరణం (Covariation) అంటారు. అట్లాంటి పరస్పర సంబంధాల రాశీకరణ, వివిధ దత్తాంశాల మధ్య సహవిచరణవల్ల విశ్లేషాత్మక గణాంకమానాలను ఉపయోగించాల్సిన ఆవశ్యకత ఏర్పడుతున్నది. సహసంబంధ విశ్లేషణ అనేది అట్లాంటి విశ్లేషాత్మక గణాంకమానం. రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్యగల సంబంధపు మార్గాన్ని,పరిధిని కనుక్కోవడానికి అది తోడ్పడుతుంది. సహసంబంధమానాన్ని సహసంబంధ గుణకం (Correlation coefficient) లేదా సహసంబంధ సూచీ (Correlation Index) అంటారు. అది సహసంబంధ స్థాయిని, మార్గాన్ని ఒకే సంఖ్యలో సంక్షిప్తీకరిస్తుంది. అంటే దీని అర్థం సహసంబంధ విశ్లేషణ అనేది ఒక గణాంక పద్ధతి. అది చలరాశుల మధ్య గల సంబంధం ఉందో లేదో కనుక్కోవడానికి సహసంబంధ విశ్లేషణ ప్రక్రియ మనకు సహాయపడుతుంది. వాటి మధ్య సహసంబంధముంటే ఆ సంబంధం ఏ స్థాయిలో ఉందో, ఎంతమేరకు ఉందో, చలరాశుల మధ్య సహ విచరణం ఏ మార్గంలో ఉందో తెలియపరుస్తుంది.

22.2 సహసంబంధం-నిర్వచనం

సహసంబంధానికి చెందిన కొన్ని ముఖ్యమైన నిర్వచనాలను కింద ఇవ్వడమైంది.

(i) సింప్సన్ & కాఫ్కా అనే పండితులు సహసంబంధాన్ని ఇట్లా నిర్వచించారు. "రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సహచర్యాన్ని తెలియబర్చే విశ్లేషణ".

(ii) యాలన్‌చౌ అభిప్రాయం ప్రకారం, "చలరాశుల మధ్య గల సంబంధం స్థాయిని నిర్ణయించడానికి సహసంబంధ విశ్లేషణ ప్రయత్నిస్తుంది.

(iii) ఎ.ఎం. టటిల్ అనే మహాశయుడు సహసంబంధాన్ని ఇట్లా నిర్వచించాడు. "రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య గల సహవిచరణపు విశ్లేషణ".

(iv) క్రాక్స్టన్ & కౌడెన్ మాటల్లో చెప్పాలంటే, "సంబంధం పరిమాణాత్మక స్వభావంలో ఉన్నప్పుడు, ఆ సంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి, మదింపు చేయడానికి, సంగ్రహమైన సూత్రం ద్వారా వ్యక్తీకరించడానికి గల సముచితమైన గణాంక సాధనాన్ని సహసంబంధ మంటారు."

(v) డబ్ల్యు. ఐ. కింగ్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "రెండు శ్రేణులు లేదా దత్తాంశాల సమూహాల మధ్య ఏదైనా కారణ సంబంధముంటే దానిని సహసంబంధ మంటారు". ఆయన ఇంకా ఇలా అన్నాడు. "అనేక ఉదాహరణల్లో రెండు చలరాశులు ఎల్లప్పుడూ ఒకే మార్గంలో గానీ, ఎదురు మార్గంలోగానీ మార్పు చెందే ప్రవృత్తిలో ఉన్నట్లు నిరూపితమైతే, సంబంధం ఉన్నట్లుగా మనం పరిగణించవచ్చు. ఆ సంబంధాన్ని సహసంబంధమంటారు".

పైన పేర్కొన్న నిర్వచనాలను విశ్లేషణ చేస్తే కింది అంశాలు బయల్పడతాయి.

(i) సహ సంబంధ విశ్లేషణలో కారణ సంబంధం గల రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశుల అధ్యయనం ఇమిడి ఉంది.

(ii) సహసంబంధం అనేది రెండు చలరాశుల మధ్య సహవిచరణ విశ్లేషణ.

(iii) రెండు చలరాశుల మధ్య సహవిచరణ స్థాయినీ, మార్గాన్నీ మదింపు చేసే గణాంక పద్ధతి అది.

(iv) రెండు చలరాశుల మధ్య పరిమాణాత్మక సంబంధపు మదింపుకు సంబంధించినది అది.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

సహసంబంధ విశ్లేషణను వివరించండి.

22.3 సహసంబంధ కారణీకరణ

ఒక చలరాశి విలువల్లోని మార్పు ఇతర చలరాశుల్లోని విలువల మార్పుకు ఎక్కువగా కారణం కావచ్చు. అయితే చలరాశుల మధ్య అలాంటి కార్యకారణ సంబంధాన్ని సహసంబంధం ఏర్పరచదు. ఇంకా స్పష్టంగా చెప్పాలంటే, ఏ చలరాశి కారణమో, ఏ చలరాశి ఫలితమో అని తెలియజేయదు. అంతే కాకుండా సహసంబంధ విశ్లేషణ చలరాశుల మధ్య కార్యకారణ సంబంధాన్ని నిర్దిష్టంగా చెప్పదు. హెచ్చు స్థాయి సహసంబంధ గుణకం ఉన్నదంటే దాని అర్థం ఎల్లప్పుడూ అధ్యయనం చేసిన చలరాశుల మధ్య సన్నిహిత సంబంధమున్నదని కాదు. ఉదాహరణకు, పందులకూ, దుక్క ఇనుం ఉత్పత్తికీ మధ్య సహ సంబంధ గుణకం హెచ్చు స్థాయిలో ఉండటం, వాటి రెండింటికీ సంబంధాన్ని తెలియజేయదు. అందుచేత రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం ఉండటం ప్రత్యక్ష కారణంవల్లనేనని అనుకోవాల్సిన అగత్యం లేదు. కారణీకరణ ఎల్లప్పుడూ సహసంబంధం ద్వారానే ఉత్పన్నం కావచ్చు. సహసంబంధ గుణకపు స్థాయి ప్రాముఖ్యత కింద పేర్కొన్న అంశాల్లో దేనివల్లనైనా, వాటి సమూహం వల్లనైనా కావచ్చు.

(i) ఒక చలరాశి మరో చలరాశికి కారణం కావడం.

చలరాశులమధ్య కార్యకారణ సంబంధం తరుచుగా సందర్భోచితంగా నిర్ణయమవుతూ ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, వ్యవసాయ ఉత్పత్తి పెరుగుదలకు వర్షపాతం కారణమవుతుంది. అయితే వ్యవసాయిక

BRAOU

ఉత్పత్తి వర్షపాతానికి కారణంకాదు. వ్యావసాయిక ఉత్పత్తికీ, వర్షపాతానికీ సంబంధం లేదు కాబట్టి, వర్షపాతాన్ని స్వతంత్ర చలరాశిగా పిలవవచ్చు. వ్యావసాయిక ఉత్పత్తి మీద వర్షపాతం ప్రభావం ఉంటుంది కాబట్టి వ్యావసాయిక ఉత్పత్తిని అస్వతంత్ర చలరాశి అని పిలవవచ్చు.

(ii) రెండు చలరాశులలో పరస్పరం చర్యలకులోను కావచ్చు

పరస్పరం ప్రభావితమయ్యే రెండు లేదా అంతకంటె హెచ్చు చలరాశులను మనం చూడవచ్చు. ఉదాహరణకు, ఒక వస్తువు ధర, డిమాండ్ మధ్య హెచ్చు స్థాయి సహసంబంధం విషయాలలో ధర, డిమాండ్, అనే రెండు చలరాశులు పరస్పరం ప్రభావితమయ్యే అవకాశముంది. అట్లాంటి సందర్భాలలో ఏ చలరాశి కారణమో, ఏ చలరాశి ఫలితమో కచ్చితంగా గుర్తించడం సాధ్యంకాదు.

(iii) ఉమ్మడి కారణం ఫలితమే రెండు చలరాశులు కావడం

అధ్యయనం కిందగల రెండు చలరాశులూ తరుచుగా సన్నిహిత సంబంధంతో ఉండవచ్చు దీనికి కారణమేమిటంటే అవి కొన్ని బాహ్య కారణాల బలమైన ప్రభావానికి లోబడి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, వ్యవసాయ ఉత్పత్తికీ, ఉపయోగించిన ఎరువుల రాశికీ మధ్యగల హెచ్చుస్థాయి సహసంబంధానికి వర్షపాతం, నీటిపారుదల సదుపాయాలు, ఉపయోగించిన విత్తనాల నాణ్యత మొదలైన బాహ్యకారణాలు ఉండవచ్చు. ఈ బాహ్యకారణాలు రెండు రాశులపై ప్రభావం చూపిస్తాయి ఒకే రకంగా స్పందించడానికి కారణమవుతాయి.

(iv) మార్పు ఏకీభావం (Change Coincidence)

ఒక్కొక్కప్పుడు ఏ విధంగానూ పరస్పరం సంబంధంలేని రెండు చలరాశుల మధ్య హెచ్చుస్థాయి సహసంబంధాన్ని గణితీయ లెక్కలు ఇచ్చే అవకాశముంది. ఇట్లాంటి హెచ్చు స్థాయి సహసంబంధం కేవలం కాకతాళీయమైనటువంటిది. సహసంబంధ గుణకాన్ని వివరించేటప్పుడు అధ్యయనం కింద ఉన్న చలరాశు పరస్పరం సంబంధంతో ఉన్నాయో, లేదో గమనించాలి. చలరాశుల మధ్య సంబంధం ఏమిలేకపోతే, గణనచేసిన సహసంబంధ గుణకపు గణాంక ప్రమాణం అర్థం లేనటువంటిది. ఈ తరహా సహ సంబంధాన్ని నకిలీ సహసంబంధం (spurious Co-rrelation) అంటారు. ఈ నకిలీ సహసంబంధానికి ఉదాహరణ - బొగ్గు ఉత్పత్తికీ, వ్యవసాయిక ఉత్పత్తికీ గల హెచ్చు స్థాయి సహసంబంధం.

BRAOU

(v) చిన్న శాంపుల్‌లో హెచ్చుస్థాయి సహసంబంధం

చిన్న సమూహాలకు హెచ్చుస్థాయి సహసంబంధాన్ని పొందే అవకాశముంది. ప్రతిచయన హెచ్చు తగ్గులవల్లగానీ, గణాంక శోధకుని పక్షపాతం వల్లగాని అట్లా జరగవచ్చు. చిన్న నమూనాలకు, సార్వజనీన చలరాశులకు పొందిన ఫలితాలకు మధ్య ప్రాముఖ్యం గల సంబంధం ఏమీ ఉండకపోవచ్చు. ఉదాహరణకు, తండ్రులూ, కొడుకుల జతల చిన్న నమూనాను అధ్యయనం చేయుడంవల్ల తండ్రుల ఎత్తుల, కొడుకుల ఎత్తుల మధ్య హెచ్చుస్థాయిని ఋణ సహసంబంధం ఏర్పడి ఉండవచ్చు.

22.4 సహసంబంధ ప్రాముఖ్యం

పరస్పర సంబంధమున్న, ఆధారంగల వివిధ చలరాశుల ప్రవర్తన తెల్సుకోవడానికి ప్రభుత్వానికి, వ్యాపారస్తులకు, వినియోగదార్లకు సహసంబంధ అధ్యయనం ఎంతో ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

సహసంబంధ అధ్యయనం వల్ల కొన్ని నిర్దిష్టమైన ఉపయోగాలను కింద వివరించడమైంది.

i) వస్తువుల డిమాండ్, సప్లయ్, ధర, పొదుపులు, పెట్టుబడి, ఆర్జించిన లాభాలు, తలసరి ఆదాయం వినియోగ పద్ధతి ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలైన రకరకాల ఆర్థిక చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకోవడానికి సహసంబంధ విశ్లేషణ మనకు తోడ్పడుతుంది. ఈ తరహా విశ్లేషణాత్మక అధ్యయనం ఆర్థిక వ్యవస్థలో నెలకొన్న పరిస్థితుల ప్రకారం ఉత్పత్తిని ప్లాన్ చేయడానికి ప్రభుత్వానికి, ఉత్పత్తిదార్లకు సహాయ పడుతుంది.

ii) సహసంబంధ విశ్లేషణ వ్యాపారనిర్వహణకు తోడ్పడుతుంది. సంస్థ సాఫీగా కొనసాగడానికి అవసరమైన చలరాశుల మధ్య సంబందాన్ని కనుక్కోవడానికి ఇది సహాయపడుతుంది. ఉదాహరణకు, సహసంబంధ పద్ధతుల తోడ్పాటుతో వ్యాపార కార్యనిర్వాహకులు వ్యాపారవ్యయానికీ, లభించిన అమ్మకాలకూ మధ్య సంబంధ స్థాయిని కనుక్కొంటారు. వారు వ్యయాలు, ధరలు మొదలైన వాటిమధ్య ప్రయోజనాత్మక సంబంధాన్ని కూడా కనుక్కోగలరు. ఈ రకమైన ప్రయోజనాత్మక సంబంధం నిర్ణయాలు చేయడంలో అనిశ్చితత్వపు ప్రభావాన్ని తగ్గిస్తుంది. శాస్త్రీయ పద్ధతుల ద్వారా ఊహామాత్రపు పనిని తగ్గిస్తుంది. ఊహలతో చేసిన అంచనాలకంటె సహసంబంధ గణాంక పద్ధతిలో చేసిన అంచనాలు ఎక్కువ నమ్మదగినవిగా ఉంటాయని చెప్పవచ్చు.

iii) అశాస్త్రీయమైన లేదా అపరిష్కృత పద్ధతుల ఆధారంగా పొందిన చలరాశుల మధ్య సంబంధ కచ్చితత్వాన్ని సహసంబంధ పద్ధతుల ద్వారా ప్రయోజన పూరితంగా పరీక్షించవచ్చు; సరిచూడవచ్చు.

iv) సహసంబంధ గుణకం శుద్ధ సంఖ్య. దాని సహాయంతో వివిధ యూనిట్ల ద్వారా ప్రకటితమైన చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయవచ్చు; ఏ మాత్రం ఇబ్బంది, అయోమయం లేకుండా విశ్లేషణ చేయవచ్చు.

v) ఆర్థిక ప్రవర్తనను అవగాహన చేసుకోవడానికి సహసంబంధ విశ్లేషణ మనకెంతో తోడ్పడుతుంది. అంతేకాకుండా ఇతర చలరాశులు ఆధారపడి ఉన్న ముఖ్యమైన చలరాశులను కనుక్కోవడానికి ఇది ఉపయోగపడుతుంది. అందుచేత సంచలన శక్తులను గుర్తుపట్టి, కొన్ని స్థిరపర్చే శక్తుల ద్వారా తటస్థపర్చవచ్చు.

22.5 సహసంబంధం రకాలు

చలరాశుల మధ్యగల సంబంధం ప్రాతిపదికగా సహసంబంధాన్ని మూడు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు.

(i) ధనలేదా ఋణ సహసంబంధం

(ii) సామాన్య, పాక్షిక బహుళ సహసంబందం

(iii) సరళరేఖా, అసరళరేఖా సహసంబంధం

(i) ధన, ఋణ సహసంబంధం (Positive and Negative Co-rrelation)

చలరాశులలో చలించే దిక్కు, స్థాయికి సంబంధించి రెండు చలరాశుల మధ్య ధన, ఋణ సహసంబంధాన్ని గుర్తించడం జరుగుతుంది. రెండు చలరాశుల విలువలు ఒకే దిక్కున మార్పు చెందితే,

సహసంబంధం ధనాత్మకమని అంటారు. దీని అర్థమేమిటంటే, మనకు ఇచ్చిన రెండు చలరాశులలోను ఒక చలరాశి విలువలో పెరుగుదల అంటే రెండో చలరాశి విలువలోను పెరుగుదల వస్తే లేదా ఒక చలరాశి విలువలో తరుగుదల అంటే రెండో చలరాశి విలువలోను తరుగుదలవస్తే ఆ రెండు చలరాశులకు ఉన్న సహసంబంధం ధనాత్మకమని చెప్పవచ్చు.

కింది ఉదాహరణను గమనించండి.

(ఎ) వస్తువు ధర : రూ. 20, 24, 30, 36, 40
వస్తువు సప్లయ్ : కిలోలు 30, 40, 44, 50, 74
(బి) వస్తువు ధర : రూ. 40, 35, 30, 20, 15
వస్తువు సప్లయ్ : కిలోలు 25, 23, 15, 10, 5

అందుకు భిన్నంగా ఒక చలరాశి ఎక్కువ విలువలు వేరొక చలరాశి తక్కువ విలువలతోను, తక్కువ విలువలు వేరొక చలరాశి ఎక్కువ విలువలతోను చలిస్తే ఆ సంబంధాన్ని ఋణసహసంబంధమంటారు. కింది ఉదాహరణలను గమనించండి.

(ఎ) వస్తువు ధర : రూ. 10, 15, 20, 30, 40
వస్తువునకు గల డిమాండ్, : కిలోలు 20, 15, 11, 8, 5
(బి) వస్తువు ధర : రూ. 50, 45, 30, 20, 15
రాశికిగల డిమాండ్ : కిలోలు 5, 10, 15, 20, 25

ii సామాన్య, పాక్షిక బహుళ సహసంబంధం

BRAOU

అధ్యయనం చేసిన చలరాశుల సంఖ్యను బట్టి, పాక్షిక, బహుళ సహసంబంధంగా గుర్తించడమవుతుంది. రెండుచలనాల మధ్యమాత్రమే సంబంధాన్ని అధ్యయనంచేస్తే, దానిని సామాన్య సహసంబంధం (Simple correlation) అంటారు. ఉదాహరణ, ఒక వస్తువుధర డిమాండ్‌కుగల సంబంధం. అట్లాగాక రెండు చలరాశులకు మించి సంబంధాన్ని అధ్యయనంచేస్తే దానిని బాహుళ (multiple) లేదా పాక్షిక (Partial) సహసంబంధమంటారు. అయితే బహుళ సహసంబంధం విషయంలో అన్ని చలరాశుల మధ్యగల సంబంధాన్ని ఏకకాలంలో అధ్యయనం చేస్తారు. అంటే వ్యావసాయిక ఉత్పత్తి, వర్షపాతం, వినియోగించిన ఎరువులు మొదలైన వాటి మధ్య సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడం. అందుకు భిన్నంగా, పాక్షిక సహసంబంధం విషయంలో వ్యావసాయిక ఉత్పత్తికి, వర్షపాతానికీగల సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసి, ఎరువుల ప్రభావాన్ని విస్మరించడంగాని, స్థిరంగా ఉంచడంగాని చేస్తారు.

(iii) సరళరేఖా లేదా వక్రరేఖీయ సహసంబంధం (Linear and Non- linear or Curvlinear co-rrelation)

చలరాశుల విలువల మార్పు రేఖకుగానీ, మొత్తానికి గానీ సంబంధించి సరళరేఖా, అసరళరేఖా సహసంబంధాన్ని గుర్తించడమవుతుంది. ఒక చలరాశిలోని రాశి, మార్పు లేదా మొత్తం రెండో చలరాశిలోని మార్పుకు లేదా మొత్తానికి సమాన నిష్పత్తిలో ఉంటే దానిని సరళరేఖా సహసంబంధమంటారు.

కింది ఉదాహరణను గమనించండి

X : 10, 20, 30, 40, 50, 60

Y : 25, 50, 75, 100, 125, 150

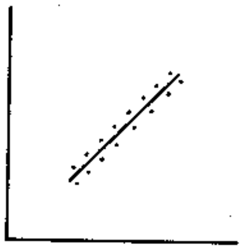
అట్లాకాక ఒకచలనంలోని మార్పు లేదా మొత్తం రెండో చలనంలేని మార్పు లేదా మొత్తానికి సమాన నిష్పత్తిలో ఉండకపోతే, దానిని అసరళరేఖా సహసంబంధమంటారు. దీనినే వక్రరేఖీయ సంబంధమని కూడా పిలుస్తారు.

క్రింది ఉదాహరణ గమనించండి

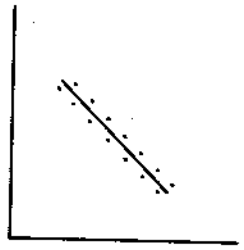
X : 100, 110, 120, 180, 196, 240

Y : 20, 24, 44, 68, 90, 112

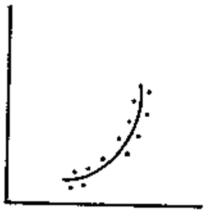
సరళరేఖా సహసంబంధంతో గ్రాఫ్ పేపర్ మీద దత్తాంశాన్ని చూపితే, సరళరేఖను చూపుతుంది. అసరళరేఖా సహసంబంధంలో దత్తాంశం వక్రరేఖరూపులో ఉంటుంది.



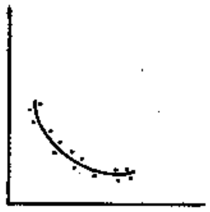
పటం : 22.1
ధనాత్మక సరళరేఖా సహసంబంధం



పటం : 22.2
ఋణాత్మక సరళరేఖాసహసంబంధం



పటం : 22.3
ధనాత్మక వక్రరేఖా సహసంబంధం



పటం : 22.4
ఋణాత్మక వక్రరేఖా సహసంబంధం

సహసంబంధస్థాయి	ధనాత్మక	ఋణాత్మక
సహసంబంధం లోపించడం	0	0
అతి తక్కువస్థాయి సహసంబంధం (విస్మరించదగినది)	0నుంచి+ 0.25	0నుంచి −0.25
తక్కువస్థాయి సహసంబంధం	+0.25 నుంచి + 0.5	− 0.25నుంచి−0.5
మధ్యమ స్థాయి సహసంబంధం	+ 0.5 నుంచి + 0.75	− 0−.5నుంచి−0 .75
హెచ్చుస్థాయి సహసంబంధం	+ 0.75 నుంచి + 1.00	− 0.75నుంచి−1.00
సంపూర్ణ సహసంబంధం	+1	−1

మన నిత్యజీవితంలో అసరళరేఖా సంబంధంగల చలరాశులతోనే మనకు సంబంధముంటుంది. ఆ సరళరేఖా సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి గణాంక కొలతలు అతి క్లిష్టంగా ఉంటాయి. కాబట్టి, మనం సాధారణంగా రెండు చలరాశుల మధ్య సరళరేఖా సంబంధమున్నట్లు భావిస్తాం.

అవగాహన ప్రశ్న-2

సరళరేఖా సహసంబంధాన్ని వివరించి, ఒక ఉదాహరణను ఇవ్వండి.

22-6. సహసంబంధ స్థాయి

చలరాశుల మధ్య సంబంధ ఏ మాత్రముందో గణాంక పద్ధతుల ద్వారా లెక్కిస్తారు. దానిని సహసంబంధ గుణకం (Co-efficient of correlation) అంటారు. కారల్ పియర్సన్ ఇచ్చిన సూత్రం ప్రకారం సహసంబంధ గుణకం ఎల్లప్పుడూ ± 1 మధ్య మారుతూ ఉంచుంది. (+) అనే బీజీయ చిహ్నం చలరాశుల మధ్య ధనాత్మక సంబంధాన్ని సూచిస్తుంది. (–) అనే గుర్తు ఋణాత్మక సంబంధాన్ని తెలియజేస్తుంది. అధ్యయనం కింద ఉన్న చలరాశుల మధ్య సంబంధమేమీ లేకపోతే, సహసంబంధ గుణకం సున్నా అవుతుంది. + సంపూర్ణ ధనాత్మక సహసంబంధాన్ని తెలియజేస్తుంది.–1 సంపూర్ణ ఋణాత్మక సహసంబంధాన్ని తెలియజేస్తుంది. సహసంబంధ గుణకం (+) 1 కు దగ్గరగా ఉంటే, ధనాత్మక సహసంబంధం హెచ్చు స్థాయిలో ఉందని చెప్పవచ్చు. అట్లాకాక సహసంబంధ గుణకం –1కు దగ్గరగా ఉంటే, ఋణాత్మక సహసంబంధం హెచ్చు స్థాయిలో ఉందని చెప్పవచ్చు. ఒక చలరాశిలో పెరుగుదల/ తరుగుదల అదే మోతాదులో మరో చలరాశిలో పెరుగుదల/తరగుదలకు దారితీస్తే సంపూర్ణ ధనాత్మక సహసంబంధమున్నదని చెప్పవచ్చు. అట్లాగాక ఒక చలరాశిలో పెరుగుదల/ తరుగుదల అదే మోతాదులో మరో చలరాశిలో పెరుగుదల/ తరుగుదల ప్రతిగమన దిక్కులో ఉంటే సంపూర్ణ ఋణాత్మక సహసంబంధమున్నదని చెప్పవచ్చు. ధనాత్మక లేదా ఋణాత్మక సహసంబంధం విషయంలో ఒక చలరాశిలో మార్పు మరో చలరాశిలో మార్పుకు స్థిర నిష్పత్తిలో దారితీయనక్కర్లేదు.

రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ స్థాయిని తెలియజేసే పట్టికను ఇంతకు ముందు ఉన్న పేజీలో చూడండి.

22.7 సారాంశం

సహసంబంధం అనేది ఒక విశ్లేషణాత్మక గణాంక కొలమానం. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సంబంధ దిశను, సంబంధ స్థాయిని తెలుసుకోవడానికి ఈ కొలమానం ఉపయోగపడుతుంది. అయితే గమనించాల్సిన విషయమేమిటంటే ఈ కొలమానం చలరాశుల మధ్య కార్యకారక సంబంధాన్ని తెలియజేయదు. పైగా చలరాశుల మధ్య ఉండే సంబంధం ఆధారంగా సహసంబంధాన్ని మూడు తరగతులుగా వర్గీకరించవచ్చు. అవి i. ధనాత్మక, ఋణాత్మక సహసంబంధాలు ii. సాధారణ, పాక్షిక, బహుళ సహసంబంధాలు iii. సరళరేఖా, అసరళరేఖా సహసంబంధాలు. వివిధ

చలరాశుల ప్రవర్తనను తెలుసుకోవడానికి ఈ సహసంబంధం పరిశీలన ప్రభుత్వానికి, వ్యాపారస్తులకు వినియోగదారులు మొదలైనవారికి ఎంతగానో ఉపయోగపడుతుంది.

22.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. చలరాశుల మధ్య సంబంధపు స్థాయిని, దిశను సహసంబంధ విశ్లేషణ తెలియజేస్తుంది.

2. ఒక చలరాశిలోని మార్పు రేటు లేదా మార్పుమొత్తం మరొక చలరాశిలోని మార్పు రేటు లేదా మార్పు మొత్తానికి సమానమైనట్లయితే, ఆ చలరాశుల మధ్య సరళరేఖా సహసంబంధం ఉందని అంటాం.

ఉదా :-

X : 5 10 15 20 25

Y : 10 20 30 40 50

22.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. సహసంబంధం అంటే ఏమిటి?
2. పరతంత్ర చలరాశి అంటే ఏమిటి?
3. స్వతంత్ర చలరాశి అంటే ఏమిటి?
4. కారణీకరణ అంటే ఏమిటి?
5. ధనాత్మక, ఋణాత్మక సహసంబంధాల మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?
6. సరళరేఖా, అసరళరేఖా సహసంబంధాల మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?
7. సామాన్య, పాక్షిక, బహుళ సహసంబంధాల మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?
8. మిధ్యాసహసంబంధం అంటే ఏమిటో వివరించండి.
9. సహసంబంధ భావన అర్థాన్ని, ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించండి.

B R A O U

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

10. తగిన ఉదాహరణలతో వివిధ రకాల సహసంబంధాలను వివరించండి.

11. "హెచ్చు స్థాయిగల సహసంబంధమంటే సహసంబంధంగల రెండు చలరాశుల మధ్య కార్యకారణ సంబంధం ఉందని అర్థం కాదు," తగిన ఉదాహరణలతో వివరించండి.

22.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం) తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు
2.	Gupta, S.P.	:	'Statistical Methods' Sultan Chand & Company, New Delhi.
3.	Gupta, B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

22.11 పదకోశం

సహసంబంధం	:	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సన్నిహిత సంబంధాన్ని తెలిపే గణాంక కొలమానమే సహసంబంధం.
ధనాత్మక సహసంబంధం	:	రెండు చలరాశుల విలువలు ఒకే దిశలో మార్పు చెందుతూ ఉంటే - అంటే తగ్గుతూ ఉన్నా లేక పెరుగుతూ ఉన్నా - ఆ చలరాశుల మధ్య ధనాత్మక సహసంబంధం ఉందని చెబుతాం.
ఋణాత్మక సహసంబంధం	:	రెండు చలరాశుల విలువలు వ్యతిరేక దిశలో మార్పు చెందుతూ ఉంటే - ఒక దాని విలువ పెరుగుతూ ఉండటం, మరొక దాని విలువ తగ్గుతూ ఉండటం - ఆ చలరాశుల మధ్య ఋణాత్మక సహసంబంధం ఉందని అంటాం.
సామాన్య సహసంబంధం	:	రెండు చలరాశుల మధ్యనే సహసంబంధాన్ని గణన చేయడాన్ని సామాన్య సహసంబంధం అని పిలుస్తాం.
బహుళ సహసంబంధం	:	రెండు చలరాశుల కంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని గణన చేయడాన్ని బహుళ సహసంబంధం అని అంటాం.
సరళరేఖా సహసంబంధం	:	రెండు చలరాశుల మధ్య మార్పు మొత్తం లేదా మార్పు నిష్పత్తి సమానంగా ఉన్నట్లయితే ఆ చలరాశుల మధ్య సరళరేఖా సహసంబంధం ఉందని అంటాం.
అసరళరేఖా సహసంబంధం (వక్రరేఖా సహసంబంధం)	:	రెండు చలరాశుల విలువల మధ్య మార్పు మొత్తం లేదా మార్పు నిష్పత్తి అసమానంగా

B R A O U

ఉన్నట్లయితే, ఆ చలరాశుల మధ్య, అసరళరేఖా సహసంబంధం ఉందని అంటాం.

సహవిచరణం (covariation)	:	ఇది చలరాశుల మధ్య అంతర సంబంధాన్ని లేదా పరస్పరం ఆధారపడటాన్ని తెలియజేస్తుంది.
పాక్షిక సహసంబంధం	:	ఒక విషయానికి సంబంధించి అనేక చలరాశులు ఉన్నప్పుడు, కేవలం రెండింటి మధ్య సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేస్తే, అది పాక్షిక సహసంబంధం అవుతుంది.
కృత్రిమ సహసంబంధం (Spurious correlation)	:	ఎలాంటి సంబంధంలేని రెండు చలరాశుల మధ్య సంబంధం ఏర్పరచి, సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేస్తే అది కృత్రిమ సహసంబంధం అవుతుంది.
స్వతంత్ర చలరాశి	:	వేరొక చలరాశిలోని విలువలను అంచనా కట్టడానికి ఉపయోగపడే చలరాశిని స్వతంత్ర చలరాశి అని అంటాం.
అస్వతంత్ర చలరాశి	:	ఒక చలరాశిలోని విలువల ఆధారంగా అంచనా కట్టబడే చలరాశిని అస్వతంత్ర చలరాశి అని పిలుస్తాం.

BRAOU

విషయక్రమం

23.0 ఉద్దేశాలు

23.1 పరిచయం

23.2 వ్యాపన పటం పద్ధతి

23.4 కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం

23.5 సారాంశం

23.6 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

23.7 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

23.8 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

23.9 పదకోశం

23.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగం సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతులను వివరించడానికై ఉద్దేశించబడింది.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు :

- వ్యాపనపటం పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతిని వివరించగలాలి
- రేఖా చిత్ర పటం ద్వారా సహసంబంధాన్ని గుర్తించగలాలి
- కారల్ పియర్సన్ సూత్రాన్ని అనుసరించి సహసంబంధాన్ని గణన చేయుగలాలి.

BRAOU

23.1 పరిచయం

ఇంతకు ముందు భాగంలో సహసంబంధం అర్థాన్ని, దానిలోని రకాలను గురించి తెలుసుకున్నాం. ఈ భాగంలో సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతులను గురించి తెలుసుకుందాం. అవి ఏమంటే :

1. వ్యాపన పటం పద్ధతి

2. రేఖాచిత్ర పటం పద్ధతి

3. కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం

4. స్పియర్‌మన్ రాంక్ సహసంబంధ గుణకం

5. అనుషక్త విచలన గుణకం

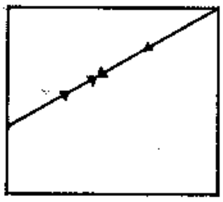
పైన పేర్కొనబడిన పద్ధతులలో మొదటి రెండు ప్రధానంగా గ్రాఫ్ పద్ధతులు కాగా, మిగిలినవి గణితీయ పద్ధతులు. ఈ భాగంలో మొదటి మూడు పద్ధతులను గురించి తెలుసుకుంటాం.

వ్యాపన పటం పద్ధతి, రేఖాచిత్ర పద్ధతి కూడా సహసంబంధం స్వాభావాన్ని మాత్రమే తెలియజేస్తాయి. అంటే చలరాశులలోని విలువలు ఏ దిశలో పయనిస్తున్నాయో మాత్రమే చెబుతాయి. ఈ పద్ధతులు చలరాశుల మధ్య సంబంధం ఇంత మొత్తం ఉందని చెప్పవు.

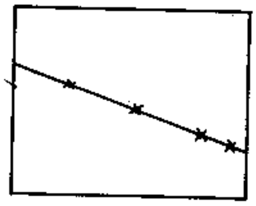
ఈ పరిమితిని అధిగమించడానికి గణిత శాస్త్ర పద్ధతులను ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతులు సంబంధ స్థాయిని, దిశను కూడా తెలియజేస్తాయి. కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం అలాంటి కొలమానాలలో ఒకటి.

23.2 వ్యాపన పటం పద్ధతి

వ్యాపన పటాన్ని డోటోగ్రామ్ (Dotogram) అనీ, స్కాటర్ డయాగ్రామ్ (Scatter diagram) అని కూడా అంటారు. ఈ పద్ధతి ప్రకారం సంబంధిత చలరాశులను గ్రాఫ్ కాగితంపై బిందువులతో గుర్తిస్తారు. చలరాశుల జతల సంఖ్యను బట్టి బిందువుల సంఖ్యలు వస్తాయి. గ్రాఫ్ మీద పెట్టిన బిందువులను బట్టి చలరాశుల మధ్య గల సంబంధం గురించి మనకు తెలుస్తుంది. పటం మీద బిందువులు దగ్గరి దగ్గరిగా ఉంటే చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ స్థాయి హెచ్చుగా ఉన్నట్లు తెలియవస్తుంది. బిందువులు అక్కడక్కడ చెల్లాచెదురుగా ఉంటే సహసంబంధం స్థాయి తక్కువగా ఉందని చెప్పవచ్చు. బిందువులతో ఏర్పడిన మార్గం దిగువ ఎడమ మూలనుంచి కుడి ఎగువమూలకు పోతే సహసంబంధం ధనాత్మకమని చెప్పవచ్చు. అట్లాగాక బిందువులు ఎగువ కుడి మూలనుంచి దిగువ ఎడమ మూలకు తగ్గుదల ప్రవృత్తిని చూపితే సహసంబంధం ఋణాత్మకమని చెప్పవచ్చు. ఎడమ దిగువ మూల నుంచి కుడి దిగువ మూలకు అన్ని బిందువులూ సరళరేఖ మీద వాలితే సహసంబంధం సంపూర్ణంగా ధనాత్మకమని చెప్పవచ్చు (అంటే $r = +1$). అందుకు భిన్నంగా కుడి ఎగువ మూల నుంచి ఎడమ దిగువ మూలకు తగ్గుతూ బిందువులన్నీ సరళరేఖ మీద వాలితే, సహసంబంధం సంపూర్ణంగా ఋణాత్మకమని చెప్పవచ్చు. (అంటే $r = -1$). గుర్తించిన బిందువులు X అక్షానికి సమాంతరంగా సరళరేఖ మీద వాలితే సహసంబంధం లోపించిందంటారు. (అంటే $r = 0$). వివిధ స్థాయిల సహసంబంధం మధ్యగల వ్యత్యాసాన్ని కింద సూచించిన పటాలు ...... (పటం : 23.1 నుండి 23.7వరకు) తెలియజేస్తాయి.

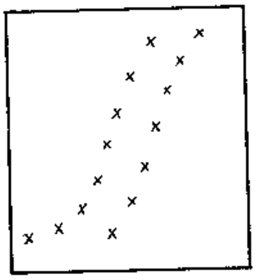


పటం 23.1
సంపూర్ణ ధనాత్మక సహసంబంధం

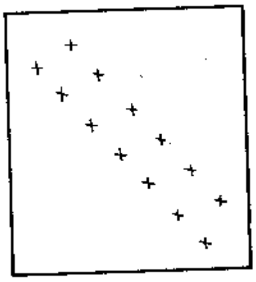


పటం 23.2
సంపూర్ణ ఋణాత్మక సహసంబంధం

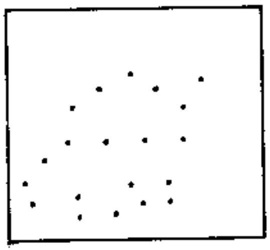
BRAOU



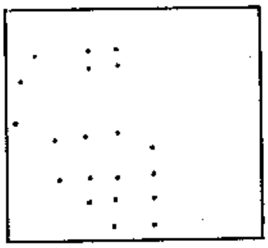
పటం 23.3
హెచ్చు స్థాయి ధనాత్మక సహసంబంధం



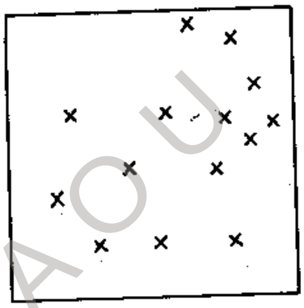
23.4
హెచ్చు స్థాయి ఋణాత్మక సహసంబంధం



పటం 23.5
తక్కువస్థాయి ధనాత్మక సహసంబంధం



పటం 23.6
తక్కువస్థాయి ఋణాత్మక సహసంబంధం



పటం 23.7
శూన్య సహసంబంధం

BRAOU

వ్యాపన పటం పద్ధతి సుగుణాలు, పరిమితులు

వ్యాపన పటం పద్ధతి సుగుణాలు కింద పేర్కొనడం జరిగింది.

i) ఇది సామాన్యమైన, దృశ్యమానమైన పద్ధతి. ఇందులో క్లిష్టమైన గణితీయ లెక్కింపులు ఉండవు.

ii) చలరాశుల మధ్య ఏమైనా సంబంధం ఉందోలేదో పటాన్ని చూడగానే వెంటనే చెప్పవచ్చు.

iii) చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం ఏమాత్రముందో, ఏ దిక్కున ఉందో ఇది సూచిస్తుంది.

iv) సహసంబంధం సరళ రేఖాత్మకమో, అసరళ రేఖాత్మకమో ఇది చెబుతుంది. స్వతంత్ర చలరాశుల విలువల ఆధారంతో అస్వతంత్ర చలరాశుల విలువల్ని అంచనా వేయడానికి ఇది తోడ్పడుతుంది.

v) సుష్ఠుతను సామీప్య రేఖను (Line of best fit) పొందడంలో ఇది తోడ్పడుతుంది.

vi) దత్తాంశంలో అసాధారణ బిందువులేమైనా ఉంటే వాటిని కనుక్కోవడానికి ఇది తోడ్పడుతుంది. దత్తాంశంలోని ఇతర బిందువులకు దూరంగా ఏదైనా బిందువుగానీ, కొన్ని బిందువులుగానీ ఉంటే, చలరాశుల విలువల్లో అసాధారణ ప్రవృత్తిని అది సూచిస్తుంది. అట్లాంటి అసాధారణ ప్రవృత్తి వల్ల ఇంకా శోధన, సవిస్తరమైన విశ్లేషణ అవసరమవుతాయి.

vii) గణితీయ పద్ధతులవలె కాకుండా ఇది దత్తాంశపు అంత్య విలువలకు ప్రభావితం కాదు.

అయినప్పటికీ ఈ పద్ధతికి కొన్ని పరిమితులు లేకపోలేదు. రెండు చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని గురించి వ్యాపన పటం కచ్చితమైన అభిప్రాయాన్ని ఏర్పర్చదు. కాబట్టి వ్యాపన పటం ప్రాతిపదికతో నిశ్చితమైన నిర్ణయాలకు రావడానికి వీల్లేదు. సంఖ్యాత్మకంగా అది సహసంబంధ స్థాయిని కొలువలేదు. అంతే కాకుండా రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి మాత్రమే ఇది ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

23.3 రేఖాపటం పద్ధతి

ఈ పద్ధతి ప్రకారం చలరాశుల విలువల్ని గ్రాఫ్ కాగితం మీద గుర్తిస్తారు. ప్రతి చలరాశి నుంచీ వేర్వేరు వక్రరేఖలు వస్తాయి. వక్రరేఖల సమీపత, మార్గాన్ని బట్టి రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సంబంధపు పరిధిని, దిక్కును మనం నిర్ణయించవచ్చు. రెండు వక్రరేఖలు ఒకే దిక్కుగా పోతూంటే (అధోముఖంగా గానీ, ఊర్ధ్వముఖంగా గానీ), రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం ధనాత్మకమని చెప్పవచ్చు. అట్లాగాక వక్రరేఖలు ఎదురు బదురుగా పోతే, సహసంబంధం ఋణాత్మకమని చెప్పవచ్చు. వక్రరేఖల్లోని అసమానపు హెచ్చు తగ్గులు సహసంబంధం లేకపోవడాన్ని గాని, తక్కువ స్థాయి సహసంబంధాన్ని గాని సూచిస్తుంది.

వ్యాపన పటంలాగానే రేఖా పటం పద్ధతి కూడా సామాన్యమైంది; దృశ్యమానమైంది. ఇందులో గణితీయ లెక్కింపులేమీ ఉండవు. ఈ పద్ధతిలో ఉన్న గొప్ప ప్రయోజనమేమిటంటే రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని నిర్ణయించడానికి ఇది తోడ్పడుతుంది. చలరాశుల మధ్య గల సంబంధాన్ని గురించి ఒక ఉద్దేశాన్ని ఏర్పరచుకోవడానికి ఇది తోడ్పడినప్పటికీ, సహసంబంధ స్థాయిని సంఖ్యాత్మకంగా ఇది మదింపు చేయజాలదు. కాబట్టి ఈ పద్ధతి సహాయంతో చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని గురించి ఖచ్చితమైన నిర్ణయాలు చేయడానికి వీల్లేదు. కింద ఇచ్చిన ఉదాహరణవల్ల రేఖాపటం పద్ధతి స్వభావం, ప్రాముఖ్యం మరింత అవగాహన కాగలదు.

ఉదాహరణ : కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి, రేఖాపటం పద్ధతిలో సహసంబంధాన్ని కనుక్కోండి.

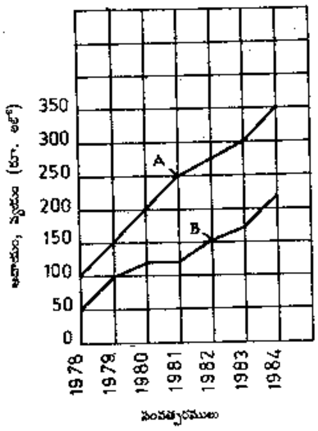
సంవత్సరం :	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
సగటు ఆదాయం (రూ.) :	100	150	200	250	275	300	350
సగటు వ్యయం (రూ.) :	75	100	125	125	150	175	225

జవాబు : సగటు ఆదాయం, సగటు వ్యయం మధ్య సహసంబంధాన్ని నిర్ణయించడానికి, X అక్షం మీద సంవత్సరాల్ని, Y, అక్షం మీద సగటు ఆదాయానికి వ్యయాలకు సంబంధించిన సంఖ్యలను చూపడం జరిగింది.

స్కేలు : X అక్షం మీద : 1 సెం.మీ. = ఒక సంవత్సరం

Y అక్షం మీద : 1 సెం.మీ. = రూ. 50

ఇచ్చిన విలువల ప్రాతిపదికగా రెండు వేర్వేరు వక్రరేఖల్ని గీయడమైంది. ఒకటి సగటు ఆదాయానికి, మరొకటి సగటు వ్యయానికి.



A ఆదాయము; B వ్యయం

పటం : 23.8 సగటు ఆదాయ వ్యయాలను సూచించే సహసంబంధం

పై గ్రాఫ్ వల్ల చలరాశి, ఆదాయం, వ్యయం దగ్గరి సంబంధంతో ఉన్నాయని తెలుస్తుంది.

23.4 కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం

చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం ప్రాచుర్యంలో ఉన్న గణితీయ పద్ధతి. పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని 'r' అక్షరం ద్వారా తెలుపుతారు. దీనిని ప్రత్యక్ష పద్ధతి ద్వారాగానీ, దగ్గరి పద్ధతి ద్వారా గాని లెక్కిస్తారు.

BRAOU

ప్రత్యక్ష పద్ధతి

ఈ పద్ధతి ప్రకారం సహసంబంధ గుణకమనేది రెండు శ్రేణులలోని ప్రామాణిక విచలనానిక సహవిచరణ నిష్పత్తి అవుతుంది.

సాంకేతికంగా,

$$r = \frac{\sum xy}{N.\sigma x.\sigma y} \text{..........}(i)$$

ఇక్కడ, x = అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న X శ్రేణి విచలనాలు

y = అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న Y శ్రేణి విచలనాలు

$\sum$ xy = వాటి వాటి అంకమధ్యమాలనుంచి తీసుకొన్న X, Y శ్రేణుల విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం

σx : X శ్రేణుల ప్రామాణిక విచలనం

σy : Y శ్రేణుల ప్రామాణిక విచలనం

N = మొత్తము జతల సంఖ్య

ఈ సూత్రాన్ని అంశాల విచలనాలను ఆయా శ్రేణుల అసలు అంక మాధ్యమాల నుంచి తీసుకొన్నప్పుడే అన్వయింపజేయడం జరుగుతుంది.

ఉదాహరణ : 1

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి X, Y శ్రేణుల మధ్య సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

	X శ్రేణులు	Y శ్రేణులు
జతల సంఖ్య	100	100
ప్రామాణిక విచలనం	9	4

రెండు శ్రేణుల నుండి తీసిన విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం 1340

జవాబు :

సహసంబంధ గుణకం గణన

$$r = \frac{\sum xy}{N.\sigma x.\sigma y}$$

ఇక్కడ, $N = 100; \sigma x = 9; \sigma y = 4$

$$\sum xy = 1340$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r = \frac{1340}{100 \times 9 \times 4}$$

$$r = \frac{1340}{3600}$$

$$r = 0.37$$

కాబట్టి, X Y మధ్య సహసంబంధ గుణకం = 0.37

ఉదాహరణ-2 :

X, Y మధ్య సహవిచరణం 16.2 అయితే, X, Y విచరణం వరసగా 25.2, 15.6 అయితే X, Yల మధ్య సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

రెండు చలరాశుల మధ్య సహవిచరణం అనేది, ఆ రెండు శ్రేణుల అంకమధ్యమాల ఆధారంగా తీసిన విచలనాల లబ్ధాల మొత్తాన్ని జతల సంఖ్యచే భాగిస్తే వస్తుంది.

X, Y ల మధ్య సహవిచరణం $= \frac{\sum xy}{N}$

ఈ అభ్యాసంలో మనకు $\frac{\sum xy}{N} = 16.2$ అని ఇవ్వడం జరిగింది.

X శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం గణన (σx)

$\sigma x^2 =$ X విస్తృతి

ఇక్కడ, $\sigma x^2 = 25.2$

$$\sigma x = \sqrt{25.2}$$

$$\sigma x = 5.02$$

Y శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం గణన (σy)

$\sigma y^2 = y$ శ్రేణి విస్తృతి

ఇక్కడ, $\sigma y^2 = 15.5$

$$\sigma y = \sqrt{15.5}$$

$$\sigma y = 3.94$$

సహసంబంధ గుణకం గణన

$$r = \frac{\sum xy}{N.\sigma X.\sigma y}$$

ఇక్కడ, $\frac{\sum xy}{N} = 16.2; \sigma x = 5.02; \sigma y = 3.94$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r = \frac{16.2}{5.02 \times 3.94}$$

$$r = \frac{16.2}{19.78}$$

$r = 0.82$

X, Y ల మధ్య సహసంబంధ గుణకం $= 0.82$

ఉదాహరణ-3 :

X, Y శ్రేణుల మధ్య కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం $= 0.82$; వాటి సహ విచరణం $= +16.2$. X శ్రేణి విస్తృతి 25.2 అయితే Y శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

X శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం గణన :

$\sigma x^2 = X$ శ్రేణి విస్తృతి

$\sigma x = \sqrt{X \text{ శ్రేణి విస్తృతి}}$

ఇక్కడ, X శ్రేణి విస్తృతి $= 25.2$

$\sigma x^2 = 25.2$

$\sigma x = \sqrt{25.2}$

$\sigma x = 5.02$

ఇంకా,

X, Y మధ్య సహవిచరణం $= 16.2$

X, Y మధ్య సహవిచరణం $= \frac{\sum xy}{N}$

అందుచేత $= \frac{\sum xy}{N} = 16.2$

Y శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం గణన;

$r = \frac{\sum xy}{N.\sigma X.\sigma y}$

$r = 0.82$ (సమస్యలో ఇచ్చింది)

$\frac{\sum xy}{N} = 16.2; \sigma x = 5.02$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

B R A O U

$$0.82 = \frac{16.2}{5.02 \times \sigma y}$$

$$0.82 \times 5.02 \times \sigma y = 16.2$$

$$4.12 \times \sigma y = \frac{16.2}{4.12}$$

$$\sigma y = 3.93$$

Y శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం $= 3.93$

సూత్రం (i) ని కింది విధంగా సులభం చేయవచ్చు. అందువల్ల X, Y శ్రేణుల ప్రామాణిక విచలనాల లెక్కింపును చేయకుండా ఉండవచ్చు.

$$r = \frac{\sum xy}{N.\sigma x.\sigma y} ....(i)$$

ఇక్కడ, $\sigma x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$

$$\sigma y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}}$$

$\sigma x, \sigma y$ విలువల్ని సూత్రం (i)లో ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r = \frac{\sum xy}{N\sqrt{\frac{\sum x^2}{N} \times \frac{\sum y^2}{N}}}$$

$$= \frac{\sum xy}{N\sqrt{\frac{\sum x^2 \times \sum y^2}{N^2}}}$$

$$= \frac{\sum xy}{\frac{N}{N}\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

$$= \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} ......(ii)$$

పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించడానికి కింది మెట్లు అవసరం :

(i) X శ్రేణి అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించండి. $(\overline{X})$

(ii) Y శ్రేణి అంకమధ్యమాన్ని లెక్కించండి $(\overline{Y})$

(iii) X శ్రేణి విచలనాలను దాని అంకమధ్యమం నుంచి $(\overline{X})$ తీసుకోండి. వీటిని 'x'గా గుర్తించండి.

BRAOU

(iv) X శ్రేణి విచలనాలను వర్గంకట్టండి. మొత్తం ($\sum x^2$) వస్తుంది.

(v) Y శ్రేణి విచలనాలను దాని అంకమధ్యమం నుంచి ($\overline{Y}$) తీసుకోండి. వీటిని 'y' గా గుర్తించండి.

(vi) Y శ్రేణి విచలనాలకు వర్గం కట్టండి. మొత్తం ($\sum y^2$) వస్తుంది.

(vii) X, Y శ్రేణుల విచలనాలను గుణించండి. మొత్తం ($\sum xy$) వస్తుంది.

(viii) సూత్రంలో $\sum xy, \sum x^2, \sum y^2$ విలువల్ని ప్రతిక్షేపించండి. సహసంబంధ గుణకం వస్తుంది.

ఉదాహరణ-4 :

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

ధర (రూ) :	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15
డిమాండ్ (కిలోలు) :	20	18	18	15	12	12	12	10	8	5

జవాబు :

కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధం గుణకం గణన
ధర X, డిమాండ్ Y గా గుర్తించండి.

X	$X-\overline{X}$ x	x^2	Y	$Y-\overline{Y}$ y	y^2	xy
4	− 5	25	20	7	49	− 35
5	− 4	16	18	5	25	− 20
6	− 3	9	18	5	25	− 15
7	− 2	4	15	2	4	− 4
8	− 1	1	12	− 1	1	1
9	0	0	12	− 1	1	0
10	1	1	12	− 1	1	− 1
12	3	9	10	− 3	9	− 9
14	5	25	8	− 5	25	− 25
15	6	36	5	− 8	64	− 48
$\sum X = 90$	$\sum x = 0$	$\sum x^2 = 126$	$\sum Y = 130$	$\sum y = 0$	$\sum y^2 = 204$	$\sum xy = -156$

X శ్రేణి యొక్క అంకమధ్యమం గణన:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$= \frac{90}{10}$$

$$\overline{X} = 9$$

Y శ్రేణి అంకమాధ్యమం గణన :

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{N}$$

$$= \frac{130}{10}$$

$$\overline{Y} = 13$$

కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధం గణన :

$$= \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

ఇక్కడ, $\sum = -156; \sum x^2 = 126; \sum y^2 = 204$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r = \frac{-156}{\sqrt{126 \times 204}}$$

$$= \frac{-156}{\sqrt{25704}}$$

$$= \frac{-156}{160.33}$$

$$r = -0.97$$

కాబట్టి, వస్తువు ధర, డిమాండ్ మధ్య హెచ్చుస్థాయిగల ఋణాత్మక సహసంబంధమున్నది.

B R A O U

ఉదాహరణ-5 :

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి X, Y మధ్య కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధాన్ని కనుక్కోండి.

	X శ్రేణి	Y శ్రేణి
జతల సంఖ్య	45	45
అంకమధ్యమం	75	54
అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గాల సంకలనం	408	414
ఆయా అంకమధ్యమాల నుంచి తీసుకొన్న X, Y శ్రేణుల విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం	122	

జవాబు :

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

ఇక్కడ, $N = 45; \overline{X} = 75;$

$\overline{Y} = 54; \sum x^2 = 408; \sum y^2 = 414 \sum xy = 122$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

$$r = \frac{122}{\sqrt{408 \times 414}}$$

$$= \frac{122}{\sqrt{1689.2}}$$

$$= \frac{122}{410.99}$$

$$r = 0.2997$$

కాబట్టి X, Yల మధ్య కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం = 0.297

దగ్గరి పద్ధతి

అసలు అంక మధ్యమాలు భిన్నాలుగా ఉన్నప్పుడు ప్రత్యక్ష పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధాన్ని లెక్కించడం ఎంతో కాలహరణం, శ్రమతో కూడుకున్న పని. అట్లాంటి సందర్భాలలో ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకున్న విచలనాలు లెక్కలను తక్కువ చేసి, కాలాన్ని ఆదా చేస్తాయి. ఈ పద్ధతిలో సహసంబంధాన్ని కనుక్కోవడాన్ని దగ్గరి పద్ధతి అంటారు. కింది మెట్ల ద్వారా మదింపు చేయడం జరుగుతుంది.

BRAOU

i) X శ్రేణి విచలనాలను ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకోండి. వీటిని dx అంటారు. మొత్తం $(\sum dx)$.

ii) Y శ్రేణి విచలనాలను ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకోండి. వీటిని dy అని అంటాం. దీని మొత్తం $(\sum dy)$

iii) dx కు వర్గాన్ని కట్టండి. మొత్తం $(\sum dx^2)$

iv) dy కు వర్గాన్ని కట్టండి. మొత్తం $(\sum dy^2)$

v) dx, dy లను హెచ్చించండి. మొత్తం $(\sum dxdy)$

vi) $\sum dxdy, \sum dx, \sum dy, \sum dx^2, \sum dy^2$ విలువల్ని కింది సూత్రంలో ప్రతిక్షేపించి, సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

$$r = \frac{N.\sum dx\, dy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2}\sqrt{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{\sum dx\, dy - \frac{\sum dx \cdot \sum dy}{N}}{\sqrt{N\sum dx^2 - \frac{\left(\sum dx\right)^2}{N}}\sqrt{N\sum dy^2 - \frac{\left(\sum dy\right)^2}{N}}}$$

ఇక్కడ, $\sum dx\, dy = X, Y$ శ్రేణుల ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల లబ్దాల సంకలనం

$\sum dx^2 = X$ శ్రేణి ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గపు సంకలనం

$\sum dy^2 = Y$ శ్రేణి ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల వర్గపు సంకలనం

$\sum dx, \sum dy$ అనేవి X, Y శ్రేణుల ఊహించిన సగటుల నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల సంకలనం.

ఉదాహరణ : 6

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

X : 25 30 52 40 20 22 32 35 38 42

Y : 12 22 15 20 18 18 25 23 30 30

జవాబు :

కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం గణన

X, Y శ్రేణుల సగటులను 35, 25 గా ఊహిద్దాం.

B R A O U

X	X−35 dx	dx²	Y	Y−25 dy	dy²	dxdy
25	− 10	100	12	− 13	169	130
30	− 5	25	22	− 3	9	15
52	17	289	15	− 10	100	− 170
40	5	25	20	− 5	25	− 25
20	− 15	225	18	− 7	49	105
22	− 13	169	18	− 7	49	91
32	− 3	9	25	0	0	0
35	0	0	23	− 2	4	0
38	3	9	30	5	25	15
42	7	49	30	5	25	35
	$\sum dx = -14$	$\sum dx^2 = 900$		$\sum dy = -37$	$\sum dy^2 = 465$	$\sum dxdy = 196$

$$= \frac{\sum dx\, dy - \frac{\sum dx \cdot \sum dy}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{\left(\sum dx\right)^2}{N}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{\left(\sum dy\right)^2}{N}}}$$

ఇక్కడ, $\sum dxdy = 196; \sum dx = -14; \sum dy = -37; \sum dx^2 = 900; \sum dy^2 = 445; N = 10$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r = \frac{196 - \frac{(-14 \times -37)}{10}}{\sqrt{900 - \frac{(-14)^2}{10} \times 455 - \frac{(-37)^2}{10}}}$$

$$= \frac{196 - \frac{518}{10}}{\sqrt{900 - \frac{196}{10} \times 455 - \frac{1369}{10}}}$$

$$= \frac{196 - 51.8}{\sqrt{900 - 19.6 \times 455 - 136.9}}$$

$$= \frac{144.2}{\sqrt{880.4 \times 318.1}}$$

$$= \frac{144.2}{\sqrt{280055.24}}$$

$$= \frac{144.2}{529.20}$$

$r = 0.27$

అసలు విలువల నుంచి నేరుగా సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించడం :

ఈ పద్ధతి ప్రకారం మనం రెండు శ్రేణుల విచలనాలను వాటి అసలు సగటు నుంచిగానీ ఊహించిన సగటుల నుంచిగానీ తీసుకోనక్కర్లేదు.

కింది సూత్రాన్ని అన్వయిస్తారు.

$$r = \frac{N\sum XY - \sum X.\sum Y}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

ఇక్కడ,

$\sum X$ = X శ్రేణి మొత్తం

$\sum Y$ = Y శ్రేణి మొత్తం

$\sum X^2$ = X శ్రేణి అసలు విలువల వర్గాల సంకలనం

$\sum Y^2$ = Y శ్రేణి అసలు విలువల వర్గాల సంకలనం

$\sum XY$ = X, Y శ్రేణుల విలువల లబ్ధాల సంకలనం

N = జతల సంఖ్య

B R A O U

అవగాహన ప్రశ్న - 1

ఒక విభాజనంలో $N = 10, \sum dx^2 = 3775, \sum dx = 85, \sum dy^2 = 3125, \sum dy = 35, \sum dxdy = 2900$.

సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

____

____

____

____

____

____

ఉదాహరణ : 7

X :	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Y :	25	23	20	16	12	12	10	8	5	4

జవాబు :

సహసంబంధ గుణకం గణన

X	X^2	Y	Y^2	XY
10	100	25	625	250
9	81	23	529	207
8	64	20	400	160
7	49	16	256	112
6	36	12	144	72
5	25	12	144	60
4	16	10	100	40
3	9	8	64	24
2	4	5	25	10
1	1	4	16	4
$\sum X = 55$	$\sum X^2 = 385$	$\sum Y = 135$	$\sum Y^2 = 2303$	$\sum XY = 939$

BRAOU

$$= \frac{N\sum XY - \sum X . \sum Y}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

ఇక్కడ, $N = 10; \sum XY = 939; \sum X = 55; \sum Y = 135; \sum X^2 = 385; \sum Y^2 = 2303$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r = \frac{10 \times 939 - 55 \times 135}{\sqrt{10 \times 385 - (55)^2}\sqrt{10 \times 2303 - (135)^2}}$$

$$= \frac{9390 - 7425}{\sqrt{(3850 - 3025)}\sqrt{(23030 - 18225)}}$$

$$=\frac{1965}{\sqrt{3964125}}$$

$$=\frac{1965}{1991.011}$$

$$=0.987$$

కాబట్టి, X, Y శ్రేణుల మధ్య హెచ్చుస్థాయి ధనాత్మక సహసంబంధముంది.

ఉదాహరణ : 8

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశంనుంచి సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

జతల సంఖ్య = 10

$\overline{X} = 33.6, \overline{Y} = 21.3, \sigma x = 12, \sigma y = 8$

X శ్రేణి ఊహించిన సగటు = 40

Y శ్రేణి ఊహించిన సగటు = 25

X, Y శ్రేణుల ఊహించిన సగటుల విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం = 65

జవాబు :

ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు మరోసూత్రాన్ని కూడా మనం అన్వయించవచ్చు.

$$r=\frac{\sum dxdy-N(\overline{X}-Ax)(\overline{Y}-Ay)}{N.\sigma x.\sigma y}$$

ఇక్కడ, $\sum dxdy = X, Y$ శ్రేణుల ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం

Ax: X శ్రేణి ఊహించిన సగటు

Ay: Y శ్రేణి ఊహించిన సగటు

ఇక్కడ ఇచ్చినవి : $N = 10; \overline{X} = 33.6; \overline{Y} = 21.3; \sigma x = 12; \sigma y = 8; Ax = 40; Ay = 25; \sum dxdy = 65$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r=\frac{65-10(33.6-40)\ (21.3-25)}{10\times 12\times 8}$$

$$= \frac{65-10(6.4)(-3.7)}{960}$$

$$= \frac{65-236.8}{960}$$

$$= \frac{-171.8}{960}$$

$r = -0.179$

కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం $= -0.179$

పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకానికిగల ప్రమేయాలు

కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధగుణకం కింది ప్రమేయాలపై ఆధారపడి ఉంది.

(i) అధ్యయనం చేసిన చలరాశుల మధ్య సరళరేఖా సంబంధముంది.

(ii) అధ్యయనం కింద ఉన్న చలరాశులు అధిక సంఖ్యలో ఉన్న స్వతంత్రకారణాలకు ప్రభావితమవుతాయి.

(iii) అధ్యయనం కింద ఉన్న చలరాశుల మధ్య 'కార్యకారణ' సంబంధముంది.

పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకానికున్న సుగుణాలు, పరిమితులు

కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం చలరాశుల మధ్యగల సంబంధం పరిధిని, స్వభావాన్ని కనుక్కోవడానికి రూపొందించిన గణితీయపద్ధతి, ఖచ్చితమైన సంఖ్యాత్మక పద్ధతిలో అది సంబంధాన్ని మదింపు చేస్తుంది. లభించిన గుణకం శుద్ధసంఖ్య. విలువల్ని ప్రకటించిన వివిధ యూనిట్ల కొలతలు దానిపై ప్రభావాన్ని చూపెట్టలేవు. అందుచేత కారల్ పియర్సన్ పద్ధతి సహసంబంధాన్ని ఒకేసంఖ్యలో మదింపుచేస్తుంది. అది సహసంబంధం మార్గాన్ని, స్థాయిని తెలియజేస్తుంది. ఏమైనప్పటికీ, కింది పరిమితులు దానికున్నాయి.

(i) దత్తాంశంలో సరళరేఖా సంబంధం ఉన్నట్లు ఊహించడమైంది. అయితే మన వాస్తవిక జీవితంలో సరళరేఖత్వం అపురూపమైన దృగ్విషయం.

(ii) సహసంబంధ గుణకాన్ని వ్యాఖ్యానించడానికి ఎంతోజాగ్రత్త, అనుభవం కావల్సి ఉంటాయి.

(iii) సహసంబంధ గుణకపు విలువ దత్తాంశపు అంశాల అంత్యవిలువ ప్రభావానికి లోబడి ఉంటుంది

(iv) ఇందులో విసుగు పుట్టించే గణితీయ లెక్కింపులు ఉన్నాయి.

BRAOU

23.5 సారాంశం

సహసంబంధాన్ని కొలవడానికి ఉపయోగించే కొలమానాన్ని సహసంబంధ గుణకం అని అంటాం. దీని విలువ ± 1 మధ్య ఉంటుంది. + 1 సంపూర్ణ ధనాత్మక సహసంబంధాన్ని తెలియజేయగా, −1 సంపూర్ణ ఋణాత్మక సహసంబంధాన్ని తెలియజేస్తుంది. సహసంబంధ గుణకం '0' ఉన్నట్లయితే అది చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం శూన్యమని చెబుతుంది. సహసంబంధాన్ని కింది పద్ధతుల ద్వారా అధ్యయనం చేస్తారు.

1. వ్యాపన పటం పద్ధతి
2. రేఖా పటాత్మక పద్ధతి
3. కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం
4. స్పియర్‌మన్ రాంక్ సహసంబంధ గుణకం
5. అనుషక్త విచలన గుణకం

23.6 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించి జవాబును కనుగొనండి.

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{\sum dx \sum dy}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N} \times \sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}}}$$

(జవాబు : 0.7478)

23.7 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ) చిన్న ప్రశ్నలు

1. వ్యాపన పటం అంటే ఏమిటి?
2. రేఖా పటాత్మక పద్ధతిలో సహసంబంధాన్ని ఎట్లా మదింపు చేస్తారు?
3. కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని మీరు ఎట్లా వ్యాఖ్యానిస్తారు?
4. r యొక్క విలువకు పరిమితులేమిటి?

అభ్యాసాలు

5. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ఒక ఫ్యాక్టరీ 100 కార్మికుల ఆదాయ, వ్యయాలు గ్రాఫ్ ఆధారంతో సహసంబంధాన్ని ఏర్పరచడం సాధ్యమవుతుందో కనుక్కోండి.

BRAOU

	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
సగటు ఆదాయం(రూ.) :	400	450	500	525	510	475	550
సగటు వ్యయం (రూ.) :	150	125	200	175	250	300	400

(జవాబు : r = 0.703)

6. కింది శ్రేణుల నుంచి కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

ధర (X) రూ :	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
డిమాండ్ (Y) టన్నులు :	30	29	29	25	24	24	24	21	18	16

(జవాబు : r = 0.967)

7. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

వయస్సు	లక్ష ఒక్కింటికి గుడ్డివారు
0 - 5	5
5 - 10	6
10 - 15	9
15 - 20	12
20 - 25	10
25 - 30	4
30 - 35	15

(జవాబు : r = 0.522)

8. కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

	X శ్రేణి	Y శ్రేణి
అంకమధ్యమం	37.25	62.75
ఊహించిన సగటు	34.50	56.00
ప్రామాణిక విచలనం	16.53	17.93

X, Y శ్రేణుల ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకున్న విచలనాల లబ్దాల సంకలనం = 1038

X, Y శ్రేణుల జతల సంఖ్య = 10

(జవాబు : r = 0.287)

9. కింద ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

X శ్రేణి విచలనాల మొత్తం = – 85

Y శ్రేణి విచలనాల మొత్తం = – 10

X, Y శ్రేణుల విచలనాల లబ్దాల మొత్తం = 1522

BRAOU

X శ్రేణి విచలనాల వర్గాల మొత్తం = 4144

Y శ్రేణి విచలనాల వర్గాల మొత్తం = 1132

జతల సంఖ్య 10

X, Y శ్రేణుల ఊహించిన సగటు వరసగా 41, 34.

(జవాబు : $r = 0.733$)

10. X, Yల మధ్య కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం = 0.4, వాటి సహవిచరణం = +8. X యొక్క విస్తృతి 12 అయితే, Y శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : $\sigma y = 5.77$)

11. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి X, Y శ్రేణుల మధ్య సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

	X శ్రేణి	Y శ్రేణి
జతల సంఖ్య	10	10
ప్రామాణిక విచలనం	6	4
X, Y శ్రేణుల అంకమధ్యమాల నుంచి తీసుకొన్న విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం	135	

(జవాబు : 0.562)

12. X, Y శ్రేణుల సహ విచరణం 4.2 X, Y ల విస్తృతి వరుసగా 15.1; 13.2 అయితే, X, Y ల మధ్య సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

(జవాబు : $r = 0.297$)

13. వ్యాపార గణక, గణాంక శాస్త్రాలలో ఒక తరగతి పరీక్షలో 10 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులకు సంబంధించిన కింది దత్తాంశం నుంచి కారల్ పియర్సన్ సహ సంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

రూల్ నంబర్లు :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
వ్యాపార గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు :	50	60	65	30	40	35	70	75	80
వ్యాపార గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు :	45	55	60	40	45	60	58	62	72

(జవాబు : $r = 0.701$)

14. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి. X శ్రేణిలో 48, Y శ్రేణిలో 20 నుంచి విచలనాలను తీసుకోండి.

X : 40 42 46 48 50 56

Y : 10 12 15 23 27 30

(జవాబు : $r = 0.956$)

B R A O U

23.8 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, డి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', ప్రథమ భాగం, తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3.	Gupta B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

23.9 పదకోశం

వ్యాపన పటం పద్ధతి	:	రెండు చలరాశుల మధ్య చిత్రపటం ద్వారా సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయడాన్ని వ్యాపన పటం పద్ధతి అని అంటాం.
రేఖాపటాత్మక పద్ధతి	:	సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేయుడం కోసం రెండు చలరాశుల విలువలను గ్రాఫ్ కాగితంపై వేరువేరుగా గుర్తించే విధానం.
సహసంబంధ గుణకం	:	ఇది సహసంబంధాన్ని సంఖ్యాత్మకంగా కొలిచే కొలమానం. ఇది చలరాశుల మధ్య సంబంధ స్థాయినేగాక, దిశను కూడా తెలియజేస్తుంది.

BRAOU

విషయక్రమం

24.0 ఉద్దేశాలు

24.1 పరిచయం

24.2 అనుషక్త విచలన గుణకం

24.3 రాంక్ సహసంబంధ గుణకం

24.4 నిర్ధారక గుణకం

24.5 సంభావ్య దోషం

24.6 సారాంశం

24.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

24.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

24.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

24.10 పదకోశం

24.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగంలో మిగిలిన రెండు సహసంబంధ అధ్యయన పద్ధతులను పరిచయం చేస్తున్నాం. అలాగే సహసంబంధానికి చెందిన మరో రెండు కొలమానాలను కూడా చర్చిస్తాం. అవి ఏమిటంటే, నిర్ధారక గుణకం (Coefficient of determination), సంభావ్య దోషం (Probable error).

ఈ భాగాన్ని చదివాక మీరు :

- అనుషక్త విచలన గుణకం పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధాన్ని గణన చేయగలగాలి
- రాంక్ సహసంబంధ గుణకం పద్ధతి ప్రకారం సహసంబంధాన్ని గణన చేయగలగాలి
- నిర్ధారక గుణకాన్ని గణన చేసి, అస్వతంత్ర చలరాశిలో కలిగిన మార్పుకు వివరించగలగాలి
- చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ ప్రాముఖ్యతను వివరించడానికి సంభావ్య దోషాన్ని గణన చేయగలగాలి.

24.1 పరిచయం

ఈ భాగంలో అనుషక్త విచలనం పద్ధతి, రాంక్ సహసంబంధం పద్ధతిని గురించి తెలుసుకుంటాం. అనుషక్త విచలనం పద్ధతిలో విచలనాలను, ముందు ఉన్న అంశం ఆధారంగా కనుగొంటాం. ఆ విధంగా

BRAOU

విచలనాలను కనుగొనేటప్పుడు విచలనపు దిశను అంటే ధనాత్మకం (+) లేదా ఋణాత్మకం (–) లను లెక్కలోనికి తీసుకుంటాం. ఈ ప్రకారంగా విచలనాలను కనుగొన్న తరువాత ఇచ్చిన సూత్రం ఆధారంగా సహసంబంధాన్ని గణన చేస్తాం.

రెండు శ్రేణులలో రాంకులను ఇచ్చినట్లయితే, రాంక్ సహసంబంధాన్ని గణన చేస్తాం. సాధారణంగా గుణాత్మక అంశాలకు రాంకులను ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఉదాహరణకు, నిజాయితీ, అందం మొదలైనవి. ఈ సందర్భంలో రాంక్ సహసంబంధాన్ని గణిస్తాం.

అస్వతంత్ర చలరాశిలో కలిగిన మార్పుకు కారణాలను వివరించడానికై నిర్ధారక గుణకాన్ని ఉపయోగిస్తాం. సంభావ్య దోషాన్ని చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ ప్రాధాన్యతను వివరించడానికై ఉపయోగిస్తాం. ఇక వివరాలను చూద్దాం.

24.2 అనుషక్త విచలనం గుణకం

ఈ పద్ధతి ప్రకారం మార్పు చెందే మార్గాన్ని బట్టి చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని కనుక్కోవడం జరుగుతుంది.

అనుషక్త విచలనం పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోవడానికి కింద పేర్కొన్న మొత్తం ఇమిడి ఉన్నాయి.

(i) X మారే మార్గాన్ని కనుక్కోండి. ఆ వరస Dx అవుతుంది. మార్పుమార్గాన్ని కనుక్కోవడానికి శ్రేణిలోని ఒక విలువను దాని పూర్వపు విలువతో సరిపోల్చుతారు. ఒక విలువ దాని పూర్వపు విలువకంటె పెద్దదైతే మార్పు మార్గాన్ని (+) గుర్తుచేత తెలుపుతారు. అట్లాగాక ఒక విలువ దాని పూర్వపు విలువకంటె తక్కువగా ఉంటే, మార్పు మార్గాన్ని (–) గుర్తుతో తెలుపుతారు. ఒక విలువ పూర్వపు విలువతో సమానంగా ఉంటే, మార్పు మార్గం స్థిరంగా ఉన్నదంటారు. దానిని (0) సున్నాగా తెలియజేస్తారు. ఈ ప్రక్రియను X శ్రేణిలోని విలువలన్నింటినీ పునరావృతం చేసి, దానిని (Dx)గా చెబుతారు.

(ii) Y చలరాశి మార్పు మార్గాన్ని కనుక్కోండి. అది 'Dy' అవుతుంది (Dxను కనుక్కొనే పద్ధతిని Dyని కనుక్కోవడానికి కూడా ఉపయోగించవచ్చు).

(iii) Dx, Dy లబ్ధాన్ని కనుక్కొని, C విలువను కనుక్కోండి. అంటే $n = N - 1$

(iv) జతల మొత్తం సంఖ్యనుంచి ఒకటిని తీసివేసి n విలువను కనుక్కోండి. అంటే $n = N - 1$

(v) కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించి అనుషక్త విచలన గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{(2c-n)}{n}\right)}$$

ఇక్కడ,

B R A O U

r_c = అనుషక్త విచలన గుణకం

c = అనుషక్త విచలనాల సంఖ్య

n = జతలసంఖ్య మైనస్ ఒకటి

2c − n ధనాత్మకంగా ఉన్నట్లయితే, రూటు లోపల + గుర్తును ఉపయోగించాలి. దానివల్ల r_c ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. అలాగాక, 2c - n ఋణాత్మకంగా ఉన్నట్లయితే, రూటులోపల − గుర్తును ఉపయోగించాలి. అందువల్ల r_c ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది.

కింద ఇచ్చిన ఉదాహరణలు అనుషక్త విచలనాల పద్ధతిద్వారా సహసంబంధ గుణకాన్ని వివరిస్తాయి.

ఉదాహరణ : 1

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి అనుషక్త విచలనం పద్ధతిద్వారా సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

సంవత్సరం :	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
సప్లయ్ :	250	270	260	275	280	290	290	285	292
ధర :	50	130	140	135	132	130	131	134	127

జవాబు :

అనుషక్త విచలన గుణకం గణన

సంవత్సరం	సప్లయ్	మార్పు మార్గం Dx	ధర	మార్పు మార్గం Dy	Dx Dy
1976	250		150		
1977	270	+	130	−	−
1978	260	−	140	+	−
1979	275	+	135	−	−
1980	280	+	132	−	−
1981	290	+	130	−	−
1982	290	0	131	+	0
1983	285	−	134	+	−
1984	292	+	127	−	−
					C = 0

B R A O U

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{2c-n}{n}\right)}$$

ఇక్కడ, $C = 0,\ N = (9-1) = 8$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{2\times0-8}{8}\right)}$$

$$=\pm\sqrt{\pm\left(\frac{0-8}{8}\right)}$$

$$=-\sqrt{1}$$

$$=-1$$

కాబట్టి అనుషక్త విచలన గుణకం $=-1$

ఉదాహరణ : 2

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి అనుషక్త విచలనం పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

వ్యాపార గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు :	60	70	80	75	72	77	78	82	85	88
వ్యాపార గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు :	65	63	64	62	66	68	67	80	79	78

జవాబు :

అనుషక్త విచలన గుణకం గణన

వ్యాపార గణక శాస్త్రంలో మార్కులు X	మార్పు మార్గం Dx	వ్యాపార గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు Y	మార్పు మార్గం Dy	Dx Dy
60		65		
70	+	63	−	−
80	+	64	+	+
75	−	62	−	+
72	−	66	+	−
77	+	68	+	+
78	+	67	−	−
82	+	80	+	+
85	+	79	−	−
88	−	78	−	+
				C = 5

BRAOU

$$r_c=\pm\sqrt{\pm\left(\frac{2C-n}{n}\right)}$$

ఇక్కడ, $C=5;\ n=9$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$r_c\pm\sqrt{\pm\left(\frac{2\times5-9}{9}\right)}$$

$$=\pm\sqrt{\pm\frac{(10-9)}{9}}$$

$$=+\sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$=+\sqrt{0.111}$$

$$=+0.333$$

అనుషక్త విచలనం పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధ గుణకం $= 0.333$

అనుషక్త విచలనం పద్ధతి సహసంబంధ గుణకం సుగుణాలు, పరిమితులు

సుగుణాలు

(i) రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ గుణకాన్ని మదింపు చేయడంలో ఇది సులభమైన పద్ధతి.

(ii) దత్తాంశంలోని అంశాలు అధిక సంఖ్యలో ఉన్నప్పుడు క్లిష్టమైన పద్ధతుల్ని ఉపయోగించే ముందు చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని గురించి ఒక ఉద్దేశాన్ని ఏర్పరుచుకోవడానికి ఈ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారు.

(iii) దత్తాంశంలోని స్వల్పకాలిక హెచ్చుతగ్గుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి ఇది ఉపకరిస్తుంది.

పరిమితులు

(i) మార్పుమార్గాన్ని గురించి ఈ పద్ధతి నొక్కి చెబుతుంది. అయితే సంబంధస్థాయిని కచ్చితంగా మదింపుచేయదు.

(ii) విలువల్లో ఏమేరకు మార్పు జరుగుతుందో అనే విషయం దీనికి నిమిత్తం లేదు. ఒకే దిక్కులో మార్పులు జరిగితే పెద్దా చిన్నా మార్పులకు సరిసమానంగా ఇది భారాన్ని ఇస్తుంది.

(iii) ప్రవృత్తిని ఇది లెక్కలోనికి తీసుకోదు కాబట్టి దత్తాంశంలోని దీర్ఘకాలిక మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి ఇది ఉపయోగకరంగా ఉండదు.

(iv) ఈ పద్ధతి ద్వారా లభించిన ఫలితాలు చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని గురించి రమారమి ఉద్దేశాన్ని మాత్రమే ఇస్తుంది.

24.3 రాంక్ సహసంబంధ గుణకం

రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి చార్లెస్ ఎడ్వర్డ్ స్పియర్‌మాన్ మరో పద్ధతిని కనిపెట్టారు. దత్తాంశం మామూలుగా లేనప్పుడు, విభాజన స్వరూపం తెలియనప్పుడు ఈ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారు. అంశాల లక్షణాలు ప్రత్యక్ష మదింపుకు లోబడి ఉండనప్పుడు ఈ పద్ధతి ప్రత్యేకంగా ఉపయోగకరం. ఉదాహరణకు, స్త్రీల సౌందర్యాన్ని గురించిన తీర్పు, నాయకత్వపు సామర్థ్య వికాసం మొదలైన వాటిని రాశిపరంగా మదింపు చేయడానికి సాధ్యంకాదు. అట్లాంటి సందర్భాలలో

చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని అంశాలకు రాంకు (rank) లివ్వడం ద్వారా కనుక్కొంటారు. శ్రేణిలో ఉన్న అంశాలనన్నింటికీ వాటివాటి సైజుల ప్రకారం రాంకులిస్తారు. శ్రేణిలోని హెచ్చువిలువలకు మొదటిరాంకు, ఆ తరువాత హెచ్చువిలువలకు రెండో రాంకు ఆ విధంగా ఇవ్వడం జరుగుతుంది. రాంకు లివ్వడంలో మరో పద్ధతికూడా ఉంది. శ్రేణిలోని అతి తక్కువ విలువకు మొదటి రాంకు, ఆ తరువాత తక్కువ విలువకు రెండోరాంకు ఆ విధంగా ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతి ప్రకారం లెక్కింపులన్నీ రాంకులమీదనే ఆధారపడి ఉంటాయిగానీ, పరిశీలన అసలు విలువలపైన కాదు.

స్పియర్‌మాన్ రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని P ద్వారా సూచిస్తారు. కింది విధంగా గణనచేస్తారు.

(i) ప్రథమ శ్రేణి అంశాలకు రాంకులను ఇవ్వండి. వరస R_1 దానిని సూచిస్తుంది.

(ii) ద్వితీయ శ్రేణి అంశాలకు రాంకులు ఇవ్వండి. వరస R_2 దానిని సూచిస్తుంది.

(iii) రెండు రాంకుల భేదాన్ని కనుక్కోండి $(R_1 - R_2)$ ఆ భేదం D అవుతుంది.

(iv) కింది సూత్రాన్ని అన్వయించి రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

$$\sigma = 1 - \frac{6\sum D^2}{N^3 - N}$$

ఇక్కడ, $D = R_1, R_2$ ల మధ్య వ్యత్యాసం

$N =$ జతల సంఖ్య

ఈ గుణకం విలువ $\pm$ 1 మధ్య మారుతూ ఉంటుంది. రాంకుల క్రమంలో సంపూర్ణ ఏకీభావాన్ని + 1 సూచించగా, − 1 సంపూర్ణ ఏకీభావం లేకపోవడాన్ని సూచిస్తుంది. రాంకుల క్రమంలో సంపూర్ణ ఏకీభావం ఉండడంవల్ల రాంకులన్నీ ఒకే దిక్కులో ఉన్నట్లు తెలియబరుస్తుంది. అట్లాగాక రాంకుల క్రమంలో సంపూర్ణ ఏకీభావ రాహిత్యం రాంకుల ఎదురు దిక్కులో ఉన్నట్లు తెలియబరుస్తుంది.

BRAOU

ఉదాహరణ-3 :

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి స్పియర్ మాన్ రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

గణక శాస్త్రంలో మార్కులు :	60	48	52	50	55	62	65	70	68
గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు :	72	62	68	65	70	60	55	52	79

జవాబు :

రాంక్ సహసంబంధ గుణకం గణన

గణక శాస్త్రంలో మార్కులు	R_1	గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు	R_2	$(R_1 - R_2)$ D	$(R_1 - R_2)^2$ D^2
60	5	72	2	3	9
48	9	62	6	3	9
52	7	68	4	3	9
50	8	65	5	3	9
55	6	70	3	3	9
62	4	60	7	− 3	9
65	3	55	8	− 5	25
70	1	52	9	− 8	64
68	2	79	1	1	1
					$\sum D^2 = 144$

$$= 1 - \frac{6\sum D^2}{N^3 - N}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 144}{9^3 - 9}$$

$$= 1 - \frac{864}{729 - 9}$$

$$= 1 - \frac{864}{720}$$

$$= 1 - 1.2$$

$$= -0.2$$

రాంక్ సహసంబంధ గుణకం = − 0.2

అవగాహన ప్రశ్న - 1

R_1 : 1 2 4 6 7 5 3

R_2 : 2 1 4 5 6 7 3

సమాన రాంకులు

ఒక్కొక్కప్పుడు రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ విడి అంశాలు ఉండొచ్చు. వాటికి సమాన విలువ ఉండొచ్చు. అట్లాంటి సందర్భాలలో ప్రతి విడి అంశానికి సగటు రాంకు ఇవ్వవచ్చు. ఉదాహరణకు, రెండు విడి అంశాలకు మూడో స్థాయిలో సమాన రాంకులు ఇస్తే ప్రతి దానికీ 3.5 రాంకు ఇవ్వడమవుతుంది. (అంటే $\frac{3+4}{2} = 3.5$) మూడోస్థానంలో మూడు అంశాలకు సమాన రాంకు ఇస్తే ప్రతిదానికీ 4 రాంకు ఇవ్వడమవుతుంది. (అంటే $\frac{3+4+5}{3} = 4$). మరో విధంగా చెప్పాలంటే, రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంశాలకు సమాన రాంకులు ఇవ్వాల్సి వచ్చినప్పుడు, వాటికి సగటు

BRAOU

రాంకుల్ని ఇస్తారు. అట్లాంటి సందర్భాలలో, అసలు సూత్రంలోని $\sum D^2$ విలువకు $\frac{1}{12}(m^3 - m)$ కలిపి, రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోవడం జరుగుతుంది. ఇక్కడ సమాన రాంకుల్లో ఉన్న అంశాలను m తెలియజేస్తుంది. ఉమ్మడి రాంకులో ఒక గ్రూపు మించి ఎక్కువ గ్రూపులుంటే, $\sum D^2$ విలువకు సర్దుబాటు హోరాన్ని, గ్రూపుల సంఖ్యను బట్టి కలపవల్సి ఉంటుంది. సూత్రం ఇట్లా ఉంటుంది :

$$=1-\frac{6\left\{\sum D^2+\frac{1}{12}(m^3-m)+\frac{1}{12}(m^3-m)+\ldots\right\}}{N^3-N}$$

ఉదాహరణ-4 :

కింది దత్తాంశం నుంచి రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

X : 60 55 60 70 45 35 27 60

Y : 40 35 38 42 35 50 48 60

జవాబు :

రాంక్ సహసంబంధ గుణకం గణన

X	R_1	Y	R_2	$(R_1 - R_2)$ D	$(R_1 - R_2)^2$ D^2
60	3	40	5	– 2.0	4.00
55	5	35	7.5	– 2.5	6.25
60	3	38	6	– 3.0	9.00
70	1	42	4	– 3.0	9.00
45	6	35	7.5	– 1.5	2.25
35	7	50	2	5.0	25.00
27	8	48	3	5.0	25.00
60	3	60	1	2.0	4.00
		$N = 8$			$\sum D^2 = 84.50$

$\sum D^2 = 84.5; N = 8$

X శ్రేణిలో 60 అనే అంశం 3 సార్లు పునరావృతమైంది. కాబట్టి m = 3, Y శ్రేణిలో 35 అనే అంశం రెండుసార్లు పునరావృతమైంది. కాబట్టి m = 2.

$$=1-\frac{6\left\{\sum D^2+\frac{1}{12}(m^3-m)+\frac{1}{12}(m^3-m)\right\}}{N^3-N}$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$=1-\frac{6\left\{84.5+\frac{1}{12}(3^3-3)+\frac{1}{12}(2^3-2)\right\}}{8^3-8}$$

BRAOU

$$=1-\frac{6\left\{84.5+\frac{1}{12}(24)+\frac{1}{12}(6)\right\}}{512-8}$$

$$=1-\frac{6\{84.5+2+0.5\}}{504}$$

$$=1-\frac{6(870)}{504}$$

$$=1-\frac{522.0}{504}$$

$$=1-1.06$$

$$=-0.036$$

రాంక్ సహసంబంధ గుణకం $= 0.036$

రాంక్ సహసంబంధ గుణకం సుగుణాలు, పరిమితులు

సుగుణాలు

(i) రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని లెక్కించడానికి ఇది అతి సులభమైన పద్ధతి.

(ii) అసలు దత్తాంశాన్ని ఇవ్వనప్పుడు, రాంకుల్ని మాత్రమే ఇచ్చినప్పుడు సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించడానికి ఇదొక్కటే పద్ధతి.

(iii) గుణాత్మకమైన దత్తాంశం విషయంలో, ప్రత్యక్షంగా మదింపు చేయడానికి వీలుకానప్పుడు, రాంకులు ఇవ్వడం ద్వారా, ఈ పద్ధతి ద్వారానే సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కిస్తారు.

(iv) సహసంబంధ గుణకాన్ని అసలు విలువల ఆధారంగా కాకుండా రాంకుల ప్రకారం లెక్కిస్తారు కాబట్టి ఈ పద్ధతి శ్రేణిలోని అంత్య విలువలకు లోనుకాదు.

పరిమితులు

కింది పరిమితులు ఈ పద్ధతికి ఉన్నాయి.

(i) లెక్కింపులు వాస్తవిక పరిశీలనపై ఆధారపడి ఉండవు. కాబట్టి చలరాశుల మధ్య సహసంబంధంపట్ల రమారమి ఉద్దేశాన్ని మాత్రమే కనిపిస్తుంది.

(ii) పరిశీలనలసంఖ్య హెచ్చుగా ఉన్నప్పుడు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధాన్ని గణన చేయడానికి ఈ పద్ధతి అనువుగా ఉండదు. పరిశీలనలు 30కి మించి ఉన్నప్పుడు, రాంకులు ఇవ్వడం ఎంతో కష్టంతో, ఇబ్బందితో కూడుకున్న పని అవుతుంది.

(iii) ఒకే పరిశీలన జరిపినప్పుడు మాత్రమే సహసంబంధాన్ని లెక్కించడానికి ఈ పద్ధతి అనువుగా ఉంటుంది. వర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజనం విషయంలో ఇది ఉపయోగకరంగా ఉండదు.

24.4 నిర్ధారక గుణకం

చలరాశుల మధ్య సంబంధపు మార్గాన్ని, స్థాయిని సహసంబంధ గుణకం తెలియజేస్తుంది. చలరాశులలో మార్పుకు కారణాలను తెలియజేయదు. అస్వతంత్ర చలరాశిలోని మార్పుకు రెండు కారణాలుంటాయి. i) స్వతంత్ర చలరాశిలో విచరణం ii) స్వతంత్ర చలరాశిలో లెక్కకురాని విచరణం. ఇతరత్రా మరికొన్ని కారణాలు. స్వతంత్ర చలరాశి ద్వారా అస్వతంత్ర చలరాశిలో విచరణం ఏమేరకు ఉందో నిర్ధారక గుణకం ద్వారా వివరించడం జరిగింది. నిర్ధారక గుణకం సహసంబంధ గుణకపు వర్గానికి (r^2) సమానం. మొత్తం విచరణానికి, వివరించిన విచరణం నిష్పత్తి కాగలదు. అప్పుడు,

$$\text{నిర్ధారక గుణకం} = \frac{\text{వివరించిన విచరణం}}{\text{మొత్తం విచరణం}}$$

సహసంబంధ గుణకపు విలువను వ్యాఖ్యానించడానికి నిర్ధారక గుణకం సౌకర్యవంతమైన, ఉపయోగకరమైన గణాంకపు పద్ధతి. రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధ గుణకం 0.6 అయితే, నిర్ధారక గణకం 0.36 అవుతుంది. దీని అర్థమేమిటంటే, అస్వతంత్ర చలరాశిలోని 36% విచరణకు కారణం స్వతంత్ర చలరాశికాగా, మిగతా 64% విచరణకు ఇతరత్రా అంశాలు కారణాలవుతాయి. r, r^2 మధ్య సంబంధాన్ని కింద చూపడమైంది.

r	r^2	వివరించిన విచరణం శాతం
1.00	1.00	100
0.9	0.81	81
0.8	0.64	64
0.7	0.49	49
0.707	0.50	50
0.6	0.36	36
0.5	0.25	25
0.4	0.16	16
0.3	0.09	9
0.2	0.04	4
0.1	0.01	1

B R A O U

పైదాని నుంచి కింద విషయాన్ని స్పష్టంగా గ్రహించవచ్చు. r విలువ గరిష్ఠ విలువ 1 నుంచి తగ్గుతున్న కొద్దీ, r^2 విలువ కూడా తగ్గుతూ ఉంటుంది. అయితే ఈ తగ్గుదల రేటు వేగంగా ఉంటుంది. $r = 0$ లేదా 1 అయితేతప్ప (అప్పుడు $r = r^2$), సాధారణంగా r విలువ ఎప్పుడూ r^2 కంటె ఎక్కువగా ఉంటుంది. అంతేకాకుండా నిర్ధారకగుణకం విలువ ఎప్పుడూ ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. r విలువ పాఠకుల్ని అప్పుడప్పుడు తప్పుదోవను పట్టిస్తుంది. ఉదాహరణకు, రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం = 0.8; ఇతర రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం = 0.4. దీని అర్థం రెండో తరహా చలరాశుల మధ్యగల సహసంబంధ కంటె మొదటి తరహా చలరాశుల మధ్యగల సహసంబంధం ద్విగుణీకృతమని కాదు. చలరాశులమధ్య సంబంధాన్ని వాటివాటి నిర్ధారక గుణకాల్ని మదింపు చేయడం ద్వారా బాగా అర్థంచేసుకోవచ్చు. నిర్ధారక గుణకాలు వరసగా 0.64, 0.16 అవుతాయి. మొదటి కేసులో అస్వతంత్ర చలరాశిలోని 64% మొత్తం విచరణం స్వతంత్ర చలరాశి వల్లనసీ, రెండో కేసులో మొత్తం విచరణలో 16% మాత్రమే స్వతంత్ర చలరాశి ద్వారా వివరించడం జరిగిందనీ సూచిస్తుంది.

నిర్ధారక గుణకం ఉపయోగితను టబెల్ ఇట్లా వివరించాడు. "సహసంబంధ విశ్లేషణ ఫలితాల్ని స్థూలంగా అధిక్యం చేసి, అత్యధికంగా వినియోగించడమైంది. దాని వర్గమూలం, అంటే నిర్ధారక గుణకం చలరాశుల సరళరేఖా సహ విచరణాన్ని కొలవడానికి అత్యంత ఉపయుక్తమైన పద్ధతి. రెండు సహసంబంధ చలరాశుల మధ్య సరళరేఖా సంబంధాన్ని గురించి నిర్ణయానికి వచ్చే ముందు ప్రతి సహసంబంధ గుణకాన్ని వర్గం చేసే అలవాటు పాఠకుడు చేసుకోవాలి."

సహసంబంధ గుణకపు విలువను వ్యాఖ్యానించడానికి నిర్ధారక గుణకం ఉపయోగకరమైన పద్ధతి అయినప్పటికీ, చలరాశుల మధ్య అది ఏ విధమైన కార్యకరణీయ సంబంధాన్ని ఏర్పర్చదు. రాశీపరమైన పరిశీలనల ద్వారా కాకుండా ఇతరత్రా సాక్ష్యం ఆధారంగా దీనిని నిర్ణయించాల్సి ఉంటుంది.

నిర్ధారక గుణకపు మరో పరిమితి ఏమిటంటే, అది ఎల్లప్పుడూ ధనాత్మక (+) సంఖ్య. చలరాశుల సహవిచరణ దిక్కును మనకు అది చెప్పదు.

ఏమైనప్పటికీ, సహసంబంధ గుణకాన్ని ఒకేసారిగా ఉపయోగిస్తే విశ్లేషణాత్మక ప్రయోజనం బాగా ఉంటుంది. సహసంబంధ గుణకాన్ని, నిర్ధారక గుణకాన్ని ఒకేసారిగా ఉపయోగించడం ఆర్థిక విశ్లేషణలో సర్వసామాన్యం.

24.5 సంభావ్య దోషం

సహసంబంధ గుణకపు ప్రాముఖ్యాన్ని, విశ్వసనీయతను సంభావ్య దోషం (Probable error) ఆధారంగా నిర్ణయిస్తారు. సహసంబంధ గుణకం విలువను వ్యాఖ్యానించడంలో సంభావ్య దోషం తోడ్పడుతుంది. హోరేస్ సెక్రిస్ట్ మాటల ప్రకారం, "r సంభావ్య దోషపు మొత్తానికి సగటు సహసంబంధ గుణకం నుంచి కొంత కలిపినా, తీసివేసినా వచ్చిన మొత్తాలమధ్య, యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేసిన శ్రేణి నుంచి గణన చేసిన సహసంబంధ గుణకం విలువ ఉండే అవకాశాలు సమానంగా ఉంటాయి. " వెల్లన్ ప్రకారం,"గుణకం నిర్ధారించిన పరిమాణానికి ఎగువ, దిగువ అవధుల్ని సంభావ్య దోషం నిర్వచిస్తుంది. వాటి నుంచి అదే విధంగా ఇతర ప్రతిచయనాల నుంచి లెక్కించిన సహసంబంధ గుణకం ఉండటానికి సమాన అవకాశముంది." కింద ఇచ్చిన సూత్రం సహాయంతో సహసంబంధ గుణకపు సంభావ్య దోషాన్ని లెక్కిస్తారు.

$$PE_r = 0.6745\frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$$

ఇక్కడ, 0.6745 = స్థిర సంఖ్య

r = పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం

N = జతల సంఖ్య

కింద పేర్కొన్న పద్ధతిలో సహసంబంధ గుణకపు సంభావ్య దోషాన్ని వ్యాఖ్యానిస్తారు.

(i) సహసంబంధ గుణకపు విలువ సంభావ్య దోషం కంటె తక్కువగా వుంటే అధ్యయనం కిందగల చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం ఉన్నట్లుగా సాక్ష్యం లేదన్నమాట.

(ii) సహసంబంధ గుణకపు విలువ సంభావ్య దోషం కంటె ఆరురెట్లు ఎక్కువగా ఉంటే సహసంబంధ గుణకం ప్రాముఖ్యమైనదని చెప్పవచ్చు.

(iii) సంబంధిత సహసంబంధం గుణకానికి సంభావ్య దోషవు విలువను కలపడం, తీసివేయడం ద్వారా జనాభాలో సహసంబంధ గుణకం విలువ ఉండే ఎగువ దిగువ అవధులను రాబట్టవచ్చు.

సాంకేతికంగా,

$$P = r \pm P.Er$$

ఇక్కడ, P : జనాభాలో ఉన్న సహసంబంధం

సంభావ్యదోషవు ఉపయోగితకు షరతులు

కింద పేర్కొన్న మూడు పరిస్థితులు ఉన్నప్పుడే సంభావ్యదోషవు గణాంక పద్ధతిని సముచితంగా ఉపయోగించవచ్చునని రిగిల్‌మాన్, ఫ్రిజ్‌బీ అన్నారు.

(i) సామాన్య పౌనఃపున్య వక్రరేఖకు దత్తాంశాన్ని సమాసీకృతం చేయాలి (గంటాకారపు వక్రరేఖ.)

(ii) సంభావ్య దోషాన్ని కనుక్కొనే గణాంక పద్ధతిని ప్రతిచయనం నుంచి లెక్కించాలి.

(iii) ప్రతిచయనాన్ని నిష్పాక్షిక పద్ధతిలో ఎంపిక చేయాలి. విడి అంశాలు స్వతంత్రమై ఉండాలి.

ఉదాహరణ-5 :

$r = 0.4$, $N = 16$ అయితే సహసంబంధ గుణకపు సంభావ్యదోషాన్ని కనుక్కోండి.

జనాభా సహసంబంధ గుణకపు అవధుల్ని నిర్ణయించండి.

జవాబు :

$$P.E_r = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$$

ఇక్కడ, $r = 0.4$; $N = 16$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P.E_r = 0.6745 \frac{1-(0.4)^2}{\sqrt{16}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.16}{\sqrt{16}}$$

$$= \frac{0.6745 \times 0.84}{4}$$

$= \frac{0.567}{4}$

$= 0.142$

జనాభా సహసంబంధం అవధులు (P) = 0.4 ± 0.142

$= 0.258; 0.542$

24.6 సారాంశం

అనుషక్త విచలన గుణకం పద్ధతి ప్రకారం చలరాశులలోని విలువల మార్పుదిశను బట్టి సహసంబంధాన్ని కనుగొంటాం. రాంక్ సహసంబంధ పద్ధతిలో చలరాశులలోని విలువలకు వాటి పరిమాణాన్ని బట్టి రాంకులను ఇవ్వడం ద్వారా రాంక్ సహసంబంధాన్ని లెక్కగడతాం.

వివరించిన వ్యత్యాసానికి, మొత్తం వ్యత్యాసానికి మధ్య ఉన్న నిష్పత్తిని నిర్ణాయక గుణకం అని అంటాం. సంభావ్య దోషం సహాయంతో సహసంబంధ గుణక ప్రాముఖ్యతను లేదా విశ్వసనీయతను నిర్ణయిస్తాం.

24.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

R_1	R_2	$(R_1 - R_2)$ D	D^2
1	2	–1	1
2	1	1	1
4	4	0	0
6	5	1	1
7	6	1	1
5	7	–2	4
3	3	0	0
			8

$\rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N^3 - N} \quad \sum D^2 = 8; N = 7$

$= 1 - \frac{6 \times 8}{7^3 - 7} = 1 - \frac{48}{343 - 7}$

$= 1 - \frac{48}{336} = 1 - 0.142 = 0.858$

24.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. అనుషక్త విచలనాల గుణకాన్ని నిర్వచించండి.
2. రాంక్ సహసంబంధాన్ని నిర్వచించండి.
3. నిర్ధారక గుణకాన్ని నిర్వచించండి.
4. సంభావ్య దోషమంటే ఏమిటి?
5. ఏయే పరిస్థితుల్లో రాంక్ సహసంబంధ గుణకం ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది?

అభ్యాసాలు

6. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి అనుషక్త విచలనాల గుణకాన్ని గణన చేయండి :

సంస్థలు :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
అమ్మకాలు (రూ) :	50	55	55	60	65	65	65	60	70	80
ఖర్చులు (రూ) :	11	13	14	16	16	15	15	14	18	21

(జవాబు : $r_c = -0.33$)

7. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి అనుషక్త విచలనాల గుణకాన్ని లెక్కించండి.

సంవత్సరం :	'75	'76	'77	'78	'79	'80	'81	'82	'83	'84
సప్లయ్ (కిలోలు) :	80	82	86	83	85	89	96	93	92	97
ధర (రూ) :	146	140	130	137	133	127	115	95	100	97

(జవాబు : $r_c = -0.882$)

BRAOU

8. 10 మంది విద్యార్థులు వ్రాతపరీక్షలో (X), అభిరుచి పరీక్షలో (Y) లో పొందిన రాంకులను కింద ఇవ్వడమైంది. రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

విద్యార్థుల గ్రూపు :	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
X	2	5	3	9	6	4	1	7	8	10
Y	4	3	2	1	5	6	7	8	10	9

(జవాబు : $R_k = -0.273$)

9. కింది దత్తాంశానికి రాంక్ సహ సంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

గణక శాస్త్రంలో మార్కులు :	24	30	36	31	28	20	19	26	30
గణాంక శాస్త్రంలో మార్కులు :	31	39	33	35	38	32	30	19	37

(జవాబు : $R_k = 0.583$)

10. కింది దత్తాంశానికి రాంక్ సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

X	40	55	72	35	40	48	65
Y	60	65	45	50	51	45	45

(జవాబు : $R_k = -0.411$)

24.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమభాగం) తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi
3.	Gupta, B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra

24.10 పదకోశం

అనుషక్త విచలన గుణకం	:	చలరాశులలోని విలువల మార్పు దిశ ఆధారంగా సహసంబంధాన్ని గణన చేసే పద్ధతి.
నిర్ణాయక గుణకం	:	స్వతంత్ర చలరాశిలో వచ్చిన మార్పుకు, అస్వతంత్ర చలరాశిలో వచ్చిన మార్పును వివరించే కొలమానం.
సంభావ్య దోషం	:	చలరాశుల మధ్యగల సహసంబంధ ప్రాముఖ్యాన్ని విశదీకరించే కొలమానం.
రాంక్ సహసంబంధం	:	రెండు శ్రేణులలోని రాంక్‌ల ఆధారంగా సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతి.

BRAOU

భాగం - 25: ప్రతిగమన విశ్లేషణ

విషయక్రమం

25.0 ఉద్దేశాలు

25.1 పరిచయం

25.2 ప్రతిగమన విశ్లేషణ నిర్వచనం

25.3 సహసంబంధానికీ, ప్రతిగమనానికీ మధ్యగల వ్యత్యాసాలు

25.4 ప్రతిగమనంలో రకాలు

25.5 ప్రతిగమన విశ్లేషణ ఉపయోగాలు

25.6 ప్రతిగమన రేఖలు

25.7 ప్రతిగమన సమీకరణాలు

25.8 ప్రతిగమన గుణకాలు

25.9 ప్రతిగమన గుణకాల ధర్మాలు

25.10 ప్రతిగమన గుణకాల గణన

25.11 ప్రతిగమన గుణకాల సహాయంతో సహసంబంధ గుణకం గణన

25.12 సారాంశం

25.13 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

25.14 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

25.15 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

25.16 పదకోశం

B R A O U

25.0 ఉద్దేశాలు

ప్రతిగమన అర్థం, ప్రాముఖ్యం, గణనచేసే విధానానికి సంబంధించిన అంశాలను వివరించడమే ఈ భాగం ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- ప్రతిగమన విశ్లేషణను నిర్వచించగలగాలి
- సహసంబంధానికీ, ప్రతిగమనానికి మధ్య వ్యత్యాసాలను పేర్కొన గలగాలి
- ప్రతిగమన రకాలను గుర్తించ గలగాలి

• ప్రతిగమన విశ్లేషణ ఉపయోగాలను పేర్కొన గలగాలి

• ప్రతిగమన రేఖలను గీయగలగాలి

• ప్రతిగమన సమీకరణాలను వివరించగలగాలి

• ప్రతిగమన గుణకాల ధర్మాలను గుర్తించ గలగాలి

• ప్రతిగమన సమస్యలను గణన చేయ గలగాలి.

25.1 పరిచయం

'రిగ్రెషన్' అనే మాటకు నిఘంటువు అర్థం 'వెనక్కు తిప్పడం' మామూలుకి వెనక్కు మళ్లించడం. ఈ పదాన్ని మొట్టమొదటగా 1877 లో తండ్రుల, కొడుకుల ఎత్తుల్ని అధ్యయనం చేస్తూ సర్ ఫ్రాన్సిస్ గాల్టన్ ఉపయోగించాడు. 1000 మంది తండ్రుల, కొడుకుల ఎత్తులకు సంబంధించి ఆయన చేసిన పరిశోధనలు పొడుగు పాటి తండ్రులకు పొడుగుపాటి కొడుకులుంటారనీ, అయితే కొడుకుల సగటు ఎత్తు తండ్రుల సగటు ఎత్తుకంటె తక్కువ ఉంటుందనీ చెప్పడం జరిగింది. అట్లాగాక పొట్టిగా ఉన్న తండ్రులకు పొట్టికొడుకులు ఉంటారని, అయితే కొడుకుల సగటు ఎత్తు తండ్రుల సగటు ఎత్తుకంటే ఎక్కువ ఉంటుందనీ కూడా ఆయన చెప్పాడు. ఆ విధంగా మానవజాతి మామూలు స్థితికి వచ్చే ప్రవృత్తి ఉందని గాల్టన్ చెప్పాడు. తండ్రుల ఎత్తుల్లోగల విచలనాలు వారి కొడుకుల ఎత్తుల్లో సరి అవుతాయని ఆయన అభిప్రాయం. ఎఫ్. సి. మిల్స్ మాటల ప్రకారం, "జాతి సగటు ఎత్తు నుంచి కొడుకులు; తండ్రుల కంటె తక్కువగా చలిస్తారు. సగటు కంటె తండ్రులు ఎక్కువగా, లేదా తక్కువగా ఉన్నప్పటికీ, కొడుకులు సగటు వైపుకే మళ్లుతారు." ఇట్లాంటి ప్రతిగమన ప్రవృత్తి లేకపోతే, మానవజాతి పెద్ద ఎత్తుగల వాళ్లుగానూ, బహు పొట్టివారుగానూ చీలిపోయేవారు. ఈ సందర్భంలో వెలుగులోకి వచ్చిన 'ప్రతిగమనం' అనే పదం ప్రస్తుతం అనేక అధ్యయనాల్లో ఉపయోగించడం జరుగుతున్నది. అధ్యయనం చేసిన చలరాశుల్లో ప్రతిగమన ప్రవృత్తి లోపించినప్పటికీ, ఈ పదానికి ప్రాముఖ్యం హెచ్చుతున్నది.

చలరాశులమధ్య సంబంధపు ఉనికినీ, రాహిత్యాన్నీ, సహ విచరణ పరిధినీ సహ సంబంధ విశ్లేషణ నిర్ణయిస్తుంది. ఇచ్చిన ఒక చలరాశి విలువకు, ఇవ్వని మరొక చలరాశి విలువను ప్రతిగమన విశ్లేషణ అంచనా వేస్తుంది. ఉదాహరణకు ధర, డిమాండ్ అనేవి అతి సన్నిహిత సంబంధం గలవనీ మనకు తెలిస్తే, ఇచ్చిన ధరల స్థాయికి ఎంత డిమాండ్ ఉంటుందో మనం కనుక్కోవచ్చు. రెండు చలరాశుల మధ్య సగటు సంబంధాన్ని ప్రతిగమన విశ్లేషణ తెలుపుతుంది. దీనివల్ల చలరాశుల విలువల్ని అంచనా వేయడానికి సాధ్యమవుతుంది.

25.2. ప్రగతిగమన విశ్లేషణ నిర్వచనం

ప్రతిగమనానికి సంబంధించి కొన్ని ముఖ్యమైన నిర్వచనాల్ని కింద యివ్వడం జరిగింది.

(i) బ్లెయిర్ ప్రకారం, "దత్తాంశపు అసలు యూనిట్లలో రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశులమధ్య సగటు సంబంధాన్ని మదింపు చేసే సాధనం ప్రతిగమనం"

B R A O U

(ii) యాలన్ చౌ ప్రకారం, "చలరాశులమధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పర్చడానికి ప్రతిగమన విశ్లేషణ ప్రయత్నిస్తుంది. అంటే చలరాశుల మధ్య ప్రయోజనాత్మక సంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసి, తద్వారా భవిష్య సూచనకు యంత్రాంగాన్ని సమకూర్చడం. "

(iii) 'ప్రతిగమన విశ్లేషణ'ను మొరిస్ హాంబర్గ్ ఇట్లా నిర్వచించాడు: "ఇతరత్రా చలరాశుల పరిజ్ఞానం నుంచి ఒక చలరాశి విలువను అంచనాలు వేయడం, ఈ అంచనా ప్రక్రియలో ఇమిడిఉన్న దోషాలను కనుక్కొనే పద్ధతులు."

పై నిర్వచనాలను నిశితంగా పరిశీలిస్తే కిందివి బోధపడతాయి.

(i) ప్రతిగమన విశ్లేషణ గణాంక పద్ధతి. దీని సహాయంతో ఒకచలరాశిలోని తెల్సిన విలువల ప్రాతిపదికగా మరొక చలరాశిలోని తెలియని విలువల్ని అంచనా వేయవచ్చు.

(ii) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సగటు సంబంధాన్ని మదింపు చేయవచ్చు.

(iii) చలరాశుల మధ్య కార్యకారణ సంబంధాన్ని ఏర్పర్చడానికి ఇది ప్రయత్నిస్తుంది.

(iv) చలరాశుల మధ్య దత్తాంశాన్ని ప్రకటించే అసలు యూనిట్లలో సంబంధాన్ని తెలుపుతుంది.

(v) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశులమధ్య ప్రయోజనాత్మక సంబంధాన్ని ఏర్పర్చడానికి ఇది ప్రయత్నిస్తుంది.

25.3. సహసంబంధానికీ, ప్రతిగమనానికీ మధ్యగల వ్యత్యాసాలు

సహసంబంధమూ, ప్రతిగమనమూ రెండు పద్ధతులు కూడా రెండూ అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సంబంధపు మార్గాన్నీ, స్థాయినీ ఏర్పరచే ఉమ్మడి ఉద్దేశంతో కూడుకున్నవి. అయితే స్వభావం, పరిధి, ప్రాముఖ్యానికి సంబంధించి వాటి రెండింటికీ కొన్ని ప్రాథమిక వ్యత్యాసాలు ఉన్నాయి. సహసంబంధానికీ, ప్రతిగమనానికీ మధ్య కొన్ని ముఖ్యమైన వ్యత్యాసాల్ని కింద పొందుపర్చడమైంది.

	సహసంబంధం	ప్రతిగమనం
(i)	రెండూ లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంబంధిత చలరాశులలో కదలికలను తెలుపుతుంది. ఆ కదలికలు ఒకే దిక్కున కావచ్చు; అందుకు భిన్నంగా ఉండవచ్చు.	రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశుల్లో సగటు సంబంధాన్ని మదింపు చేసే గణాంక పద్ధతి
(ii)	చలరాశులమధ్య సంబంధం ఉన్నదీ, లోపించిందీ సహసంబంధ విశ్లేషణ నిర్ణయిస్తుంది. అయితే ఇది చలరాశుల మధ్య కార్యకారణ సంబంధాన్ని ఏర్పర్చదు.	చలరాశులమధ్య సంబంధాన్ని ప్రతిగమనం అధ్యయనం చేయడమే కాకుండా కార్యకారణ సంబంధాన్ని కూడా ఏర్పాటుచేస్తుంది.
(iii)	సహసంబంధ విశ్లేషణలో, చలరాశుల మధ్య పరస్పర ఆధారపడడముంది. అట్లా ఆధారపడటమనేది $Y = f(X)$ లేదా $X = f(Y)$	చలరాశుల మధ్య ప్రయోజనాత్మకమైన సంబంధాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. ఆ సంబంధం గణితీయమైంది; ఒక చలరాశి మరో చలరాశిపై ఆధారపడటాన్ని

BRAOU

అయినా కాకపోయినా, పరస్పరం, అనిమిత్త మాత్రం.	చూపుతుంది. ప్రయోజనాత్మక సంబంధం $Y = f(X)$ లేదా $X = f(Y)$ కావచ్చు. అయితే రెండూ వాస్తవాలు కాకపోవచ్చు.
(iv) చలరాశుల మధ్య అధ్యయనం చేసిన సహసంబంధం బహిర్గత కారకాల చేత ప్రభావితమైతే అంటే అధ్యయనం చేయని ఇతరత్రా కారకాలు, అది మిధ్యా సహసంబంధమవుతుంది.	అట్లాంటి ప్రతిగమనమేమీ లేదు. సంబంధం గణితీయమైంది. రాశీ పరంగా సవరించడమైంది.
(v) సహ సంబంధ గుణకం సాపేక్షక సాధనం. శుద్ధ సంఖ్యగా పొందడమవుతుంది. అసలు దత్తాంశాన్ని ప్రకటించిన యూనిట్లకు స్వతంత్రంగా ఉంటుంది.	ఇది పరమ సాధనం. చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని అసలు దత్తాంశాన్ని ప్రకటించిన యూనిట్లలో ఉంటుంది.
(vi) చలరాశుల మధ్య సంబంధ మార్గాన్నీ, స్థాయినీ సహ సంబంధ గుణకం చెబుతుంది. సంబంధవ్యాప్తి ± 1 మధ్య వుంటుంది.	ప్రతిగమన విశ్లేషణ తోడ్పాటుతో స్వతంత్ర చలరాశి అనురూప విలువల ప్రాతిపదికపై అస్వతంత్ర చలరాశి విలువల్ని కనుక్కోవచ్చు.
(vii) సహసంబంధ పద్ధతి సులభమైన గణాంక పద్ధతి. చలరాశుల మధ్య సంబంధాన్ని పరీక్షించడానికి, సరి చూడటానికి దీనిని ఉపయోగిస్తారు.	ప్రతిగమన పద్ధతి, చలరాశుల సంబంధాన్ని పరీక్షించడానికి సరి చూడడానికి మాత్రమే కాకుండా చలరాశుల విలువల్ని అంచనా వేయడానికి కూడా ఉపయోగిస్తారు.

25.4 ప్రతిగమనంలో రకాలు

BRAOU

ప్రతిగమన విశ్లేషణను కింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చు.

ఎ) సామాన్య, బహుళ ప్రతిగమన విశ్లేషణ.

బి) సరళరేఖా, అసరళరేఖా ప్రతిగమన విశ్లేషణ

సి) మొత్తం లేదా పాక్షిక గమన విశ్లేషణ

ఎ) సామాన్య, బహుళ ప్రతిగమన విశ్లేషణ

రెండు చలరాశులకు సంబంధించిన అధ్యయనాన్ని సామాన్య ప్రతి గమన విశ్లేషణ అంటారు. అంటే ఒక వస్తువుకు డిమాండ్‌పై ధర ప్రభావం. ఈ విషయంలో ధరను స్వతంత్ర చలరాశిగా (X) వస్తువుకు గల డిమాండ్‌ను అస్వతంత్ర చలరాశిగా (Y) గా తీసుకోవడమవుతుంది. దీనిలో ధర, డిమాండ్ మధ్య ప్రయోజనాత్మకమైన సంబంధాన్ని $y = f(x)$ గా చెప్పడమవుతుంది. ఇది సాధారణమైన భావ ప్రకటన. సంబంధం సరళరేఖీయమో, అసరళరేఖీయమో ఇది చెప్పదు. అందుకు భిన్నంగా, బహుళ ప్రతి గమనం రెండుకు మించిన చలరాశుల అధ్యయనానికి సంబంధించింది. ఇందులో ఒకటి అస్వతంత్రమైన చలరాశి, మిగతావి స్వతంత్రమైన చలరాశులు. ఉదాహరణకు, అమ్మకాలు (Y), వ్యాపార ప్రకటనలపై వెచ్చించిన సొమ్ముపై (X), ప్రజల ఆదాయస్థాయిలపై (i) ఆధారపడి ఉండొచ్చు. ఈ తరహా ప్రయోజనాత్మక సంబంధాన్ని $y = f(x \times i)$ గా చెప్పడమైంది. సామాన్య

ప్రతిగమన విశ్లేషణ మాదిరిగా, బహుళ ప్రతిగమన విశ్లేషణ కూడా చలరాశుల మధ్య సంబంధం సరళరేఖీయమో, అసరళరేఖీయమో చెప్పదు.

బి) సరళరేఖీయ, అసరళరేఖీయ ప్రతిగమన విశ్లేషణ

సరళరేఖ సంబంధం సరళరేఖ ప్రవృత్తిపై ఆధారపడి ఉంటుంది. అది సామాన్యమైంది కావచ్చు; బహుళమైంది కావచ్చు. చలరాశుల మధ్య రేఖీయ సంబంధం లెక్కింపుకు సులభమైంది, అవగాహనకు సులభమైంది. భావి విలువల్ని అంచనా వేయడానికి ఇది తోడ్పడుతుంది. అట్లాగాక అసరళ సంబంధం వక్రీయ ప్రవృత్తిగల రేఖల్ని ఇస్తుంది. వాటిని పరావలయం (Parabolic) అంటారు. అసరళరేఖీయ సంబంధాల విషయంలో విలువల్ని అంచనా వేయడానికి అసరళరేఖీయ ప్రతిగమన గుణకాన్ని ఉపయోగిస్తారు. అసరళరేఖీయ సంబంధాన్ని లెక్కించడం కష్టం; అవగాహన చేసుకోవడం సులభంకాదు. దత్తాంశంలో లేకపోయినప్పటికీ అత్యధిక అధ్యయనాల్లో సరళరేఖీయ సంబంధాన్ని ఊహించడానికి ఇది కారణం.

సి) మొత్తం, పాక్షిక ప్రతిగమన విశ్లేషణ

మొత్తం ప్రతిగమన విశ్లేషణలో సంబంధిత చలరాశులన్నింటినీ అధ్యయనం చేయడం జరుగుతుంది. ఇది బహుళ సంబంధ రూపంలో ఉంటుంది. మామూలుగా పరస్పర సంబంధం గల, పరస్పర ఆధారంగల శక్తుల బహుళత్వంచేత ఆర్థిక, వ్యాపార దృగ్విషయాలు ప్రభావితమవుతాయి. పాక్షిక ప్రతిగమన విశ్లేషణలో కొన్ని చలరాశుల అధ్యయనమే జరుగుతుంది గాని అన్ని చలరాశుల్ని అధ్యయనం చేయరు. అంటే అమ్మకాలు (Y) విషయంలో వ్యాపార ప్రకటనల వ్యయం (X) ప్రజల ఆదాయ స్థాయి (i), వస్తువు ధర (P) అయితే, ప్రయోజనాత్మక సంబంధం :

మొత్తం సంబంధం : $Y = f(X, i \& P)$

పాక్షిక సంబంధం : $Y = f(X, i \& P$ కాదు$)$

$Y = f(i, X \& P$ కాదు$)$

$Y = f(P, X \& i$ కాదు$)$

BRAOU

25.5 ప్రతిగమన విశ్లేషణ ఉపయోగాలు

ప్రతిగమన విశ్లేషణ ఆచరణాత్మక ఉపయోగాలను కొన్నింటిని కింద పేర్కొనడమైంది.

(i) రెండు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య ప్రయోజనాత్మక సంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి ప్రతిగమన విశ్లేషణ మనకు తోడ్పడుతుంది. అట్లాంటి సంబంధం సహాయంతో స్వతంత్రమైన చలరాశుల విలువల ఆధారంతో అస్వతంత్ర చలరాశుల విలువల్ని అంచనా వేయవచ్చు.

(ii) రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య కార్యకారణ సంబంధాన్ని పొందటానికి ప్రతిగమన విశ్లేషణ తోడ్పడుతుంది. ఆ సంబంధం సహాయంతో చలరాశుల మధ్య పరస్పర ఆధారం, సంబంధాలను కనుక్కోవచ్చు. ఈ తరహా అధ్యయనం వల్ల చలరాశుల మధ్య సంబంధపు

స్వభావాన్ని, తరగతిని గ్రహించవచ్చు.

(iii) కార్యకారణ సంబంధాన్ని కనుక్కోవడానికి ఆర్థిక, వ్యాపార సమస్యల అధ్యయనంలో, విశ్లేషణలో ప్రతిగమన విశ్లేషణను విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నారు. డిమాండ్, సప్లయ్ వక్రరేఖల గణాంక అంచనాలో, ఉత్పత్తి, వ్యయం, వినియోగం అంచనాల్లో ఎక్కువగా ప్రతిగమన పద్ధతిని వాడుతున్నారు.

(iv) ప్రతిగమన గుణకాల తోడ్పాటుతో సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించవచ్చు. తద్వారా నిర్ధారక గుణకాన్ని పొందవచ్చు. నిర్ధారక గుణకం సహాయంతో రెండు చలరాశుల మధ్య సంబంధపు దిక్కునూ, స్థాయినీ మనం వ్యాఖ్యానించవచ్చు.

(v) స్వతంత్ర చలరాశుల విలువల ఆధారంగా అస్వతంత్ర చలరాశుల విలువ అంచనాలో నిమగ్నమైన దోషాన్ని కనుక్కోవడానికి ప్రతిగమన విశ్లేషణ తోడ్పడుతుంది. అంచనా ప్రామాణిక దోషం సహాయంతో దీనిని కనుక్కొంటారు.

25.6 ప్రతిగమన రేఖలు

జె.ఆర్. స్టాక్‌టన్ మాటల్లో, "ప్రతిగమన రేఖ అనేది మరోచలరాశి విలువతో ఒక చలరాశి విలువను అంచనా వేయడానికి ఉపయోగించే పద్ధతి. రెండు చలరాశుల మధ్య సగటు సంబంధానికి ప్రాతినిధ్యం వహించే విధంగా బిందువులతో గీసిన రేఖతో ఇది ఉంటుంది." ప్రతిగమన విశ్లేషణకు X, Y అనే రెండు చలరాశులను ఎన్నుకొంటే, రెండు ప్రతిగమన రేఖలు ఉంటాయి. Y మీద X ప్రతిగమన రేఖ; X మీద Y ప్రతిగమన రేఖ; Y మీద X ప్రతిగమన రేఖ Yకి ఇచ్చిన విలువల ఆధారంగా X అత్యధిక సంభావ్య విలువల్ని తెలియజేస్తుంది. X మీద Y ప్రతిగమన రేఖ Xకు ఇచ్చిన విలువల ఆధారంగా Y అత్యధిక సంభావ్య విలువల్ని తెలియజేస్తుంది. వాటి వాటి సగటు బిందువుల వద్ద రెండు ప్రతిగమన రేఖలు పరస్పరం ఖండించుకుంటాయి. ఖండించుకొనే ప్రదేశం నుంచి X అక్షం మీద లంబరేఖను గీస్తే X శ్రేణి సగటు విలువ దగ్గర X అక్షాన్ని తాకుతుంది. ఖండించుకొనే ప్రదేశం నుంచి Y అక్షంమీద లంబరేఖను గీస్తే, Y శ్రేణి సగటు విలువ దగ్గర Y అక్షాన్ని స్పృశిస్తుంది. ప్రతిగమన రేఖల సహాయంతో కింది సగటు సంబంధాలను మనం రాబట్టవచ్చు.

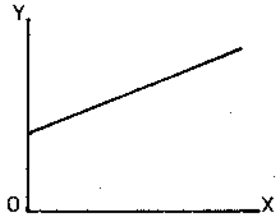
BRAOU

(i) రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం సంపూర్ణంగా ఉంటే (ధనాత్మకమైనా, ఋణాత్మకమైనా), రెండు ప్రతిగమన రేఖలు కల్సిపోయి, ఒక రేఖగా ఉండిపోతుంది.

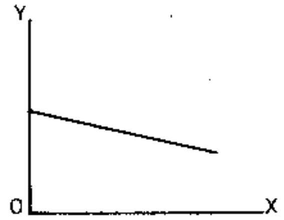
(ii) రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం సున్నా అయితే (రెండు చలరాశులు స్వతంత్రాలైతే) ప్రతిగమన రేఖలు కుడికోణాలవైపు వాలుతాయి.

(iii) రెండు ప్రతిగమన రేఖలు దగ్గర దగ్గరగా ఉంటే, చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం హెచ్చుగా ఉంటుంది.

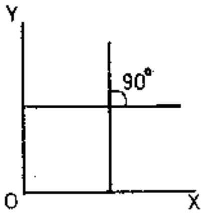
(iv) ప్రతిగమన రేఖలు దూరదూరంగా ఉంటే, చలరాశులమధ్య సహసంబంధం తక్కువగా ఉంటుంది.



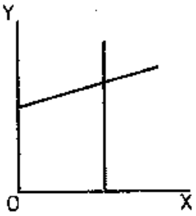
పటం 25.1 సహసంబంధం ధనాత్మకం అయితే



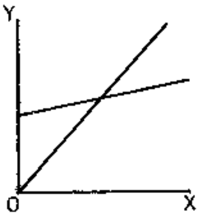
పటం 25.2 సహసంబంధం ఋణాత్మకం అయితే



పటం 25.3 సహసంబంధం సున్నా అయితే



పటం 25.4 సహసంబంధం తక్కువగా ఉంటే



పటం 25.5 సహసంబంధం ఎక్కువగా ఉంటే

కనిష్ఠ వర్గాల ప్రమేయంతో ప్రతిగమన రేఖల్ని గీయడం జరుగుతుంది. ఈ ప్రమేయం ప్రకారం సంధానించిన రేఖనుంచి Y పరిశీలించిన విలువల విచలనాల వర్గాల సంకలనం కనీస సంభావ్యత కాగలదు. అంటే $\sum (Y - Y_c)^2$ కనిష్ఠం. అంతేకాకుండా ఎగువ రేఖ విచలనాల సంకలనం దిగువరేఖ విచలనాల సంకలనానికి సమానం. అంటే $\sum (Y - Y_c) = c$.

25.7 ప్రతిగమన సమీకరణాలు

BRAOU

ప్రతిగమన రేఖల బీజీయ ప్రకటనను ప్రతిగమన సమీకరణాలంటారు. రెండు చలరాశులలో రెండు ప్రతిగమన రేఖలుంటాయి గాబట్టి రెండు ప్రతిగమన సమీకరణాలు ఉంటాయి. (i) Y మీద X ప్రతిగమన సమీకరణం (ii) X మీద Y ప్రతిగమన సమీకరణం Y మీద X ప్రతిగమన విశ్లేషణ Y విలువల్లో ఇచ్చిన మార్పులకు X విలువల్లో విచరణను వర్ణిస్తుంది. X మీద Y ప్రతిగమన విశ్లేషణ X విలువలో ఇచ్చిన మార్పులకు Y విలువల్లో విచరణను వర్ణిస్తుంది.

Y మీద X ప్రతిగమన విశ్లేషణ

సాంకేతికంగా, Y మీద X ప్రతిగమన విశ్లేషణను $X_c = a + bY$ గా చెబుతారు. ఇక్కడ, $X_c = X$ (గుణించిన) అత్యంత సంభావ్య విలువ a, bలు స్థిరాంకాలు. సంధాన రేఖ స్థాయిని 'a' తెలుపుతుంది (అంటే అసలుకు ప్రత్యక్షంగా ఎగువన గానీ దిగువనగానీ రేఖ దూరం). 'b' రేఖయొక్క వాలును తెలుపుతుంది (అంటే Y చలరాశిలో ఒక యూనిట్ మార్పుకు X చలరాశిలో మార్పు). కింద పేర్కొన్న రెండు సాధారణ సమీకరణాల ద్వారా 'a' 'b' విలువల్ని కనుక్కోవచ్చు.

$$\sum X = Na + b \sum Y \quad .... \text{(i)}$$

$\sum XY = a\sum Y + b\sum Y^2$ .... (ii)

$\sum X, \sum Y, \sum XY, \sum Y^2$ అనేవి X, Y శ్రేణుల అసలు విలువ మొత్తాలనుంచి రాబట్టినవి. N అనేది ప్రతిగమన విశ్లేషణ కోసం పరిశీలించిన జతల సంఖ్యను తెలుపుతుంది.

X మీద Y ప్రతిగమన విశ్లేషణ

సాంకేతికంగా, X మీద Y ప్రతిగమన విశ్లేషణను $Y_c = a + bx$ గా చెబుతారు. Y_c అనేది Y (గణన చేసిన) అత్యంత సంభావ్య విలువ. 'a' 'b' లు స్థిరాంకాలు. సంధాన రేఖ స్థాయిని 'a' తెలుపుతుంది. రేఖ విలువను 'b' తెలుపుతుంది (అంటే X చలరాశి యూనిట్ మార్పుకు Y చలరాశిలో మార్పు). కింద పేర్కొన్న రెండు సాధారణ సమీకరణాల ద్వారా 'a' 'b' విలువల్ని కనుక్కోవచ్చు.

$\sum Y = Na + b\sum X$ .... (i)

$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$ .... (ii)

$\sum Y, \sum X, \sum XY, \sum X^2$ అనేవి X, Y శ్రేణుల అసలు విలువల మొత్తాలనుంచి రాబట్టినవి. N అనేది ప్రతిగమన విశ్లేషణ కోసం పరిశీలించిన జతల సంఖ్యను తెలుపుతుంది.

25.8 ప్రతిగమన గుణకాలు

స్వతంత్ర చలరాశిలోని యూనిట్ మార్పుకు ప్రతిగా అస్వతంత్ర చలరాశిలో మార్పు స్థాయి, దిక్కును ప్రతిగమన గుణకం తెలియజేస్తుంది. ప్రతిగమన సమీకరణాల్లో 'b' ద్వారా ప్రతిగమన గుణకాలు తెలియవస్తాయి. రెండు చలరాశులకు మనకు రెండు ప్రతిగమన సమీకరణాలు ఉన్నాయి కాబట్టి రెండు ప్రతిగమన గుణకాలు కూడా ఉంటాయి. ఒకటి Y మీద X ప్రతిగమన సమీకరణానికి; రెండోది X మీద Y ప్రతిగమన సమీకరణానికి.

BRAOU

ఎ) Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం

Y చలరాశిలోని యూనిట్ మార్పుకు ప్రతిగా X చలరాశిలో మార్పుస్థాయి, దిక్కును Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం సూచిస్తుంది. దీనిని 'b' లేదా 'bxy' తెలుపుతుంది. కింది పద్ధతుల ద్వారా లెక్కిస్తారు.

i) సామాన్య సమీకరణాల్ని పరిష్కరించడం ద్వారా

Y మీద X ప్రతిగమన సమీకరణం.

$X_c = a + bY$

రెండు సామాన్య సమీకరణాలు

$\sum X = Na + b\sum y$ .... (i)

$\sum XY = a\sum Y + b\sum Y^2$ ....(ii)

ఇక్కడ, $\sum X, \sum Y$ అనేవి X, Y శ్రేణుల విలువల మొత్తాలను తెలుపుతాయి.

$\sum Y^2$ = Y శ్రేణి విలువల వర్గాల సంకలనం

$\sum XY$ = X, Y శ్రేణుల విలువల లబ్ధాల సంకలనం

N = జతల సంఖ్య

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకాన్ని 'b' తెలియజేస్తుంది. సంధాన రేఖాస్థాయిని 'a' తెలియజేస్తుంది. పైన ఇచ్చిన రెండు సామాన్య సమీకరణాల్ని పరిష్కరించడం ద్వారా 'b' విలువను కనుక్కోవచ్చు.

ii) X, Y అంకమధ్యమాల నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు

$$bxy = r\frac{\sigma X}{\sigma Y}$$

ఇక్కడ, $bxy = Y$ మీద X ప్రతిగన గుణకం

$r = X, Y$ ల మధ్య సహసంబంధ గుణకం

$\sigma x = X$ శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం

$\sigma y = Y$ శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం

పై సమీకరణం సంక్షిప్త రూపం

$$bxy = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$$

ఇక్కడ, $\sum xy$ = సంబంధిత అంక మధ్యమాల నుంచి తీసుకొన్న X, Y చలరాశుల విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం.

$\sum y^2$ = అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న X శ్రేణి విచలనాల వర్గాల సంకలనం.

కింద చూపిన విధంగా దీనిని రాబట్టడమైంది.

$$bxy = r\frac{\sigma X}{\sigma y} = \frac{\sum xy}{N\sigma X\sigma y} \times \frac{\sigma X}{\sigma y}$$

$$bxy = \frac{\sum xy}{N\sigma y^2}$$

ఇక్కడ, $\sigma y^2 = Y$ శ్రేణి విస్తృతి

$$\sigma y^2 = \frac{\sum y^2}{N}$$

$$bxy = \frac{\sum xy}{N\frac{\sum y^2}{N}}$$

$$bxy = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$$

iii) ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకున్నప్పుడు

$$bxy = \frac{\sum dx\, dy - \frac{\sum dx \sum dy}{N}}{\sum dy^2 - \frac{\left(\sum dy\right)^2}{N}}$$

ఇక్కడ, $\sum dx$ = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న X శ్రేణి విచలనాలు

$\sum dy$ = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న Y శ్రేణి విచలనాలు

$\sum dxdy$ = సంబంధిత ఊహించిన సగటుల నుంచి తీసుకొన్న X, Y చలనాల విచలనాల లబ్దాల సంకలన

$\sum dy^2$ = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న X శ్రేణి విచలనాల వర్గాల సంకలనం

$\sum dx^2$ = ఊహించిన సగటునుంచి తీసుకొన్న Y శ్రేణి విచలనాల వర్గాల సంకలనం

N = జతల సంఖ్య

iv) అసలు విలువలతో సంఖ్యలను ఇచ్చినప్పుడు

$$bxy = \frac{\sum XY - N\overline{X}\overline{Y}}{\sum Y^2 - N(\overline{Y})^2}$$

ఇక్కడ, $bxy = Y$ మీద X ప్రతిగమన గుణకం

$\overline{X}\overline{Y} = X, Y$ శ్రేణుల అంకమాధ్యమాలు

$\sum Y^2 = Y$ శ్రేణుల విలువల వర్గాల సంకలనం

$\sum XY = X, Y$ విలువల లబ్దాల సంకలనం

N = జతల సంఖ్య

బి) X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం

X చలరాశిలోని యూనిట్ మార్పుకు ప్రతిగా Y చలరాశిలోని మార్పుస్థాయి, దిక్కును X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం సూచిస్తుంది. దీనిని 'b' అని గానీ, byx అని గానీ అంటారు. కింది పద్ధతుల సహాయంలో లెక్కిస్తారు.

i) సామాన్య సమీకరణాన్ని పరిష్కరించడం ద్వారా

X మీద Y ప్రతిగమన సమీకరణం : $Y_c = a + bx$

కిందివి రెండు సాధారణ సమీకరణాలు :

$\sum Y = Na + b\sum X$..............(i)

$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$...............(ii)

ఇక్కడ, $\sum X, \sum Y = X, Y$ శ్రేణుల విలువల మొత్తాలు

$\sum X^2 = X$ శ్రేణి విలువల వర్గాల సంకలనం

$\sum XY = X, Y$ శ్రేణుల విలువల లబ్ధాల సంకలనం

$N =$ జతల సంఖ్య

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకాన్ని 'b' తెలియజేస్తుంది. సంధాన రేఖ స్థాయిని 'a' తెలుపుతుంది. పైన ఇచ్చిన రెండు సామాన్య సమీకరణాల్ని పరిష్కరించడం ద్వారా 'b' విలువను కనుక్కోవచ్చు.

ii) X, Y శ్రేణుల అంకమధ్యమాల నుంచి విచలనాలను తీసుకొన్నప్పుడు

$byx = r\frac{\sigma y}{\sigma x}$

పై సమీకరణం సంక్షిప్త రూపం :

$byx = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$

ఇక్కడ, $\sum x^2 =$ అంకమధ్యమం నుంచి తీసుకొన్న X శ్రేణి విచలనాల వర్గాల సంకలనం

కింది మెట్ల ద్వారా సమీకరణ సులభీకరణ రూపాన్ని రాబట్టవచ్చు.

$$byx = r\frac{\sigma y}{\sigma x}$$

BRAOU

$$= \frac{\sum xy}{N\sigma X \sigma y} \times \frac{\sigma y}{\sigma X}$$

$$= \frac{\sum xy}{N\sigma X^2}$$

ఇక్కడ, $\sigma x^2 = X$ శ్రేణి విస్తృతి

$$\sigma x^2 = \frac{\sum x^2}{N}$$

$$byx = \frac{\sum xy}{N\frac{\sum x^2}{N}}$$

కాబట్టి $byx = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$

iii) ఊహించిన సగటుల నుంచి విచలనాలను తీసుకున్నప్పుడు

$$byx = \frac{\sum dxdy - \frac{\sum dx \sum dy}{N}}{\sum dx^2 - \frac{\left(\sum dx\right)^2}{N}}$$

ఇక్కడ, dx, dy అనేవి ఊహించిన సగటులనుంచి తీసుకొన్న X, Y శ్రేణుల విచలనాలకు తెలియజేస్తాయి.

$\sum dxdy$ = ఊహించిన సగటుల నుంచి తీసుకొన్న X, Y చలరాశుల విచలనాల లబ్ధాల సంకలనం.

$\sum dx^2$ = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న X శ్రేణి విచలనాల వర్గాల సంకలనం

$\sum dy^2$ = ఊహించిన సగటు నుంచి తీసుకొన్న Y శ్రేణి విచలనాల వర్గాల సంకలనం.

N = జతల సంఖ్య

iv) అసలు విలువలతో సంఖ్యలను ఇచ్చినప్పుడు

$$bxy = \frac{\sum XY - N\overline{X}\overline{Y}}{\sum Y^2 - N(\overline{Y})^2}$$

ఇక్కడ, bxy = X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం

$\overline{X}\overline{Y} = X, Y$ శ్రేణుల అంకమాధ్యమాలు

$\sum Y^2 = Y$ శ్రేణుల విలువల వర్గాల సంకలనం

BRAOU

$\sum XY = X, Y$ విలువల లబ్ధాల సంకలనం

$N =$ జతల సంఖ్య

25.9 ప్రతిగమన గుణకాల ధర్మాలు

కొన్ని ముఖ్యమైన ప్రతిగమన గుణకాల ధర్మాలను కింద పేర్కొనడమైంది.

(i) రెండు ప్రతిగమన గుణకాలకు ఒకే సంజ్ఞలు ఉంటాయి. అంటే రెండింటికీ (+) గుర్తుగానీ, (−) గుర్తుగానీ ఉంటుంది. ఒక ప్రతిగమన గుణకానికి (+) గుర్తు మరో ప్రతిగమన గుణకానికి (−) గుర్తు ఉండటానికి వీల్లేదు.

(ii) రెండు ప్రతిగమన గుణకాల లబ్ధాల వర్గమూలం చరరాశుల మధ్య సహసంబంధ గుణకానికి సమానం, సాంకేతికంగా,

$$r = \sqrt{bxy.byx}$$

(iii) ప్రతిగమన గుణకాల కుండే సంజ్ఞే సహసంబంధ గుణకానికి ఉంటుంది. byx, bxy అనేవి ఋణాత్మకమైతే, r కూడా ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది. అట్లాగాక bxy, byx ధనాత్మకమైతే, r కూడా ధనాత్మకంగా ఉంటుంది.

(iv) 'r' ఎల్లప్పుడూ 1కి సమానంగాగాని, తక్కువగా గానీ ఉంటుంది కాబట్టి bxy లబ్ధపు వర్గమూలం 1 కంటె తక్కువగా ఉంటుంది. ఎట్టి పరిస్థితుల్లోనూ 1 కంటె మించదు. మరింత స్పష్టంగా చెప్పాలంటే రెండు ప్రతిగమన గుణకాల విలువ 1 కంటె ఎక్కువగా ఉండటానికి వీల్లేదు. byx 1 కంటె తక్కువగా ఉంటే, bxy 1 కంటె ఎక్కువగా ఉంటుంది.

(v) bxy, byxల అంకమధ్యమం సహసంబంధ గుణకానికి సమానంగా గానీ, ఎక్కువగా గానీ ఉంటుంది.

సాంకేతికంగా,

$$\frac{bxy + byx}{2} \geq r$$

(vi) bxy, byx ప్రతిగమన గుణకాలు సౌష్ఠవంగా ఉండవు. అంటే $bxy \neq byx$ కాబట్టి అస్వతంత్ర, స్వతంత్ర చలరాశులను వ్యత్యాసపర్చడానికి స్పష్టమైన గుర్తింపు కావాలి.

(vii) ప్రతిగమన గుణకపు విలువ ధనాత్మకమైతే, ప్రతిగమనరేఖ వాలు ఎడమ నుంచి కుడికి ఊర్ధ్వంగా ఉంటుంది. అట్లాగాక ప్రతిగమన గుణకపు విలువ ఋణాత్మకమైతే వాలు కూడా ఋణాత్మకంగానే ఉంటుంది. అంటే ఎడమ నుంచి కుడికి అధోముఖంగా ఉంటుంది.

BRAOU

25.10 ప్రతిగమన గుణకాల గణన

i) సామాన్య సమీకరణాలను పరిష్కరించడం ద్వారా

కింద ఇచ్చిన ఉదాహరణలు ప్రతిగమన గుణకాలను వివరిస్తాయి.

ఉదాహరణ-1 :

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి రెండు ప్రతిగమన గుణకాలను కనుక్కోండి.

4	2	6	8	10	5	7
7	10	8	9	5	6	4

జవాబు :

ప్రతిగమన గుణకాల గణన

X	X^2	Y	Y^2	XY
4	16	7	49	28
2	4	10	100	20
6	36	8	64	48
8	64	9	81	72
10	100	5	25	50
5	25	6	36	30
7	49	4	16	28
$\sum X = 42,$	$\sum X^2 = 294$	$\sum Y = 49,$	$\sum Y^2 = 371$	$\sum Y^2 = 276$

$\sum X\hat{}42, \sum Y = 49, \sum X^2 = 294, \sum Y^2 = 371 \sum XY = 276, N = 7$

Y మీద X ప్రతిగమన సమీకరణం : $X_c = a + by;$

రెండు సామాన్య సమీకరణాలు:

$\sum X = Na + b\sum y,$

$\sum XY = a\sum y + b\sum y^2,$

విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$42 = 7a + 49b$...........(i)

$276 = 49a + 371b$.........(ii)

సమీకరణం (i) ని 7 చేత హెచ్చించగా

BRAOU

$294 = 49a + 343b........(iii)$

$276 = 49a + 371b........(iv)$

సమీకరణం (iii) నుంచి సమీకరణం (iv) ను తీసివేస్తే,

$18 = -28b$

కాబట్టి $b = -\frac{18}{28}$

$= -0.64$

కాబట్టి Y మీద X ప్రతిగమన సమీకరణం

$= -0.64$

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం : $Y_c = a + bx$

రెండు సామాన్య సమీకరణాలు :

$\sum Y = Na + b\sum X$

$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$

విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$49 = 7a + 42b............(i)$

$276 = 42a + 294b...........(ii)$

సమీకరణం (i) ని 6 చేత హెచ్చిస్తే,

$294 = 42a + 252b..........(iii)$

$276 = 42a + 294b..........(iv)$

సమీకరణం (iii) నుంచి సమీకరణం (iv) ను తీసివేస్తే

$18 = -42b$

కాబట్టి, $b = -\frac{18}{42}$

$= -0.43$

అందుచేత X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం

BRAOU

$= -0.43$

(ii) X, Y అంకమధ్యమాల నుంచి విచలనాలను తీసుకొంటే ప్రతిగమన గుణకాల గణన

ఉదాహరణ-2 :

ఉదాహరణ 1 దత్తాంశం నుంచి X, Y శ్రేణుల అంకమధ్యమాల నుంచి విచలనాలను తీసుకొని, ప్రతిగమన గుణకాన్ని లెక్కించండి.

జవాబు :

X	$(X-\overline{X})$ x	x^2	Y	$(Y-\overline{Y})$ y	y^2	xy
4	–2	4	7	0	0	0
2	–4	16	10	3	9	–12
6	0	0	8	1	1	0
8	2	4	9	2	4	4
10	4	16	5	–2	4	–8
5	–1	1	6	–1	1	1
7	+1	1	4	–3	9	–3
$\sum X = 42$		$\sum x^2 = 42$	$\sum Y = 49$		$\sum y^2 = 28$	$\sum xy = -18$

X శ్రేణి అంకమధ్యమం గణన

$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$

$= \frac{42}{7}$

$\overline{X} = 6$

Y శ్రేణి అంకమధ్యమం గణన :

$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{N}$

$= \frac{49}{7}$

$\overline{Y} = 7$

ఇప్పుడు, $\sum XY = 18; \sum x^2 = 42. \sum y^2 = - - 28$

ప్రతి గమన గుణకాల గణన :

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం

BRAOU

$$bxy = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$$

$$= \frac{-18}{28}$$

$$= -0.64$$

X మీద *Y* ప్రతిగమన గుణకం :

$$byx = \frac{\sum x\,y}{\sum x^2}$$

$$= \frac{-18}{42}$$

$$= -0.43$$

కాబట్టి *Y* మీద *X* ప్రతిగమన గుణకం = −0.64

X మీద *Y* ప్రతిగమన గుణకం = −0.43

(iii) ఊహించిన సగటుల నుంచి విచలనాలను తీసుకొంటే

ఉదాహరణ-3 :

10 మంది మెషిన్ ఆపరేటర్ల అనుభవానికీ, వారు నిర్వహించే రేటింగ్‌లకు కింది ఇచ్చిన దత్తాంశం సంబంధించినది. 100 వస్తువులకు వచ్చిన మంచి వస్తువులు ఇవ్వడమైంది.

ఆపరేటర్	:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
అనుభవం (X)	:	8	9	5	6	7	10	12	3	14	4
నిర్వహణ రేటింగ్‌లు (Y)	:	85	65	75	72	70	65	80	50	90	60

Y మీద X, X మీద Y ల ప్రతిగమన గుణకాలను లెక్కించండి.

జవాబు :

X, Y ల శ్రేణుల ఊహించిన సగటులుగా 10, 70 లను తీసుకుందాం. ప్రతిగమన గుణకాల గణన

అనుభవం X	(X−10) dx	dx^2	నిర్వహణ రేటింగ్‌లు Y	(Y−70) dy	dy^2	dxdy
8	−2	4	85	15	225	−30
9	−1	1	65	−5	25	5
5	−5	25	75	5	25	−25
6	−4	16	72	2	4	−8
7	−3	9	70	0	0	0
10	0	0	65	−5	25	0

BRAOU

12	2	4	80	10	100	20
3	–7	49	50	–20	400	140
14	4	16	90	20	400	80
4	–6	36	60	–10	100	60
	$\sum dx = -22$	$\sum dx^2 = 160$		$\sum dy = 12$	$\sum dy^2 = 1304$	$\sum dxdy = 242$

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం:

$$bxy = \frac{\sum dxdy - \frac{\sum dx . \sum dy}{N}}{\sum dy^2 - \frac{\left(\sum dy\right)^2}{N}}$$

ఇక్కడ, $\sum dxdy = 242; \sum dx = -22$

$\sum dy = 12, \sum dy^2 = 1304, N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$bxy = \frac{242 - \frac{(-22 \times 12)}{10}}{1304 - \frac{(12)^2}{10}}$$

$$= \frac{242 + \frac{264}{10}}{1304 - \frac{144}{10}}$$

$$= \frac{242 + 26.4}{1304 - 14.4}$$

$$= \frac{268.4}{1289.6}$$

$$= 0.208$$

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం :

$$byx = \frac{\sum dxdy - \frac{\sum dx . \sum dy}{N}}{\sum dx^2 - \frac{\left(\sum dx\right)^2}{N}}$$

ఇక్కడ, $\sum dxdy = 242; \sum dx = -22;$

$\sum dy = 12; \sum dx^2 = 160; N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

BRAOU

$$byx = \frac{242 - \frac{(-22 \times 12)}{10}}{160 - \frac{(-22)^2}{10}}$$

$$= \frac{242 + \frac{264}{10}}{160 - \frac{484}{10}}$$

$$= \frac{242 + 26.4}{160 - 48.4}$$

$$= \frac{268.4}{116.4}$$

$$= 2.405$$

అందుచేత Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం = 0.208. X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం = 2.405

iv) సంఖ్యలను అసలు విలువలతో ఇస్తే:

ఉదాహరణ-4 :

ఒక రోజున బొంబాయి స్టాక్ ఎక్స్ఛేంజీలో పది స్టాక్‌ల (X) ధరలను, వేల సంఖ్యలో వాటాల (Y) అమ్మకాల పరిమాణాన్ని లెక్కించడం జరిగింది. ఆ లెక్కింపుల నుంచి వాటాల అమ్మకాల పరిమాణం మీద స్టాక్‌ల ధరల ప్రతిగమన గుణకాన్ని, స్టాక్‌ల ధరల మీద వాటాల అమ్మకాల పరిమాణం ప్రతిగమన గుణకాన్ని కనుగొనండి.

$\sum X = 380; \sum Y = 170; \sum XY = 10150; \sum X^2 = 31200; \sum Y^2 = 14200$

జవాబు :

X శ్రేణి అంకమధ్యమం గణన :

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$= \frac{380}{10}$$

$$= 38$$

Y శ్రేణి అంకమధ్యమం గణన :

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{N}$$

$$= \frac{170}{10}$$

$$= 17$$

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం లెక్కింపు :

$$bxy = \frac{\sum XY - N\overline{X}\overline{Y}}{\sum Y^2 - N(\overline{Y})^2}$$

ఇక్కడ, $\sum XY = 10150; X = 38; \overline{Y} = 17$

$\sum Y^2 = 14200; N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$bxy = \frac{10150 - 10 \times 38 \times 17}{14200 - 10\ (17)^2}$$

$$= \frac{10150 - 6460}{14200 - 2890}$$

$$= \frac{3690}{11310}$$

$$= 0.326$$

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం లెక్కింపు :

స్టాకులు (X):

$$byx = \frac{\sum XY - N\overline{X}\overline{Y}}{\sum X^2 - N(\overline{X})^2}$$

ఇక్కడ, $\sum XY = 10150, \overline{X} = 38, \overline{Y} = 17 \sum X^2 = 31200, N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$byx = \frac{10150 - 10 \times 38 \times 17}{31200 - 10\ (38)^2}$$

$$= \frac{10150 - 6460}{31200 - 14440}$$

$$= \frac{3690}{16760}$$

$$= 0.22$$

కాబట్టి వాటాల అమ్మకాల పరిమాణం (Y) మీద స్టాకుల ధరల (X) ప్రతిగమన గుణకం $= 0.326$. స్టాకుల ధరల (X) మీద వాటాల అమ్మకాల పరిమాణం (Y) ప్రతిగమన గుణకం $= 0.22$

BRAOU

25.11. ప్రతిగమన గుణకాల సహాయంతో సహసంబంధ గుణకం గణన

ఉదాహరణ-5 :

కొంత ద్విచల దత్తాంశం నుంచి కింద పేర్కొన్న సమాచారం లభ్యంగా ఉంది:

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం $= 0.4$

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం $= 0.9$

X, Y ల మధ్య సహసంబంధ గుణకాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

సహసంబంధ గుణకం (r) $= \sqrt{bxy.byx}$

$bxy = 0.4, byx = 0.9$

కాబట్టి $= \sqrt{0.4 \times 0.9}$

$= \sqrt{0.36}$

$= 0.6$

అవగాహన ప్రశ్న - 1

ఒక విభాజనంలో $bxy = 0.45, byx = 1.44$. నిర్ధారక గుణకాన్ని కనుగొనండి.

____

____

____

ఉదాహరణ-6 :

కింద ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా ప్రతిగమన గుణకాన్ని, సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	3	5	2	10	8	7	6	4	5	1

BRAOU

జవాబు :

X, Y శ్రేణులకు 5, 8 లను ఊహించిన సగటుగా తీసుకుందాం.

ప్రతిగమన గుణకాల, సహసంబంధ గుణకం గణన

X	(X−5) dx	dx^2	Y	(Y−8) dy	dy^2	dxdy
1	−4	16	3	−5	25	20
2	−3	9	5	−3	9	9
3	−2	4	2	−6	36	12
4	−1	1	10	2	4	−2
5	0	0	8	0	0	0
6	1	1	7	−1	1	−1
7	2	4	6	−2	4	−4
8	3	9	4	–	16	−12
9	4	16	5	−3	9	−12
10	5	25	1	−7	49	−35
	$\sum dx = 5$	$\sum dx^2 = 85$		$\sum dy = -29$	$\sum dy^2 = 153$	$\sum dxdy = -25$

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం :

$$bxy = \frac{\sum dx\,dy - \frac{\sum dx \sum dy}{N}}{\sum dy^2 - \frac{\left(\sum dy\right)^2}{N}}$$

ఇక్కడ, $\sum dxdy = -25; \sum dx = 5; \sum dy = -29$

$\sum dy^2 = 153, N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే:

$$bxy = \frac{-25 - \frac{(5 \times -29)}{10}}{153 - \frac{(-29)^2}{10}}$$

$$= \frac{-25 + \frac{145}{10}}{153 - \frac{841}{10}}$$

$$= \frac{-25 + 14.5}{153 - 84.1}$$

$$= \frac{-10.5}{68.9}$$

$$= -0.152$$

B R A O U

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం = −0.152

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం :

$$byx = \frac{\sum dxdy - \frac{\sum dx.\sum dy}{N}}{\sum dx^2 - \frac{\left(\sum dx\right)^2}{N}}$$

ఇక్కడ, $\sum dxdy = -25, \sum dx = 5, \sum dy = -29, \sum dx^2 = 85, N = 10$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \frac{-25 - \frac{(5 \times -29)}{10}}{85 - \frac{(5)^2}{10}}$$

$$= \frac{-25 + 145/10}{85 - 25/10}$$

$$= \frac{-25 + 14.5}{85 - 2.5}$$

$$= \frac{-10.5}{82.5}$$

$$= -0.127$$

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం = −0.127

సహసంబంధ గుణకం $(r) = \sqrt{bxy.byx}$

ఇక్కడ, $bxy = -0.152, byx = -0.127$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \sqrt{-0.152 \times -0.127}$$

$$= -\sqrt{0.019}$$

$$= -0.14$$

సహసంబంధ గుణకం = −0.14

BRAOU

25.12 సారాంశం

తెలిసిన చలరాశిలోని విలువల ఆధారంగా తెలియని చలరాశిలోని విలువలను అంచనాకట్టడానికి ఉపయోగపడే గణాంక సాధనమే ప్రతిగమన విశ్లేషణ. సహసంబంధ విశ్లేషణ రెండు చలరాశులకు మధ్య సంబంధం ఉన్నదీ, లేనిదీ చెబుతూ, ఆ సంబంధపు దిశను కూడా తెలియజేయగా; ప్రతిగమన విశ్లేషణ రెండు చలరాశులమధ్య ఆధారపూర్వక సంబంధాన్ని (Functional relationship) తెలియజేస్తుంది. ఈ సంబంధాన్ని ప్రతిగమన రేఖల ద్వారా గుర్తించవచ్చు. రెండు చలరాశుల మధ్య సహసంబంధం సంపూర్ణ మైతే, గ్రాఫ్ కాగితం మీద ఒకే ప్రతిగమనరేఖ ఏర్పడుతుంది. ప్రతిగమన రేఖలను గణితీయంగా వివరించడాన్ని ప్రతిగమన సమీకరణాలని అంటాం. ఈ సహసంబంధ విశ్లేషణ, ప్రతిగమన విశ్లేషణలు ప్రభుత్వానికి, వ్యాపారస్తులకు, వినియోగదారులకు చాలా ఉపయోగపడతాయి.

స్వతంత్ర చలరాశిలో గలిగిన ఒక యూనిట్ మార్పుకు దానికి అనుగుణంగా అస్వతంత్ర చలరాశిలో కలిగే మార్పు స్థాయిని, దిశను ప్రతిగమన గుణకాలు తెలియజేస్తాయి. రెండు చలరాశులకు రెండు ప్రతిగమన సమీకరణాలున్నట్లుగా, రెండు ప్రతిగమన సమీకరణాలకు రెండు ప్రతిగమన గుణకాలు ఉంటాయి. అవి ఒకటి Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం కాగా, మరొకటి X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం. Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం Y చలరాశిలో కలిగిన ఒక యూనిట్ మార్పుకు X చలరాశిలో వచ్చిన మార్పును, దాని దిశను సూచించగా; X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం X చలరాశిలో కలిగిన ఒక యూనిట్ మార్పుకు Y చలరాశిలో వచ్చిన మార్పును, దాని దిశను సూచిస్తుంది. అంతేగాక, రెండు ప్రతిగమన గుణకాల లబ్ధపు వర్గమూలం ఆ చలరాశుల మధ్య సహసంబంధానికి సమానం.

25.13 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I $r^2 = bxy \times byx$

$= 0.45 \times 1.44$

$= 0.648$

25.14 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. 'ప్రతిగమనం' అంటే ఏమిటి?
2. ప్రతిగమన రేఖలంటే ఏమిటి?
3. రెండు ప్రతిగమన రేఖలు ఎందుకుండాలి?
4. సహసంబంధానికీ, ప్రతిగమనానికీ వ్యత్యాసాలేమిటి?
5. సామాన్య, బహుళ ప్రతిగమనాల మధ్య తేడా ఏమిటి?

BRAOU

6. సరళరేఖా, అసరళరేఖా ప్రతిగమన విశ్లేషణల మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?

7. మొత్తం, పాక్షిక ప్రతిగమనాల మధ్య తేడా ఏమిటి?

8. ప్రతిగమన సమీకరణాలంటే ఏమిటి?

9. ప్రతిగమన గుణకాలంటే ఏమిటి?

10. ప్రతిగమన గుణకాల ధర్మాలేమిటి?

11. ప్రతిగమన గుణకాల గణనకు ఉపయోగించే సామాన్య సమీకరణాలను గురించి రాయండి.

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

12. $(i) r = +1 (ii) r = -1 (iii) r = 0$? అయితే ప్రతిగమన రేఖలేమిటి? ప్రతి కేసులోను మీ వ్యాఖ్యానాన్ని ఇవ్వండి.

13. ప్రతిగమనాన్ని నిర్వచించి, దాని ఉపయోగాలను చర్చించండి.

అభ్యాసాలు

14. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి రెండు ప్రతిగమన గుణకాలను లెక్కించండి.

X :	30	40	75	60	50	42	70	72
Y :	40	25	35	40	65	52	60	35

(జవాబు : $bxy = 0.048; byx = 0.032$)

15. కింది దత్తాంశం నుంచి రెండు ప్రతిగమన గుణకాలను, సహసంబంధ గుణకాన్ని లెక్కించండి.

X :	6.9	8.5	5.8	8.6	9.6	8.0	9.7
Y :	2.9	3.8	6.5	2.3	5.5	3.5	3.2

(జవాబు : $bxy = 0.31; byx = 0.35; r = 0.33$)

16. $\sum X = 190, \sum Y = 85, \sum XY = 575, \sum X^2 = 15600, \sum Y^2 = 7100$ ఇవ్వడమైంది. రెండు ప్రతిగమన సమీకరణాల్ని లెక్కించండి. సహసంబంధ గుణకాన్ని కూడా లెక్కించండి.

(జవాబు : $X on Y : X = 0.163Y + 17.61; Y on X : Y = 0.0867X + 83.35$)

25.15 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.

2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.

3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra

BRAOU

25.16 పదకోశం

ప్రతిగమన విశ్లేషణ :	దత్తాంశాన్ని ఏ యూనిట్లలోనైతే చెప్పటం జరిగిందో అదే యూనిట్లలోనే రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య సగటు సంబంధాన్ని కొలిచే గణితీయ కొలమానం.
సామాన్య ప్రతిగమనం :	ఈ పద్ధతిలో కేవలం రెండు చలరాశుల మధ్య ప్రతిగమనాన్ని అధ్యయనం చేస్తాం.
బహుళ ప్రతిగమనం :	ఈ పద్ధతిలో రెండుకంటే ఎక్కువ చలరాశుల మధ్య ప్రతిగమనాన్ని అధ్యయనం చేయడం జరుగుతుంది.
ప్రతిగమన గుణకాలు :	స్వతంత్ర చలరాశిలో వచ్చిన ఒక యూనిట్ మార్పుకు, అస్వతంత్ర చలరాశిలో వచ్చిన మార్పు స్థాయినీ, దిశనూ తెలిపే కొలమానం.
మొత్తం ప్రతిగమనం :	ఈ రకమైన ప్రతిగమన అధ్యయనంలో ఒక సమస్యకు ప్రభావితమయ్యే అన్ని చలరాశులను అధ్యయనం చేస్తాం.
పాక్షిక ప్రతిగమనం :	ఇతర చలరాశులను నిలకడగా ఉంచి, రెండు చలరాశుల మధ్యనే ప్రతిగమనాన్ని అధ్యయనం చేసే విధానం.
ప్రతిగమన రేఖ :	ఒక చలరాశిలోని విలువల ఆధారంగా మరొక చలరాశి విలువలను అంచనా కట్టడానికై, రెండు చలరాశుల మధ్య సగటు సంబంధాన్ని తెలియజేస్తూ గీచినరేఖ.
ప్రతిగమన సమీకరణాలు :	ప్రతిగమన రేఖలను బీజీయంగా వివరించడాన్ని ప్రతిగమన సమీకరణాలని అంటాం.

B R A O U

ఖండం-V: సూచీ సంఖ్యలు

భాగం-26: సూచీ సంఖ్యలు

విషయక్రమం

26.0 ఉద్దేశాలు

26.1 పరిచయం

26.2 సూచీ సంఖ్యల నిర్వచనం

26.3 సూచీ సంఖ్యల లక్షణాలు

26.4 సూచి సంఖ్యల నిర్వచనాలు

26.5 సూచి సంఖ్యల రకాలు

26.5.1 ధర సూచీ సంఖ్యలు

26.5.2 రాశి సూచీ సంఖ్యలు

26.5.3 విలువ సూచీ సంఖ్యలు

26.6 సారాంశం

26.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

26.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

26.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

26.10 పదకోశం

26.0 ఉద్దేశాలు

సూచీ సంఖ్యల అర్థం, లక్షణాలు, ఉపయోగాలు, రకాలను గురించి వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు:

- 'సూచీ సంఖ్యలు' అనే పదాన్ని నిర్వచించగలగాలి
- సూచీ సంఖ్యల లక్షణాలను పేర్కొనగలగాలి
- సూచీ సంఖ్యల ఉపయోగాలను వివరించగలగాలి
- సూచీ సంఖ్యలలోని రకాలను గుర్తించగలగాలి.

BRAOU

26.1 పరిచయం

నిత్య జీవితంలో మనం ఆర్థిక చలరాశిలో కాలంతోనూ, స్థలంతోనూ మార్పుల్ని సంక్షిప్త పర్చడంద్వారానూ, సరిపోల్చడం ద్వారానూ తీర్పుల్ని ఇస్తూ ఉంటాం. అంతకు ముందు కాలంతో సరిపోల్చుతూ ధరల హెచ్చు తగ్గుల్ని, పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి పెరుగుదలను, తగ్గుదలను, ఎగుమతుల, దిగుమతుల హెచ్చు తగ్గులు, నిర్ణీతకాలంలో నేరాల పెరుగుదలకు సంబంధించి మనం వార్తా పత్రికల్లో చూస్తూవుంటాం. వివిధ చలరాశుల్లో కొంతకాలానికి గాని, కొన్ని స్థలాలకు గాని సంబంధించి ఈ మార్పులన్నీ సూచీ సంఖ్యల ద్వారా మాత్రమే తెలుస్తాయి.

సంబంధిత చలరాశాల సమూహంలో విచరణాలను మదింపు చేయడానికి సూచీ సంఖ్యలు ప్రత్యేకంగా రూపొందించిన సాధనాలు. వస్తువుల ధరల్లో, ఉత్పత్తి పరిమాణంలో, జాతీయాదాయంలో, వేతనాల్లో, ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలైనవాటిల్లో మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి సాధారణంగా సూచీ సంఖ్యల్ని ఉపయోగించడంద్వారా వివిధదేశాల్లో గాని, వివిధ కాలాల్లోగాని, వివిధప్రదేశాల్లోగాని జీవన వ్యయాన్ని తెల్సుకోవచ్చు, వివిధ సంవత్సరాల్లో ఉత్పత్తి పరిమాణాన్ని తెల్సుకోవచ్చు: వివిధ సంస్థల సామర్థ్యాన్ని గ్రహించవచ్చు. ఉదాహరణకు, 1980కీ 1983కీ ధరల స్థాయిని మనదేశంలో సరిపోల్చడానికి 1980కీ 1983కీ సంబంధించిన గోధుమ, బియ్యం, వస్త్రాలు, నూనెలు, -ఇంటి అద్దె మొదలైనవాటి ధరలను పరిశీలనలోకి తీసుకోవాలి. 1980 ప్రాతిపాదికంగా 1983 లోని వస్తువుల ధరల సూచీని లెక్కించడంద్వారా ధరలస్థాయి మార్పుల్ని గురించి మనం ప్రయోజనకరమైన నిర్ణయాలు తీసుకోవచ్చు. అర్థికవ్యవస్థ నాడి ఎట్లాఉందో తెల్సుకోవడానికి సూచీ సంఖ్యల్ని ఉపయోగిస్తారు. ద్రవ్యోల్బణ, ప్రతి ద్రవ్యోల్బణ ప్రవృత్తులకు సూచీలుగాకూడా ఇవి పనికి వస్తాయి. 'ఆర్థిక కార్యకలాపాల భారమితులుగా' సూచీ సంఖ్యల్ని అభివర్ణించడం జరిగింది. సూచీసంఖ్యల ఉద్దేశం విచరణాల పరిమాణాన్ని ఒకే సంఖ్యలో చూపడం. ప్రత్యక్ష మదింపుకుగానీ, పరిశీలనకుగానీ అది వీలుపడదు.

26.2 సూచీ సంఖ్యల నిర్వచనం

సూచీ సంఖ్యలు అనేవి వివిధ చలరాశులలో సాపేక్షక మార్పును మదింపు చేయడానికి కనుక్కొన్నటువంటివి. ఈ మార్పు కాలానికి, భౌగోళిక ఉనికి, ఆదాయం, లాభాలు,ఉత్పత్తి, అమ్మకాలు మొదలైన వాటికి సంబంధించినది. సూచీ సంఖ్యల్ని గురించి కింద కొన్ని ముఖ్యమైన నిర్వచనాల్ని ఇవ్వడమైంది.

మోరిస్ హాంబర్గ్ మాటల్లో, " సాధారణ రూపంలో సూచీసంఖ్య అనేది సాపేక్షసంఖ్య. అంతకంటే మరేమీకాదు. రెండు అంకెలమధ్య సంబంధాన్ని తెలియజేస్తుంది. అందులో ఒక అంకెను ప్రాతిపదికగా ఉపయోగిస్తారు."

సూచీ సంఖ్యల్ని క్రాక్స్టన్ & కౌడాన్‌లు ఇట్లా నిర్వచించారు."పరస్పర సంబంధమున్న చలరాశు సముదాయ పరిమాణంలోని వ్యత్యాసాలనుకొలిచే సాధనాలే సూచీ సంఖ్యలు."

హోరేస్ సెక్రిస్ట్ అభిప్రాయం ప్రకారం," సూచీ సంఖ్యలు అనేవి సంఖ్యలశ్రేణులు. వాటి ద్వారా కాలానికి కాలానికీ, స్థలానికీ స్థలానికి దృగ్విషయపు పరిమాణంలో, మార్పుల్ని మదింపు చేయడం జరుగుతుంది."

BRAOU

స్పైగల్ మాటల్లో చెప్పాలంటే,"సూచీ సంఖ్య అనేది గణాంక సాధనం. చలరాశుల్లో లేదా సంబంధిత చలరాశుల సముహంలో కాలానికి, భౌగోళిక ఉనికికీ, ఇతరత్రా లక్షణాలకు సంబంధించి మార్పుల్ని చూపడానికి రూపొందించడమైనది."

పాటర్సన్ అభిప్రాయం ప్రకారం," సూచీ సంఖ్య అనేది గణాంకపు మదింపు సాధనం. ఒక చలరాశిలో గానీ, సంబంధిత చలరాశుల సమూహంలోగాని, కాలానికీ, భౌగోళిక స్థలానికీ, ఇతరత్రా లక్షణాలకు సంబంధించి మార్పుల్ని చూపేందుకు రూపొందించివటు వంటిది."

జాన్.ఐ.గ్రిఫిన్ ఇట్లా తెలియజేస్తున్నాడు, " సూచీ సంఖ్య అనేది ఒకరాశి. ఆధారకాలానికి సంబంధించి కొంతకాలం మీద పరిమాణంలోని విచరణాలను చూపుతుంది. సాధారణంగా, ప్రత్యక్షంగా కొలవడానికి వీలులేనప్పుడు కొంతకాలం మీద పరిమాణంలోని మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి సూచీసంఖ్యల్ని వినియోగిస్తారు. ".

పైన ఇచ్చిన నిర్వచనాల వల్ల మనకు తెలియవచ్చేదేమిటంటే సూచీ సంఖ్యలనేవి కొంతకాలం మీద సంబంధిత చలరాశుల సమూహంలో మార్పుల్ని కొలవడానికి రూపొందించిన ప్రత్యేకమైన సగటులు. ఉదాహరణకు, 1980 తోపోల్చినపుడు 1983 ధరసూచీ 150 అయినప్పుడు; 1980 తోపోల్చినప్పుడు వస్తువుల ధరల్లో 1983 నాటికి నికర పెరుగుదల జరిగిందని సూచిస్తుంది.

26.3 సూచీ సంఖ్యల లక్షణాలు

సూచీ సంఖ్యల లక్షణాలను కింద వివరించడమైనది:

i) సూచీ సంఖ్యలు ప్రత్యేకమైన సగటులు

కొంత ఆధార కాలవ్యవధి ప్రాతిపదికతో సంబంధిత చలరాశుల సమూహంలో సాపేక్షక మార్పుల్ని సూచీ సంఖ్యలు మదింపు చేస్తాయి. ఎల్.ఆర్.కోనార్ అభిప్రాయం ప్రకారం, " సామాన్యరూపంలో సూచీ సంఖ్య ప్రత్యేకమైన సగటుకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. సాధారణంగా కొన్ని అంశాల నమూనానుంచి తీసుకొన్న భారిత సగటు మొత్తానికి ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది." అందుచేత సూచీ సంఖ్యలు మదింపు చేసే వివిధ యూనిట్లను సగటు చేసే సామర్ధ్యంగల ప్రత్యేకమైన సగటులు. ఉదాహరణకు, వినియోగదార్ల ధర సూచీని తయారుచేయడానికి వివిధ అంశాలను అంటే ఆహారం, దుస్తులు, ఇంధనం, వెలుతురు, ఇంటి అద్దె మొదలైనవాటిని కిలోగ్రాములు, లేదా క్వింటాళ్ళు, మీటర్లు, గదులసంఖ్య మొదలైన వివిధ యూనిట్ల ద్వారా మదింపు చేస్తారు. ఈ అంశాల నన్నింటినీ ప్రత్యక్షంగా కొలవడానికి, సరిపోల్చడానికి వీలులేదు కాబట్టి సూచీ సంఖ్యల్ని ఉపయోగించాల్సి ఉంటుంది. ఉమ్మడి సాపేక్షచలరాశిలో వివిధ మదింపు యూనిట్లను సగటుచేసి, సరిపోల్చడం ద్వారా వస్తువుల వివిధ విచరణాలను సూచీ సంఖ్యల ద్వారా కొలవవచ్చు.

ii) సంబంధిత చలరాశుల సమూహంలో నికర మార్పును సూచీసంఖ్యలు మదింపు చేస్తాయి.

సంబంధిత చలరాశుల సమూహంలో వచ్చే మార్పుల్ని సూచీసంఖ్యలు కొలుస్తాయి. ఈ చలరాశుల సమూహాలు కొన్ని వస్తువుల ధరలు కావచ్చు; ఉత్పత్తి పరిమాణం కావచ్చు; ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలైనవి కావచ్చు. ఉదాహరణకు, 1980 తో పోల్చినప్పుడు 1983లో హైద్రాబాద్‌లోని ఒక శ్రామిక వర్గపు వినియోగధర సూచీ 140మేరకూ పెరిగితే, 1980మీద 1983లో వస్తువులధరల్లో

40 శాతం నికర పెరుగుదలను ఇది తెలియజేస్తుంది. అదేవిధంగా సూచీ సంఖ్యలు పారిశ్రామిక ఉత్పత్తిలో, అమ్మకాలలో లాభాలు మొదలైన వాటిల్లో నికర మార్పుల్ని మదింపు చేస్తాయి.

iii) కొంత కాల వ్యవధి మీద మార్పుల ప్రభావాన్ని సూచీ సంఖ్యలు మదింపు చేస్తాయి.

కొంత కాలవ్యవధి మీద మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి సూచీ సంఖ్యల పద్ధతిని విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నారు. ఉదాహరణకు, సూచీ సంఖ్యల ద్వారా వ్యవసాయక ఉత్పత్తిలో మార్పుల్ని మూడో ప్రణాళిక ప్రారంభం నుంచీ నాలుగోప్రణాళిక చివరివరకూ అంటే 1961 నుంచి 1974 వరకు మనం గ్రహించవచ్చు. అదే విధంగా వస్తువుల టోకు ధరలను, ఎగుమతులను, దిగుమతులను, వేతనాలను, పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి మొదలైనవాటిని, దీర్ఘకాలంమీద సరిపోల్చవచ్చు. ఈ సందర్భంగా దీర్ఘకాలంమీద నికర మార్పుల్ని మదింపుచేయడానికి మాత్రమే సూచీసంఖ్యలు ఉపయోగపడడమే కాకుండా, వివిధ ప్రాంతాల, పరిశ్రమల, పట్టణాల, దేశాల ఆర్థిక పరిస్థితుల్ని సరిపోల్చడానికి ఉపయోగపడతాయి.

iv) సూచీ సంఖ్యల్ని శాతాలలో చెబుతారు

సంబంధిత చలరాశుల్లో వచ్చిన నికర మార్పుల్ని పరమ మానంలో కాకుండా సాపేక్షక మానంలో మదింపు చేయడానికి సూచీ సంఖ్యల్ని రూపొందించడం జరిగింది. వివిధ వస్తువుల విలువల్ని పరమ మానంలో చెప్పడం జరుగుతుంది. వాటిని ప్రత్యక్షంగా సరిపోల్చలేం. ఎందుకంటే అవి వివిధమదింపు యూనిట్లలో ఉంటాయి. అందుచేత ఈ చలరాశుల విలువలన్నింటిని సరిపోల్చదగిన ఉమ్మడి సాపేక్షక అంశంగా, అంటే శాతాలుగా కనుక్కోవడమవుతుంది. వీటివల్ల మార్పు పరిధి కనుక్కోవచ్చు. సూచీసంఖ్యల విలువల్ని శాతాలలో చెప్పినప్పటికీ, శాతాన్ని (%) ఏ సూచీసంఖ్య విలువలోనూ వాస్తవంగా చూపరు.

v) ప్రత్యక్ష మదింపు ద్వారా వీలుకాని మార్పుల్ని సూచీసంఖ్యలు మదింపు చేస్తాయి.

పరిమాణంలోని మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి సూచీ సంఖ్యలకు ప్రత్యేక లక్షణాలు ఉన్నాయి. అవి ప్రత్యక్ష మదింపుకు అనువుగా ఉండవు. ఉదాహరణకు, ధరలస్థాయి పరిమాణం, జీవనవ్యయం, వ్యాపార లేదా ఆర్థిక కార్యకలాపం మొదలైనవి అసలు మార్పురాశిలో ప్రత్యక్షంగా మదింపు చేయడానికి వీలుగా ఉండవు. అందుచేత సంబంధిత చలరాశుల్లో మార్పు పరిమాణాన్ని నిష్పక్షపాతంగా మదింపు చేయడానికి సూచీసంఖ్యలు ప్రత్యేకించబడిన సగటులుగా ఉపయోగపడతాయని చెప్పవచ్చు.

అవగాహన ప్రశ్న-1

సూచీ సంఖ్యల లక్షణాలను పేర్కొనండి.

____

____

____

____

____

BRAOU

26.4 సూచీ సంఖ్యల ఉపయోగాలు

రాజకీయ, సామాజిక,ఆర్థిక వ్యవస్థతో నిమిత్తం లేకుండా వస్తుసేవల ఉత్పత్తి, పంపిణీ, వినియోగంలో ఏ ఆర్థిక వ్యవస్థ కలాపాన్ని అధ్యయనం చేయడానికైనా, విశ్లేషణ చేయడానికైనా సూచీ సంఖ్యలు ఉపయోగకరంగా ఉంటాయి. ఆర్థిక వ్యవస్థలోని ప్రగతిని అవగాహన చేసుకోవడానికి అన్ని ఆర్థిక కార్యకలాపాలకు సౌకర్యవంతమైన సాధనంతో సమీకరించడం, సగటుచేయడం, సమానీకరణ చేయడం జరుగుతుంది. ఈ ప్రక్రియలో సూచీ సంఖ్యలు సౌకర్యవంతమైన సాధనంగా నిరూపితమైనాయి. ఆర్థిక వ్యవస్థ వ్యవహారాచరణను సమీక్షించడానికి, దాని స్వరూపాన్ని ప్రవర్తననూ విశ్లేషించడానికి ఆర్థిక శాస్త్రజ్ఞులు వివిధ రకాల సూచీలను ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు, ఒక దేశంలోని ఆర్థిక కార్యకలాపల స్థితి గతుల్ని తెల్సుకోవడానికి పారిశ్రామిక, వ్యవసాయిక ఉత్పత్తుల సూచీలను, స్టాక్ మార్కెట్ ధరల్ని, టోకు ధరల్ని, వినియోగదారుల ధరల్ని, ఎగుమతులు– దిగుమతుల్ని, రకరకాల ఆదాయాల్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది. ప్రభుత్వంలో, వ్యాపారంలో నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి కూడా సూచీ సంఖ్యల్ని ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు, వేతనాల సంప్రదింపులు, కరువుభత్యం నిర్ణయంలో వినియోగదార్ల ధరల సూచీలను ఉపయోగిస్తారు.

సింప్సన్ & కాఫ్కా వారి అభిప్రాయం ప్రకారం, "ఈ రోజుల్లో సూచీ సంఖ్యలు విస్తృతంగా వాడుకలో ఉన్న గణాంక పద్ధతులు. ఆర్థిక వ్యవస్థ నాడిని పరిశీలించేందుకు వాటిని ఉపయోగిస్తున్నారు. ద్రవ్యోల్బణ, ప్రతి ద్రవ్యోల్బణ ప్రవృత్తుల సూచీలగా వాటిని వాడుతున్నారు.

ధరల్లో మార్పుల్ని, ద్రవ్యపు కొనుగోలు శక్తి, వ్యాపార కార్యకలాపం, ఉద్యోగిత, వ్యావసాయిక, పారిశ్రామిక ఉత్పత్తులు మొదలైనవాటిలో మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి సూచీ సంఖ్యల్ని ప్రముఖంగా ఉపయోగిస్తున్నారు. సూచీ సంఖ్యల ముఖ్య ప్రయోజనాలను కింద పేర్కొనడమైంది.

i) విలువల్లో మార్పుల్ని మదింపుచేయడానికి సూచీ సంఖ్యలు తోడ్పడతాయి.

సూచీ సంఖ్యల ప్రాథమిక ఉపయోగిత సంబంధిత చలరాశుల్లో గాని, చలరాశుల మొత్తంలోగాని మార్పుల్ని మదింపుచేయడం. కిలోలు, మీటర్లు, లీటర్లు, మొదలైన వివిధ యూనిట్ల చలరాశుల్ని ప్రకటించినప్పుడు ఎప్పటికప్పుడు చలరాశుల్లో మార్పుల్ని కొలవడానికి సూచీ సంఖ్యలు అవకాశాన్ని కలిగిస్తాయి. వివిధ చలరాశుల్లోని పరమ పరిమాణ రాశిని ప్రత్యక్షంగా సరిపోల్చలేం. మదింపు చేయలేం. అందుచేత సూచీ సంఖ్యల పద్ధతిని సరిపోల్చదల్చ ఉమ్మడి మానం ద్వారా మార్పుల్ని మదింపు చేయవచ్చు. అందుచేత సూచీ సంఖ్యలు చలరాశుల్లో మార్పుల్ని ఉమ్మడి సాధనం అంటే శాతాల ద్వారా ప్రకటించడానికి ఉపయోగపడతాయి.

ii) ద్రవ్యపు కొనుగోలు శక్తిని కొలవడానికి సూచీ సంఖ్యలు ఉపయోగపడతాయి.

ద్రవ్యపు కొనుగోలు శక్తిని కొలవడానికి సూచీ సంఖ్యలు ఉపయోగపడతాయి. అసలు విలువల్ని పొందడానికి ధరలస్థాయి మార్పుల్ని సర్దుబాటు చేయటానికి అవి తోడ్పడతాయి. రూపాయల్లో ఆర్జించిన సొమ్ముకు కొనుగోలు శక్తిని అవగాహన చేసుకునేందుకు ద్రవ్యచలామణీ తగ్గింపు పద్ధతిని అన్వయింపజేస్తూ నామ మాత్రపు ఆర్జనలను వాస్తవిక ఆర్జనల్లోకి మార్పిడి చేయాలి. ఎందుకంటే రూపాయి కొనుగోలు శక్తి ఎల్లప్పుడూ మారుతూ ఉంటుంది. ఉదాహరణకు 1960 లో ఉన్న రూపాయి విలువతో పోలిస్తే 1983లో రూపాయి విలువ 18 పైసలు మాత్రమే. రూపాయి

BRAOU

ఆర్జనలు అన్నీ ప్రస్తుతపు విలువల్లోకి ఉంటాయి. అయితే రూపాయి కొనుగోలు శక్తిలో మార్పుల వల్ల వాటి వాస్తవిక విలువలు తక్కువగా ఉంటాయి. కింద ఇచ్చిన సూత్రంద్వారా ద్రవ్యపు ఆదాయాల్ని వాస్తవిక ఆదాయాల్లోకి మార్పిడి చేయవల్సి ఉంది:

$$\text{వాస్తవిక వేతనాలు} = \frac{\text{ద్రవ్యవేతనాలు}}{\text{ధరసూచీ}} \times 100$$

ఉద్యోగుల జీతాలలో, వేతనాలలో సర్దుబాట్లు చేయడానికి ద్రవ్యవేతనాలతో పోల్చి నప్పుడు వాస్తవిక వేతనాల అధ్యయనం ఎంతో అర్థవంతంగాను, ఉపయుక్తంగాను, ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు, 1983లో ఒక కార్మికుని వేతనం రూ. 300/- ధర సూచీ 150. అప్పుడు కార్మికుని వేతనం:

$$\frac{300}{150} \times 100 = 200$$

కార్మికుని జీతం రూ. 300/- అయినప్పటికీ, కొనుగోలు శక్తి రూ.200/- మాత్రమే.

iii) సూచీ సంఖ్యలు మార్పుల్ని మదింపు చేసి, సరిపోల్చుతాయి

సూచీ సంఖ్యల ప్రయోజనాల్లో ముఖ్యమైనది. సంబంధిత చలరాశుల్లోని మార్పుల్ని మదింపుచేయడం, దీనిని ఆధార సంఖ్యలో సరిపోల్చడం; తద్వారా కొంత కాలవ్యవధి మీద మార్పు శాతాన్ని నిర్ణయించడం. దీనివల్ల కుడా ఎప్పటికప్పుడూ వివిధ యూనిట్లలో చెప్పిన వివిధ ప్రదేశాల మధ్య మార్పుల్ని సరిపోల్చడానికి అవకాశమేర్పడుతుంది. సూచీ సంఖ్యల సహాయంలేనిదే ధరల స్థాయి, జీవన వ్యయం మొదలైన వాటి మార్పుల్ని నేరుగా మదింపు చేయడానికి, సరిపోల్చడానికి వీలులేదు. ఉదాహరణకు, గత సంవత్సరం కంటే ఈ సంవత్సరం కన్‌స్ట్రక్షన్‌వ్యయంలో ఎంత పెరుగుదల వచ్చిందో కన్‌స్ట్రక్షన్ కాంట్రాక్టర్ తెల్సుకోవాలనుకున్నాడనుకోండి. ఉక్కు, సిమెంటు, శ్రామికులు, కలప, ఇటుకలు మొదలైన కన్‌స్ట్రక్షన్ మెటీరియల్‌లో వచ్చిన మార్పుల్ని మదింపు చేయడంద్వారా దానిని తెల్సుకోవచ్చు. అయితే వీటి ధరలను నేరుగా మదింపు చేయలేం; సరిపోల్చలేం. ఎందుకంటే వాటిని కొలిచే యూనిట్లు రకరకాలుగా ఉంటాయి. అతను సూచీ సంఖ్యల పద్ధతిని ఉపయోగిస్తే కన్‌స్ట్రక్షన్ వ్యయంలోని మార్పుల్ని సులభంగా మదింపు చేయవచ్చు; సరిపోల్చవచ్చు. కింద పేర్కొన్న కారణాల వల్ల సూచీ సంఖ్యల ప్రాముఖ్యత చెప్పకోదగింది:

ఎ) బృహత్తరమైన, సంక్లిష్టమైన దత్తాంశాన్ని సులభమైన సంఖ్యలుగా రూపొందించడానికి సూచీ సంఖ్యలు తోడ్పడతాయి. కాలం, స్థలం ద్వారా ఆ సంఖ్యల్లో సాపేక్షక మార్పు ప్రతిఫలిస్తుంది.

బి) సముచితమైన నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి కాలాలకు, స్థలాలకు, సంబంధించి వివిధ చోట్ల మదింపు చేసిన సాపేక్షక మార్పులు సులభంగా సరిపోల్చవచ్చు.

సి) సరిపోల్చదగిన ఒకే విలువకు తీసుకు రావడం ద్వారా వివిధ రకాల యూనిట్లను సరిపోల్చడానికి సూచీ సంఖ్యలు ఉపయోగపడతాయి.

iv ప్రవృత్తులను, ధోరణులను, సూచి సంఖ్యలు అధ్యయనంచేస్తాయి.

వివిధకాలాల్లో ధరలస్థాయి మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి సూచీ సంఖ్యల్ని ఉపయోగిస్తారు. ఒక చలరాశికి సూచీ సంఖ్యల శ్రేణి కొంత కాల వ్యవధికి, 8నుంచి 12 సంవత్సరాలకు లెక్కిస్తే, అవి పెరుగుదల లేదా తరుగుదల ప్రవృత్తుల్ని తెలియజేస్తాయి. ఉత్పత్తి, వర్తకపు పరిమాణం, ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలైన వాటికి సంబంధించిన సూచీల దృగ్విషయంలో మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి పనికి వస్తాయి. దృగ్విషయంలో మార్పులు ప్రవృత్తి, ఋతు సంబంధమైన, చక్రీయ, క్రమాను రహిత విచరణాల వంటి కాలశ్రేణుల అంశాల ప్రభావం వల్ల కావచ్చు. ఇది ఉత్పత్తి, వ్యాపార కార్యకలాపాల సాధారణ ధోరణిని తెలియజేస్తుంది. సూచీల సాధారణ ధోరణిని పరిశీలించడంద్వారా కాలశ్రేణుల్లోని వివిధ అంశాల వల్ల ఏ మాత్రం మార్పు వస్తుందో నిర్ణయాలు చేయవచ్చు.

V నిర్ణయాలు తీసుకోవడంలో సూచి సంఖ్యలు తోడ్పడతాయి

ఆర్థిక, వ్యాపార కార్యకలాపాలకు సంబంధించిన నిర్ణయాన్ని తీసుకోవడంలో సూచీ సంఖ్యలు ఎంతగానో తోడ్పడతాయి. ఎందుకంటే, కాల, స్థలాలకు చెందిన సాపేక్షక మార్పుల్ని అవి మదింపు చేస్తాయి. అవి వ్యాపార, ఆర్థిక నిర్ణయాలకు మార్గదర్శకాలు. ధరలు, ఉత్పత్తి, లాభాలు, దిగుమతులు, ఎగుమతులు, సిబ్బంది విత్తానికి సంబంధించిన సూచీ సంఖ్యల దత్తాంశం ఏ సంస్థకైనా సమర్థమైన ప్లానింగ్, కార్యనిర్వాహక నిర్ణయాలు తీసుకోవడానికి ఎంతో ఉపయుక్తంగా ఉంటాయి. అంతే కాకుండా సాధారణ వ్యాపార, ఆర్థిక పరిస్థితుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి సూచీ సంఖ్యల్ని బహు విస్తృతంగా వినియోగిస్తున్నారు. జనాభా మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి సామాజిక శాస్త్రజ్ఞులకు మేధా సంపత్తి లబ్ధాలను మదింపు చేయడానికి మన విజ్ఞాన శాస్త్రజ్ఞులకు; ఆస్పత్రి సౌకర్యాలు చాలినంతగా ఉన్నాయేమోనని ఆరోగ్య అధికారులకు;పాఠశాల పద్ధతి ఎంత సార్థకంగా ఉందో అధ్యయనం చేయడానికి విద్యా పరిశోధక సంస్థలకు ఈ సూచీలు ఎన్నో రకాలుగా ఉపయోగపడతాయి.

ఎప్పటికప్పుడు జీవన వ్యయంలో కలిగే పెరుగుదల ఫలితంగా ఉద్యోగుల కరువుభత్యాన్ని నిర్ణయించడానికి జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యల్ని పారిశ్రామిక, వ్యాపార సంస్థలు, ప్రభుత్వం ఉపయోగిస్తుంది. వివిధ వస్తువుల సూచీ సంఖ్యల ప్రాతిపదికగా ఎప్పటికప్పుడు ప్రభుత్వం ఎక్సైజ్ సుంకాన్ని సర్దుబాటు చేస్తూ ఉంటుంది. అంతేకాకుండా వివిధ వస్తువుల సూచీలు చలరాశుల పాత ప్రవర్తనను అవగాహనచేసుకోవడానికి, భవిష్యత్తులో ఉత్పత్తికి ప్లాను వేసుకోవడానికి ఎంతో ఉపయోగపడతాయి. పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి వంటి రాశి సూచీలు భౌతిక ఉత్పత్తిలో సాపేక్షక మార్పును మదింపు చేస్తాయి. ఆర్థిక వ్యవస్థలోని మార్పుల్ని తెల్సుకోవడానికి, భవిష్యత్తులో రూపొందించే ఆర్థిక విధానాలను ప్రాతిపదిక మార్గదర్శకాన్ని ఏర్పరచుకోవడానికి ప్రభుత్వం వివిధ రకాల సూచీ సంఖ్యల్ని తయారు చేయిస్తుంది.

vi సూచిసంఖ్యలు ఆర్థిక భారమితులు

సూచీ సంఖ్యల్ని ఆర్థిక భారమితులని అభివర్ణించడం సబబుగానే ఉంది. ఎందుకంటే వాతావరణ వొత్తిడిని కొలవడానికి భౌతిక శాస్త్రంలో భారమితుల్ని ఎట్లా ఉపయోగిస్తారో అదే విధంగా ఆర్థిక, వ్యాపార ప్రవర్తనలోని వొత్తిడిని సూచీ సంఖ్యలు కొలుస్తాయి. దేశం సాధారణ ఆర్థిక ప్రవర్తనను మదింపు చేయడంలో సూచీ సంఖ్యలు ఉపయోగపడతాయి. ధరలు-టోకు, చిల్లర-ఉత్పత్తి, వర్తక పరిమాణం, ఎగుమతులు, దిగుమతులు, వ్యావసాయిక, పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి, బ్యాంకు డిపాజిట్లు, విదేశీ మారకపు రిజర్వులకు సంబంధించిన సూచీలు దేశం సాధారణ ఆర్థిక, వ్యాపార కార్యకలాపాల స్వభావాన్ని, మార్పులను తెలియపరుస్తాయి. ఆర్థిక వ్యవస్థలోని వివిధ అంశాలకు సంబంధించి సూచీ సంఖ్యల శ్రేణుల్ని జాగ్రత్తగా అధ్యయనం చేస్తే ఆర్థికాభివృద్ధి సాధారణ ధోరణులు ప్రతిబింబిస్తాయి.

26.6 సూచీ సంఖ్యల్లో రకాలు

వివిధ చలరాశుల్లోని సాపేక్షక మార్పుల అధ్యయనం ప్రాతిపాదికగా సూచీ సంఖ్యల్ని కింద పేర్కొన్న మూడు తరగతులుగా విభజించడమైనది.

26.5.1 ధర సూచీ సంఖ్యలు

26.5.2 రాశి సూచీ సంఖ్యలు

26.5.3 విలువ సూచీ సంఖ్యలు

26.5.1 ధర సూచీ సంఖ్యలు

సూచీ సంఖ్యలన్నింట్లోను ధర సూచీ సంఖ్యల్ని సర్వ సాధారణంగా ఆర్థిక, వ్యాపార రంగాలలో ఉపయోగిస్తారు. కొంత ప్రాతిపదిక కాల వ్యవధిని పురస్కరించుకొని నిర్ణీత కాలంలో, నిర్ణీత స్థలంలో వస్తువుల ధరల స్థాయి మార్పుల్ని సూచీ సంఖ్యలు మదింపు చేస్తాయి. వాటాలు, డిబెంచర్లు మొదలైన వాటి ధరల స్థాయి మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి కూడా ఇవి ఉపయుక్తంగా ఉంటాయి. ధర సూచీ సంఖ్యల్ని రెండు రకాలుగా మళ్ళీ విభజించవచ్చు.

ఎ) టోకు ధరల సూచీ సంఖ్యలు

బి) చిల్లర ధరల సంఖ్యలు

ఎ) టోకు ధరల సూచీ సంఖ్యలు: దేశంలో సాధారణ ధరలస్థాయి మార్పును టోకు ధరల సూచీ సంఖ్యల ఆధారంగా అధ్యయనం చేస్తారు. మన దేశంలో మొట్టమొదటి సారిగా టోకు ధరల సాధారణ సూచీని 1939 ధర ప్రాతిపదికగా 1947 లో లెక్కించడమైంది. టోకు ధరల సూచీ 'రివిజన్ కమిటీ' వారి సిఫార్స్ మేరకు సూచీ సంఖ్యల కొత్తశ్రేణిని 1961-62 ధరల ప్రాతిపదిక మీద గణన చేయడమైంది. అది 139 వస్తువులను, 225 మార్కెట్లను, 774 కొటేషన్లను పరిశీలించింది. తాజా టోకు ధరల సూచీ సంఖ్యల్ని 1970-71 ప్రాతిపదిక సంవత్సరంగా నిర్మించడం జరిగింది.

BRAOU

బి) చిల్లర ధరల సూచీ సంఖ్యలు: వినియోగ వస్తువులు, వాటాలు, బ్యాంకు డిపాజిట్లు, బాండ్లు మొదలైన వివిధ వస్తువుల చిల్లర ధరల్లోని సాధారణ మార్పును మదింపు చేయడానికి చిల్లర ధరల సూచీ సంఖ్యలు ఉపయోగపడతాయి.

చిల్లర ధర సూచీలో వినియోగదార్లలో ధర సూచీ లేదా జీవన వ్యయ సూచీ అనేది ప్రత్యేక తరహాకు చెందినది. ఒక బుట్టెడు వస్తువుల ధర స్థాయి మార్పుల్ని గాని, రూపాయి కొనుగోలు శక్తిని గాని కార్మికులు, వ్యవసాయ కూలీలు మొదలైనవారి జీవన వ్యయాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి ఇవి సహాయపడతాయి. మన దేశంలో జీవన వ్యయ సూచీలు కింద పేర్కొన్న వారి జీవనవ్యయాన్ని అధ్యయనం చేయడానికి లెక్కిస్తారు. i) కేంద్ర, రాష్ట్ర ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు ii) మధ్య తరగతి ప్రజలు iii) శ్రామికులు.

26.5.2 రాశి సూచీ సంఖ్యలు

ఆధార కాలవ్యవధితో పోల్చినప్పుడు నిర్ణీతకాలంలో వస్తువుల ఉత్పత్తి, కొనుగోలు, అమ్మకాలు వినియోగం, పంపిణీకి సంబంధించి మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి ఈ సూచీ సంఖ్యలు తోడ్పడతాయి. ఈ సూచీలలో వివిధ వస్తువుల ధరలతో పాటు రాశులను పరిశీలిస్తారు. రాశి సూచీ సంఖ్యలకు వ్యవసాయిక, పారిశ్రామిక ఉత్పత్తులు, ఎగుమతులు, దిగుమతులు మొదలైనవి ఉదాహరణలు. ఆర్థిక వ్యవస్థ లోని భౌతిక ఉత్పత్తి, స్థాయిని అధ్యయనం చేయడానికి వాటిని విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తారు.

26.5.3 విలువ సూచీ సంఖ్యలు

వస్తువుల మొత్తం విలువలో మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి వీటిని ఉపయోగిస్తారు. ధర, గాశి, లబ్దాన్ని వస్తువు విలువ అంటారు. విలువ సూచీలలో చిల్లర అమ్మకాలు, లాభాలు, ఇన్వెంటరీలు ముఖ్యమైనవి. ఏమైనప్పటికీ వీటిని ధర, రాశి సూచీ సంఖ్యల్లాగా సాధారణంగా ఉపయోగించరు.

26.6 సారాంశం

వస్తువుల ధర, ఉత్పత్తి పరిమాణం, జాతీయాదాయం, వేతనాలు, ఎగుమతి- దిగుమతులు, మొదలైన వాటిలో వచ్చిన మార్పులను కొలవడానికి ఉపయోగపడే ప్రత్యేక సగటులను సూచీ సంఖ్యలు అని అంటాం. ఈ సూచీ సంఖ్యలను భవిష్యత్తులో పైన చెప్పిన అంశాలు విలువలలో ప్రతిఫలించే మార్పులను విశ్లేషించి, అంచనా వేయడానికి ఉపయోగిస్తారు. ఇవి, సామాజిక వేత్తలను జనాభాలోని మార్పులను పరిశీలించడానికి ఉపయోగపడతాయి. సూచీ సంఖ్యలను, ధరల సూచీ సంఖ్యలనీ, పరిమాణాత్మక సూచీ సంఖ్యలనీ, విలువ సూచీ సంఖ్యలనే రకాలుగా వర్గీకరించడమైనది.

26.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. -సూచీ సంఖ్యలు అనేవి ప్రత్యేక సగటులు

-సంబంధిత చలరాశుల సమూహాలలో వచ్చిన నికర మార్పును కొలుస్తాయి.

-ఇవి కొంత కాలానికి మార్పుల ప్రభావం ఎలా ఉందో కొలుస్తాయి.

-ఇవి మార్పులను శాతాలలో వ్యక్త పరుస్తాయి.

-ప్రత్యక్షంగా కొలవడానికి వీలులేని మార్పులను ఇవి కొలవ గలుగుతాయి.

BRAOU

26.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1 సూచీ సంఖ్య అంటే ఏమిటి?

2 ధర సూచీలనగా నేమి?

3 రాశి సూచీలంటే ఏమిటి?

4 విలువ సూచీలంటే ఏమిటి?

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

5 "సంబంధిత చలరాశుల్లోని పరిమాణ వ్యత్యాసాన్ని మదింపు చేయుడానికి సూచీసంఖ్యలు కొలమానాలు". దీనిని చర్చించి, సూచీ సంఖ్యల ఉపయోగాలను పేర్కొనండి?

6 ఆర్థిక, వాణిజ్య అధ్యయనాల్లో సూచీ సంఖ్యల ప్రాముఖ్యమేమిటి?

26.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పల నాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం) తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3.	Gupta B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

BRAOU

26.10 పదకోశం

సూచీ సంఖ్యలు	:	ఇవి ప్రత్యేక సగటులు. వీటిని సంబంధిత చలరాశులలో ఒకానొక కాలవ్యవధిలో వచ్చిన మార్పును తెలుసుకోవడానికి ఉపయోగిస్తాం.
ధరసూచీ సంఖ్యలు	:	రెండు వేర్వేరు సంవత్సరాలలో వస్తువుల ధరలలో వచ్చిన మార్పులను కొలవడానికి వాడతాం.
పరిమాణాత్మక సూచీ సంఖ్యలు	:	రెండు వేర్వేరు సంవత్సరాలలో ఉత్పత్తి చేసిన వస్తువుల పరిమాణంలోనూ, వినియోగించిన వస్తువుల పరిమాణంలోనూ, లేదా పంపిణీ చేసిన వస్తువుల పరిమాణంలోను వచ్చిన మార్పులను కనుగొనడానికి వీటిని

		ఉపయోగిస్తాం.
విలువ సూచీ సంఖ్యలు	:	రెండు వేర్వేరు సంవత్సరాలలో ఉత్పత్తి అయిన మొత్తం వస్తువుల విలువలో వచ్చిన మార్పును అధ్యయనం చేయడానికి వీటిని వాడతాం.
ఆధార సంవత్సరం	:	పోల్చడానికి ఎంపిక చేసుకున్న సంవత్సరం
ప్రస్తుత సంవత్సరం	:	పోల్చాల్సిన అవసరం ఉన్న సంవత్సరం

BRAOU

భాగం-27: సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం

విషయక్రమం

27.0 ఉద్దేశాలు

27.1 పరిచయం

27.2 సూచీసంఖ్యల నిర్మాణంలోని సమస్యలు

27.3 సారాంశం

27.4 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

27.5 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

27.6 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

27.7 పదకోశం

27.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగం సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను వివరించటానికై ఉద్దేశించబడింది.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత మీరు:

- సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఉన్న వివిధ సమస్యలను గుర్తించగలగాలి.

27.1 పరిచయం

రెండు కాల వ్యవధుల మధ్య వివిధ వస్తువుల విలువల్లోని మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి, సరిపోల్చడానికి సూచీ సంఖ్యలు శక్తి వంతమైన, గణాంక సాధనాలు. ఈ ఉద్దేశాన్ని సాధించడానికి సూచీలను నిర్మించడానికి ఎంతో శ్రద్ధ, జాగ్రత్త తీసుకోవాల్సిన ఆవశ్యకత ఉంది. మరింత విశ్లేషణకు, భావి సూచనలకు అనువుగా ఎక్కువ ఖచ్చితమైన విలువల్ని తద్వారా పొందవచ్చు. సూచీసంఖ్యల్ని సముచితంగా గణన చేయకపోతే, హేత్వాభాస నిర్ణయాలు చేయాల్సి వచ్చి, ప్రమాద పూరిత సాధనాలుగా మారతాయి. సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించేటప్పుడు సాధారణంగా కింద పేర్కొన్న సమస్యలు ఎదురవుతాయి.

27.2 సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలోని సమస్యలు

1. ప్రయోజనాన్ని నిర్వచించడం

సూచీ సంఖ్యను నిర్మించేటప్పుడు మొదటగా ఎదురయ్యే ప్రధాన సమస్య ఉద్దేశాన్ని, ప్రయోజనాన్ని

స్పష్టంగా, ఖచ్చితంగా నిర్వచించడం. అన్ని ప్రయోజనాలకూ ఒకే సూచీ సంఖ్య పనికి రాదు. ప్రతి సంఖ్యకూ దాని ఉపయోగాలు, పరిమితులు ఉంటాయి. కాబట్టి ప్రయోజనాన్ని నిర్ధారించడమనేది మౌలికమైన, నిశ్చయమైన అంశం. సూచీ సంఖ్య నిర్మాణంలో సేకరించాల్సిన దత్తాంశం స్వభావం, ఉపయోగించే గణాంక పద్ధతులు, వస్తువుల ఎంపిక, ఆధార సంవత్సరం ఎంపిక, సగటు ఎన్నిక మొదలైన అంశాలు ప్రయోజనాన్ని దృష్టిలో పెట్టుకొనే నిర్ణయించడమవుతుంది.

క్రాక్స్టన్ & కౌడన్‌ల అభిప్రాయం ప్రకారం, "నిర్దేశిత ప్రయోజనం నిమిత్తం సముచితంగా నిర్మించిన సూచీ సంఖ్య ఎంతో ఉపయోగకరమైన శక్తి మంతమైన సాధనం; దానిని సముచితంగా సేకరించక, నిర్మించక పోతే, ప్రమాదవంతమవుతుంది". ఉదాహరణకు, ఒక తరగతికి చెందిన ప్రజల జీవన వ్యయాన్ని అధ్యయనం చేయదల్చుకున్నామనుకోండి. ఏ రకపు ప్రజల కోసం మనం సూచీని నిర్మించదలుచుకున్నామో ముందుగా నిర్ణయించుకోవాలి. ఎందుకంటే వస్తువుల వినియోగ పద్ధతి ఒక తరగతి ప్రజలకూ, మరో తరగతి ప్రజలకూ మారుతుంది. పేద ప్రజలకు సంబంధించి జీవన వ్యయ సూచీ ఉంటే విలాస వస్తువుల ధరల్లో పెరుగుదల వారి సూచీని ప్రభావితం చేయదు. అయితే ధనవంతుల వర్గపు వ్యయంలో తప్పకుండా ప్రభావాన్ని చూపుతుంది. సూచీ సంఖ్య ఉద్దేశ్యం మనం తీసుకోవాల్సిన వస్తువుల సంఖ్యను, తరహాను కూడా ప్రభావితం చేస్తుంది. సూచీ సంఖ్య నిర్మాణంలో ఉద్దేశం దేశం లోని సాధారణ ధరల స్థాయి మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడమైతే టోకు మార్కెట్ నుంచి ధరల కొటేషన్లను తీసుకోవాలి; ఎక్కువ సంఖ్యలో వస్తువుల్ని తీసుకోవాలి. అట్లాకాక, సూచీ సంఖ్య నిర్మించే ఉద్దేశం ఫలానా తరగతికి చెందిన ప్రజల జీవన వ్యయ సూచీని నిర్మించడమైతే, చిల్లర దుకాణాలనుంచి ధరల కొటేషన్లను పొందవచ్చు; తీసుకోవాల్సిన వస్తువుల సంఖ్య కూడా సాపేక్షకంగా తక్కువగా ఉంటుంది. సూచీ సంఖ్య ఉద్దేశాన్ని స్పష్టంగా నిర్వచించక పోతే, వాంఛించిన సూచీ సంఖ్యను మదింపు చేయడానికి సేకరించిన దత్తాంశం సమంజసంగా ఉండకపోవచ్చు.

2. ఆధార సంవత్సరం ఎన్నిక

ఎప్పటికప్పుడు వస్తువుల స్థాయిలో వచ్చే సాపేక్షక మార్పుకు ఆధార సంవత్సరం అనేది సరిపోల్చే కాల వ్యవధి. వివిధ సంవత్సరాలకు సూచీసంఖ్యల్ని మదింపు చేసేటప్పుడు, ఆధార సంవత్సరపు (base period) సూచీ సంఖ్యను 100గా తీసుకుంటారు. ఆధారకాల వ్యవధి, సంవత్సరం కావచ్చు; ఒక నెల కావచ్చు; ఒక రోజు కావచ్చు.

ఆధార కాల వ్యవధి ఎన్నిక ప్రాథమికంగా సూచీ సంఖ్య ప్రయోజనంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. అయితే సముచితమైన కాల వ్యవధిని ఎన్నిక చేయడానికి కిందపేర్కొన్న అంశాలు ఎంతో ముఖ్యమైనవి.

i ఎన్నిక చేసిన ఆధార కాల వ్యవధి సాధారణ స్థిరమైన ఆర్థిక పరిస్థితులున్న కాలం కావాలి.

సాధారణంగా ఆధారిత కాలవ్యవధిగా ఎన్నుకున్న కాలం సాధారణమైందిగా ఉండాలి. అసాధారణమైన పరిస్థితులు, అనూహ్యమైన శక్తులతో ఆ కాల వ్యవధి ప్రభావితం కారాదు. ఉదాహరణకు: భూకంపాలు, వరదలు, క్షామాలు, సమ్మెలు, లాకౌట్లు, వ్యాపార చక్రాలు మొదలైనవి ఆ కాల వ్యవధిలో ఉండరాదు. ఫలానా సంవత్సరాన్ని ఆధార సంవత్సరంగా మనం ఎన్నుకుంటే, అది ఆర్థిక విజృంభణకాలమైతే, వివిధ వస్తువుల ధరలు అసాధారణంగా హెచ్చుగానే ఉంటాయి. అట్లాగాక ఆ సంవత్సరం ఆర్థిక మాంద్యం లేదా ఆర్థిక అస్థిరత ఉన్న సంవత్సరమైతే వివిధ వస్తువుల ధరలు అసాధారణంగా తక్కువగా ఉంటాయి. కాబట్టి అట్లాంటి అసాధారణ సంవత్సరాన్ని ఆధార కాల వ్యవధిగా తీసుకొని సూచీని లెక్కిస్తే, ఆ సూచీ సక్రమంగా ఉండదు. అయితే సాధారణ సంవత్సరాన్ని ఆధారంగా ఎంపిక చేయడం కష్టంతో కూడుకున్న పని. మనం ఒక సంవత్సరాన్ని సాధారణమైందిగా భావించి ఎంపిక

చేస్తే ఒక అంశంలో అది సాధారణంగా కావచ్చు; మరో అంశంలో అది అసాధారణం కావచ్చు. ఈ సమస్యను అధిగమించడానికి 3నుంచి 4 సంవత్సరాల సగటును ఆధార సంవత్సరంగా తీసుకోవడం ఎల్లప్పుడూ శ్రేయస్కరం. ఎందుకంటే సగటు చేసే ప్రక్రియ వల్ల ఆ కాల వ్యవధిలోని అసాధారణాలు సమానం కావచ్చు.

(ii) వర్తమాన కాల వ్యవధి కంటే ఆధార కాల వ్యవధి ఎక్కువ దూరంగా ఉండరాదు.

వర్తమాన కాలవ్యవధికంటే ఆధార కాలవ్యవధి ఎక్కువదూరంగా ఉండరాదు. వినియోగదార్ల ఆచారవ్యవహారాలు, అభిరుచులు, వినియోగపద్ధతుల్లో వచ్చే మార్పుల వల్ల స్వల్ప కాలిక సరిపోల్చడాలను అసంగతంగా మార్చడానికి వీలున్నది. వర్తమాన సంవత్సరానికి ఆధార సంవత్సరానికి మధ్యకాలం ఎక్కువగా ఉంటే, వివిధ వస్తువుల విలువల్ని ఎక్కువగా ప్రభావితంజేసే అవకాశం ఉంటుంది. అంతేకాకుండా, ఆధార సంవత్సరంలో ఉపయోగించిన వస్తువులు వర్తమాన సంవత్సరంలో ఉండకపోవచ్చు. ఎందుకంటే అవి ఉపయోగంలో లేకపోవచ్చు; అవి లభించక పోవచ్చు; మంచినాణ్యతగల కొత్త వస్తువులు వాటి స్థానంలో రావచ్చు.

(iii) ఆధార కాల వ్యవధి ఎంపిక

ఆధార కాలవ్యవధి ఎంపిక చేసేటప్పుడు స్థిర ఆధార కాలవ్యవధి లేదా గొలుసు ఆధారకాలవ్యవధి ఎంపిక చేసుకోవాలో నిర్ణయించుకోవాలి. స్థిర ఆధారసూచీలలో ఆధార కాలవ్యవధిని స్థిరంగా ఉంటుంది. వివిధ కాల వ్యవధులకు సూచీలను ఒకే ఆధార కాల వ్యవధి ప్రాతిపదికగా, ధరల ననుసరించి మదింపు చేయడం జరుగుతుంది. ఉదాహరణకు 1980 ఆధార సంవత్సరంగా 1981, 1982, 1983 సంవత్సరాలకు సూచీలను లెక్కిస్తే వచ్చే సూచీలను స్థిర ఆధార సూచీలంటారు.

అట్లా కాక, గతకాలపు సమీప సంవత్సరానికి వర్తమాన సంవత్సరపు ధరతో సంబంధమేర్పర్చి, గొలుసు ఆధారసూచీలను లెక్కిస్తారు. ఉదాహరణకు: 1981 సూచీని 1980 ఆధారంగా లెక్కిస్తారు. 1983 సూచీని 1982 ఆధారంగా లెక్కిస్తారు. స్థిర ఆధార సూచీలను గొలుసు ఆధార సూచీలలో పోల్చినప్పుడు వివిధ వస్తువుల ధరల తాజామార్పులు గొలుసు ఆధార సూచీలలో ప్రతిఫలిస్తాయి. అయితే స్థిర ఆధార కాలవ్యవధిలో లెక్కించిన సూచీలు ఏదైనా ఇచ్చిన సంవత్సరపు ధరల్ని అంతకు ముందు సంవత్సరాల ధరలతో పోల్చడానికి సులభంగా ఉంటాయి.

BRAOU

3. అంశాల ఎంపిక

సూచీసంఖ్యల మదింపులో తరువాతి సమస్య అంశాల ఎంపిక. అంశాల ఎంపిక ప్రధానంగా సూచీసంఖ్యల ప్రయోజనంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. వస్తువుల్ని ఎంపిక చేసేటప్పుడు ఎవరి కోసమైతే సూచీసంఖ్యను నిర్మిస్తున్నారో వారి అభిరుచులు, అలవాట్లు, ఆచారాలు ఆ ఎంపిక చేసిన వస్తువుల్లో ప్రతిబింబించాలి. అంతేకాకుండా ఎన్నిక చేసిన వస్తువులు ప్రయోజనానికి అనురూపంగా ఉండాలి. ఉదాహరణకు, స్వల్ప ఆదాయ వర్గాల లేదా పేద ప్రజల జీవనవ్యయసూచీ సంఖ్యను లెక్కించడానికి ఆవర్గపు ప్రజలు సాధారణంగా ఉపయోగించే వస్తువుల్ని ఎంపిక చేసేట్లు జాగ్రత్తపడాలి. మధ్య లేదా హెచ్చుతరగతి ప్రజలు ఉపయోగించే వస్తువుల్ని తొలగించాల్సిన ఆవశ్యకత ఎంతైనా ఉంది. ఈ కేసులో హెచ్చు నాణ్యత గల, ఖరీదుగల వస్తువులు, అంటే స్కూటర్లు, టి.విలు, రిఫ్రిజరేటర్లు మొదలైన వాటిని ఎంపిక చేయకుండా ఉండాలి. ఎన్ని వస్తువులు, ఎయే పరిమాణాల్లో తీసుకోవాలో ఒక నిర్ణయం చేసుకోవాలి. శాంపుల్‌లో అధిక సంఖ్యలో అంశాల్ని చేరిస్తే సూచీసంఖ్య ఎక్కువ ప్రాతినిధ్యంతో ఉంటుంది. అయితే అందులో కాలహరణ, వ్యయం జాస్తిగా ఉంటాయి. అందుచేత

అంశాల ఎంపికలో కూడా సూచీసంఖ్య ప్రయోజనం చెప్పుకోదగిన పాత్రను నిర్వహిస్తుంది. అంశాలను ఎంపిక చేసేటప్పుడు కింద పేర్కొన్న ముఖ్యమైన విషయాలను మనస్సులో పెట్టుకోవాలి.

ఎ) సాపేక్షికంగా సజాతీయమైన ఉప సమూహాలుగా అంశాలను వర్గీకరించాలి. అంటే-

i) ఆహారం, అపరాలు, బియ్యం, గోధుమ, పప్పులు మొదలైనవి.

ii) దుస్తులు

iii) ఇంధనం వెలుతురు

iv) ఇంటి అద్దె

v) చిల్లర మల్లర

బి) స్తరిత ప్రతిచయన పద్ధతి ప్రాతిపదికగా చాలినంత సంఖ్యలో ప్రాతినిధ్యం వహించే అంశాల ఎంపిక.

సి) సులభంగా సరిపోల్చడానికి వీలుగా వస్తువు నాణ్యతలో, శ్రేణిలో ఏకరూపత ఉండటం.

4. దత్తాంశ సేకరణ

సూచీ సంఖ్య నిర్మాణానికి ఎంపిక చేసిన వస్తువుల ధరలు, వాటితో బాటు వివిధ కాలాల్లో ఎంతెంత వినియోగించినదీ దత్తాంశంకిందికి వస్తుంది. సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణానికి నమ్మదగిన దత్తాంశాన్ని, నియతికాలికంగా ప్రచురితమయ్యే కొటేషన్లనుంచి, వర్తకులు, ఉత్పత్తిదార్లు, ఎగుమతి దార్లు మొదలైనవారు ప్రచురించే నియతికాలిక ప్రత్యేక రిపోర్టులనుంచి సేకరించవచ్చు. అంతేకాకుండా దత్తాంశాన్ని ప్రామాణికమైన వర్తకపు పత్రికలనుంచి, వార్తాపత్రికలనుంచి, విచారణలు జరిపిన క్షేత్ర ఏజన్సీలనుంచి సేకరించవచ్చు.

BRAOU

5. సగటు ఎన్నిక

సూచీలు ప్రత్యేకించిన సగటులు కాబట్టి, తరువాత సమస్య సముచితమైన సగటును ఎన్నుకోవడం. సూచీ సంఖ్య నిర్మాణానికి పనికి వచ్చే సగటును నిర్ణయించాలి. సూచీ సంఖ్యానిర్మాణానికి అంక మధ్యమాన్ని గాని, మధ్యగతాన్నిగాని, బాహుళకాన్ని గాని, గుణమధ్యమంగాని, హరమధ్యమంగాని ఉపయోగించవచ్చు. సైద్ధాంతికంగా అన్ని సగటులను ఉపయోగించవచ్చు. అయితే అంకమధ్యమం, గుణ మధ్యమం ఏది ఉపయోగిస్తే సముచితంగా ఉంటుందో ఎంపిక చేసుకోవాలి. మధ్యగతం, బాహుళకాలను సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఉపయోగించరు. ఎందుకంటే శ్రేణుల్లోని మధ్య అంశాల వల్ల అవి ప్రభావితమవుతాయి. అంక మధ్యమాన్ని దాని సరళత్వం, అవగాహనల వల్ల ఎక్కువగా ఉపయోగిస్తారు. అయితే సూచీ విలువ అంత్య విలువల వల్ల ప్రభావితమవుతుంది. పెద్ద అంశాలకు అది హెచ్చు భారాలను ఇస్తుంది. ఒక వస్తువులో చెప్పుకోదగ్గ పెరుగుదల ఉంటే, మధ్యమపు విలువ ప్రముఖంగా హెచ్చుతుంది. అంక మధ్యమం పరమ మార్పును మాత్రమే మదింపు చేస్తుంది కాబట్టి, సూచీ సంఖ్యల మదింపుకు అది తగిన సగటు కాదు.

సైద్ధాంతికంగా గుణ మధ్యమాన్ని కింద పేర్కొన్న కారణాల వల్ల శ్రేష్ఠమైన సగటుగా భావిస్తారు:

i) గుణ మధ్యమం సమాన మార్పు నిష్పత్తికి సమాన భారాల్ని ఇస్తుంది.

ii) భారీ ఒడుదుడుకుల వల్ల విడివిడిగా వస్తువుల విలువల్లో తలయెత్తే మార్పులకు గుణమధ్యమం తక్కువగా చలిస్తుంది.

iii) గుణ మధ్యమం సహాయంతో నిర్మించిన సూచీసంఖ్యలను తిరోగమనం చేయడానికే గాక, ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్పుచేయడానికి కూడా సులభంగా వీలవుతుంది.

6. భారాల ఎంపిక

సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో తరువాతి సమస్య సముచితమైన భారాన్ని ఎంపిక చేయడం. భారాలు కాలానుగుణంగా, నిష్పక్షపాతంగా ఉండాలి. జాన్ ఐ. గ్రిఫిన్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "శ్రేణుల్లోని భాగాలను వాటి వాటి సంబంధాన్ని బట్టి ప్రాముఖ్యాన్ని ఇవ్వడానికి భారాలను రూపొందించడమైంది." మరో విధంగా చెప్పాలంటే, సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణాంలో వివిధ అంశాలకు సాపేక్షక ప్రాముఖ్యాన్ని భారాలు కల్పిస్తాయి. ఈ విషయంలో భారాలు ఆధార సంవత్సరానికి గాని, వర్తమాన సంవత్సరానికి గాని సంబంధించిన ధరలకు, రాశులకు సగటు కావచ్చు; వివిధ సంవత్సరాలకు సంభందించిన ధరల, రాశుల సగటు కావచ్చు; పరికల్పిత రాశులు, ధరలు మొదలైనవి కావచ్చు. భారాలను ఎన్నిక చేసే ముందు, కింద పేర్కొన్న రెండు అంశాలను మనస్సులో ఉంచుకోవాలి:

i) సూచీ సంఖ్య ప్రాముఖ్యాన్ని బట్టి భారాలను ఎంపిక చేసే పద్ధతి ఉండాలి. ఎందుకంటే భారాలలో మార్పులు సూచీ సంఖ్య విలువను మారుస్తుంది.

ii) లెక్కింపు పని తక్కువగా ఉండేటట్లుగాను, సరైన వ్యాఖ్యానానికి తావు కల్పించేది గానూ సముచితమైన భారాల ఎంపిక జరగాలి.

భారిత పద్ధతిని రెండు తరగతులుగా వర్గీకరించవచ్చు. i) అస్పష్టమైన భారాలు ii) సుస్పష్టమైన భారాలు.

i) అస్పష్టమైన భారాలు లేక ప్రాధాన్యాలు (Implicit weights) : అస్పష్టమైన భారాలంటే ఏ ఒక్క వస్తువుకు భారాన్ని సుస్పష్టంగా ఇవ్వక పోవడం. అయితే హెచ్చు ప్రాధాన్యత ఇచ్చిన వస్తువు ఎన్నో సార్లు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. ఈ పద్ధతిలో భారాలు కనబడవు; కాని అంశాలకు మాత్రం అస్పష్టంగా ప్రాధాన్యత ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఉదాహరణకు ఒక సూచీ సంఖ్యలో బియ్యానికి 4 భారాలు గోధుమకు 2 భారాలు ఇవ్వాల్సి ఉంది. అప్పుడు బియ్యానికి 4 సార్లు, గోధుమను 2 సార్లు చేర్చాలి. మన దేశంలో బొంబాయి టోకు ధరలు అస్పష్టమైన భారాల్ని ఇవ్వడం ద్వారానే లెక్కించడం జరుగుతుంది.

ii) సుస్పష్టమైన భారాలు లేదా ప్రాధాన్యాలు (Explicit weights): సుస్పష్టమైన భారాల విషయంలో సూచీలోని వివిధ అంశాల ప్రాముఖ్యానికి బాహ్యసాక్ష్యం ఇవ్వడం జరుగుతుంది. భారాలను స్పష్టంగా వస్తువులకు ఇస్తారు. సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఒకే రకపు వస్తువును ధరల సాపేక్షకాల లబ్ధాన్ని, ఇచ్చిన భారాలతో చేర్చడం జరుగుతుంది. హేతుబద్ధమైన ప్రాతిపదికతో ఈ భారాల్ని నిర్ణయిస్తారు. ఉదాహరణకు, నికర ఉత్పత్తి విలువ ప్రకారం గోధుమ, బియ్యానికి భారాన్ని 8:2 నిష్పత్తిలో ఇస్తే, గోధుమకు 8, బియ్యానికి 2 భారాన్ని అన్వయించడమవుతుంది.

సున్నష్టమైన భారాల్లో కిందివి చేరతాయి.

i) భారాలు ఉత్పత్తి సంఖ్యలు, వినియోగసంఖ్యలు, పంపిణీ సంఖ్యలు కావచ్చు.సూచీ సంఖ్యలు కావచ్చు. సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఆయావస్తువులు తమ ఆర్థిక ప్రాముఖ్యాన్ని సంతరించుకుంటాయి.

ii) ఈ భారాలు రాశి భారాలు కావచ్చు; విలువ భారాలు కావచ్చు. రాశి భారాల వల్ల (q) ఏదో కాలంలో ఉత్పత్తి చేసిన, పంపిణీ చేసిన, లేదా వినియోగించిన వస్తువుల రాశి తెలియవస్తుంది. విలువ భారమంటే ఉత్పత్తి చేసిన, పంపిణీ చేసిన లేదా వినియోగించిన రాశి, ధర లబ్ధం (pq).

సాధారణంగా భారాలు స్థిరంగానూ, లేదా అస్థిరంగానూ ఉండవచ్చు. స్థిరమైన భారాల విషయంలో భారాలుస్థిరంగా ఉంటాయి. వస్తువుల సాపేక్షక ప్రాముఖ్యంలోని హెచ్చు తగ్గుల్ని అవి ప్రతిబింబించవు. అందుకు భిన్నంగా ఏప్పటికప్పుడు వస్తువుల సాపేక్షక ప్రాముఖ్యంలోని మార్పుల్ని అస్థిరమైన భారాలు ప్రతిబింబిస్తాయి.

7. సముచితమైన సూత్రం ఎంపిక

సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఆఖరి సమస్య సముచితమైన సూత్రం ఎంపిక. సూచీ సంఖ్యల్ని మదింపు చేయడానికి దాదాపు వందకు పైగా సూత్రాలున్నాయి. ఒకే దత్తాంశానికి ఈ సూత్రాలు అన్వయించినప్పుడు వివిధ ఫలితాలను ఇస్తాయి. అందుచేత సముచితమైన సూత్రాన్ని ఎంపిక చేయాల్సిన ఆవశ్యకత ఎంతైనా ఉంది. సైద్ధాంతిక గణాంక శాస్త్రజ్ఞులు సూచించిన గణిత పరీక్షల్ని సంతృప్తి పరిస్తే ఆ సూత్రం సముచితమనిపించుకుంటుంది. ఈ పరీక్షల్లో ముఖ్యమైనవి కాలపరివర్తక పరీక్ష, అంశపరివర్తక పరీక్ష, సర్క్యులర్ పరీక్ష.

సముచితమైన సూచీ సంఖ్య సూత్రాన్ని ఎంపిక చేయడమనేది సూచీ సంఖ్య ప్రయోజనం మీదనే కాకుండా, దత్తాంశం లభ్యత మీదా కూడా ఆధార పడి ఉంటుంది. కాలపరివర్తక పరీక్షను, అంశ పరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పర్చే సూత్రం సముచితమైన సూత్రమని ఆచార్య ఫిషర్ సూచించాడు. అన్ని పరిస్థితులకూ అనుగుణంగా ఉండే సూచీ సంఖ్యల సూత్రమేమీ లేదు. అందుచేత వివిధ సూత్రాల పరిజ్ఞానంతో సూచీ సంఖ్య నిర్మాణానికి సముచితంగా ఉండే సూత్రాన్ని శోధకుడు ఎంపిక చేసుకోవాలి.

BRAOU

అవగాహన ప్రశ్న-1

సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో ఇమిడి ఉన్న సమస్యలను పేర్కొనండి.

27.3 సారాంశం

సూచీ సంఖ్యలను ఉపయోగించే వారు తప్పుగా వ్యాఖ్యానాలను చేయడానికి అవకాశం లేకుండా ఉండాలంటే, వాటిని నిర్మించేటప్పుడు అత్యంత జాగ్రత్తను తీసుకోవాలి. సూచీ సంఖ్యలను నిర్మించేటప్పుడు, సూచీ సంఖ్య నిర్మాణపు ఉద్దేశ్యం, ఆధారకాలం, వస్తువుల ఎంపిక, దత్తాంశ మూలాలు, వివిధ వస్తువులకు ఇవ్వాల్సిన ప్రాధాన్యతలను నిర్ణయించడంలో చాలా శ్రద్ధ వహించాలి.

27.4 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. -ఉద్దేశాన్ని నిర్వచించడం

   -ఆధార సంవత్సరాన్ని ఎంపిక చేసుకోవడం

   -వస్తువులను ఎంపిక చేసుకోవడం

   -దత్తాంశాన్ని సేకరించడం

   -భారాలను నిర్ణయించడం

   -తగిన సూత్రాన్ని ఎంపికచేసుకోవడం

27.5 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు.

1.ఆధార కాల వ్యవధి ఎంపిక

2.భారాల ఎంపిక

3.సగటు ఎంపిక

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు.

4."సూచీ సంఖ్యలు ఆర్థిక భారమితులు" దీనిని వివరించి, సూచీ సంఖ్యలను ఉపయోగించడంలో ఏయే జాగ్రత్తల్ని తీసుకోవాలో పేర్కొనండి.

5.సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో గల సమస్యల్ని వివరించండి.

BRAOU

27.6 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S. P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B. N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

27.7 పదకోశం

ప్రత్యక్ష భారం (Explicit Weight) : మామూలుగా వస్తువు కనబడుతున్న సాక్ష్యం ఆధారంగా భారాలను ఇవ్వడం.

పరోక్ష భారం (Implicit Weight) : వస్తువు ప్రాధాన్యతలను బట్టి భారాలను ఇవ్వడం.

BRAOU

విషయక్రమం

28.0 ఉద్దేశాలు

28.1 పరిచయం

28.2 భారాలు లేని సూచీసంఖ్యలను నిర్మించడం

28.2.1 సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి

28.2.2. సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి

28.3 సారాంశం

28.4 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

28.5 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

28.6 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

28.7 పదకోశం

28.0 ఉద్దేశాలు

భారాలు లేని సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణాన్ని గురించి వివరించడమే ఈ భాగం ఉద్దేశం.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు :

- భారాలు లేని సూచీ సంఖ్యల అర్థాన్ని వివరించగలారి
- సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి ప్రకారం లెక్కలను చేయగలగాలి
- సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి ఆధారంగా లెక్కలు చేయగలగాలి.

B R A O U

28.1 పరిచయం

సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణ పద్ధతుల్ని రెండు తరగతులుగా విభజించవచ్చు :

i) భారాలు లేని సూచీలు

ii) భారాలుగల సూచీలు

భారాలు లేని సూచీలను నిర్మించేటప్పుడు వస్తువులకు భారాలను ఆపాదించడం ఉండదు. వస్తువుల

ధరలను మాత్రమే తీసుకోవడం జరుగుతుంది. అట్లాగాక భారాలు గల సూచీలను నిర్మించేటప్పుడు వస్తువుల ధరల్ని తీసుకోవడమే కాకుండా వాటి రాశుల్ని అంటే పరిమాణాన్ని కూడా తీసుకోవడం జరుగుతుంది.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

భారాలు గల, భారాలు లేని సూచీ సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం ఏమిటి?

28.2 భారాలు లేని సూచీలను నిర్మించడం

కింద పేర్కొన్న రెండు పద్ధతుల సహాయంతో భారాలులేని సూచీలను గణించవచ్చు.

28.2.1 సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి

28.2.2 సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి

28.2.1 సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి

ధరసూచీని నిర్మించడంలో ఇది అతి సామాన్య పద్ధతి. ఈ పద్ధతి ప్రకారం వర్తమాన సంవత్సరపు సమిష్టి ధరల్ని ఆధారసంవత్సరపు సమిష్టి ధరలుగా ప్రకటించడమవుతుంది.

BRAOU

పద్ధతి

సామాన్య సమిష్టి ధరసూచీని నిర్మించడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతి అనుసరించడమైంది;

i) వర్తమాన సంవత్సరంలో వివిధ వస్తువుల ధరలను కూడండి.

ii) ఆధార సంవత్సరంలోని వివిధ వస్తువుల ధరలను కూడండి.

iii) వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల్ని ఆధార సంవత్సరధరలచేత భాగించి, వచ్చిన దానిని 100 చేత హెచ్చించండి. వచ్చిన ఫలితం సామాన్య సమిష్టి ధరసూచీ. కింది సూత్రం సహాయంతో ధరసూచీని పొందవచ్చు.

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

ఇక్కడ,

Po_1 = ఆధారసంవత్సరంలో ధరల ప్రాతిపదిక మీద వర్తమాన సంవత్సరానికి ధరసూచీ.

$\sum p_1 =$ వివిధ వస్తువుల వర్తమాన ధరల మొత్తం

$\sum p_o =$ వివిధ వస్తువుల ఆధార సంవత్సరపు ధరల మొత్తం.

ఉదాహరణ - 1

కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి, 1980 ని ఆధార సంవత్సరంగా తీసుకుని 1983 కి ధర సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువులు :	A	B	C	D	E
1980 లో ధర (రూ.) :	60	40	90	100	30
1983 లో ధర (రూ.) :	80	50	100	110	40

జవాబు :

1983కి ధర సూచీ నిర్మాణం

వస్తువులు	1980లో ధరలు (రూ.) p_o	1983లో ధరలు (రూ.) p_1
A	60	80
B	40	50
C	90	100
D	100	110
E	30	40
	$\sum p_o = 320$	$\sum p_1 = 380$

$$P_{01} = \frac{\sum p_1}{\sum p_o} \times 100$$

ఇక్కడ, $\sum p_o = 320; \sum p_1 = 380$

సూత్రంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{380}{320} \times 100$$

$$= 118.75$$

1983 ధర సూచీ $= 118.75$

ఉదాహరణ : 2

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి 1976ను ఆధార సంవత్సరంగా తీసుకొని 1980, 1983 సంవత్సరాలకు ధర సూచీలను నిర్మించండి.

సంవత్సరం	వస్తువులు					
	బియ్యం	గోధుమ	పంచదార	పప్పు	నూనె	ఇతరాలు
1983	55	70	25	70	90	130
1980	40	60	20	50	80	120
1976	30	40	10	40	60	80

జవాబు :

1980-1983 సంవత్సరాలకు ధర సూచిక గణన

వస్తువులు	1976లో ధరలు (రూ.)	1980లో ధరలు (రూ.)	1983లో ధరలు (రూ.)
	P_o	P_1	P_2
బియ్యం	30	40	55
గోధుమ	40	60	70
పంచదార	10	20	25
పప్పు	40	50	70
నూనె	60	80	90
ఇతరాలు	80	120	130
	$\sum p_o =$ 260	$\sum p_1 =$ 370	$\sum p_2 =$ 440

1980 కి ధరసూచి $= \frac{\sum P_1}{\sum P_o} \times 100$

ఇక్కడ, $\sum p_o = 260; \sum p_1 = 370$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = \frac{370}{260} \times 100$$

$$Po_1 = 142.2$$

1980 ధర సూచీ : 142.3

1983 కు ధరసూచి

$$P_{02} = \frac{\sum P_2}{\sum P_o} \times 100$$

ఇక్కడ, $\sum p_o = 260; \sum p_2 = 440$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$= \frac{440}{260} \times 100$$

B R A O U

$=169.2$

1983 కు ధర సూచీ $= 169.2$

సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి అనుసరించడానికి సులభంగా ఉంటుంది. ధర సూచీని లెక్కించడానికి సులభంగా ఉంటుంది. అయితే దీనికి కొన్ని పరిమితులు ఉన్నాయి. వివిధ వస్తువుల సాపేక్ష ప్రాముఖ్యాన్ని ఈ పద్ధతి లెక్కలోకి తీసుకోదు. ధరల సూచీని నిర్మించడానికి వస్తువుల ధరల్ని మాత్రమే గ్రహిస్తారు. కాబట్టి ధర తక్కువ వస్తువులపై ధర ఎక్కువ వస్తువులు ప్రభావాన్ని చూపవచ్చు.

29.2.7 సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి

భారాలు లేని ధర సూచీని గణన చేయడంలో ఇది మరో పద్ధతి. విడి వస్తువుల ధరల సాపేక్షకాల్ని సగటు చేయడంపై ఈ పద్ధతి ఆధారపడి ఉంది. ఆధార సంవత్సరంలోని వస్తువు ధరకు శాతంగా వర్తమాన సంవత్సరంలోని ధరను ప్రకటించడం ద్వారా ధర సాపేక్షకాన్ని పొందడం జరుగుతుంది.

$$\text{ధర సాపేక్షకం (P)} = \frac{\text{వర్తమాన సంవత్సరంలో ధర}(p_1)}{\text{ఆధార సంవత్సరంలో ధర}(p_0)} \times 100$$

ధర సాపేక్షకాల సగటును ఏదైనా కేంద్ర స్థానపు కొలతను అంటే అంక మాధ్యమం, మధ్యగతం, బాహుళకం, గుణమధ్యమం, హరమధ్యమం, మొదలైన వాటిని ఉపయోగించడం ద్వారా కనుక్కోవచ్చు. ఏమైనప్పటికీ సూచీ సంఖ్యను లెక్కించడానికి గుణ మాధ్యమాన్నిగానీ, హర మాధ్యమాన్నిగానీ సాధారణంగా ఉపయోగిస్తారు.

BRAOU

సూచీ సంఖ్య గణన

ఎ) అంక మాధ్యమం ఉపయోగించినపుడు :

ధర సాపేక్షకాల్ని సగటు చేయడానికి అంక మాధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు ఈ కింది పద్ధతిని అనుసరిస్తారు.

i) $\frac{p_1}{p_0} \times 100$ సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తూ వివిధ వస్తువులకు ధర సాపేక్షకాన్ని కనుక్కోండి.

ii) ధర సాపేక్షకాల మొత్తాన్ని రాబట్టండి.

iii) కింద సూత్రాన్ని అన్వయించండి.

$$P_{01} = \frac{\sum P}{N}$$

ఇక్కడ,

P_{01} = ఆధారసంవత్సరపు ధరల ప్రాతిపదిక మీద వర్తమాన సంవత్సరానికి ధర సూచీ.

$\sum P$ = అన్ని వస్తువుల ధర సాపేక్షకాల మొత్తం

N = వస్తువుల సంఖ్య

ఉదాహరణ - 3

1980 ప్రాతిపదికగా 1983కు ధర సూచీని నిర్మించండి. అంకమాధ్యమాన్ని ఉపయోగిస్తూ ధర సాపేక్షకాల సగటు పద్ధతి సహాయంతో ధర సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువులు	A	B	C	D	E
1980లో ధరలు (రూ.)	20	30	40	50	10
1983లో ధరలు (రూ.)	30	60	60	80	30

జవాబు :

ధర సాపేక్షకాల అంక మాధ్యమాన్ని ఉపయోగిస్తూ ధర సూచీని నిర్మించడం.

వస్తువులు	1980లో ధరలు (రూ.) P_0	1983లో ధరలు (రూ.) P_1	ధర సాపేక్షకాలు $(P = \frac{p_1}{p_0} \times 100$
A	20	30	$\frac{30}{20} \times 100 = 150$
B	30	60	$\frac{60}{30} \times 100 = 200$
C	40	60	$\frac{60}{40} \times 100 = 150$
D	50	80	$\frac{80}{50} \times 100 = 160$
E	10	30	$\frac{30}{10} \times 100 = 300$
			$\sum P = 960$

$$Po_1 = \frac{\sum P}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum P = 960;\ N = 5$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = \frac{960}{5} = 102$$

1983 ధర సూచీ $= 192$

ఉదాహరణ - 4

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి ధర సూచీని లెక్కించండి.

B R A O U

అంశాలు	యూనిట్లు	1978లో ధర (రూ.)	1983లో ధర (రూ.)
వంటనూనె	కిలో	4	10
వెన్న	కిలో	15	30
బిస్కెట్లు	కిలో	8	24
బ్రెడ్	400 గ్రాములు	1	3
			$\sum P = 1050$

$$Po_1 = \frac{\sum P}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum P = 1050; N = 4$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = \frac{1050}{4}$$

$$= 262.5$$

1983 కు ధర సూచీ : 262.5

బి) గుణ మాధ్యమం ఉపయోగించినప్పుడు :

వివిధ వస్తువుల ధర సాపేక్షకాలను సగటు చేయడానికి గుణ మాధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు, ధర సూచీని కనుక్కోవడానికి కింద సూచించిన పద్ధతిని అనుసరించడమైంది.

i) వివిధ వస్తువులకు ధర సాపేక్షకాలను లెక్కించండి.

అంటే - $\frac{P_1}{P_0} \times 100$

ii) వివిధ ధర సాపేక్షకాలకు సంవర్గమాన విలువల్ని కనుక్కోండి.

iii) సాపేక్షకాల సంవర్గమాన విలువల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

iv) ధర సాపేక్షకాల సంవర్గమాన విలువల మొత్తాన్ని అంశాల సంఖ్య చేత భాగించండి.

v) వచ్చిన భాగాల లబ్ధానికి ప్రతిసంవర్గమాన విలువను, ధర సూచీ విలువను కనుక్కోండి.

సాంకేతికంగా,

$$Po_1 = Antilog \frac{\sum \text{Log P}}{N}$$

ఇక్కడ,

Po_1 = ఆధార సంవత్సరం ప్రాతిపదికగా వర్తమాన సంవత్సరానికి ధర సూచీ

$\sum log P$ = ధర సాపేక్షకాల సంవర్గమాన విలువల మొత్తం

N = అంశాల సంఖ్య

ఉదాహరణ - 4

ధర సాపేక్షకాల గుణమాధ్యమం పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ ధర సూచీని కనుక్కోండి.

వస్తువులు	యూనిట్	1980 లో ధరలు రూ.	1983 లో ధరలు రూ.
బంగారం	10 గ్రాములు	300	1500
వెండి	100 గ్రాములు	800	2400
రాగి	1000 గ్రాములు	80	100
ఇనుము	1000 గ్రాములు	40	80

జవాబు :

ధర సాపేక్షకాల గుణమాధ్యమం పద్ధతి ద్వారా ధర సూచీ నిర్మాణం

వస్తువులు	యూనిట్లు	1980 లో ధర (రూ.) Po	1983 లో ధర (రూ.) P_1	$\left(\frac{P_1}{P_o} \times 100\right)$ P	Log P
బంగారం	10 గ్రాములు	300	1500	500	2.6990
వెండి	100 గ్రాములు	800	2400	300	2.4771
రాగి	1000 గ్రాములు	80	100	125	2.0969
ఇనుము	1000 గ్రాములు	40	80	200	2.3010
					$\sum log P = 9.5740$

$$P_{01} = Antilog \frac{\sum \log P}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum log P = 9.5740; N = 4$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = Antilog\ \frac{9.574}{4}$$

$$Po_1 = Antilog\ 2.3925$$

$$Po_1 = 246.9$$

1983 కు ధరసూచీ = 246.9

ఉదాహరణ - 5

కింద ఇచ్చినవి 1980, 1983 సంవత్సరాలకు సంబంధించిన వస్తువుల ధరలు. ధర సాపేక్షకాల గుణమాధ్యమం పద్ధతి ద్వారా ధర సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువులు	1980 లో ధరలు రూ.	1983 లో ధరలు రూ.
బియ్యం	25	45
గోధుమ	50	60
పంచదార	10	20
పప్పు	40	80
నూనె	80	100
ఇంధనం	120	150

జవాబు :

ధర సాపేక్షకాల గుణమాధ్యమం పద్ధతి ద్వారా ధర సూచీ నిర్మాణం

వస్తువులు	1980 లో ధర (రూ.)	1983 లో ధర (రూ.)	$\left(P = \frac{P_1}{P_0} \times 100\right)$	Log P
బియ్యం	25	45	180	2.2553
గోధుమ	50	60	120	2.0792
పంచదార	10	20	200	2.3010
పప్పు	40	80	200	2.3010
నూనె	80	100	125	2.0969
ఇంధనం	120	150	125	2.0969
				$\sum log P = 13.1303$

BRAOU

$$Po_1 = Antilog \frac{\sum \log P}{N}$$

ఇక్కడ, $\sum log P = 13.1303;\ N = 6$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = Antilog \frac{13.1303}{6}$$

$$Po_1 = Antilog\ 2.1883$$

$$Po_1 = 154.3$$

1983 కు ధరసూచీ = 154.3

అన్ని విలువలకూ సమాన ప్రాముఖ్యం ఇవ్వడమైంది కాబట్టి సగటుధర సాపేక్షకాల పద్ధతి అంత్యవిలువల ప్రభావాన్ని తొలగిస్తుంది. ధరసాపేక్షకాలు శుద్ధసంఖ్యలు. వివిధ కొలమానాల యూనిట్ల ప్రభావాన్ని కూడా తొలగించడం జరుగుతుంది. అయితే ఈ పద్ధతికి కొన్ని పరిమితులు ఉన్నాయి. వివిధ సగటుల్లో సముచితమైన సగటును ఎంపిక చేయడం కష్టంతో కూడుకున్న పని. అన్ని అంశాలకూ సమాన భారాన్ని ఇవ్వడంవల్ల అన్ని వస్తువులకూ ఈ పద్ధతి సాపేక్షిక ప్రాముఖ్యాన్ని ఇవ్వదు.

28.3 సారాంశం

సూచీ సంఖ్యలను నిర్మించడానికి ఉపయోగించే సూత్రాలను రెండు శీర్షికల కింద చూపవచ్చు. అవి i) సామాన్య సూచీ సంఖ్యలు, ii) భారిత సూచీ సంఖ్యలు.

ఈ రెండు పద్ధతులను మరల రెండు శీర్షికల కింద వర్గీకరించి చూపవచ్చు. అవి i) సమిష్టి పద్ధతి ii) సాపేక్షకాల సగటు పద్ధతి.

సాధారణ సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో వివిధ వస్తువులకు ఎలాంటి భారాలను ఇవ్వడం జరుగదు. కాగా, భారిత సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో వివిధ వస్తువులకు భారాలను ఇవ్వడం జరుగుతుంది.

సాధారణ సూచీ సంఖ్యలను రెండు పద్ధతులలో నిర్మించవచ్చు. i సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి, ii. సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి.

ప్రస్తుత సంవత్సరపు సమిష్టి ధరలకు ఆధార సంవత్సరపు సమిష్టి ధరలకు మధ్య ఉన్న నిష్పత్తిని శాతంగా చెప్పడం ద్వారా సామాన్య సమిష్టి పద్ధతిలో సూచీ సంఖ్యను లెక్కగడతాం. సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి ప్రకారం విడి వస్తువుల సాపేక్ష ధరలను సగటు చేయడం ద్వారా సూచీ సంఖ్యను గుణిస్తాం. ఒక వస్తువు సాపేక్ష ధరను కనుగొనడానికి ప్రస్తుత సంవత్సరంలో ఆ వస్తువుకు ఉన్న ధరను, ఆధార సంవత్సరంలో ఆ వస్తువుకు ఉన్న ధరచేత భాగించి, అలా వచ్చిన మొత్తాన్ని శాతంగా వ్యక్తపరుస్తాం.

B R A O U

28.4 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

I. భారిత సూచీ సంఖ్యలను గణన చేయడానికి, వస్తువుల ధరనూ, వస్తువుల రాశినీ కూడా లెక్కలోకి తీసుకుంటాం. అయితే భారాలు లేని లేదా సాధారణ సూచీ సంఖ్యలను గణన చేయడానికి కేవలం వస్తువుల ధరలను తీసుకుంటాం.

28.5. మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. ధర సాపేక్షకాలంటే ఏమిటి?

2. సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి సుగుణాలు ఏవి?

3. ధర సాపేక్షకాలంటే ఏమిటి? ధరసాపేక్షకాల ప్రాతిపదికతో సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించే పద్ధతుల్ని

చర్చించండి.

4. "సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణంలో అంకమధ్యమం కంటే గుణ మధ్యమం ప్రయోజనాలు ఎక్కువ" చర్చించండి.

అభ్యాసాలు

5. ఆరు వివిధ వస్తువుల ధరల్ని 1980లో, 1983లో ఇవ్వడం జరిగింది. ధర సూచీని నిర్మించండి.

ఎ) సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి ద్వారా

బి) ధర సాపేక్షకాల సగటు పద్ధతి ద్వారా

వస్తువులు :	A	B	C	D	E	F
1980లో ధర (రూ) :	40	60	70	20	50	100
1983లో ధర (రూ) :	50	70	90	30	80	110

(జవాబు : ఎ. 123.53; బి. 129.33)

6. కింది సమాచారంతో 1985ని ఆధారంగా తీసుకుని 1989 సంవత్సరానికి సూచీ సంఖ్యను గణించండి.

వస్తువులు	ఇటుకలు	కలప	ప్లాస్టర్ బోర్డ్	ఇసుక	సిమెంట్
ధరలు (1985)	10	20	4	5	10
ధరలు (1989)	15	25	6	8	15

(జవాబు : 140.82)

7. కింది దత్తాంశం నుండి సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి ద్వారా 1980 సంవత్సరం ఆధారంగా తీసుకొని సూచీ సంఖ్యలను గణించండి.

వస్తువు	ఒక్కొక్క వస్తువు ధర (రూ.లలో)			
	1980	1982	1985	1988
A	0.20	0.30	0.40	0.75
B	0.30	0.35	0.35	0.85
C	0.25	0.31	0.30	0.50
D	1.25	2.00	2.25	2.75

8. కింది వివరాల ఆధారంగా 1985ని ఆధార సంవత్సరంగా తీసుకొని 1989 కి ధర సాపేక్షకాల పద్ధతిలో:

a) అంకమధ్యమం

b) మధ్యగతం

ఉపయోగిస్తూ సూచీని నిర్మించండి.

BRAOU

వస్తువులు	A	B	C	D
ధరలు(1985)	10	20	25	50
ధరలు(1989)	12	18	40	75

(జవాబు : a) 130, b) 126.9)

28.6 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమభాగం), తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు.
2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Suttan Chand & Company, New Delhi.
3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra.

28.7 పదకోశం

సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి : ప్రస్తుత సంవత్సరపు మొత్తం ధరలకు ఆధార సంవత్సరపు మొత్తం ధరలకు మధ్యగల నిష్పత్తిని శాతంగా వ్యక్తీకరించడం.

సామాన్య ధర సాపేక్షకాల సగటు పద్ధతి : అన్ని వస్తువుల ధర సాపేక్షకాలను కనుగొని ఆ సాపేక్షకాల మొత్తాన్ని వస్తువుల సంఖ్యచే భాగించే పద్ధతి.

BRAOU

భాగం - 29 : భారిత సూచీసంఖ్యల నిర్మాణం

విషయక్రమం

29.0 ఉద్దేశాలు

29.1 పరిచయం

29.2 భారిత సమిష్టి సంచీ సంఖ్యలు

29.2.1 లాస్పియర్ పద్ధతి

29.2.2 పాషే పద్ధతి

29.2.3 డోర్బిష్, బౌలీల పద్ధతి

29.2.4 మార్షల్ ఎడ్జివర్త్ పద్ధతి

29.2.5 కెల్లీ పద్ధతి

29.2.6 ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి

29.2.7 వాల్ష్ ధర సూచీ

29.3 సాపేక్షకాల భారిత సగటు సూచీ సంఖ్యలు

29.4 రాశి సూచీ సంఖ్యలు

29.5 విలువల సూచీ సంఖ్యలు

29.6 సారాంశం

29.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

29.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

29.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

29.10 పదకోశం

BRAOU

29.0 ఉద్దేశాలు

ఈ భాగం భారిత సూచీ సంఖ్యలకు సంబంధించిన విషయ పూర్వక, గణన పూర్వక అంశాలను వివరించడానికై ఉద్దేశించింది.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు :

- వివిధ రకాల భారిత సూచీసంఖ్యలను వివరించి, గణన చేయ గలగాలి

• రాశి సూచీ సంఖ్యలను వివరించి, గణన చేయగలగాలి

• విలువ సూచీ సంఖ్యలను వివరించి, గణన చేయ గలగాలి.

29.1 పరిచయం

భారిత సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించడానికి వస్తువుల ధరలనూ, వాటి రాశులనూ స్వీకరించడం జరుగుతుంది. సమిష్టి సూచీలో చేర్చిన అంశాలకు సముచితమైన ప్రాముఖ్యం ఇవ్వడానికి వాటి వాటి రాశుల్ని బట్టి భారితాల్ని ఇస్తారు. ఈ విషయంలో భారితాలు ఉత్పత్తికి గానీ, వినియోగానికిగానీ, పంపిణీకిగానీ సంబంధించిన సంఖ్యలు కావచ్చు. భారిత సూచీసంఖ్యల నిర్మాణ పద్ధతుల్లో రెండురకాలున్నాయి - భారిత సూచీసంఖ్యలు, సాపేక్షకాల భారిత సగటు సూచీ సంఖ్యలు.

29.2 భారిత సమిష్టి సూచీ సంఖ్యలు (Weighed Aggregative Index Numbers)

భారిత సమిష్టి సూచీ సంఖ్యలు సులభమైన సమిష్టి భారిత సూచీలు. ఈ పద్ధతిలో సూచీ సంఖ్యల్ని గణించడానికి వివిధ వస్తువుల ధరల్ని, రాశుల్ని తీసుకోవడం జరుగుతుంది. భారితాల్ని ఇవ్వడం ప్రాతిపదికగా భారిత సమిష్టి సూచీ సంఖ్యల్ని కింద పేర్కొన్న తరగతులుగా విభజించవచ్చు.

29.2.1. లాస్పెయిర్ పద్ధతి

29.2.2. పాషే పద్ధతి

29.2.3. డార్ బిష్, బౌలే పద్ధతి

29.2.4. మార్షల్-ఎడ్జివర్త్ పద్ధతి

29.2.5. కెల్లీ పద్ధతి

29.2.6. ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి

29.2.7. వాల్ష్ ధర సూచీ

29.2.1. లాస్పెయిర్ పద్ధతి (Laspeyrer method) : భారిత సమిష్టి ధర సూచీల్లో ఇదో పద్ధతి. ఇందులో ఆధారసంవత్సరపు రాశుల్ని భారాలుగా తీసుకుంటారు.

పద్ధతి

లాస్పెయిర్ సూచీని నిర్మించడానికి కింద పేర్కొన్న పద్ధతిని అనుసరిస్తారు.

i) ఆధార సంవత్సరపు రాశులచేత (q_0) వివిధ వస్తువుల వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల్ని (p_1)

B R A O U

హెచ్చించి, ఆ మొత్తాన్ని ($\sum p_1q_0$)గా కనుగొనండి.

(ii) ఆధార సంవత్సరపు ధరల్ని (p_0) ఆధార సంవత్సరపు వివిధ వస్తువుల రాశులచేత (q_0) హెచ్చించి, ఆ మొత్తాన్ని ($\sum p_0q_0$) కనుగొనండి.

(iii) వర్తమాన సంవత్సరాల గుణిజాల మొత్తాన్ని ఆధార సంవత్సర గుణిజాలతో భాగిస్తే వచ్చిన భాగ లబ్దాన్ని 100చే గుణిస్తే ధరసూచీ వస్తుంది. లాస్పెయర్ సూచీ నిర్మాణానికి సూత్రం :

$$Po_1 = \frac{\sum p_1q_0}{\sum P_0q_0} \times 100$$

ఇక్కడ,

p_{01} = ఆధార సంవత్సరం ప్రాతిపదికగా వర్తమాన సంవత్సరానికి ధరసూచీ.

$\sum p_1q_0$ = వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల ఆధార సంవత్సరపు రాశుల గుణిజాల మొత్తం.

$\sum p_0q_0$ = ఆధార సంవత్సరపు ధరల, రాశుల గుణిజాల మొత్తం.

ఉదాహరణ - 1

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి లాస్పెయర్ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ 1980 ధరల ఆధారంతో 1983 కోసం సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించండి.

వస్తువు	1980		1983	
	ధర (రూ.)	రాశి	ధర (రూ.)	రాశి
A	2	10	4	15
B	3	15	3	20
C	4	20	4	25
D	3	15	5	30

జవాబు :

లాస్పెయర్ ధర సూచీ నిర్మాణం

వస్తువు	1980		1983			
	ధర (రూ.) p_0	రాశి q_0	ధర (రూ.) p_1	రాశి q_1	p_0q_0	p_1q_0
A	2	10	4	15	20	40
B	3	15	3	20	45	45
C	4	20	4	25	80	80
D	3	15	5	30	45	75
					$\sum p_0q_0 = 190$	$\sum p_1q_0 = 240$

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

ఇక్కడ, $\sum p_0 q_0 = 190$; $\sum p_1 q_0 = 240$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{280}{190} \times 100 = 126.3$$

1983 కు ధర సూచీ = 126.3

లాస్పెయిర్ సూచీ వర్తమాన సంవత్సర ధరల రూపంలో ఆధార సంవత్సరపు రాశుల సమిష్టి విలువలో మార్పును కనుక్కోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది. సూచీ సంఖ్యల గణనలో ఈ సూచీసంఖ్యను విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తున్నారు. అయితే సూచీ సంఖ్య గణనకు ఈ సూత్రాన్ని తరుచుగా విమర్శించడం జరుగుతున్నది. సూచీసంఖ్య విలువలో ఊర్ధ్వ పక్ష పాతం ఉంది. ఆధార సంవత్సరపు రాశులు భారాలుగా భావించడం, అవి వర్తమాన సంవత్సరంలో కూడా అదేరకంగా ఉంటాయనడం వాస్తవం కాదు. ఎందుకంటే, ఖాతాదార్లు తమ కొనుగోలు, వినియోగపు పద్ధతుల్ని అప్పుడప్పుడూ మారుస్తూ ఉంటారు. ఈ ప్రక్రియలో ఎక్కువ ధరగల వస్తువుల వినియోగం తగ్గిపోవడం సహజం. ధరలు తగ్గుతూన్నప్పుడు, వినియోగదార్లు ధర ఎక్కువ వస్తువుల్నుంచి ధరతక్కువ వస్తువులపై మొగ్గు చూపుతారు. ఆధారసంవత్సరపు రాశుల్ని భారాలుగా మనం ఉపయోగిస్తే, అట్లాంటి తరహా హెచ్చుతగ్గులు సార్థకంగా ప్రతిబింబించకపోవచ్చు.

29.2.2. పాషే పద్ధతి (Pasache method) : ఈ పద్ధతిలో వర్తమాన సంవత్సరపురాశుల్ని భారాలుగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతిని జర్మనీ గణాంక శాస్త్రజ్ఞుడు 1874లో కనిపెట్టాడు. అందుకే దీనికి ఆయన పేరుపెట్టడం జరిగింది.

పద్ధతి: పాషే పద్ధతిలో సూచీసంఖ్యను కనుక్కోవడానికి కింది పద్ధతి పాటించడమైంది

(i) వివిధ వస్తువుల వర్తమాన ధరల్ని వాటి వర్తమాన సంవత్సరపు భారాలతో హెచ్చించండి.

(ii) వివిధ వస్తువుల ఆధార సంవత్సరపు ధరల్ని వర్తమాన సంవత్సరపు భారాలచే హెచ్చించండి.

(iii) వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల, భారాల గుణిజాలను ఆధార సంవత్సరపు ధరలు, వర్తమాన సంవత్సరపు భారాలచే భాగించి, భాగలబ్దాన్ని 100 చేత హెచ్చించండి. వచ్చిన విలువ పాషే ధరల సూచీ అవుతుంది.

పాషేధర సూచీని నిర్మించడానికి సూత్రం

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 10$$

P_{01} = ఆధార సంవత్సర విలువల ప్రాతిపదికమీద వర్తమాన సంవత్సరానికి ధర సూచీ.

$\sum p_1 q_1$ = వివిధ వస్తువుల వర్తమాన సంవత్సరపు ధరలు, రాశుల గుణిజాల మొత్తం

B R A O U

$\sum p_o q_1$ = వివిధ వస్తువుల ఆధార సంవత్సరపు ధరలు, వర్తమాన సంవత్సరపు రాశుల గుణిజాల మొత్తం

ఉదాహరణ – 2

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి పాషే ధరసూచీని కనుక్కోండి.

వస్తువులు	యూనిట్లు	ఆధార సంవత్సరం 1978 ధర (రూ.)	రాశి	వర్తమాన సంవత్సరం ధర (రూ.)	రాశి
కోడిగుడ్లు	డజను	4	20	5	20
పాలు	లీటరు	2	30	3	30
మాంసం	కిలో	10	50	15	50
బియ్యం	కిలో	3	70	6	70

జవాబు :

పాషే సూచీ గణన

వస్తువులు	యూనిట్లు	ఆధార సం. 1978 p_o	q_o	వర్తమాన సం. 1983 p_1	q_1	p_1q_1	p_oq_o
కోడిగుడ్లు	డజను	4	20	5	20	100	80
పాలు	లీటరు	2	30	3	30	90	60
మాంసం	కిలో	10	50	15	50	750	500
బియ్యం	కిలో	3	70	6	70	420	210
						$\sum p_1q_1 = 1360$	$\sum p_oq_o = 850$

$$P_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_oq_1} \times 100$$

ఇక్కడ, $\sum p_1q_1 = 1360; \sum p_oq_o = 850;$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{1360}{850} \times 100$$

$=160$; 1983కు ధర సూచీ $= 160$

ఈ పద్ధతి ముఖ్యమైన ఇబ్బంది ఏమిటంటే వర్తమాన సంవత్సరపు రాశుల్ని భారాలుగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది కాబట్టి, ప్రతిసారీ వర్తమాన సంవత్సరపు రాశుల్ని రాబట్టడం ఎంతో కష్టంతో కూడుకున్న పని. అంతేకాకుండా అవసరమైన సమాచారాన్ని సేకరించడానికి ఎంతో వ్యయం కూడా అవుతుంది. ఈ కారణంవల్లనే వస్తువుల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు పాషే సూచీ పద్ధతిని తరచుగా ఉపయోగించరు.

లాస్పేయిర్స్, పాషే సూచీలకు గల వ్యత్యాసం

కింద పేర్కొన్నవి లాస్పెయిర్స్ సూచీకి, పాషే సూచీకి గల వ్యత్యాసాలు :

B R A O U

(i) సూచీ సంఖ్య విలువలో లాస్పేయిర్ సూచీ ఊర్ధ్వ పక్షపాతాన్ని చూపుతుంది. పాషే సూచీ అధోముఖ పక్షపాతాన్ని చూపుతుంది.

(ii) లాస్పేయిర్స్ సూచీలో ఆధార సంవత్సరపు రాశుల్ని భారాలుగా ఉపయోగిస్తారు. పాషే సూచీలో వర్తమాన సంవత్సరపు భారాల్ని తీసుకుంటారు.

(iii) లాస్పేయిర్స్ సూచీ సంఖ్యలో కొంతకాలం మీద హెచ్చుధరగల వస్తువులకు బదులుగా ధర తక్కువ వస్తువుల్ని వినియోగదార్లు ఉపయోగిస్తారనే అంశాన్ని పరిశీలించడం జరగదు. ఈ సత్యాన్ని పాషే సూచీ సంఖ్య పరిగణనలోకి తీసుకుంటుంది.

29.2.3. డార్బిష్, బౌలే పద్ధతి

ఈ పద్ధతిలో సూచీని లాస్పేయిర్, పాషే సూచీల సగటును కనుక్కోవడం ద్వారా గణన చేస్తారు. ఈ పద్ధతిలో వర్తమాన సంవత్సరపు ధరలు, రాశులు, ఆధార సంవత్సరపు ధరలు, రాశులు స్వీకరిస్తారు. సూచీ సంఖ్యను నిర్మించడానికి సూత్రం :

$$P_{01} = \frac{L+P}{2}$$

ఇక్కడ,

$L =$ లాస్పేయిర్ సూచీ

$P =$ పాషే సూచీ

$$P_0 = \frac{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}{2} \times 100$$

ఉదాహరణ – 3

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి డార్బిష్ బౌలే పద్ధతి ప్రకారం ధర సూచీని కనుక్కోండి.

వస్తువు	ధర (రూ.)		రాశి	
	1975	1983	1975	1983
A	2	3	10	15
B	3	4	20	10
C	4	5	10	10
D	3	4	15	20

B R A O U

జవాబు :

ధర సూచి లెక్కింపు

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరం 1975 p_o	q_o	p_1	ర్తమాన సంవత్సరం 1983 q_1	p_1q_o	p_1q_1	p_oq_o	p_oq_1
A	2	10	3	15	30	45	20	30
B	3	20	4	10	80	40	60	30
C	4	10	5	10	50	50	40	40
D	3	15	4	20	60	80	45	60
					$\sum p_1q_o = 220$	$\sum p_1q_1 = 215$	$\sum p_oq_1 = 165$	$\sum p_oq_1 = 160$

$$P_{01} = \frac{\frac{\sum p_1q_o}{\sum p_oq_o} + \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_oq_1}}{2} \times 100$$

ఇక్కడ,

$\sum p_1q_o = 220; \sum P_1q_1 = 215$

$\sum p_oq_o = 165; \sum p_oq_1 = 160$ సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$p_{01} = \frac{\frac{220}{165} + \frac{215}{160}}{2} \times 100$$

$$p_{01} = \frac{133 + 1.34}{2} \times 100$$

$$= 1335 \times 100$$

$$= 133.5$$

1983 కు ధర సూచి $= 139.5$

లాస్పేయిర్స్, పాషే పద్ధతుల్లోని ఊర్ధ్వ, అధోముఖ షక్షపాతాన్ని ఈ పద్ధతి సమన్వీకృతం చేస్తుంది. ఎందుకంటే సూచీ నిర్మాణంలో రెండు పద్ధతులు సగటును ఉపయోగించడమైంది.

29.2.4. మార్షల్ - ఎడ్జివర్త్ పద్ధతి

ఈ పద్ధతితో భారిత సమిష్టి ధర సూచీని నిర్మించడానికి 'వర్తమాన సంవత్సరపు' ఆధార సంవత్సరపు ధరలను, రాశులను తీసుకోవాలి.

సాంకేతికంగా,

$$P_{01} = \frac{\sum p_1q_o + \sum p_1q_1}{\sum p_oq_o + \sum p_oq_1} \times 100$$

BRAOU

ఉదాహరణ – 4

మార్షల్ - ఎడ్జివర్త్ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ ధర సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువు	1981 ఆధార సంవత్సరం ధర (రూ.)	రాశి	1983 వర్తమాన సంవత్సరం ధర (రూ.)	రాశి
A	3	70	4	80
B	6	130	5	150
C	8	50	10	40
D	5	40	8	50
E	4	30	7	60
F	7	100	10	120

జవాబు :

మార్షల్ - ఎడ్జ్‌వర్త్ ధర సూచీ గణన

వస్తువు	ఆధారసంవత్సరం 1981		వర్తమాన సంవత్సరం 1983					
	p_o	q_o	p_1	q_1	p_oq_o	p_oq_1	p_1q_o	p_1q_1
A	3	70	4	80	210	240	280	320
B	6	130	5	150	780	900	650	750
C	8	50	10	40	400	320	500	400
D	5	40	8	50	200	250	320	400
E	4	30	7	60	120	240	210	420
F	7	100	10	120	700	840	1000	1200
					$\sum p_oq_o = 2410$	$\sum p_oq_1 = 2790$	$\sum p_1q_o = 2960$	$\sum p_1q_1 = 3490$

BRAOU

$$P_{01} = \frac{\sum p_1q_o + \sum p_1q_1}{\sum p_oq_o + \sum p_oq_1} \times 100$$

ఇక్కడ,

$\sum p_oq_o = 2410; \sum p_oq_1 = 2790;$

$\sum p_1q_o = 2960; \sum p_1q_1 = 3490$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{2960}{2410} + \frac{3490}{2790} \times 100$$

$$= \frac{6450}{5200} \times 100$$

$$= 124.04$$

మార్షల్-ఎడ్జ్‌వర్త్ పద్ధతి ద్వారా సూచీ సంఖ్యలను నిర్మించడానికి చాలా సులభం. దీన్ని అర్థం చేసుకోవడం కూడా బహుతేలిక. ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ నుంచి పొందిన ఫలితాలను సమాసీకృతం చేస్తున్నది.

29.2.5. కెల్లీ పద్ధతి : కెల్లీ పద్ధతిని స్థిర భారిత సమిష్టి పద్ధతి అని కూడా అంటారు. ఈ పద్ధతిలో భారాలు ఏదో ఒక కాలవ్యవధికి చెందిన రాశులు. అయితే ఆ రాశులు తప్పని సరిగా ఆధారం సంవత్సరానికి గానీ వర్తమాన సంవత్సరానికిగానీ చెందినటువంటివి కాదు. అందుచేత రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంవత్సరాల సగటు రాశుల్ని భారాలుగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది.

సాంకేతికంగా

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q}{\sum p_o q} \times 100$$

$$q = \frac{q_o + q_1}{2}$$

ఇక్కడ,

p = సగటు భారాలు

q_o = ఆధార సంవత్సర భారాలు

q_1 = వర్తమాన సంవత్సర భారాలు

జవాబు :

కెల్లీ సూచీ నిర్మాణం

వస్తువులు	రాశులు 1981	1983	ధరలు (రూ.) 1981	1983	q $\frac{q_o+q_2}{2}$	$P_o q$	$P_1 q$
	q_o	q_1	P_o	P_1			
A	20	30	10	20	25	250	500
B	40	60	8	10	50	400	500
C	30	80	20	30	55	1100	1650
D	10	30	10	20	20	200	400
						$\sum P_o q = 1950$	$\sum p_1 q = 3050$

BRAOU

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q}{\sum p_o q} \times 100$$

ఇక్కడ, $\sum P_o q = 1950; \sum P_1 q = 3050$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{3050}{1950} \times 100$$

$$= 156.4$$

1983 కు ధర సూచీ $= 156.4$

స్థిర రాశుల్ని, సూచీ సంఖ్యల్ని కనుక్కోవడానికి భారాలుగా ఉపయోగించడంవల్ల, సూచీ సంఖ్యల కాలెక్యులేటర్లతో ప్రస్తుతం కెల్లీ పద్ధతి ఎక్కువ ప్రాచుర్యంలో ఉంది. కెల్లీ సూచీ ఉపయోగమేమిటంటే ఆధారకాలవ్యవధిలోని మార్పు భారాలలో అనురూపమైన మార్పుకు దారితీయదు. సూచీని మార్పు చేయడానికి అనువుగా తాజా సమాచారం లభించే వరకు ఆ భారాలను స్థిరంగా ఉంచవచ్చు. ఈ సూత్రంవల్ల ముఖ్యమైన ప్రయోజనం భారాలలో సాంవత్సరిక మార్పులు లేకపోవడం. అంతేకాకుండా ఆధార సంవత్సరాన్ని భారాలను మార్చకుండా మార్చవచ్చు.

29.2.6. ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి : సూచీని నిర్మించడానికి ఇర్వింగ్‌ఫిషర్ ఒక సూత్రాన్ని ఇచ్చాడు. దానిని ఆదర్శసూచీ అంటారు. కింద ఇచ్చిన కారణాలవల్ల ఫిషర్ సూచీని ఆదర్శసూచీ అంటారు.

ఎ) ఇది గుణమధ్యమం మీద ఆధారపడి ఉంది. ఆ గుణమధ్యమాన్ని శ్రేష్ఠమైనదిగా పరిగణిస్తారు.

బి) ఇది అటు ఆధారసంవత్సరపు ధరల్ని, రాశుల్ని ఇటు వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల్ని రాశుల్ని పరిగణనలోనికి తీసుకుంటుంది.

సి) సూచీసంఖ్య తాలూకు పరిపూర్ణత్వపు పరీక్షలకు ఇది నిలబడుతుంది.

డి) ఇది పక్షపాతరహితంగా ఉంటుంది. ఎందుకంటే ఇది లాస్పైయిర్స్ సూచీలోని ఊర్ధ్వ పక్షపాతాన్ని, పాషే సూచీలోని అధోముఖ పక్షపాతాన్ని సమానం చేస్తుంది. సాంకేతికంగా,

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

ఉదాహరణ : 6

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువు	యూనిట్	1975 ఆధార సంవత్సరం ధర	రాశి	1983 వర్తమాన సంవత్సరం ధర	రాశి
బియ్యం	కిలో	3	60	4	80
గోధుమ	కిలో	6	100	8	120
పంచదార	కిలో	8	60	10	80
వంటనూనె	లీటర్	4	40	6	60
చిల్లర మల్లర		5	30	8	50

BRAOU

జవాబు :

ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ నిర్మాణం

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరం 1975 p_o	q_o	వర్తమాన సంవత్సరం 1983 p_1	q_1	p_oq_o	p_oq_1	p_1q_1	p_1q_o
బియ్యం	3	30	4	80	180	240	320	240
గోధుమ	6	100	8	120	600	720	960	800
పంచదార	8	60	10	80	480	640	800	600
వంటనూనె	4	40	6	60	160	240	360	240
చిల్లరమల్లర	5	30	8	50	150	250	400	240
					$\sum p_oq_o =$ 1570	$\sum p_oq_1 =$ 2090	$\sum p_1q_1 =$ 2840	$\sum p_1q_o =$ 2120

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1q_o}{\sum P_oq_o} \times \frac{\sum P_1q_1}{\sum P_oq_1}} \times 100$$

ఇక్కడ,

$$\sum p_oq_o = 1570; \sum p_oq_1 = 2090$$

$$\sum p_1q_1 = 2840; \sum P_1q_o = 2120$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \sqrt{\frac{2120}{1570} \times \frac{2840}{2090}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.35 \times 1.35} \times 100$$

$$= \sqrt{1.35} \times 100$$

$$= 135$$

1983 కు ధర సూచీ $= 135$

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశానికి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని గణన చేయండి.

వస్తువులు	ఆధార సంవత్సరం		ప్రస్తుత సంవత్సరం	
A	3	30	6	40
B	4	60	8	60
C	8	40	10	20
D	10	20	12	30
E	12	40	15	35

B R A O U

మార్షల్ – ఎడ్జ్‌వర్త్, ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీలు

ఈ రెండు సూచీల సూత్రాలు లాస్పెయిర్స్ ఊర్ధ్వ పక్షపాతాన్ని, పాషే అధో పక్షపాతాన్ని సమానం చేస్తాయి. ఈ రెండు పద్ధతులు వాస్తవిక ధర సూచీలకు సరైన అంచనాలను రూపొందిస్తాయి. అయితే, సూచీసంఖ్య నిర్మాణానికిగాను ఈ రెండు పద్ధతులకూ వర్తమాన, ఆధార సంవత్సరాల ధరలు, రాశులు అవసరమవుతాయి. అందుచేత వర్తమాన సంవత్సరపు దత్తాంశాన్ని పొందడానికి కొంత వ్యయం అవసరమవుతుంది; కొన్ని యిబ్బందులకు గురి కావలసి వస్తుంది. అంతేకాకుండా ఈ రెండు సమీకరణాలకు ఎక్కువ లెక్కింపులుంటాయి.

29.2.7. వాల్ష్ ధర సూచీ

ఈ పద్ధతిలో సూచీ సంఖ్యను లెక్కించడానికి వర్తమాన, ఆధార సంవత్సరాల గుణ మధ్యమాన్ని భారాలుగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది.

సాంకేతికంగా,

$$Po_1 = \frac{\sum P_1\sqrt{q_o q_1}}{\sum P_o\sqrt{q_o q_1}} \times 100$$

ఉదాహరణ – 7

వాల్ష్ పద్ధతిని ఉపయోగించి సూచీ సంఖ్యను నిర్మించండి.

వస్తువులు		A	B	C	D	E
1980	ధర	25	30	20	45	40
	రాశి	30	35	15	40	30
1983	ధర	40	45	25	50	45
	రాశి	20	40	20	40	35

BRAOU

జవాబు :

వాల్ష్ ధర సూచీ నిర్మాణం

వస్తువులు	1980 q_o	p_o	1983 q_1	P_1	$q_o q_1$	$\sqrt{q_o q_1}$	$p_1\sqrt{q_o q_1}$	$po\sqrt{q_o q_1}$
A	30	25	20	40	600	24.50	980.50	612.5
B	35	30	40	45	1400	37.42	1683.9	1122.6
C	15	20	20	25	300	17.32	433.0	346.4
D	40	45	40	50	1600	40.00	2000.0	1800.0
E	30	40	35	45	1050	32.40	1458.0	1296.0
							$\sum P_1\sqrt{q_o q_1}$ = 6554.9	$\sum P_o\sqrt{q_o q_1}$ = 5177.4

సూచీ సంఖ్య $= Po_1 = \frac{\sum P_1\sqrt{q_o q_1}}{\sum P_o\sqrt{q_o q_1}} \times 100$

ఇక్కడ,

$\sum P_1\sqrt{q_oq_1} = 6554.9$

$\sum P_o\sqrt{q_oq_1} = 5177.5$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$Po_1 = \frac{6554.9}{5177.5} \times 100$

$= 126.6$

1983 కు ధర సూచీ $= 126.6$

ఉదాహరణ – 8

కింది వాటిని ఉపయోగించి భారిత ధర సూచీని కనుక్కోండి.

i) లాస్పేయిర్స్ పద్ధతి

ii) పాషే పద్ధతి

iii) డార్ బిష్ - బౌలే పద్ధతి

iv) మార్షల్-ఎడ్జ్‌వర్త్ పద్ధతి

v) పిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరం 1961 ధర	రాశి	వర్తమాన సంవత్సరం 1983 ధర	రాశి
బియ్యం	3	10	5	20
గోధుమ	6	12	8	15
నూనె	5	15	6	20
నెయ్యి	4	20	3	30

BRAOU

జవాబు :

భారిత ధర సూచీ నిర్మాణం

	1981		1983					
వస్తువులు	p_oq_o	p_1q_1	p_1q_o	p_1q_1	p_oq_o	p_oq_1		
బియ్యం	3	10	5	20	50	100	30	60
గోధుమ	6	12	8	15	96	120	72	90
నూనె	5	15	6	20	90	120	75	100
నెయ్యి	4	20	3	30	60	90	80	120
					$\sum p_1q_o = 296$	$\sum p_1q_1 = 430$	$\sum p_oq_o = 257$	$\sum p_oq_1 = 370$

ఇక్కడ,

$$\sum p_1q_o = 296; \sum p_1q_1 = 430$$

$$\sum p_oq_o = 257; \sum p_oq_1 = 370$$

i) **లాస్పేయిర్స్ పద్ధతి :**

$$Po_1 = \frac{\sum P_1q_o}{\sum P_oq_o} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = \frac{296}{257} \times 100$$

$$= 115.17$$

ii) **పాషే పద్ధతి :**

$$Po_1 = \frac{\sum P_1q_1}{\sum P_oq_1} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Po_1 = \frac{430}{370} \times 100$$

$$= 116.2$$

iii) **డార్‌బిష్, బౌలే పద్ధతి :**

$$Po_1 = \frac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}{2}$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{\frac{296}{257} + \frac{430}{370}}{2} \times 100$$

$$= \frac{2.31}{2} \times 100$$

$$= 115.52$$

iv) **మార్షల్-ఎడ్జ్‌వర్త్ పద్ధతి :**

$$P_{01} = \frac{\sum p_1q_o + \sum p_1q_1}{\sum P_oq_o + \sum p_oq_1} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{296+430}{257+370} \times 100$$

$$= \frac{726}{627} \times 100$$

$$= 115.78$$

v) ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి :

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \sqrt{\frac{296}{257} \times \frac{430}{370}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.15 \times 1.16} \times 100$$

$$= \sqrt{1.334} \times 100$$

$$= 1.155 \times 100$$

$$= 115.5$$

29.3 సాపేక్షకాల భారిత సగటు సూచీ సంఖ్యలు

వివిధ వస్తువుల ధర సాపేక్షకాలను వాటికి ఇచ్చిన భారితాలతో హెచ్చించి, మొత్తం లబ్దాన్ని అంక మధ్యమాన్ని గానీ, గుణ మధ్యమాన్ని గానీ ఉపయోగించి సగటు చేస్తే సాపేక్షకాల భారిత సగటు వస్తుది.

ఎ) అంకమధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు:

సాపేక్షకాల భారిత సూచీని కనుక్కోవడానికి అంక మాధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు కింద ఇచ్చిన పద్ధతిని అవలంభించాలి :

i) ఆధార సంవత్సరపు ధరను వర్తమాన సంవత్సరపు ధరకు శాతంగా తెలుపుతూ వివిధ వస్తువులకు ధర సాపేక్షకాలను కనుక్కోండి.

ii) ఆధార సంవత్సరపు ధరల్ని, వాటి రాశులతో హెచ్చించి వివిధ వస్తువులకు భారాలను లెక్కించండి.

iii) భారాలతో ధర సాపేక్షకాన్ని గుణించండి.

iv) విలువల భారాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

v) ధర సాపేక్షకాల, విలువల భారాల లబ్ధాన్ని విలువల భారాల మొత్తంచేత భాగించండి.

సూత్రం :

$$P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V}$$

ఇక్కడ,

P = ధర సాపేక్షకాలు అంటే $\frac{P_1}{P_o} \times 100$

V = విలువ భారాలు అంటే $p_o q_o$

$\sum PV$ = ధర సాపేక్షకాల, వాటి విలువల భారాల గుణిజాల మొత్తం

$\sum V$ = విలువల భారాల మొత్తం

ఉదాహరణ — 9

అంకమధ్యమాన్ని ఉపయోగించి ధర సాపేక్షకాల భారిత సగటు సూచీని కనుక్కోండి.

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరం 1975		వర్తమాన సంవత్సరం 1983	
	ధర	రాశి	ధర	రాశి
A	8	90	10	130
B	10	100	12	120
C	20	150	25	300
D	12	60	15	80

జవాబు :

అంక మాధ్యమాన్ని ఉపయోగించి ధర సాపేక్షకాల భారిత సగటు సూచీని కనుక్కోవడం.

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరం 1975		వర్తమాన సంవత్సరం 1983				
	P_o	q_o	P_1	q_1	P $(\frac{P_1}{P_o} \times 100)$	V+ $(P_o q_o)$	PV
A	8	90	10	130	125	720	90,000
B	10	100	12	120	120	1000	1,20,000
C	20	150	25	300	125	3000	3,75,000
D	12	60	15	80	125	720	90,000
						$\sum V$ = 5,440	$\sum PV$ = 6,75,000

$$P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V}$$

B R A O U

ఇక్కడ,

$\sum PV = 6,75,000; \sum V = 5,440$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$P_{01} = \frac{6,75,000}{5,440}$

$= 124.08$

1983 కు ధర సూచీ $= 124.08$

ఉదాహరణ – 10

ఒక గ్రామంలో మధ్యతరగతి ప్రజల బడ్జెట్‌కు సంబంధించి పరిశీలన ఇట్లా ఉంది :

ఖర్చులు	ఆహారం	అద్దె	దుస్తులు	ఇంధనం	ఇతరాలు
	40%	10%	20%	15%	15%
1981లో ధరలు	80	20	80	10	50
1983లో ధరలు	100	30	90	20	60

ధర సాపేక్షకాల భారిత అంక మాధ్యమాన్ని ఉపయోగిస్తూ ధర సూచీని లెక్కించండి.

జవాబు :

ఖర్చులు	భారాలు (V)	1981లో ధరలు Po	1983లో ధరలు P_1	P $(\frac{P_1}{P_o} \times 100)$	PV
ఆహారం	40	80	100	125	5,000
అద్దె	10	20	30	150	1,500
దుస్తులు	20	80	90	113.5	2,250
ఇంధనం	15	10	20	200	3,000
ఇతరాలు	15	50	60	120	1,800
					$\sum PV = 13,550$

$P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V}$

ఇక్కడ,

$\sum V = 100; \sum PV = 13,550$

సమీకరణంలోని విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$P_{01} = \frac{13,550}{100}$

$= 135.5$

1983కు ధర సూచీ : 135.5

ఉదాహరణ – 11

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ధర సూచీని లెక్కించండి.

గ్రూపు	సూచీ సంఖ్య	భారాలు
ఆహారం	350	50
ఇంధనం	200	20
దుస్తులు	240	10
ఇంటి అద్దె	180	15
ఇతరాలు	200	20

జవాబు :

ధర సూచీ గణన

గ్రూపు	సూచీ సంఖ్య I	భారాలు V	IV
ఆహారం	350	50	17,500
ఇంధనం	200	20	4000
దుస్తులు	240	10	2400
ఇంటి అద్దె	180	15	2700
ఇతరాలు	200	20	4000
		$\sum V = 115$	$\sum IV = 30,600$

$$P_{01} = \frac{\sum IV}{\sum V}$$

ఇక్కడ,

$$\sum V = 155; \sum IV = 30,600$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \frac{30,600}{115}$$

$$= 266.1$$

ధర సూచీ : 266.1

బి) గుణమధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు :

ధర సాపేక్షకాల, భారాల గుణిజాల మొత్తాన్ని సగటు చేయడానికి అంక మధ్యమం బదులు, గుణ మధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు కింది పద్ధతిని అనుసరిస్తారు.

BRAOU

ఎ) ధర సాపేక్షకాల్ని కనుక్కోండి.

బి) వివిధ ధర సాపేక్షకాలకు సంవర్గమాన విలువల్ని కనుక్కోండి.

సి) సంవర్గమాన విలువల్ని వాటి భారాలచేత హెచ్చించండి.

డి) వివిధ భారాల్ని కలపండి.

ఇ) ధర సాపేక్షకాల, భారాల సంవర్గమాన విలువల్ని మొత్తం భారాల చేత భాగించండి.

ఎఫ్) 'ఇ' లో, చూపిన భాగాల లబ్దానికి ప్రతి సంవర్గమాన విలువల్ని కనుక్కోండి. వచ్చే ఫలితం – ధర సాపేక్షకాల సూచీ భారిత గుణమధ్యమం.

సూత్రం :

$$Po_1 = Antilog \frac{\sum V \log P}{\sum V}$$

ఇక్కడ,

P = ధరసాపేక్షకాలు, అంటే $\frac{P_1}{P_o} \times 100$

V = విలువభారాలు, అంటే $p_o q_o$

ఉదాహరణ – 12

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి గుణమధ్యమాన్ని ఉపయోగించి ధర సాపేక్షకాల భారిత సగటు పద్ధతి ద్వారా సూచిని కనుక్కోండి.

వస్తువులు	1980 ఆధారసంవత్సరం ధర (రూ)	రాశి	1983 వర్తమాన సంవత్సరం ధర (రూ)
పంచదార	3	30	4
బియ్యం	4	50	5
గోధుమ	5	40	4
జొన్న	2	20	3
పప్పు	5	10	8

జవాబు :

భారిత ధర సాపేక్షకాల సూచీ మధ్యమాన్ని ఉపయోగిస్తూ ధరసూచీ నిర్మాణం

వస్తువులు	ఆధార సంవత్సరం 1980 p_o	q_o	వర్తమాన సంవత్సరం 1983 p_1	$(p_o q_o)$ V	p	$Log P$	$V Log P$
పంచదార	3	30	4	90	133.33	2.1249	191.241
బియ్యం	4	50	5	200	125.00	2.0969	419.380
గోధుమ	3	40	4	120	133.33	2.1249	254.989
జొన్న	2	20	3	40	150.00	2.1761	87.044
పప్పు	5	10	8	50	160.08	2.2041	110.205
				$\sum V = 500$			$\sum V Log P =$ 1062.858

$$P_{01} = Antilog \frac{\sum V Log\ P}{\sum V}$$

ఇక్కడ,

$$\sum V\,Log P\,\hat{}\,1062.858;\ \sum V = 500$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = Antilog \frac{1062.858}{500}$$

$$= Antilog 2.1257$$

$$= 133.6$$

1983 కు ధర సూచీ : 133.6

29.4 రాశి సూచీ సంఖ్యలు (Quantity index numbers)

రాశుల్లోని సగటు మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి రాశి సూచీలను ఉపయోగిస్తారు. ఆధార సంవత్సరానికి సంబంధించి ఇచ్చిన సంవత్సరంలోని ఉత్పత్తి చేసిన వస్తువుల పరిమాణాన్ని, మార్కెట్ చేసిన లేదా పంపిణీ చేసిన వస్తువుల పరిమాణాన్ని పోల్చడానికి, మదింపు చేయడానికి ఇవి ఉపయోగపడతాయి. ధర సూచీలవలె రాశి సూచీలను విస్తృతంగా ఉపయోగించరు. రాశిసూచీల్లో ఉత్పత్తి సూచీలు దేశంలోని ఉత్పత్తి స్థాయికి హెచ్చు సార్థకమైన సూచీలుగా పనికివస్తాయి. ధర సూచీల వివిధ సూత్రాల్ని ఉపయోగించడం ద్వారా, q నుంచి pకి, p నుంచి qకి పరస్పరం మార్పులు చేయడం ద్వారా నిర్మించవచ్చు.

B R A O U

అందుచేత,

i) లాస్పేయర్స్ రాశి పద్ధతి

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1 P_o}{\sum q_o P_o} \times 100$$

ii) పాషే రాశి పద్ధతి

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_o P_1} \times 100$$

iii) ఫిషర్ రాశి సూచీ

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1 P_o}{\sum q_o P_o} \times \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_o P_1}} \times 100$$

ఉదాహరణ – 13

కింద ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి రాశి సూచీలను కింది పద్ధతుల్ని ఉపయోగించి కనుక్కోండి.

ఎ) లాస్పేయర్స్ పద్ధతి

బి) పాషే పద్ధతి

సి) ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి

వస్తువు	1981 ఆధార సంవత్సరం ధర	రాశి	1983 వర్తమాన సంవత్సరం ధర	రాశి
A	4	40	5	50
B	3	80	4	100
C	5	50	8	80
D	8	40	10	50
E	10	30	12	40

జవాబు :

రాశి సూచిల గణన

వస్తువు	1980 p_o	q_o	1983 p_1	q_1	q_1p_o	q_1p_1	q_op_1	q_op_o
A	4	40	5	50	200	250	200	160
B	3	80	4	100	300	400	320	240
C	5	50	8	80	400	640	400	250
D	8	40	10	50	400	500	400	320
E	10	30	12	40	400	480	360	300
					$\sum q_1p_o = 1700$	$\sum q_1p_1 = 2,270$	$\sum q_op_1 = 1680$	$\sum q_op_o = 1270$

ఇక్కడ,

$\sum q_1p_o = 1700; \sum q_1p_1 = 2270$

$\sum q_op_1 = 1680; \sum q_op_o = 1270$

i) 1983కు లాస్పేయర్స్ రాశి సూచీ సంఖ్య

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1p_o}{\sum q_op_o} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_{01} = \frac{1700}{1270} \times 100$$

$$= 133.8$$

ii) 1983కు పాషే రాశి సూచీ సంఖ్య

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_op_1} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_{01} = \frac{2270}{1680} \times 100$$

$$= 135.1$$

BRAOU

iii) 1983కు ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ సంఖ్య

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \times \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}} \times 100$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{1700}{1270} \times \frac{2270}{1680}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.338 \times 1.351} \times 100$$

$$= \sqrt{1.807638} \times 100$$

$$= 1.3445 \times 100$$

$$= 134.45$$

29.5 విలువల సూచీ సంఖ్యలు

వస్తువు విలువే దాని ధర, రాశుల లబ్ధం. ఆధార సంవత్సరంలోని మొత్తం విలువ శాతంగా వర్తమాన సంవత్సరపు మొత్తం విలువగా విలువల సూచీని చెప్పవచ్చు. వర్తమాన, ఆధార సంవత్సరాల కాలవ్యవధుల మధ్య అసలు విలువల మార్పుల్ని అది మదింపు చేస్తుంది. సాంకేతికంగా,

$$V = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

ఇక్కడ,

V = విలువల సూచీ

$\sum p_1 q_1$ = వర్తమాన సంవత్సరంలోని అన్ని వస్తువుల విలువల మొత్తం

$\sum p_o q_o$ = ఆధార సంవత్సరంలోని అన్ని వస్తువుల విలువల మొత్తం

వర్తమాన, ఆధార సంవత్సరాల్లోని విలువల్ని ఇచ్చినప్పుడు, కింద ఇచ్చిన సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తూ విలువల సూచీని కనుక్కోవచ్చు.

$$V = \frac{\sum V_1}{\sum V_o} \times 100$$

ఇక్కడ,

V = విలువల సూచీ

$\sum V_1$ = వర్తమాన సంవత్సరంలోని మొత్తం విలువలు

$\sum V_o$ = ఆధార సంవత్సరంలోని మొత్తం విలువలు

ఉదాహరణ – 14

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి విలువల సూచీ సంఖ్యను కనుక్కోండి.

BRAOU

సంవత్సరం	వస్తువు I ధర	రాశి	వస్తువు II ధర	రాశి	వస్తువు III ధర	రాశి	వస్తువు IV ధర	రాశి
1975	4	10	10	10	8	4	5	15
1983	6	15	8	15	6	10	8	20

జవాబు :

విలువల సూచీ గణన

వస్తువు	1975 p_o	q_o	1983 p_1	q_1	p_1q_1	p_oq_o
I	4	10	6	15	90	40
II	10	10	8	15	120	100
III	8	4	6	10	60	32
IV	5	15	8	20	160	75
					$\sum p_1q_1 = 430$	$\sum p_oq_o = 247$

$$V = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

ఇక్కడ,

$\sum p_1q_1 = 430; \sum p_oq_o = 247$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$V = \frac{430}{247} \times 100$

$= 174.08$

1983 కు విలువల సూచీ సంఖ్య $= 174.08$

29.6 సారాంశం

వస్తువుల ధరలను, వాటి భారాలను తీసుకోవడం ద్వారా భారిత సూచీ సంఖ్యలను గణిస్తాం. భారాలను ఆయా వస్తువుల పరిమాణాన్ని బట్టి ఇవ్వడం జరుగుతుంది. భారాలనేవి ఉత్పత్తి, వినియోగం లేదా పంపిణీ సంఖ్యలు కావచ్చు. భారిత సూచీ సంఖ్యలను సమిష్టి పద్ధతి ద్వారా గాని, సాపేక్షకాల సగటు పద్ధతిద్వారా గాని గణించవచ్చు. భారిత సమిష్టి సూచీ సంఖ్యలను లాస్పియర్, పాషే, డోర్బిష్-బౌలే, మార్షల్ ఎడ్జివర్త్, కెల్లీ, ఫిషర్, వాల్ష్ పద్ధతుల ద్వారా గణన చేస్తాం.

29.7 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

1. కింది విలువలను కనుక్కోండి.

$\Sigma p_1 q_0, \Sigma p_0 q_0, \Sigma p_1 q_1, \Sigma p_0 q_1$

ఈ విలువలు వరుసగా 1900, 1330, 1805, 1240 గా వస్తాయి. అలా వచ్చిన విలువలను కింది సూత్రంలో ప్రతిక్షేపించండి.

BRAOU

$$Po_1 = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

జవాబు : 144.2

29.8 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. విలువల, రాశుల సూచీ సంఖ్యలంటే ఏమిటి?

2. కింది వాటి మధ్య వ్యత్యాసాల్ని తెలపండి :

   ఎ) లాస్పేయిర్స్, పాషే సూచీ సంఖ్యలు

   బి) మార్షల్ ఎడ్జ్‌వర్త్, ఫిషర్ సూచీ సంఖ్యలు

బి. వ్యాస ప్రశ్నలు

3. సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణ ప్రక్రియలో భారాన్ని ఇవ్వడమంటే ఏమిటి? దాని ఆవశ్యకతేమిటి? మామూలుగా ఉపయోగించే భారాల పథకాలేమిటి?

4. ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణ పద్ధతిని వివరించి, దాని ప్రయోజనమేమిటో తెలియజేయండి.

5. "లాస్పేయిర్స్ సూత్రానికి ఊర్ధ్వపు పక్షపాతం, పాషే సూత్రానికి అధోముఖపు పక్షపాతం ఉన్నాయి." వివరించండి.

6. ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ సంఖ్య అంటే ఏమిటి? దానిని ఆదర్శమని ఎందుకు పిలుస్తారు? కాల పరివర్తక, అంశ పరివర్తక పరీక్షల్ని అది ఎట్లా సంతృప్తి పరుస్తున్నది?

BRAOU

అభ్యాసాలు

7. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశానికి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని లెక్కించండి.

వస్తువులు	ఆధార సంవత్సరం		వర్తమాన సంవత్సరం	
	ధర	రాశి	ధర	రాశి
A	6	50	10	60
B	2	100	2	120
C	4	60	2	60
D	10	30	12	30
E	15	60	20	60

(జవాబు : 122.71)

8. నాలుగు వస్తువుల సాంవత్సరిక ఉత్పత్తి కింద ఇవ్వడమైంది. రాశి సూచీసంఖ్యల్ని లెక్కించి, ఫలితంపై వ్యాఖ్యానించండి.

వస్తువులు	ఉత్పత్తి			భారాలు
	1978	1980	1983	
A	160	200	250	20
B	24	40	50	30
C	50	75	70	13
D	250	170	160	17

9. నాలుగు వస్తువులకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని ఇవ్వడమైంది. కిందివాటిని నిర్మించండి.

ఎ) లాస్పేయిర్స్ సూచీ

బి) పాషే సూచీ

సి) డార్బిష్ బౌలే సూచీ

డి) మార్షల్ ఎడ్జ్‌వర్త్ సూచీ

ఇ) ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ

గ్రూపు	1982 ఆధార సంవత్సరం		1984 ఆధార సంవత్సరం	
	ధర	రాశి	ధర	రాశి
A	12	50	20	50
B	10	100	15	120
C	14	60	20	70
D	15	40	18	60

(జవాబు : ఎ. 145.39, బి. 143.48, సి. 144.44, డి. 144.35, ఇ. 144.43)

10. కింది వాటిని ఉపయోగించి సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించండి:

i) లాస్పేయిర్స్ పద్ధతి

ii) పాషే పద్ధతి

iii) బౌలే పద్ధతి

iv) ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ పద్ధతి

v) మార్షల్ ఎడ్జ్‌వర్త్ పద్ధతి

దత్తాంశాన్ని కింద ఇవ్వడమైంది :

వస్తువులు	ఆధార సంవత్సరం		వర్తమాన సంవత్సరం	
	ధర	రాశి	ధర	రాశి
A	2	20	3	40
B	5	40	6	80
C	4	80	8	100
D	8	90	10	120
E	10	20	12	40

(జవాబు : i. 140.54, ii. 137.5, iii. 139.02, iv. 139.01, v. 138.71)

B R A O U

11. ఇచ్చిన దత్తాంశం ఆధారంగా కింది సూచీలను గణించండి.

i) లాస్పియర్ పద్ధతి

ii) పాషే పద్ధతి

iii) మార్షల్ ఎడ్జివర్త్ పద్ధతి

iv) ఫిషర్ పద్ధతి

v) డోర్బిష్, బౌలే పద్ధతి

vi) వాల్ష్ పద్ధతి

వస్తువులు	ఆధార సంవత్సరం		ప్రస్తుత సంవత్సరం	
	ధర (రూ)	పరిమాణం (కిలోలలో)	ధర	పరిమాణం (కిలోలలో)
A	5	50	8	50
B	2	100	2	100
C	4	50	5	75
D	10	40	10	30
E	7	50	12	40

(జవాబు : i. 132.14, ii. 131.95, iii. 132.05, iv. 132.04, v. 132.05, vi. 132.1)

12. 1985ని ఆధారసంవత్సరంగా తీసుకొని 1988కి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువు	1985		1988	
	ధర (రూ)	పరిమాణం (కిలోలలో)	ధర (రూ)	పరిమాణం (కిలోలలో)
I	5	10	4	12
II	8	6	7	5
III	6	3	3	5

(జవాబు : 76.9)

B R A O U

29.9 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1. కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు : 'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', (ప్రథమ భాగం) తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు

2. Gupta S.P. : 'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi.

3. Gupta B.N. : 'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra

29.10 పదకోశం

భారిత సమిష్టి సూచీ సంఖ్యలు	:	ఈ పద్ధతిలో సూచీ సంఖ్యలను నిర్మించడానికి వస్తువుల ధరలను, పరిమాణాలను లెక్కలోనికి తీసుకోవడం జరుగుతుంది.
భారిత సాపేక్ష సగటు సూచీ సంఖ్యలు	:	ఈ సూచీ సంఖ్యను కనుగొనడానికి వివిధ వస్తువుల సాపేక్ష ధరలను వాటివాటి భారాలతో హెచ్చించి ఆ మొత్తాలను కూడి, అలా వచ్చిన మొత్తాన్ని అంకమధ్యమం, లేదా గుణమధ్యమం ద్వారా సగటు చేయడం జరుగుతుంది

BRAOU

భాగం - 30 : సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల పరిపూర్ణత్వపు పరీక్షలు

విషయక్రమం

30.0 ఉద్దేశాలు

30.1 పరిచయం

30.2 సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల పరీక్షలు

30.2.1 యూనిట్ పరీక్ష

30.2.2 కాల పరివర్తక పరీక్ష

30.2.3 అంశ పరివర్తక పరీక్ష

30.2.4 చక్రీయ పరీక్ష

30.3 గొలుసు సూచీ సంఖ్యలు

30.4 ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చడం

30.5 జతపర్చడం

30.6 డిఫ్లేటింగ్

30.7 సారాంశం

30.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

30.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

30.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

30.11 పదకోశం

BRAOU

30.0 ఉద్దేశాలు

వివిధ సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల పరిపూర్ణత్వాన్ని వివరించడం; గొలుసు సూచీలు, ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చడం, జతపర్చడం, డిఫ్లేటింగ్ మొదలైన వాటిని విశదీకరించడమే ఈ భాగం ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీరు :

- వివిధ పరిపూర్ణత్వపు పరీక్షలను ఉపయోగించి సూచీ సంఖ్య సూత్రపు పరిపూర్ణత్వాన్ని ఋజువు చేయగలగాలి

- గొలుసు సూచీ సంఖ్యల అర్థాన్ని వివరించ గలగాలి

- సూచీ సంఖ్యలకు సంబంధించిన పదాలైనటువంటి ఆధార సంవత్సర మార్పు, జతపరచడం గురించి వివరించ గలగాలి.

30.1 పరిచయం

సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించడానికి ఎన్నో పద్ధతులున్నాయి. సాధారణంగా, ధరల స్థాయి మార్పుల్ని పరిపూర్ణంగా మదింపు చేసే సూత్రాన్ని ఎంపిక చేయడం ఒక సమస్య. ఈ సమస్యను అధిగమించడానికి ఎన్నో గణితీయ పరీక్షల్ని రూపొందించడం జరిగింది. ఈ పరీక్షల ప్రకారం వాటిని సంతృప్తిపర్చే ఏ సూత్రమైనా పరిపూర్ణమైందే. ఈ పరీక్షల్ని ఏదైనా సూత్రం సంతృప్తి పర్చకపోతే, ధరల స్థాయి మార్పుల్ని మదింపు చేయడానికి దానిని అసంపూర్ణ సూత్రంగా పరిగణిస్తారు. ఈ గణితీయ పరీక్షల్ని "సూచీ సూత్రపు పరిపూర్ణ లేదా స్థిరత్వ పరీక్ష లేదా శ్రేష్ఠమైన సూచీ సంఖ్యకు నిర్ణయ ప్రమాణం" అని కూడా అంటారు.

30.2 సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల పరీక్షలు

సూచీ సంఖ్యల పరిపూర్ణత్వాన్ని పరీక్షించడానికి కింది పరీక్షలను ఉపయోగిస్తారు. అవి ఏవంటే,

30.2.1. యూనిట్ పరీక్ష

30.2.2. కాల పరివర్తక పరీక్ష

30.2.3. అంశ పరివర్తక పరీక్ష

30.2.4. చక్రీయ పరీక్ష

BRAOU

30.2.1. యూనిట్ పరీక్ష

ఈ పరీక్షలో వివిధ వస్తువుల ధరలు, రాశులు (Quantities) చెప్పే యూనిట్లకు భిన్నంగా సూచీ సంఖ్యను లెక్కించే సూత్రం ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, ధరల్ని రూపాయల్లో చెబుతారు; వస్తు రాశుల్ని మీటర్లలోగాని, లీటర్లలోగాని, కిలోలు మొదలైన వాటిల్లోగాని చెబుతాము. అవి పరమ మానాలు. ఈ పరమ మానాల్ని ఉపయోగిస్తూ సూచీ సంఖ్యను నిర్మిస్తే, వాటికి స్వతంత్రంగా ఫలితం ఉంటుంది. దీని అంతరార్థమేమిటంటే - సూచీ సంఖ్య విలువ సాపేక్షక పరిభాషలో (relative term) ఉండాలి. అంటే పరమ పరిభాషలో ఉండకుండా శాతాల్లో ఉండటం. ఎందుకంటే పరమ విలువలు సరిపోల్చడానికి, సక్రమమైన నిర్ణయాలు చేయడానికి ఉపయోగపడవు. అందుచేత వాటిని సాపేక్షక పరిభాషలో పెట్టాలి. సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించడానికి ఉపయోగించిన అన్ని సూత్రాలు ఈ పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తాయి. అయితే సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి ఈ పరీక్షను సంతృప్తి పర్చదు.

30.2.2. కాలపరివర్తక పరీక్ష (Time Reversal Test)

సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల కాల స్థిరత్వాన్ని పరీక్షించడానికి ఆచార్య ఇర్వింగ్ ఫిషర్ కాల పరివర్తక పరీక్షను కనుక్కొన్నారు. ఈ సూత్రాలు కాలంలో ముందుకు వెనుకకు పని చేస్తున్నదీ లేనిదీ నిర్ధారణ చేయడానికి ఈ పరీక్ష ఉపయోగపడుతుంది. ఫిషర్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "సూచీ సంఖ్య నిర్మించే

సూత్రం - అది సరిపోల్చే స్థానానికి, మరొకదానికి మధ్య సమాన నిష్పత్తిలో ఉండాలి. రెండింటిలో ఏ ఒక్కదాన్ని ఆధారంగా తీసుకున్నా ఫర్వాలేదు". మరో విధంగా చెప్పాలంటే, "ముందుకు లెక్కించిన సూచీ సంఖ్య వెనక్కు లెక్కించిన దానికి వ్యుత్క్రమం అవుతుంది".

ఈ పరీక్ష ప్రకారం వర్తమాన సంవత్సరాన్ని ఆధార సంవత్సరంగా, ఆధార సంవత్సరాన్ని వర్తమాన సంవత్సరంగా పరస్పరం మార్పు చేసి లెక్కించిన రెండు సూచీల లబ్దం ఒకటికి సమానంగా ఉండాలి. ఉదాహరణకు, 1980 ఆధార సంవత్సరంగా 1983 కు సూచీ, 1983 ఆధార సంవత్సరంగా 1980 కి సూచీ, ఈ రెంటి లబ్దం ఒకటికి సమానంగా ఉండాలి. లబ్దం ఒకటికి సమానంగా లేకపోతే, సూచీ నిర్మాణానికి ఉపయోగించిన సూత్రాలు కాల పరివర్తక పరీక్షకు సంతృప్తి పర్చవని సూచిస్తుంది. సూత్రాల్లో అంతర్హితమైన పక్షపాతం ఉందని తెలుస్తుంది.

కాల పరివర్తక పరీక్షను సాంకేతికంగా –

$$= P_{01} \times P_{10} = 1$$

ఇక్కడ,

P_{01} = 'o' సంవత్సరం ప్రాతిపదికగా '1' సంవత్సరానికి సూచీ (అంశం 100 లేకుండా)

P_{10} = '1' సంవత్సరం ప్రాతిపదికగా 'o' సంవత్సరానికి సూచీ (అంశం 100 లేకుండా)

ఉదాహరణకు, ఒక వస్తువు ధర 1982లో రూ. 2 ఉండగా 1983లో రూ. 4 ఉంటే 1980 ధరలతో పోలిస్తే 1983 ధరలు 200 శాతం ఉన్నాయనీ, 1980 ధరలు 1983 ధరల్లో 50 శాతమే ఉన్నాయనీ తెలుస్తుంది. ఈ రెండు సంఖ్యలు ఒకదానికొకటి పరస్పరంగా ఉంటాయి. వాటి లబ్దం 1కి సమానం. అంటే $\frac{200}{100} \times \frac{50}{100} = 1$

కింద ఇచ్చిన సూచీ సంఖ్యల సూత్రాలు కాల పరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తాయి.

i) ఫిషర్ ఆదర్శ సూత్రం

ii) మార్షల్, ఎడ్జ్‌వర్త్ సూత్రం

iii) కెల్లీ సూత్రం

iv) ధర సాపేక్షకాల సామాన్య గుణమధ్యమం

v) స్థిర భారాలతో సామాన్య సమష్టి సూచీ

vi) ధర సాపేక్షకాల భారిత గుణమధ్యమం

vii) వాల్ష్ ధర సూచీ

B R A O U

అయితే ఈ భాగంలో ఈ పరీక్షను ఫిషర్ ఆదర్శ సూత్రానికి మాత్రమే అన్వయించడం జరిగింది.

ఫిషర్ ఆదర్శసూత్రం కాల పరివర్తక పరీక్షను ఎట్లా సంతృప్తి పరుస్తుందో చూద్దాం.

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}$$

సంవత్సరాన్ని '0' నుంచి '1' కి, '1' నుంచి '0' కు మార్చడం

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum P_0 q_1}{\sum P_1 q_1} \times \frac{\sum P_0 q_0}{\sum P_1 q_0}}$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q1} \times \frac{\sum P_0 q_1}{\sum P_1 q_1} \times \frac{\sum P_0 q_0}{\sum P_1 q_0}}$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{1}$$

$$= 1$$

$P_{01} \times P_{10}$ లబ్ధం సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ కాలపరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

BRAOU

ఉదాహరణ - 1

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని లెక్కించి, అది కాలపరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుందో లేదో నిరూపించండి.

వస్తువు	1980 ఆధార సంవత్సరం		1983 వర్తమాన సంవత్సరం	
	ధర (రూ.)	రాశి	ధర (రూ.)	రాశి
A	8	50	10	60
B	4	100	6	120
C	6	120	8	140
D	10	80	12	100
E	12	50	14	80

జవాబు :

ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ గణన

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరం 1980		వర్తమాన సంవత్సరం 1983					
	p_0	q_0	p_1	q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
A	8	50	10	60	400	480	500	600
B	4	100	6	120	400	480	600	720
C	6	120	8	140	720	840	960	1120
D	10	80	12	100	800	1000	960	1200
E	12	50	14	80	600	960	700	1120
					$\sum p_0q_0 = 2920$	$\sum p_0q_1 = 3760$	$\sum p_1q_0 = 3720$	$\sum p_1q_1 = 4760$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100$$

ఇక్కడ,

$\sum p_0q_0 = 2920; \sum p_0q_1 = 3760$

$\sum p_1q_0 = 3720; \sum p_1q_1 = 4760$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \sqrt{\frac{3720}{2920} \times \frac{4760}{3760}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.27 \times 1.27} \times 100$$

$$= 1.27 \times 100$$

$$= 127$$

1983 కు ధరసూచీ 127

$P_{01} \times P_{10} = 1$ అయితే ఫిషర్ ఆదర్శసూచీ కాల పరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}$$

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_1q_1} \times \frac{\sum p_0q_0}{\sum p_1q_0}}$$

BRAOU

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times \frac{\sum p_0q_0}{\sum p_1q_1} \times \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_1q_0}}$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{3720}{2920} \times \frac{4760}{3760} \times \frac{3760}{4760} \times \frac{2920}{3720}}$$

$$= \sqrt{1}$$

$$= 1$$

అందుచేత ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ కాలపరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

30.2.3 అంశ పరివర్తక పరీక్ష (Factor Reversal Test)

సూచీ సంఖ్య సూత్రం స్థిరత్వాన్ని పరిశీలించడానికి ఆచార్య ఇర్వింగ్ ఫిషర్ సూచించిన మరో పరీక్ష అంశపరివర్తక పరీక్ష. ఈ పరీక్ష ప్రకారం ధర, రాశి సూచీల్ని ఒకే దత్తాంశానికి, ఒకే వర్తమాన, ఆధార సంవత్సరాలకు లెక్కిస్తే ధర, రాశుల సూచీల లబ్దం నిజమైన విలువ నిష్పత్తిని (అంశం 100 లేకుండా) తెలుపుతుంది.

ఆచార్య ఫిషర్ ప్రకారం "అస్థిరమైన ఫలితాలను ఇవ్వకుండా రెండు కాలాలమధ్య అంతర్గత మార్పుకు మన సూత్రం ఏవిధంగా వీలైందో, అదేవిధంగా అస్థిరమైన ఫలితాల నివ్వకుండా, ధరలు, రాశులమధ్య అంతర్గత మార్పుకు అది అవకాశాన్ని కల్పించాలి. అంటే రెండు ఫలితాలను గుణిస్తే అది నిజమైన విలువ నిష్పత్తిని ఇవ్వాలి." మరో విధంగా చెప్పాలంటే, ధరలలో మార్పును, వస్తురాశుల్లోని మార్పుతో గుణిస్తే అది విలువలో మొత్తం మార్పుకు సమానం కావాలి.

అంశ పరివర్తక పరీక్షను సాంకేతికంగా ఇట్లా చెప్పవచ్చు.

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

ఇక్కడ,

P_{01} = '0' సంవత్సరం ప్రాతిపదికగా '1' సంవత్సరానికి ధరసూచీ

Q_{01} = '0' సంవత్సరం ప్రాతిపదికగా '1' సంవత్సరానికి సూచీరాశి

$\sum p_1q_1$ = వర్తమాన సంవత్సరంలో మొత్తం విలువ

$\sum p_0q_0$ = ఆధార సంవత్సరంలో మొత్తం విలువ

ధర, రాశుల సూచీల లబ్దం నిజమైన విలువ నిష్పత్తికి సమానం కాకపోతే, సూత్రంలో ఏదో తప్పు ఉన్నదని భావించడమవుతుంది. ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ తప్ప అంశ పరివర్తక పరీక్షను ఏ ఇతర సూత్రాలూ సంతృప్తి పర్చలేవు.

BRAOU

అంశ పరివర్తక పరీక్షను ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ ఎట్లా సంతృప్తి పరుస్తుందో మనం చూద్దాం.

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}$$

p నుంచి qకి q నుంచి p కి మార్పు చేస్తే,

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1}}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum p_0q_0}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}\right)^2}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$ కాబట్టి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ అంశపరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

ఉదాహరణ - 2

కింది దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని నిర్మించండి. అంశపరివర్తక **పరీక్షను** అదెట్లా సంతృప్తి పరుస్తుందో చూపండి.

వస్తువులు	ధర (రూ.) ఒక్కొక్క యూనిట్‌కు		యూనిట్ల సంఖ్య	
	ఆధార కాలవ్యవధి	వర్తమాన కాలవ్యవధి	ఆధార కాలవ్యవధి	వర్తమాన కాలవ్యవధి
A	6	10	50	60
B	2	2	100	120
C	4	6	60	80
D	10	12	30	20
E	8	10	60	50

BRAOU

జవాబు :

ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ నిర్మాణం

వస్తువు	ఆధార కాలవ్యవధి		వర్తమాన కాలవ్యవధి					
	p_0	q_0	p_1	q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
A	6	50	10	60	300	360	500	600
B	2	100	2	120	200	240	200	240
C	4	60	6	80	240	320	360	480
D	10	30	12	20	300	200	360	240
E	8	60	10	50	480	400	600	500
					$\sum p_0q_0$ =1520	$\sum p_0q_1$ =1520	$\sum p_1q_0$ =2020	$\sum p_1q_1$ =2060

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100$$

ఇక్కడ,

$$\sum p_0q_0 = 1520; \sum p_0q_1 = 1520$$

$$\sum p_1q_0 = 2020; \sum p_1q_1 = 2060$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} = \sqrt{\frac{2020}{1520} \times \frac{2060}{1520}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.328 \times 1.355} \times 100$$

$$= \sqrt{1.79944} \times 100$$

$$= 134.1$$

వర్తమాన కాలవ్యవధికి ధరసూచి: 134.1

అంశ పరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పర్చడం

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1}}$$

$$Po_1 \times Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{2020}{1520} \times \frac{2060}{1520} \times \frac{1520}{1520} \times \frac{2060}{2020}}$$

$$= \sqrt{\frac{2060}{1520} \times \frac{2060}{1520}}$$

$$= \frac{2060}{1520} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

కాబట్టి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ అంశపరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

రకరకాల సూచీల్ని కనుక్కొనేటప్పుడు అంశ పరివర్తక పరీక్షను పూర్తిగా విస్మరించడం జరుగుతున్నది. కారణమేమిటంటే, ఆ పరీక్షను నిరూపించడంలో ఎన్నో కఠినమైన ఆంక్షలు ఇమిడి ఉన్నాయి.

అవగాహన ప్రశ్న - 1

కింది దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని గణించి, అది అంశపరివర్తక పరీక్షను ఏవిధంగా సంతృప్తి పరుస్తుందో చూపండి.

	1986		1988	
వస్తువులు	p_o	q_o	p_1	q_1
A	8	40	9	50
B	4	80	4	90
C	5	60	6	70
D	9	20	10	20

30.2.4 చక్రీయ పరీక్ష (Circular Test)

చక్రీయ పరీక్షను మొదటగా వెస్టర్ గార్డ్ ప్రతిపాదించాడు. దానిని సి. ఎం. వాల్ష్ అత్యధికంగా అభిమానించాడు. అతను దానికి చక్రీయ పరీక్ష అని పేరు పెట్టాడు. ఇది కాలపరివర్తక పరీక్షకు పొడిగింపు లాంటిది. ఈ పరీక్ష ప్రకారం సూచీని కనుక్కోవడానికి ఉపయోగించే పద్ధతి చక్రీయ విధానంలో పనిచేయాలి. ఈపరీక్షను సంతృప్తి పర్చడానికి కొన్ని సంవత్సరాలమీద ధరసూచీల లబ్ధం ఒకటికి సమానంగా ఉండాలి. వివిధ సంవత్సరాలకు సంబంధించిన సూచీలను ప్రతిసారీ వెనక్కు ఆధార సంవత్సరాన్ని చూడకుండా లెక్కించడం జరుగుతుంది. 'B' ఆధార సంవత్సరంగా 'A' కు సూచీని, 'C' ఆధార సంవత్సరంగా 'B' కు సూచీని, 'A' ఆధార సంవత్సరంగా 'C' కి సూచీని లెక్కిస్తే, ఈ సూచీలన్నిటి లబ్ధం ఒకటికి సమానంగా ఉంటుందని చక్రీయ పరీక్ష సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు, మూడు సూచీలు ఉన్నాయనుకోండి, P_{01}, P_{12}, P_{20}.

$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$ అయితే చక్రీయ పరీక్షను సంతృప్తి పర్చినట్లవుతుంది.

ఈ పరీక్ష ధర సాపేక్షకాల సామాన్య గుణమధ్యమం, సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి, స్థిర భారిత సమిష్టి పద్ధతులవల్లనే సంతృప్తి పర్చబడుతుంది. సూచీల్ని లెక్కించే ఇతర సూత్రాలు, అంటే లాస్పేయిర్స్, పాషే, డార్బిష్ & బౌలే, ఫిషర్ ఆదర్శసూచీల సూత్రాలు ఈ పరీక్షను సంతృప్తి పర్చలేవు.

కింద చూపినట్లు సామాన్య సమిష్టి ధరసూచీ చక్రీయ పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

$$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$$

$$\frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times \frac{\sum P_2}{\sum P_1} \times \frac{\sum P_0}{\sum P_2} = 1$$

స్థిర భారాల సమిష్టి పద్ధతికూడా చక్రీయ పద్ధతిని సంతృప్తి పరుస్తుంది. దానిని కింద చూపడమైంది:

$$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$$

$$\frac{\sum p_1 q}{\sum p_0 q} \times \frac{\sum p_2 q}{\sum p_1 q} \times \frac{\sum p_0 q}{\sum p_2 q} = 1$$

ఉదాహరణ - 3

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ప్రకారం, సామాన్య సమిష్టి సూచీ పద్ధతి ఎట్లా చక్రీయ పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుందో చూపండి :

సంవత్సరం	వస్తువుల ధరలు				
	A	B	C	D	E
1983	8	6	10	12	15
1980	6	4	8	10	12
1978	4	3	5	8	10

B R A O U

జవాబు :

వస్తువులు	ధర (రూ.) 1978	ధర (రూ.) 1980	ధర (రూ.) 1983
A	4	6	8
B	3	4	6
C	5	8	10
D	8	10	12
E	10	12	15
	$\sum P_0 = 30$	$\sum P_1 = 40$	$\sum P_2 = 51$

సామాన్య సమిష్టి సూచీ చక్రీయ పద్ధతిని సంతృప్తి పరుస్తుందని నిరూపించడానికి,

$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$ అనే దానిని ప్రయోగించాలి.

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}$$

$$P_{12} = \frac{\sum P_2}{\sum P_1}$$

$$P_{20} = \frac{\sum P_0}{\sum P_2}$$

ఇక్కడ,

$\sum P_0 = 30; \sum P_1 = 40; \sum P_2 = 51$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = \frac{40}{30} \times \frac{51}{40} \times \frac{30}{51} = 1$$

$$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$$

కాబట్టి సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి సూచీ చక్రీయ పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

ఉదాహరణ - 4

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం సహాయంతో స్థిర భారిత సమిష్టి పద్ధతి ఎట్లా చక్రీయపరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుందో తెలియజేయండి.

B R A O U

వస్తువు	ధరలు (రూ.)			భారాలు
	1976	1980	1983	
A	20	30	40	21
B	30	40	50	23
C	20	30	40	12
D	10	20	30	21
E	40	50	60	23

జవాబు :

వస్తువులు	ధరలు (రూ.)			భారాలు			
	1978	1980	1983				
	p_0	p_1	p_2	q	p_0q	p_1q	p_2q
A	20	30	40	21	420	630	840
B	30	40	50	23	690	920	1150
C	20	30	40	12	240	360	480
D	10	20	30	21	210	420	630
E	40	50	60	23	910	1150	1380
					$\sum p_0q = 2480$	$\sum p_1q = 3480$	$\sum p_2q = 4480$

స్థిర భారిత సమిష్టి సూచీ కింది విధంగా చక్రీయ పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$

అంటే, $\frac{\sum p_1q}{\sum p_0q} \times \frac{\sum p_2q}{\sum p_1q} \times \frac{\sum p_0q}{\sum p_2q} = 1$

ఇక్కడ,

$\sum p_0q = 2480; \sum p_1q = 3480; \sum p_2q = 4480$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = \frac{3480}{2480} \times \frac{4480}{3480} \times \frac{2480}{4480} = 1$

$P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$

కాబట్టి స్థిరభారిత సమిష్టి సూచీ చక్రీయ పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.

30.3. గొలుసు సూచీ సంఖ్యలు (Chain Index Numbers)

క్రాక్స్‌టన్ & కౌడన్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "గొలుసు సూచీలో ప్రతిసంవత్సరానికి మొదటగా సంఖ్యల్ని గతసంవత్సరపు శాతాలుగా చెబుతారు. ఈ శాతాలను క్రమంగా గుణించి కలుపుతారు. అప్పుడు గొలుసు సూచీ ఏర్పడుతుంది."

BRAOU

గొలుసు సూచీని కింది కారణాలవల్ల ఉపయోగించడం జరుగుతుంది :

i) మార్కెట్‌నుంచి పాతవస్తువుల్ని తొలగించి, కొత్త వస్తువుల్ని అవిచ్ఛిన్నంగా చేర్చడం జరుగుతుంది. అందుచేత అప్పుడప్పుడు వస్తువుల జాబితాను, సూచీసంఖ్యల భారాల పద్ధతిని మారుస్తూ ఉండాలి.

ii) వర్తమాన సంవత్సరానికి, ఆధార సంవత్సరానికి దూరం హెచ్చుగా ఉంటే, స్థిర ఆధార సూచీల ప్రాతిపదికగా సరిపోల్చడం అవాస్తవం, అవిశ్వాసనీయమైంది అవుతుంది. ఒక్కొక్కప్పుడు నిర్ణయాలు తప్పు దారిని పట్టిస్తాయి.

గొలుసు సూచీల్ని లెక్కించడానికి కింది పద్ధతిని అనుసరించాలి.

i) ప్రతి సంవత్సరపు ధరల్ని వెనుకటి సంవత్సరపు శాతాలుగా ప్రకటించి, లింక్ సాపేక్షకాల్ని కనుక్కోవాలి.

ii) గొలుసు సూచీని కనుక్కోవడానికి క్రమంగా గుణించి ఈ లింక్ సాపేక్షకాల్ని, కలపాలి. వర్తమాన లింక్ సాపేక్షకాల్ని, గత సంవత్సరపు గొలుసు ఆధార సూచీతో గుణించి, 100 చేత భాగిస్తే వర్తమాన సంవత్సరపు గొలుసు ఆధార సూచీ వస్తుంది. కింది సూత్రాన్ని గమనించండి.

$$\frac{\text{వర్తమాన సంవత్సరానికి}}{\text{గొలుసు ఆధారసూచీ}} = \frac{\dfrac{\text{వర్తమాన సంవత్సరపు}}{\text{లింక్ సాపేక్షకాలు}} \times \dfrac{\text{గత సంవత్సరపు}}{\text{గొలుసు ఆధారసూచీ}}}{100}$$

ఉదాహరణ - 5

సిమెంట్‌కు సంబంధించిన టోకు ధరల కింది దత్తాంశం నుంచి గొలుసు ఆధార సూచీల్ని తయారు చేయండి.

సంవత్సరం	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
సిమెంట్ ధర (రూ. ఒక్కొక క్వింటాల్)	70	50	60	75	70	50	40	60	75

జవాబు :

గొలుసు ఆధార సూచీల నిర్మాణం

సంవత్సరం	సిమెంట్ ధర (రూ.ఒక్కొక్క	లింక్ సాపేక్షకాలు $\left(\frac{P_1}{P_0} X 100\right)$	గొలుసు సూచీలు
1975	70	100.00	100.00
1976	50	$\frac{50}{70} \times 100 = 71.42$	$\frac{71.42 \times 100}{100} = 71.42$
1977	60	$\frac{60}{50} \times 100 = 120.00$	$\frac{120 \times 71.42}{100} = 85.70$
1978	75	$\frac{75}{60} \times 100 = 125.00$	$\frac{125 \times 85.70}{100} = 107.12$
1979	70	$\frac{70}{75} \times 100 = 93.33$	$\frac{93.33 \times 107.12}{100} = 99.97$
1980	50	$\frac{50}{70} \times 100 = 71.42$	$\frac{71.42 \times 99.97}{100} = 71.39$
1981	40	$\frac{40}{50} \times 100 = 80.00$	$\frac{80 \times 71.39}{100} = 57.11$
1982	60	$\frac{60}{40} \times 100 = 150.00$	$\frac{150 \times 57.11}{100} = 85.66$
1983	75	$\frac{75}{60} \times 100 = 125.00$	$\frac{125 \times 85.66}{100} = 107.07$

BRAOU

ఉదాహరణ - 6

కింద ఇచ్చిన లింక్ సాపేక్షకాలనుంచి గొలుసు సూచీల్ని తయారు చేయండి.

సంవత్సరం:	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
లింక్ సాపేక్షకాలు:	100	120	110	125	130	115	95

జవాబు :

గొలుసు సూచీల గణన

సంవత్సరం	లింక్ సాపేక్షకాలు	గొలుసు సూచీలు
1977	100	100.00
1978	120	$\frac{120\times100}{100} = 120.00$
1979	110	$\frac{110\times120}{100} = 132.00$
1980	125	$\frac{125\times132}{100} = 165.00$
1981	130	$\frac{130\times165}{100} = 214.50$
1982	115	$\frac{115\times214.5}{100} = 246.67$
1983	95	$\frac{95\times246.67}{100} = 234.33$

ఉదాహరణ - 7

1978 ని ఆధారంగా తీసుకొని 1978 నుంచి 1983 వరకు 4 వస్తువుల సగటు టోకు ధరలకు సంబంధించి గొలుసు సూచీ సంఖ్యల్ని గణన చేయండి.

సగటు టోకుధరలు (రూ.)

వస్తువులు	1978	1979	1980	1981	1982	1983
A	15	20	25	30	25	30
B	20	15	30	25	30	35
C	25	25	20	20	20	25
D	20	30	25	15	25	20

BRAOU

జవాబు :

గొలుసు సూచీల గణన - గత సంవత్సరం ఆధారంగా సాపేక్షకాలు

సగటు టోకు ధరలు

వస్తువు	1978	1979	1980	1981	1982	1983
A	100	$\frac{20}{15} \times 100 = 133.33$	$\frac{25}{20} \times 100 = 125.00$	$\frac{30}{25} \times 100 = 120.00$	$\frac{25}{30} \times 100 = 83.33$	$\frac{30}{25} \times 100 = 120.00$
B	100	$\frac{15}{20} \times 100 = 75.00$	$\frac{30}{15} \times 100 = 200.00$	$\frac{25}{30} \times 100 = 83.33$	$\frac{30}{25} \times 100 = 120.00$	$\frac{35}{30} \times 100 = 116.67$
C	100	$\frac{25}{25} \times 100 = 100.00$	$\frac{20}{25} \times 100 = 80.00$	$\frac{20}{20} \times 100 = 100.00$	$\frac{20}{20} \times 100 = 100.00$	$\frac{25}{20} \times 100 = 125.00$
D	100	$\frac{30}{20} \times 100 = 150.00$	$\frac{25}{30} \times 100 = 83.33$	$\frac{15}{25} \times 100 = 60.00$	$\frac{25}{15} \times 100 = 166.67$	$\frac{20}{25} \times 100 = 80.00$
లింక్ సాపేక్ష కాల మొత్తం	400	458.33	488.33	363.33	470.00	441.67
లింక్ సాపేక్ష కాల సగటు	100	114.58	122.08	90.83	117.6	110.42
గొలుసు సూచీ సంఖ్యలు	1978 100	$= \frac{114.58 \times 100}{100} = 114.58$	$\frac{122.08 \times 114.58}{100} = 139.88$	$\frac{90.93 \times 139.88}{100} = 127.05$	$\frac{117.5 \times 127.05}{100} = 149.28$	$\frac{0.42 \times 149.28}{100} = 164.83$

గొలుసు ఆధార, స్థిర సూచీల మధ్య వ్యత్యాసాలు

గొలుసు ఆధార, స్థిర ఆధార సూచీల మధ్య గల వ్యత్యాసాన్ని కింద పేర్కొనడమైంది.

i) గొలుసు ఆధార సూచీని లెక్కించడం ఎంతో శ్రమతో కూడుకున్న పని. అసలు దత్తాంశంనుంచి స్థిర ఆధార సూచీల్ని సులభంగా లెక్కించవచ్చు.

ii) గొలుసు సూచీల్లో ప్రతి సంవత్సరానికి వెనువెంటనే గల గత సంవత్సరాన్ని ఆధారంగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది. స్థిర ఆధార సూచీల్లో ఆధారకాల వ్యవధి స్థిరంగా ఉంటుంది. దానిని యదేచ్ఛగా ఎంపిక చేయడమవుతుంది.

iii) కొత్త వస్తువుల్ని చేర్చినప్పుడు, పాత వస్తువుల్ని తీసివేసినప్పుడు లెక్కలన్నింటినీ తిరిగి తోడకుండా గొలుసు సూచీల్ని సులభంగా లెక్కించవచ్చు. ప్రత్యామ్నాయంగా స్థిర ఆధార పద్ధతిలో మార్పులు వచ్చినప్పుడు సూచీల శ్రేణి మొత్తాన్ని తిరిగి పునర్నిర్మించాల్సి ఉంటుంది.

సుగుణాలు

గొలుసు ఆధార సూచీల వల్ల కింద సుగుణాలు ఉన్నాయి:

i) గొలుసు ఆధార సూచీల్ని ఉపయోగించడం ద్వారా నిర్ణీతమైన కాలానికి, దానికి పూర్వకాలానికి సులభంగా ఆర్థిక, వ్యాపార దత్తాంశాన్ని సరిపోల్చవచ్చు.

ii) వస్తువుల జాబితాలో మార్పులున్నప్పుడు పాత లెక్కలను పూర్తిగా మార్చకుండా సూచీలను సులభంగా కనుక్కోవచ్చు.

iii) భారాల్ని ఎప్పుడు బడితే అప్పుడు సర్దుబాటు చేసుకోవచ్చు. వివిధ రకాల సూచీల్ని లెక్కించేటప్పుడు ఈ రకపు సర్దుబాటుకు ఎంతో ప్రాముఖ్యముంటుంది.

iv) ఋతుకాలపు శక్తుల ప్రభావాన్ని గొలుసు ఆధారంగా సూచీలు తొలగిస్తాయి.

పరిమితులు

i) గొలుసు సూచీలను అవగాహన చేసుకోవడం బహు కష్టం; లెక్కించడం ఎంతో శ్రమతో కూడుకున్నపని.

ii) కచ్చితంగా చెప్పాలంటే, గొలుసు శాతాల దీర్ఘకాలిక సరిపోల్చడాలు సక్రమమైనవి కావు.

iii) ఏదైనా ఒక సంవత్సరానికి దత్తాంశం లేకపోతే తరువాతి సంవత్సరాలకు గొలుసు సూచీల్ని గణన చేయడం సాధ్యపడదు.

iv) సూచీలోని ఒక తప్పు సూచీల మొత్తం శ్రేణి గణన చేయడానికి దారితీస్తుంది.

BRAOU

గొలుసు సూచీలను స్థిర ఆధార సూచీలుగా మార్పిడి చేయడం

కింద ఇచ్చిన పద్ధతిని అనుసరిస్తూ గొలుసు ఆధార సూచీల్ని స్థిర ఆధార సూచీలుగా మార్పిడి చేయవచ్చు:

i) మొదటి సంవత్సరానికి, గొలుసు ఆధార సూచీని ఆ సంవత్సరానికి స్థిర ఆధార సూచీగా తీసుకోవడమవుతుంది. మొదటి సంవత్సరాన్ని ఆధార సంవత్సరంగా తీసుకొని సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించేటప్పుడు, మొదటి సంవత్సరానికి సూచిని 100గా తీసుకుంటారు.

ii) ఇతర సంవత్సరాలకు సూచీల్ని లెక్కించేటప్పుడు కింది సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

వర్తమాన సంవత్సరపు స్థిర ఆధార సూచీ సంఖ్య =

$$\frac{\text{వర్తమానసంవత్సర గొలుసు ఆధార సూచీ సంఖ్య} \times \text{గతసంవత్సరపు స్థిర ఆధార సూచీ సంఖ్య}}{100}$$

ఇక్కడ,

F.B.I. = స్థిర ఆధార సూచీ సంఖ్య

C.B.I. = గొలుసు ఆధార సూచీ సంఖ్య

ఉదాహరణ - 8

కింద ఇచ్చిన గొలుసు ఆధార సూచీ సంఖ్యల నుంచి, స్థిర ఆధార సూచీ సంఖ్యల్ని లెక్కించండి.

సంవత్సరం :	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
గొలుసు సూచీలు :	90	110	120	115	130	120	150	140

BRAOU

జవాబు :

స్థిర ఆధార సూచీల గణన

సంవత్సరం	గొలుసు ఆధార సూచీలు	స్థిర ఆధార సూచీలు
1976	90	— 90.00
1977	110	$\frac{110 \times 90}{100} = 99.00$
1978	120	$\frac{120 \times 99}{100} = 118.8$
1979	115	$\frac{115 \times 118.8}{100} = 136.62$
1980	130	$\frac{130 \times 136.2}{100} = 177.61$
1981	120	$\frac{120 \times 177.61}{100} = 213.13$
1982	150	$\frac{150 \times 213.13}{100} = 319.69$
1983	140	$\frac{140 \times 319.69}{100} = 447.57$

30.4 ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చడం (Base shifting)

మోరిస్ హాంబర్గ్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "అసలు ముడి దత్తాంశంతో నిమిత్తం లేకుండా, మొత్తం శ్రేణిని మళ్ళీ గణన చేయకుండా ఒక కాల వ్యవధి నుంచి మరో కాల వ్యవధికి సూచీ సంఖ్య శ్రేణి పరామర్శ ఆధారాన్ని (Reference base) మార్చవల్సిన ఆవశ్యకత తరచూ ఏర్పడుతుంది. పరామర్శ ఆధార కాలవ్యవధి మార్చడాన్ని సాధారణంగా ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్పుచేయడమంటారు."

ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్పుచేయడానికి ముఖ్యమైన కారణాలు రెండు ఉన్నాయి :

i) గత ఆధార కాలవ్యవధి చాల పురాతనమైంది కావచ్చు; వర్తమాన సంవత్సరానికి అది సుదూరమై ఉండవచ్చు. సక్రమమైన, అర్థవంతమైన సరిపోల్చడాలకు ఉపయోగపడకపోవచ్చు. ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చడం ద్వారా, ఆధునిక కాల వ్యవధుల ఆధారంగా సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించవచ్చు.

ii) వివిధ ఆధార కాలవ్యవధుల సూచీలను ఉమ్మడి ఆధార కాలవ్యవధిగా మార్చడం జరుగుతుంది. అందువల్ల ఆర్థిక, వ్యాపార విచరణాలకు సంబంధించి విలువైన, సత్వరమైన నిర్ణయాలకు రావడానికి అవకాశమేర్పడుతుంది.

ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చడానికి వీలున్న పద్ధతి ఏమిటంటే - కొత్త ఆధారంతో సూచీల మొత్తం శ్రేణులను తిరిగి గణన చేయడం. అయితే ఇది ఎంతో క్లిష్టమైన ప్రక్రియ. ప్రత్యామ్నాయంగా, సులభమైన, సమానీకృతమైన పద్ధతి అనుసరించవచ్చు. ఆ పద్ధతి ప్రకారం పాత ఆధార కాలవ్యవధుల ప్రకారం ఉన్న వివిధ సూచీ సంఖ్యల్ని కొత్త ఆధార కాలవ్యవధికి అనురూపంగా ఉన్న సూచీ సంఖ్యతో భాగించి, వచ్చిన లబ్ధాన్ని 100 చేత హెచ్చించడం. దీనివల్ల పాత ఆధార సూచీల్ని కొత్త ఆధార సూచీల మార్పుగా పరిణమిస్తుంది.

ఉదాహరణ - 9

1975 ఆధార సంవత్సరంగా గణన చేసిన ధర సూచీల్ని ఇవ్వడమైది. 1975 నుంచి ఆధార సంవత్సరాన్ని 1980కి మార్చి, సూచీల్ని పునర్నిర్మించండి:

సంవత్సరం :	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
సూచీ (175 = 100)	100	120	130	110	140	150	160	180	200

జవాబు :

1975 నుంచి 1980కి ఆధార సూచీ

సంవత్సరం	సూచీ	సూచీ సంఖ్య 1980 = 100
1975	100	$\frac{100}{150} \times 100 = 66.67$
1976	120	$\frac{120}{150} \times 100 = 80.00$
1977	130	$\frac{130}{150} \times 100 = 86.67$
1978	110	$\frac{110}{150} \times 100 = 73.33$

1979	140	$\frac{140}{150} \times 100 = 93.33$
1980	150	$\frac{150}{150} \times 100 = 100.00$
1981	160	$\frac{160}{150} \times 100 = 106.67$
1982	180	$\frac{180}{250} \times 100 = 120.00$
1983	200	$\frac{200}{150} \times 100 = 133.33$

1980 ఆధార సంవత్సరంగా సూచీల కొత్త శ్రేణిని అన్ని సూచీలను 150 చేత భాగిస్తూ రాబట్టడమైంది. అంటే పాత ఆధారంతో 1980 సూచీ విలువలు, లబ్ధాన్ని 100 చేత భాగించడం.

ఉదాహరణకు,

i) 1980 ఆధారంగా 1975కు సూచీ $= \frac{\text{1975కు సూచీ}}{\text{1980కి సూచీ}} \times 100$

$= \frac{100}{150} \times 100 = 66.67$

ii) 1980కి ఆధారంగా 1982కు సూచీ $= \frac{\text{1982కు సూచీ}}{\text{1980కి సూచీ}} \times 100$

$= \frac{180}{150} \times 100 = 120.00$

30.5 జతపర్చడం (Splicing)

ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చే మరో సూత్రం సూచీలను జతపర్చే పద్ధతి. అతి పర్యాప్తం చెందే రెండూ లేదా అంతకంటె ఎక్కువ శ్రేణుల సూచీల్ని జతపర్చితే, సూచీలకు ఒకే అవిచ్ఛిన్న శక్తి వస్తుంది. తద్వారా ఉమ్మడి ఆధార కాల వ్యవధితో సక్రమమైన, అర్థవంతమైన, సరిపోల్చడాలను చేయవచ్చు.

యాలన్‌చౌ అభిప్రాయం ప్రకారం, "ఒక సూచీ సంఖ్య భారాలు పాతవైపోయినప్పుడు, కొత్తభారాలతో మనం మరో సూచీసంఖ్యను నిర్మించవచ్చు. ఒకే సందర్భంలో తటస్థపడిన రెండు సూచీలను ఒక అవిచ్ఛిన్న శ్రేణిగా మార్చవచ్చు. ఈ మార్పిడిలో ఇమిడి వున్న పద్ధతిని జతపర్చడమంటారు. అనుపాతాన్ని కనుక్కోవడం అందులో ముఖ్యమైన సమస్య".

కింది సూత్రం సహాయంతో వివిధ ఆధార కాల వ్యవధులతో గల సూచీల రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ శ్రేణులను జతపరచవచ్చు.

జతచేసిన సూచీసంఖ్య =

$$\frac{\text{వర్తమాన సంవత్సరం సూచీ సంఖ్య} \times \text{కొత్త ఆధారసంవత్సరంలో పాతసూచీ}}{100}$$

ఉదాహరణ - 10

రెండు సూచీ సెట్లను ఇవ్వడమైంది. 1975 ఆధార సంవత్సరంగా, 'A', 1978 ఆధార సంవత్సరంగా 'B' ఉన్నాయి. 1975 ఆధార సంవత్సరంగా ఉన్న 'A' 1978లో లేదు. 'A' తో 'B'ని జతచేయండి.

సంవత్సరం	A సూచీ	సంవత్సరం	B సూచీ
1975	220	1978	100
1976	240	1979	105
1977	250	1980	120
1978	260	1981	90
		1982	110
		1983	120

జవాబు :

A సూచీతో B సూచీని జతపర్చడం

సంవత్సరం	A సూచీ	సంవత్సరం	B సూచీ	A సూచీతో B సూచీని జతపర్చడం (1975 ఆధారసంవత్సరం)
1975	100	1978	100	$\frac{260\times100}{100}=260$
1976	240	1979	105	$\frac{260\times105}{100}=273$
1977	250	1980	120	$\frac{260\times120}{100}=312$
1978	260	1981	90	$\frac{260\times90}{100}=234$
		1982	110	$\frac{260\times110}{100}=286$
		1983	120	$\frac{260\times120}{100}=312$

పాత కొత్త సూచీల శ్రేణుల్ని జతపర్చడానికి, సరిపోల్చడానికి జతపర్చే పద్ధతి ఎంతో ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. అయితే అంక మధ్యమానికి బదులుగా గుణమధ్యమాన్ని ఉపయోగించినప్పుడే జతపర్చిన కచ్చితమైన ఫలితాలు వస్తాయి. అయితే ఆచరణలో విలువల్ని లెక్కించే ఇబ్బందులు ఉండటంవల్ల గుణమధ్యమాన్ని ఉపయోగించడంలేము. సూచీలను జతపర్చడానికి అంక మధ్యమం సులభంగా ఉంటుంది. అయితే దీర్ఘకాలం మీద జతపర్చిన సూచీలను సరిపోల్చడం, వ్యాఖ్యానించడం ఎంతో కష్టమవుతుంది. ఎందుకంటే చెడిపోయిన ఆహార పదార్థాలు, సింథటిక్ ఫైబర్ నుంచి తయారు చేసిన దుస్తులు, టెలివిజన్ మొదలైన ఇటీవల తయారు చేసిన వస్తువుల్ని చేర్చడంవల్ల ఇబ్బందులు ఏర్పడతాయి. అంతకు ముందు జతచేసిన సూచీల్లో ఆ వస్తువులు చేరవు. ఈ రకపు ఇబ్బంది ఉన్నప్పటికీ జతపర్చే పద్ధతినే తరుచుగా ఉపయోగిస్తూ ఉంటారు. వివిధ కాల వ్యవధుల్లో మదింపు చేసిన సూచీల ఒకేరకపు విచరణాలను సరిపోల్చడానికి ఈ పద్ధతి అవకాశాన్ని కల్పిస్తుంది.

30.6 డిఫ్లేటింగ్

ధరసూచీ సంఖ్యల్ని అన్వయింపచేయడంలో మిక్కిలి ఉపయోగకరమైన పద్ధతుల్లో డిఫ్లేటింగ్ ఒకటి. దీని అర్థమేమిటంటే - ధరలస్థాయి మార్పులకు రూపాయి సంఖ్యల శ్రేణుల్ని సర్దుబాటు చేయడం. ఆర్థిక వ్యవస్థలో ద్రవ్యోల్బణ ధోరణులు ఉన్నప్పుడు ద్రవ్యపు విలువల్ని వాస్తవిక విలువలుగా మార్చడానికి డిఫ్లేటింగ్ పద్ధతి వాంఛనీయమవుతుంది. కొన్ని సంవత్సరాల కాలవ్యవధిమీద వస్తువుల ధరల పెరుగుదల

BRAOU

ద్రవ్యపు కొనుగోలు శక్తిని తగ్గిస్తుంది. అందుకు భిన్నంగా ద్రవ్యోల్బణపు సందర్భంలో ద్రవ్యంలోగానీ, నామమాత్రపు ఆదాయంలో గాని పెరుగుదల వాస్తవిక ఆదాయంలో గోచరించక పోవచ్చు. అందుచేత వాస్తవిక ఆదాయాన్ని తెల్సుకొనేందుకు అపురూపమైన ధర సూచీలో పెరుగుదల ప్రకారం నామమాత్రపు వేతనాలు సర్దుబాటు లేదా సరిచేయాల్సిన ఆవశ్యకత ఏర్పడుతుంది. అందుచేత ద్రవ్యపు కొనుగోలు శక్తి ధరసూచీకి వ్యుత్క్రమ మవుతుంది. డిఫ్లేటింగ్ పద్ధతిలో అసలు రూపాయి సంఖ్యల్ని 'స్థిరమైన రూపాయి విలువల్లో చెప్పడం జరుగుతుంది. కింద ఇచ్చిన సూత్రం తోడ్పాటుతో ద్రవ్యం లేదా నామమాత్రపు ఆదాయం నుంచి వాస్తవిక ఆదాయాన్ని లెక్కిస్తారు.

$$\text{వాస్తవిక వేతనాలు} = \frac{\text{ద్రవ్యపు లేదా నామమాత్రపు వేతనాలు}}{\text{ధర సూచీ}} \times 100$$

$$\text{వాస్తవిక వేతనాల సూచీ లేదా వాస్తవిక ఆదాయసూచీ} = \frac{\text{ద్రవ్యపు వేతనాల సూచీ}}{\text{వినియోగదార్ల ధరసూచీ}} \times 100$$

ఉదాహరణ - 11

కింద ఇచ్చిన పట్టిక ద్రవ్యపు వేతనాలను, ధర సూచీ సంఖ్యల్ని తెలుపుతుంది. వాస్తవిక వేతనాల సూచీ సంఖ్యను కనుక్కోండి.

సంవత్సరం :	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
వేతనాలు (రూ.) :	150	180	200	230	250	275	300	325	350
ధర సూచీ సంఖ్యలు :	100	150	160	200	220	240	280	300	320

జవాబు :

వాస్తవిక ఆదాయాల సూచీ సంఖ్య గణన

సంవత్సరం	వేతనాలు (రూ.)	ధరసూచీ సంఖ్యలు	వాస్తవిక వేతనాలు	వాస్తవిక వేతనాల సూచీలు (1975 ఆధార సంవత్సరం)
1975	150	100	$\frac{150}{100} \times 100 = 150$	100.00
1976	180	150	$\frac{180}{150} \times 100 = 120$	$\frac{120 \times 100}{150} = 80.00$
1977	200	160	$\frac{200}{160} \times 100 = 125$	$\frac{125 \times 100}{150} = 83.33$
1978	230	200	$\frac{230}{200} \times 100 = 115$	$\frac{115 \times 100}{150} = 76.67$
1979	250	220	$\frac{250}{220} \times 100 = 113.64$	$\frac{113.64 \times 100}{150} = 75.76$
1980	275	240	$\frac{275}{240} \times 100 = 114.58$	$\frac{114.58 \times 100}{150} = 76.38$
1981	300	280	$\frac{300}{280} \times 100 = 107.14$	$\frac{107.14 \times 100}{150} = 71.43$
1982	325	300	$\frac{325}{300} \times 100 = 108.33$	$\frac{108.33 \times 100}{150} = 72.22$
1983	350	320	$\frac{350}{320} \times 100 = 109.37$	$\frac{109.37 \times 100}{150} = 72.91$

ద్రవ్యపు వేతనాలు 1975లో రూ. 150 ఉంటే 1983లో రూ. 350 ఉన్నాయి. అయితే వాస్తవిక వేతనాలు తగ్గాయి. 1975లో రూ. 150/- ఉండగా, 1983లో రూ. 109.37 మాత్రమే ఉన్నాయి. అదే కాలంలో వాస్తవిక వేతనాల సూచీ 100 నుంచి 72.91కి తగ్గిపోయింది.

BRAOU

30.7 సారాంశం

ఒక సూచీ సంఖ్య సూత్రం సమగ్రంగా, తగినట్లుగా ఉందా, లేదా అనే విషయం గణితీయ పరీక్షలైనటువంటి యూనిట్ పరీక్ష, కాలపరివర్తక పరీక్ష, అంశం పరివర్తక పరీక్ష, చక్రీయ పరీక్షల ద్వారా నిర్ధారిస్తాం. యూనిట్ పరీక్ష ప్రకారం, సూచీ సంఖ్యను గణన చేయడానికి ఉపయోగించే సూత్రాలు వస్తువుల ధరలను, పరిమాణాలను వ్యక్తీకరించిన మానాలతో సంబంధం లేకుండా స్వతంత్రంగా ఉండాలి. కాల పరివర్తక పరీక్ష ప్రకారం సూచీసంఖ్యను గణన చేయడానికి ఉపయోగించే సూత్రం ఇచ్చిన రెండు కాలాలలో దేనిని ఆధారంగా తీసుకొన్నప్పటికీ ఒకే నిష్పత్తిని సూచించాలి. అంశ పరివర్తక పరీక్ష ప్రకారం ఒకే రకమైన దత్తాంశానికి ధర, పరిమాణపు సూచీలను ప్రస్తుత, ఆధార సంవత్సరాలకు లెక్కించినప్పుడు, ధర, పరిమాణాల సూచీల లబ్ధం వాస్తవమైన విలువ నిష్పత్తిని ఇవ్వాలి. చక్రీయ పరీక్ష ప్రకారం, సూచీ సంఖ్యను గణన చేయడానికి ఉపయోగించే సూత్రం చక్రీయంగా పనిచేయాలి. అంటే ఒక నిర్ణీత కాలపు సంవత్సరాల సూచీ సంఖ్యల లబ్ధం మొత్తం ఒకటికి సమానం కావాలి.

30.8 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

వస్తువులు	1986		1988		p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
	p_0	q_0	p_1	q_1				
A	8	40	9	50	360	320	450	400
B	4	80	4	90	320	320	360	360
C	5	60	6	70	360	300	420	350
D	9	20	10	20	200	180	200	180
					1240	1120	1430	1290

ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీ $(P_{01}) = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100 = 110.8$

అంశపరివర్తక పరీక్ష $(P_{01} \times Q_{01}) =$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1}}$$

$$= \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{1430}{1120}$$

30.9 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. చిన్న ప్రశ్నలు

1. గొలుసు ఆధార సూచీ సంఖ్యలంటే ఏమిటి?

2. గొలుసు ఆధార సూచీ సంఖ్యల ఉపయోగమేమిటి?

B R A O U

3. ఎ) ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చడం బి) జతపర్చడం సి) డిఫ్లేటింగ్ డి) స్థిర ఆధార సూచీ సంఖ్య అంటేఏమిటి?

4. సూచీ సంఖ్య స్థిరత్వ పరీక్షలంటే ఏమిటి?

5. కాల పరివర్తక పరీక్షలకూ, అంశ పరివర్తక పరీక్షలకూ మధ్య వ్యత్యాసమేమిటి?

బి. వ్యాసప్రశ్నలు

6. కాల పరివర్తక, అంశ పరివర్తక పరీక్షల్ని వివరించి, తగిన ఉదాహరణలతో నిరూపించండి.

7. స్థిర ఆధార సూచీలపై గొలుసు ఆధారసూచీల లాభాలను చర్చించండి. వాటి పరిమితులేమిటి?

అభ్యాసాలు

8. కింది సూచీలకు ఆధార సంవత్సరాన్ని 1975 నుంచి 1980కి మార్పుచేయండి.

సంవత్సరం :	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
సూచీ సంఖ్యలు :	100	110	175	225	250	300	325	400	

9. కింద ఇచ్చిన గొలుసు ఆధారసూచీ సంఖ్యల నుంచి స్థిర ఆధారసూచీ సంఖ్యల్ని తయారు చేయండి.

సంవత్సరం :	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
సూచీ సంఖ్యలు :	80	110	120	105	125	130	135

BRAOU

10. రెండు రకాల సూచీలను ఇవ్వడం జరిగింది. 1975 ఆధార సంవత్సరంగా ఒకటి. 1980 ఆధార సంవత్సరంగా మరొకటి.

B సూచీని Aతో జతపర్చండి

సంవత్సరం	సూచీ A	సంవత్సరం	సూచీ B
1975	100	1978	100
1976	110	1979	140
1977	120	1980	160
1978	125	1981	180
		1982	200
		1983	250

11. ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని నిర్మించి, అది కాల పరివర్తక పరీక్షను, అంశ పరివర్తన పరీక్షను ఎట్లా సంతృప్తి పరుస్తుందో చూపండి:

వస్తువులు	1980 ఆధార సంవత్సరం		1983 వర్తమాన సంవత్సరం	
	ధర	రాశి	ధర	రాశి
A	12	100	20	120
B	4	200	4	240
C	8	120	12	120
D	10	60	24	50
E	20	80	25	60

(జవాబు : ఫిషర్ సూచీ = 154.64, అంశపరివర్తక పరీక్ష $= \frac{7550}{4760}$

30.10 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, బి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi
3.	Gupta B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra

పదకోశం

జతపర్చడం	:	దీనిలో ఆధార సంవత్సరాన్ని మార్చి మరొక సూచీని నిర్మించడం జరుగుతుంది. రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ అతి వ్యాప్తి చెందిన సూచీ సంఖ్యలను జతపరచడం ద్వారా ఒకే అవిచ్ఛిన్న శ్రేణిని కనుక్కోవడం జరుగుతుంది.
డిఫ్లేటింగ్	:	రూపాయి విలువ శ్రేణులను ధరల స్థాయిని బట్టి సర్దుబాటు చేయడం
చక్రీయ పరీక్ష	:	రెండు కాలాలకు మించిన కాల పరివర్తన పరీక్ష పొడిగింపును చక్రీయ పరీక్ష అని అంటాం. దీని గణన ఆధార సంవత్సరం మార్పుపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
యూనిట్ పరీక్ష	:	సూచీ సంఖ్య సూత్రం వివిధ వస్తువుల ధరలను, పరిమాణాలను వ్యక్తపరిచిన యూనిట్లకు వేరుగా ఉండాలి.
కాలపరివర్తక పరీక్ష	:	సూచీ సంఖ్యను గణించే సూత్రం రెండు సంవత్సరాలలో ఏ సంవత్సరాన్ని ఆధారంగా తీసుకున్నా, వాటి మధ్య నిష్పత్తి ఒకేరకంగా ఉండాలి. అలాంటి సూత్రం కాలపరివర్తక పరీక్షను సంతృప్తి పరుస్తుంది.
అంశ పరివర్తక పరీక్ష	:	ధరలలో మార్పును, పరిమాణంలో మార్పుతో హెచ్చించగా వచ్చే మొత్తం వాస్తవ విలువలలో వచ్చే మార్పు మొత్తమై ఉండాలి.

B R A O U

భాగం-31: జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యలు

విషయక్రమం

31.0 ఉద్దేశాలు

31.1 పరిచయం

31.2 జీవన వ్యయ సూచీల అర్థం

31.3 జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ ఆవశ్యకత

31.4 జీవన వ్యయ సూచీల ఉపయోగం

31.5 జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ విధానం

31.6 జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ పద్ధతులు

31.6.1 సమిష్టి వ్యయం పద్ధతి

31.6.2 కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతి

31.7 జీవన వ్యయ సూచీలను ఉపయోగించేటప్పుడు తీసుకోవాల్సిన జాగ్రత్తలు

31.8 సారాంశం

31.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

31.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

31.11 సిఫారసు చేసిన ప్రశ్నలు

31.12 పదకోశం

31.0 ఉద్దేశాలు

జీవన వ్యయ సూచీల అర్థాన్ని, ఉపయోగాన్ని, నిర్మాణ పద్ధతులను వివరించడమే ఈ భాగపు ఉద్దేశాలు.

ఈ భాగాన్ని చదివిన తరువాత, మీకూ:

- జీవన వ్యయ సూచీల అర్థాన్ని వివరించగలగాలి
- జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణపు ఆవశ్యకతను గుర్తించగలగాలి
- జీవన వ్యయ సూచీల ఉపయోగాన్ని విశదీకరించగలగాలి
- జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ విధానాన్ని వివరించగలగాలి

BRAOU

- జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ పద్ధతులను పేర్కొన గలగాలి

- జీవన వ్యయ సూచీలను ఉపయోగించేటప్పుడు తీసుకోవాల్సిన జాగ్రత్తలను గుర్తించగలగాలి.

31.1 పరిచయం

సాధారణ ధరల స్థాయిలో మార్పులను టోకుధరల సూచీ కొలుస్తుంది. కాబట్టి, ఈ సూచీ ప్రజలలోని వివిధ వర్గాల జీవన వ్యయాన్ని ప్రతిబింబించక పోవడం జరుగుతుంది. ఈ కారణంగా జీవన వ్యయ సూచీని నిర్మించాల్సిన ఆవశ్యకత ఏర్పడుతుంది. ఈ సూచీని వినియోగదారుల ధరల సూచీ అని కూడా అంటాం. వినియోగదారుల ధరల సూచీ వివిధ కాలాలలో జీవన వ్యయాలలో వచ్చిన మార్పును కొలుస్తుంది.

31.2 జీవన వ్యయ సూచీల అర్థం

జీవన వ్యయ సూచీల్ని, 'వినియోగదార్ల ధర సూచీ సంఖ్యలు' అనీ, 'చిల్లర ధర సూచీ సంఖ్యలు' అనీ కూడా అంటారు. ఏదైనా స్థిర కాల వ్యవధిని దృష్టిలో ఉంచుకొని ఇచ్చిన కాలానికి సమాజంలో ఒక తరగతి ప్రజల కొనుగోలు శక్తి పరంగా వస్తుసేవల ధరల మార్పుల ప్రభావాన్ని మదింపు చేయడానికి ఈ సూచీలను ఉద్దేశించడం జరిగింది.

జాన్ ఐ. గ్రిఫెన్ అభిప్రాయం ప్రకారం, "ఒక వ్యక్తి ద్రవ్యపు వ్యయం తాలూకు నిష్పత్తియే జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య. ధరల్లో విభేదించే రెండు సందర్భాల్లో 'జీవన ప్రయాణం' 'మొత్తం ఉపయోగిత'గా అతనికి ఉపయోగపడుతుంది." జీవన వ్యయ సూచీల ఉద్దేశమేమిటంటే - ఆధార కాల వ్యవధితో పోల్చిచూస్తే నిర్ణీతమైన కాలంలో ఒక తరగతికి చెందిన వినియోగదార్లు కొన్ని వస్తు సేవలకు ఏ మాత్రం ఎక్కువ చెల్లించాల్సి వస్తుందో తెలియజెప్పడం.

31.3 జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణావశ్యకత

కింద పేర్కొన్న కారణాలవల్ల జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణం ఆవశ్యకత ఏర్పడుతుందని చెప్పవచ్చు.

i టోకు ధరల సూచీలు సాధారణ ధరల స్థాయి మార్పుల్ని మాత్రమే మదింపు చేస్తాయి. సమాజంలో ఉన్న వివిధ తరగతుల ప్రజల జీవన వ్యయంపై ధరల స్థాయి మార్పుల ప్రభావాన్ని చూపడంలో అవి విఫలమవుతాయి.

ii సమాజంలో గల వివిధ తరగతుల ప్రజల జీవన వ్యయాల్లో తేడాలుంటాయి. అందుచేత వివిధ తరగతుల ప్రజలకు, నగరం, పట్టణ, గ్రామీణప్రాంతాలు, కొండప్రాంతాలు, మొదలైన భౌతిక ప్రాంతాలకు ప్రత్యేకమైన సూచీల్ని తయారు చేయాల్సిన ఆవశ్యకత ఉంది. ఈ సూచీల్ని నియతకాలికంగా తయారు చేయాల్సి ఉంటుంది.

iii వివిధ తరగతుల ప్రజల వినియోగ పద్ధతులు అప్పుడప్పుడు మారుతూ ఉంటాయి. ఒకే వస్తువు వినియోగంలో కూడా అనుపాతాలు మారుతూ అంటాయి. కాబట్టి వస్తువుల పరిమాణం,

BRAOU

వినియోగంలో కలిగే మార్పుల్ని అధ్యయనం చేయడానికి జీవన వ్యయ సూచీలు ఎన్నో రకాలుగా తోడ్పడతాయి.

31.4 జీవన వ్యయ సూచీల ఉపయోగం

జీవన వ్యయ సూచీల వల్ల కింద పేర్కొన్న ప్రయోజనాలుంటాయి.

i వివిధ ప్రదేశాల్లో నివసించే వివిధ తరగతుల ప్రజలపై వివిధ వస్తువుల ధరల్లోని హెచ్చు తగ్గుల ప్రభావాన్ని జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యలు తెలియజేస్తాయి.

ii ద్రవ్యపు కొనుగోలు శక్తిని వాస్తవిక ఆదాయాన్ని కనుక్కోవడానికి అవి మనకు తోడ్పడతాయి.

iii జాతీయ లెక్కల్లో ఆదాయ, విలువ శ్రేణుల్ని ధరలలో మార్పుకు అనుగుణంగా రూపాయి విలువ శ్రేణులను సరిచేయడానికి ఇవి మనకు సహాయపడతాయి.

iv సాధారణ ఆర్థిక విధానాల్ని, పన్నుల విధింపును; వేతనాల విధానాన్ని, ధరల స్వరూపాన్ని, అద్దెనియంత్రణను రూపొందించడానికి ప్రభుత్వానికి ఈ జీవన వ్యయసూచీలు ఎంతో ఉపయోగపడతాయి.

v ధరల పెరుగుదలవల్ల జీవన వ్యయంలో పెంపును తట్టుకోవడానికి ఉద్యోగులకు కరువు భత్యాన్ని క్రమబద్ధం చేయడానికి, బోనస్‌ను చెల్లించడానికి కేంద్ర, రాష్ట్ర ప్రభుత్వాలు పారిశ్రామిక, వ్యాపార సంస్థలు ఈ జీవన వ్యయ సూచీలను ఉపయోగిస్తాయి.

vi వేతన సంప్రదింపుల్లో, కంట్రాక్టుల్లో ఈ సూచీలను విరివిగా ఉపయోగిస్తారు.

31.5 జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ విధానం

జీవన వ్యయ సూచీలను నిర్మించడానికి, దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి కింద ఇచ్చిన విధానాన్ని అనుసరిస్తున్నారు.

ఎ) పరిధి - విస్తృతి

ఎవరికోసం ఈసూచీని నిర్మించాలో మొదటగా నిర్ణయించాలి. ఉదాహరణకు, ఈ జీవన వ్యయ సూచీ పారిశ్రామిక కార్మికుల కోసమో, వ్యవసాయ కార్మికుల కోసమో, ఉపాధ్యాయుల కోసమో, అధికారుల కోసమో, నిర్ణయించాలి. ప్రతి తరగతి ప్రజలకు సూచీ పరిధిని స్పష్టంగా నిర్వచించాలి. ఉదాహరణకు కేంద్ర ప్రభుత్వపు అధికారుల్ని తీసుకోవాలా, రాష్ట్ర ప్రభుత్వపు అధికారుల్ని తీసుకోవాలా, లేదా మొత్తం అధికారుల్ని తీసుకోవాలా అన్న అంశాన్ని నిర్ధారణ చేసుకోవాలి. అంతేకాకుండా నగర ప్రాంతమో, పట్టణ ప్రాంతమో, ఒక నగరంలోని ప్రత్యేక ప్రదేశమో, కొండప్రాంతమో అంశాల్ని ప్రజలకు సంబంధించి నిర్వచించాలి.

BRAOU

బి) కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణ

సూచీ పరిధిని నిర్వచించిన తర్వాత అతడు కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణ జరపడం. సూచీని ఏ తరగతి ప్రజలకు రూపొందించడమవుతుందో, వారి నుంచి ప్రాతినిధ్యం వహించే చాలినన్ని కుటుంబాలను ఎన్నిక చేసుకొని ఆ విచారణను నిర్వహించాలి. కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణను నిర్వహించడంలో ముఖ్యోద్దేశమేమిటంటే - సూచీలో చేర్చిన సగటు కుటుంబం, వివిధ వస్తువుల మీద ఏ విధంగా ఖర్చు చేస్తున్నదో నిర్ణయించడం. సాధారణంగా కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణను ఆర్థిక స్థిరత్వంగల కాలంలో నిర్వహిస్తారు.

ఆ విచారణలో ఇచ్చిన తరగతి ప్రజలు వినియోగించే వస్తువుల స్వభావాన్ని, నాణ్యతనూ, పరిమాణాలనూ చేర్చాలి. ఈ విషయ పరంగా వస్తువుల్ని స్థూలంగా అయిదు తరగతులుగా విభజించడం జరుగుతుంది. i ఆహారం ii దుస్తులు iii ఇంధనం-వెలుతురు iv ఇంటి అద్దె v చిల్లర మల్లర ఖర్చులు. ఈ సమూహాల్ని మళ్లీ ఉపసమూహాలుగా విభజించవచ్చు. ఉదాహరణకు, ఆహార సమూహాన్ని ఇంకా గోధుమ, బియ్యం, పప్పులు, పంచదార మొదలైన వాటి కింద విభజించవచ్చు. కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణను జరిపేముందు ఎవరికైతే సూచీ ఉద్దేశించడమైందో ఆ ప్రజలు ఉపయోగించే వస్తువుల్ని మాత్రమే తీసుకొనేటట్లు జాగ్రత్తపడాలి. కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణ సహాయంతో సగటు ప్రమాణపు బడ్జెట్ తయారుచేస్తారు. అట్లాంటి బడ్జెట్ నాణ్యత, పరిమాణం, తరుగు సప్లయ్‌ల వంటి విస్తృతమైన మార్పులకులోను కాకుడదు.

సి) ధర కొటేషన్లను రాబట్టడం

తదుపరి చర్య వస్తువులకు ధరల కొటేషన్లను రాబట్టడం. ఆ తరగతికి చెందిన ప్రజలు నివసించే ప్రదేశాల్లో, మార్కెట్ల గురించిగాని, చిల్లర షాపుల గురించిగాని, వారు తరుచూ వస్తువుల్ని కొనే ప్రదేశాల నుంచి గాని కొటేషన్లను రాబట్టవచ్చు. ధరల కొటేషన్లను రాబట్టడం అతి ముఖ్యమైన పని. అంతేకాకుండా అది ఎంతో కష్టంతో కూడుకున్నది కూడాను. ఎందుకంటే, ధరల కొటేషన్లు ప్రదేశం ప్రదేశంకూ, షాపు షాపుకూ, మారతాయి. చిల్లర ధరల కొటేషన్లు సేకరించడంలో కింద సూత్రాన్ని పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి:

i చిల్లర ధరలు స్థిరమైన వస్తువుల జాబితాకు సంబంధించి ఉండాలి. ప్రతి వస్తువుకూ తగిన నమూనాలను నాణ్యత పరంగా నిర్ణయించాలి.

ii చిల్లర ధరలంటే, వినియోగదార్లకు వాస్తవంగా విధించే ధరలై ఉండాలి.

iii వినియోగ ధరలంటే డిస్కౌంట్ ఇస్తే, దానిని పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి.

iv ధరల నియంత్రణ రేషనింగ్ ఉన్నప్పుడూ, నల్ల బజారు ధరలు అమలులో ఉన్నప్పుడూ, కంట్రోల్ ధరలతో పాటు నల్ల బజారు ధరల్ని కూడా పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి.

31.6 జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ పద్ధతులు

జీవన వ్యయ సూచీల నిర్మాణ పద్ధతుల్ని స్థూలంగా రెండుగా విభజించడమైంది.

BRAOU

31.6.1 సమిష్టి వ్యయం పద్ధతి లేదా భారిత సమిష్టి పద్ధతి.

31.6.2 కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతి లేదా భారిత సాపేక్షకాల పద్ధతి.

31.6.1 సమిష్టి వ్యయ పద్ధతి లేదా భారిత వ్యయ పద్ధతి

ఈ పద్ధతిలో జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యను లాస్పెయిర్స్ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి నిర్మించడమవుతుంది. ఆధార సంవత్సరంలో వినియోగించిన రాశుల్ని భారాలుగా తీసుకుంటారు. ఈ పద్ధతిని జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించడానికి విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తారు.

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యను నిర్మించే పద్ధతిని కింద వివరించడమైంది.

i. వివిధ వస్తువుల వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల్ని ఆధార సంవత్సరపు భారాలతో హెచ్చించండి. అప్పుడు వర్తమాన సంవత్సరపు మొత్తం వ్యయం వస్తుంది.

ii. వివిధ వస్తువుల ఆధార సంవత్సరపు ధరల్ని, వాటి భారాలతో హెచ్చించండి. అప్పుడు ఆధార సంవత్సరపు మొత్తం వ్యయం వస్తుంది.

iii. వర్తమాన సంవత్సరపు మొత్తం వ్యయాన్ని ఆధార సంవత్సరపు మొత్తం వ్యయంతో భాగించండి. వచ్చిన లబ్ధాన్ని 100 చేత హెచ్చించండి. వచ్చే విలువ జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య.

సాంకేతికంగా,

$$\text{జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

ఇక్కడ,

$\sum p_1 q_0$ = వర్తమాన సంవత్సరపు మొత్తం వ్యయం

$\sum p_0 q_0$ = ఆధార సంవత్సరపు మొత్తం వ్యయం

ఉదాహరణ - 1

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం గురించి సమిష్టి వ్యయం పద్ధతిని ఉపయోగించి జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్యను కనుక్కోండి.

వస్తువులు	A	B	C	D	E	F
1980లో రాశి (యూనిట్లలో)	80	20	15	25	30	40
యూనిట్‌కు1980లో ధర (రూ.)	6	5	8	20	16	10
యూనిట్‌కు 1983లో ధర (రూ.)	8	9	10	25	20	25

BRAOU

జవాబు :

సమిష్టి వ్యయం పద్ధతి ద్వారా జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య గణన

వస్తువులు	రాశి 1980 q_o	ధర (రూ.) 1980 p_0	1983 p_1	సమిష్టి వ్యయం p_oq_o	p_1q_o
A	80	6	8	480	640
B	20	5	9	100	180
C	15	8	10	120	150
D	25	20	25	500	625
E	30	16	20	480	600
F	40	10	25	400	1000
				$\sum p_oq_o = 2080$	$\sum p_1q_o = 3195$

జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్య $= \frac{\sum p_1q_o}{\sum p_oq_o} \times 100$

ఇక్కడ, $\sum p_oq_o = 2080$; $\sum p_1q_o = 3195$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య$= \frac{3195}{2080} \times 100$

$= 153.6$

1983 కు జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్య = 153.6

ఉదాహరణ - 2

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్యల్ని నిర్మించడి:

వస్తువు	ఆహారం	అద్దె	దుస్తులు	ఇంధనం-వెలుతురు	ఇతరాలు
1978లోరాశులు	50	20	15	10	5
1978లో ధరలు(రూ.)	10	14	9	8	15
1980లో ధరలు(రూ.)	11	12	10	12	20
1983లో ధరలు(రూ.)	12	14	12	15	25

జవాబు :

జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్యల్ని సమిష్టి వ్యయం పద్ధతి ద్వారా 1978ని ఆధార సంవత్సరంగా తీసుకొని 1980,1983 లకు గణన

వస్తువులు	1978లో రాశులు	ధరలు (రూ.) 1978	1980	1981	సమిష్టి వ్యయం		
	q_o	p_o	p_1	p_2	p_oq_o	p_1q_1	p_2q_2
ఆహారం	50	10	11	12	500	550	600
అద్దె	20	14	12	14	280	240	280
దుస్తులు	15	9	10	12	135	150	180
ఇందనం-వెలుతురు	10	8	12	15	80	120	150
ఇతరాలు	5	15	20	25	75	100	125
					$\sum p_0q_0$ =1070	$\sum p_1q_0$ =1160	$\sum p_2q_0$ =1335

i. 1980కి జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్య = $\frac{\sum p_1q_o}{\sum p_oq_o} \times 100$

ఇక్కడ,

$\sum p_oq_o = 1070; \sum p_1q_o = 1160$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

1980కి జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య= $\frac{1160}{1070} \times 100 = 1084$

ii. 1983కు జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్య = $\frac{\sum p_2q_o}{\sum p_oq_o} \times 100$

ఇక్కడ,

$\sum p_2q_o = 1335; \sum p_oq_o = 1070$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

1983కు జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్య = $\frac{1335}{1070} \times 100 = 124.8$

31.6.2 కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతి లేదా భారిత సాపేక్షకాల పద్ధతి

ఈ సూచీ సంఖ్య నిర్మాణం ధర సాపేక్షకాల భారిత సగటు పద్ధతి మీద ఆధారపడి ఉంది. ఈ పద్ధతిలో ఆధార సంవత్సరంలోని ధరలు, రాశుల విలువల్ని భారాలుగా తీసుకుంటారు. వివిధ వస్తువుల వర్తమాన సంవత్సరపు ధరల్ని ఆధార సంవత్సరపు ధరల శాతాలుగా చెబుతూ ధర సాపేక్షకాల్ని రాబట్టడం జరుగుతుంది. అంతేకాకుండా, ధర సాపేక్షకాల్ని భారాల విలువలతో హెచ్చిస్తూ భారిత ధర సాపేక్షకాల్ని రాబట్టడం జరుగుతుంది. జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యను పొందటానికి ధర సాపేక్షకాల, విలువ భారాల లబ్ధాల సంకలనాన్ని భారాల విలువల మొత్తం చేత భాగించాలి. ఈ పద్ధతి ధర సాపేక్షకాలభారిత సగటు పద్ధతి లాంటిదే.

BRAOU

సాంకేతికంగా, జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య $= \frac{\sum PV}{\sum V}$

ఇక్కడ,

$P = \frac{p_1}{p_0} \times 100$

$V =$ విలువ భారాలు అంటే, $p_o \times q_o$

$\sum PV =$ ధర సాపేక్షకాలు, విలువ భారాల లబ్ధాల సంకలనం

$\sum V =$ విలువ భారాల సంకలనం.

ఉదాహరణ - 3

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి 1975ను ఆధార సంవత్సరంగా ఉపయోగిస్తూ 1983 కు జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్యను లెక్కించండి.

వస్తువు	A	B	C	D	E	F
1975లో రాశి యూనిట్లలో	100	25	10	20	25	30
1975లో యూనిట్‌కు ధర (రూ.)	8	5	5	20	10	5
1983లో యూనిట్‌కు ధర (రూ.)	12	7	5	12	16	10

జవాబు:

కుటుంబ బడ్జెట్ ఉపయోగిస్తూ జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య నిర్మాణం

వస్తువు	1975లో రాశి యూనిట్లలో q_o	యూనిట్‌కు ధర (రూ.) 1975 p_o	1983 p_1	$\left(\frac{p_1}{p_o}\right) \times 100$ P	$p_o q_o$ V	PV
A	100	8	12	$\frac{12}{8} \times 100 = 150$	800	120000
B	25	5	7	$\frac{7}{5} \times 100 = 140$	125	17500
C	10	5	5	$\frac{5}{5} \times 100 = 100$	50	5000
D	20	20	12	$\frac{12}{20} \times 100 = 60$	400	24000
E	25	10	16	$\frac{16}{10} \times 100 = 160$	250	40000
F	30	5	10	$\frac{10}{5} \times 100 = 200$	150	30000
					$\sum V = 1775$	$\sum PV = 236500$

1983కు జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య $\frac{\sum PV}{\sum V}$

B R A O U

ఇక్కడ,

$\sum V = 1775; \sum PV = 2,36,500$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

1983కు జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్య $= \frac{2,36,500}{1775} = 133.24$

ఉదాహరణ - 4

హైదరాబాద్ నగరంలోని బ్యాంకు ఆఫీసర్ల కుటుంబాల బడ్జెట్ల విచారణ కింది సమాచారాన్ని అందజేస్తున్నది:

ఖర్చులు	ఆహారం 40%	ఇంధనం 15%	దుస్తులు 25%	అద్దె 10%	ఇతరాలు 10%
1980లో ధరలు (రూ.):	200	20	80	25	50
1983లో ధరలు (రూ.):	250	25	100	30	60

కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యను నిర్మించండి.

జవాబు:

కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ జీవన వ్యయ సూచీ నిర్మాణం

ఈ ఉదాహరణలో వివిధ వస్తువులపై వ్యయం శాతాల్ని విలువ భారాలుగా తీసుకోవడమైంది.

ఖర్చులు	ధరలు (రూ.) 1980 p_0	1983 p_1	$\left(\frac{p_1}{p_0} \times 100\right)$ P	V	PV
ఆహారం	200	250	125	40	5000
ఇంధనం	20	25	125	15	1875
దుస్తులు	80	100	125	25	3125
అద్దె	25	30	120	10	1200
ఇతరాలు	50	60	120	10	1200
				$\sum V = 100$	$\sum PV = 12400$

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య$= \frac{\sum PV}{\sum V}$

ఇక్కడ,

$\sum V = 100; \sum PV = 12400$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే

BRAOU

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య $= \frac{12400}{100}$

$= 124$

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య $= 124$

అవగాహన ప్రశ్న-1

కింది దత్తాంశం ఆధారంగా జీవన వ్యయ సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువులు	ఆహారం	అద్దె	దుస్తులు	ఇంధనం	ఇతరాలు
ఖర్చులు	20%	10%	25%	35%	10%
ధరలు (రూ.) 1984	30	50	60	10	40
ధరలు (రూ.) 1987	60	70	80	20	60

ఉదాహరణ - 5

కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యను నిర్మించండి

గ్రూపు	A	B	C	D	E
1980కి సూచీ:	525	220	200	175	250
వ్యయం:	45%	20%	10%	15%	10%

BRAOU

జవాబు:

జీవనవ్యయ సూచీ నిర్మాణం

గ్రూపు	సూచీ సంఖ్య I	వ్యయం V	IV
A	525	45	23625
B	220	20	4400
C	200	10	2000
D	175	15	2625
E	250	10	2500
		$\sum V = 100$	$\sum IV = 35150$

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య $= \frac{\sum IV}{\sum V}$

ఇక్కడ,

$\sum IV = 35150; \sum V = 100$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్య $= \frac{35150}{100} = 351.5$

ఉదాహరణ - 6

ధర సాపేక్షకాల భారిత గుణమధ్యమం పద్ధతిని ఉపయోగిస్తూ జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్యను లెక్కించండి.

గ్రూపు	ఆహారం	ఇంధనం వెలుతురు	దుస్తులు	అద్దె	ఇతరాలు
సూచీ సంఖ్య:	325	175	225	125	150
భారాలు:	10	15	20	30	10

జవాబు:

జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం

గ్రూపు	సూచీసంఖ్య P	భారాలు V	Log P	V log P
ఆహారం	325	10	2.5119	25.119
ఇంధనం-వెలుతురు	175	15	2.2430	33.645
దుస్తులు	225	20	2.3522	47.044
అద్దె	125	30	2.0961	62.907
ఇతరాలు	150	10	2.1761	21.761
		$\sum V =$ 85		$\sum V log P =$190.476

జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్య: Antilog $\frac{\sum V \log P}{\sum V}$

ఇక్కడ,

$\sum V = 85; \sum V.log P = 190.476$

సమీకరణంలో విలువల్ని ప్రతిక్షేపిస్తే,

జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్య : Anti log $\frac{190.476}{85}$

= Antilog 2.2408

= 174.1

BRAOU

31.7 జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యల్ని ఉపయోగించేటప్పుడు తీసుకోవాల్సిన జాగ్రత్తలు

జీవన వ్యయ సూచీల్ని సాధారణంగా తప్పుగా వ్యాఖ్యానించడం జరుగుతుంది. అందుచేత కింద పేర్కొన్న జాగ్రత్తల్ని తీసుకోవాల్సి ఉంటుంది.

i మామూలుగా ఆధార కాలవ్యవధితో పోల్చినప్పుడు ఇచ్చిన కాలవ్యవధికి వినియోగదార్ల ధరసూచీలు చిల్లరధరల్లోని మార్పుల్ని మదింపుచేస్తాయి. అయితే ఇవి రెండు వేర్వేరు ప్రదేశాల్లోని జీవనప్రమాణాల్లోని విచరణాలను ప్రతిబింబించవు. ఉదాహరణకు, హైదరాబాదులోని కార్మికుల జీవనవ్యయ సూచీసంఖ్య 200 అయితే అదేకాలానికి అదే కార్మికుల జీవనవ్యయ సూచీసంఖ్య మద్రాసులో 300 అయితే, హైదరాబాదుతో పోల్చినప్పుడు మద్రాసులో జీవనవ్యయం ఎక్కువని అర్థంకాదు.

ii వస్తువుల సమూహం ప్రతిసంవత్సరమూ మారవనే ప్రమేయంతో జీవనవ్యయ సూచీల్ని లెక్కించడం జరుగుతుంది. అయితే ఈ ప్రమేయం ఆచరణలో నిజంకాదు. వస్తువుల్లో కొరతలు ఉండడంవల్లనూ, ధరలు మారుతూ ఉండడంవల్లనూ అప్పుడప్పుడు ప్రజలు తమ కొనుగోలు అలవాట్లను మార్చుకుంటూ ఉంటారు.

iii జీవన వ్యయ సూచీసంఖ్యల నిర్మాణానికి అవసరమైన సమాచారాన్ని ప్రతిచయన సూత్రం ఆధారంగా సేకరించడం జరుగుతుంది. కాబట్టి సూచీసంఖ్య విశ్వసనీయత ప్రతిచయన పద్ధతి కచ్చితత్వంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఏ ప్రజల కోసమైతే సూచీని నిర్మిస్తున్నామో, ఆ ప్రజలకు ప్రతిచయనం ప్రాతినిధ్యం వహించకపోతే సహజంగా సేకరించిన దత్తాంశం, లెక్కించిన సూచీ, అట్లాంటి తరగతి ప్రజలకు ప్రాతినిధ్యం వహించదు.

BRAOU

31.8 సారాంశం

ఒక రకమైన లేదా తరహా వస్తువులను కొనుగోలు చేసే ఒకానొక తరగతి ప్రజా సమూహపు కొనుగోలు శక్తి మరొక కాలం ఆధారంగా, ఒక ప్రత్యేక కాలంలో వారి కొనుగోలు శక్తిలో ఎంత మార్పు వచ్చిందో తెలుసుకోవడానికై జీవన వ్యయ సూచీలను గణన చేయుడానికి కొన్ని ప్రాథమిక అంశాలను పరిశీలించాలి అవి: సూచీ సంఖ్య పరిధి, కుటుంబ బడ్జెట్ విచారణ, ప్రతిపాదించిన ధరల సేకరణ మొదలైనవి. ఈ సూచీ సంఖ్యలను సమిష్టి వ్యయ పద్ధతి ద్వారా గాని, కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతి ద్వారాగాని గణనచేయువచ్చు.

31.9 అవగాహన ప్రశ్నలకు మాదిరి జవాబులు

	ధరలు		$\left(\frac{p_1}{p_0}\right) \times 100$		
వస్తువులు	1984	1987	P	V	PV
	p_0	p_1			
ఆహారం	30	60	200.00	20	4000.00
అద్దె	50	70	140.00	10	1400.00
దుస్తులు	60	80	133.33	25	3333.25
ఇంధనం	10	20	200.00	35	7000.00
ఇతరాలు	40	60	150.00	10	1500.00
				100	17233.25

జీవనవ్యయ సూచీ $= \frac{\sum PV}{\sum V} = \frac{17233.25}{100} = 172.3325$

31.10 మాదిరి పరీక్షా ప్రశ్నలు

ఎ. వ్యాస ప్రశ్నలు

1. జీవన వ్యయ సూచీసంఖ్య అంటే ఏమిటి? దాని పరిమితుల్ని, ఉపయోగాల్ని చర్చించండి.

2. జీవన వ్యయ సూచీసంఖ్యల నిర్మాణంలో ఇమిడిఉన్న వివిధ అంశాలను విశదీకరించండి.

3. హైదరాబాలోని కార్మికుల ప్రదేశంలో కార్మికుల జీవన వ్యయ సూచీసంఖ్యల్ని నిర్మించడానికి వివిధ పద్ధతుల్ని వివరించండి.

4. "జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యలు ప్రముఖంగా వినియోగదార్ల ధర సూచీలు" చర్చించండి.

అభ్యాసాలు

5. కింద ఇచ్చిన సమాచారంనుంచి వాస్తవిక ఆర్జనల్ని లెక్కించండి.

సంవత్సరం	ద్రవ్య ఆర్జనల సూచీ	వినియోగదార్ల ధర సూచీ
1978	100	100
1979	107	98
1980	110	96
1981	115	100
1982	120	105
1983	122	108
1984	120	110

BRAOU

6. కింద ఇచ్చిన పట్టిక తలసరి ఆదాయాన్ని, జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్యల్ని తెలియజేస్తుంది. తలసరి ఆదాయాన్ని, డిఫ్లేటింగ్ ను చేయండి.

సంవత్సరం:	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
తలసరి ఆదాయం (రూ.):	60	65	70	110	120	135	138	140
జీవన వ్యయ సూచీ (1975=100):	105	107	110	115	120	125	130	135

7. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి జీవనవ్యయ సూచీసంఖ్యను నిర్మించండి.

గ్రూపు	సూచీ సంఖ్య	భారాలు
ఆహారం	152	50
ఇంధనం-వెలుతురు	130	10
దుస్తులు	100	12
ఇంటి అద్దె	110	5
చిల్లరమల్లర	80	20

(జవాబు : 126.29)

8. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యను నిర్మించండి.

వస్తువులు	భారాలు	ధర సాపేక్షకాలు
A	55	150
B	25	120
C	8	175
D	12	170

(జవాబు : 146.9)

9. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి జీవనవ్యయ సూచీ సంఖ్యను లెక్కించండి.

వస్తువులు	(ధర రూ.) 1980	1983	భారాలు
ఆహారం	80	45	4
ఇంధనం	8	16	6
దుస్తులు	14	21	10
ఇంటి అద్దె	20	25	20
చిల్లర మల్లర	25	30	30

(జవాబు : 134.28)

10. కింద ఇచ్చిన దత్తాంశం ఆధారంగా ప్రస్తుత సంవత్సరానికి i) సమిష్టి వ్యయ పద్దతి ii) కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతిలో జీవన వ్యయ సూచీని నిర్మించండి.

వస్తువు	ఆధార సంవత్సరంలో వినియోగించిన పరిమాణం	ఆధార సంవత్సరంలో ధర	ప్రస్తుత సంవత్సరంలో ధర
బియ్యం	5 క్వింటాళ్ళు	24	30
గోధుమలు	1 క్వింటాలు	16	20
పప్పుధాన్యాలు	2 క్వింటాళ్ళు	12	18
నెయ్యి	4 కిలోలు	5	8
నూనె	20 కిలోలు	40	50
వస్త్రాలు	40 మీటర్లు	1	2
వంటచెరుకు	10 క్వింటాళ్ళు	2	4
ఇంటిఅద్దె	–	20	27

11. కింది దత్తాంశం నుండి 1980ని ఆధారంగా తీసుకొని 1988కి జీవన వ్యయ సూచీని నిర్మించండి.

గ్రూపు	ఆహారం	గృహం	వస్త్రాలు	ఇంధనం	ఇతరాలు
1988కి గ్రూపు సూచీ సంఖ్య (1980 ఆధారంగా) :	122	140	112	116	106
భారాలు :	32	10	10	6	42

(జవాబు : 114.88)

B R A O U

12. ఆంధ్ర ప్రదేశ్ లోని ఒక పట్టణంలో విచారణ చేయగా, మధ్యతరగతి కుటుంబీకుల బడ్జెట్‌లు కింది సమాచారాన్ని సూచించాయి.

వస్తువులపై ఖర్చులు	ఆహారం (35%) రూ.	అద్దె (15%) రూ.	వస్త్రాలు (20%) రూ.	ఇంధనం (10%) రూ.	ఇతరాలు (20%) రూ.
1980లో ధరలు	150	30	75	25	40
1989లో ధరలు	145	30	65	23	45

1980తో పోల్చినప్పుడు 1989లో జీవనవ్యయంలో ఎలాంటి మార్పులు కనబడుతున్నాయి?

(జవాబు : 97.86)

31.11 సిఫారసు చేసిన పుస్తకాలు

1.	కె. సత్యనారాయణ, డి. అప్పలనాయుడు	:	'వ్యాపార గణాంక శాస్త్రం', తెలుగు అకాడమి, హైదరాబాదు
2.	Gupta S.P.	:	'Statistical Methods', Sultan Chand & Company, New Delhi
3.	Gutpa B.N.	:	'Statistics', Sahitya Bhavan, Agra

31.12 పదకోశం

కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతి : ఈ పద్ధతిలో ఆధార సంవత్సరంలోని ప్రతి వస్తువు ధరను దాని పరిమాణంతో హెచ్చిస్తాం. తరువాత ప్రతివస్తువుకు ధర సాపేక్షకాలను కనుగొంటాం. ఈ ధర సాపేక్షకాలను భారాలతో హెచ్చిస్తాం. అలా వచ్చిన మొత్తాన్ని భారాల మొత్తంతో భాగిస్తాం.

జీవన వ్యయసూచీ : ఈ సూచీ ఒకానొక వినియోగదారుల సమూహాపు మారని వ్యయ నమూనాను నిర్వహించడాన్ని కొలుస్తుంది. అంటే, స్థిరపరిమాణాలు గల, నాణ్యతగల వస్తుసేవల వినియోగ వ్యయాన్ని కొలుస్తుంది. ఒకానొక ప్రాంతానికి చెంది, చాలా మటుకు ఆర్థిక శక్తిలో సమానత్వం ఉండి, ఒకేరకమైన వినియోగపు అలవాట్లు, కోరికలు గల ప్రజల జీవన వ్యయాన్ని కొలవడానికై ఈ సూచీ ఉపయోగపడుతుంది.

BRAOU

అనుబంధం- I

సంవర్గమానాలు

LOGARITHMS

సంవర్గమానాల్లో ఇచ్చిన సంఖ్య విలువను 10ని ఆధారసంఖ్యగా తీసుకుని చెప్పడం జరుగుతుంది. ఏ సంఖ్య సంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవాలన్నా ఆధారసంఖ్యను ఇచ్చిన సంఖ్య ఘాతానికి పెంచడం ద్వారా ఎలాంటి విలువనయినా కనుగొనవచ్చు. ఈ విధంగా 10కి సంవర్గమానం 1 అవుతుంది. కారణమేమిటంటే ! $(10)^1 = 10$, అలాగే 100కు సంవర్గమానం 2 అవుతుంది. కారణమేమిటంటే $(10)^2 = 100$, 1000కి సంవర్గమానం 3 అవుతుంది. ఎందుకంటే $(10)^3 = 1000$. 10, 100, 1000, 10,000 లాంటి సంఖ్యల సంవర్గమానాల విలువలను కనుక్కోవటం చాలా సులభం కాని 84 లేదా 184.2 లాంటి అంకెల, సంవర్గమానపు విలువలను కనుక్కోవటం అంత తేలిక కాదు. ఇలాంటి సందర్భాలలో సంవర్గమాన విలువలను కనుక్కోవటానికి సంవర్గమాన పట్టీలను చూడాలి. సంవర్గమాన పట్టీలు ముఖ్యంగా ఈ ఉద్దేశ్యాన్ని నెరవేర్చటానికి ఉద్దేశించినవే.

ఏ సంఖ్య ఇచ్చినప్పటికీ, దాని సంవర్గమాన విలువలో రెండుభాగాలు ఉంటాయి. అవి (i) పూర్ణాంకం (ii) మాంటిస్సా. పూర్ణంకభాగం 10 ని ఆధారంగా చేసుకొని, ఇచ్చిన సంఖ్య విలువను శుద్ధవిలువలో ఘాతంగా చెప్పడం అని అంటాం. ఇచ్చిన సంఖ్యలోని పూర్ణాంక విలువ పోగా మిగిలిన సంఖ్యను 10ని ఆధారంగా తీసుకొని భిన్న రూపంలో తెలిపిన విలువను 'మాంటిస్సా' అంటాం.

పూర్ణాంకాన్ని నిర్ణయించడం

ఒక సంఖ్య పూర్ణాంకాన్ని కనుక్కోవడానికి, సంవర్గమాన పట్టీలను చూడవలసిన అవసరమేమీ లేదు. పూర్ణాంకాన్ని కనక్కోడానికి యిచ్చిన సంఖ్యలోని దశాంశ స్థానానికి ఎడమవైపున ఉన్న అంశాలను లెక్కించి, దాని నుండి 1ని తీసివేస్తే సరిపోతుంది. ఈ విధంగా 1 కంటే ఎక్కువగా ఉన్న ఏ సంఖ్యకైనా ఎప్పుడూ ధనాత్మక పూర్ణాంకం ఉంటుంది. అలాగాక, మనకు ఇచ్చిన సంఖ్య 1 కంటే తక్కువగా ఉన్నట్లయితే పూర్ణాంకం ఎప్పుడూ ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది. ఈ సందర్భంలో పూర్ణాంకాన్ని నిర్ణయించేటప్పుడు దశాంశ స్థానానికి కుడివైపున మొదటి స్థానాలలో ఉన్న సున్నాలను లెక్కించి వాటికి 1ని కలపడం జరుగుతుంది. (సున్నాలు ఉన్నట్లయితేనే) ఈ కింద కొన్ని సంఖ్యల పూర్ణాంకాలను ఇవ్వడం జరిగింది.

సంఖ్య	పూర్ణాంకం
9	0
95	1
956	2
9567	3
95678	4
0.9	$\bar{1}$
0.09	$\bar{2}$
0.009	$\bar{3}$
0.0009	$\bar{4}$
0.0802	$\bar{2}$
0.9101	$\bar{1}$

సాధారణంగా పూర్ణాంకపు ఋణాత్మక గుర్తును అంకె పైభాగాన తెలియజేయడం జరుగుతుంది. ఈ గుర్తును 'బార్' అని అంటాం. వీటిని చదివేటప్పుడు 1 బార్, 2 బార్, 3 బార్ అని వ్యవహరిస్తాం.

మాంటిస్సాను నిర్ణయించడం

దశాంశ స్థానంచేత ప్రభావితం గాక ఏ సంఖ్య మాంటిస్సా అయినా ఎప్పుడూ ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. ఈ విధంగా 956, 95.6, 9.56, 0.0956 లకు మాంటిస్సా మాత్రం సమానంగా ఉంటుంది. మాంటిస్సా విలువను నిర్ణయించడానికి సంవర్గమాన పట్టీలను ఉపయోగిస్తాం. ఈ పట్టీలు

BRAOU

4 లేదా అంతకంటే తక్కువ అంకాలు గల సంఖ్యల మాంటిస్సాలను నిర్ణయించటానికి మాత్రమే ఉపయోగపడతాయి. 4 కంటే ఎక్కువ అంకాలుగల (digits) సంఖ్యల మాంటిస్సాలను నిర్ణయించడం సంవర్గమాన పట్టీల ద్వారా సాధ్యం కాదు. కాబట్టి, అలాంటి అంకాలు గల్గిన సంఖ్యలను నాలుగు అంకాలకు సమానీకరణం చేయడం జరుగుతుంది. ఉదా. 4237.8 మాంటిస్సాను కనుక్కోవటానికి, ఈ సంఖ్యను 4238 కి సమానీకరణం చేస్తాం. ఇప్పుడు ఈ సంఖ్యకు 3 పూర్ణాంకం అవుతుంది. దీని మాంటిస్సాను కనుగొనడానికి మొదటి రెండు అంకెలను అంటే 42ను సంవర్గమాన పట్టీలోని ఎడమచేతివైపు నిలువుగా వున్న వరుసలో గుర్తించి, దానికి అనురూపంగా లేదా సమంగా 3 కింద చూడాలి. ఆవిధంగా చూడగా మనకు 6263 వస్తుంది. ఈ సంఖ్యకు 8 (8) మధ్యమ భేదాన్ని కూడాలి. ఈ విధంగా 4237.8 సంవర్గమానం 3.6271 అవుతుంది.

ఈ కింద కొన్ని సంఖ్యల సంవర్గమానాలను ఇవ్వడం జరిగింది.

సంఖ్య	సంవర్గమానం
3562	3.5516
356	2.5514
35.6	1.5514
3.56	0.5514
0.356	$\bar{1}.5514$
0.0356	$\bar{2}.5563$
0.004	$\bar{3}.6021$

ప్రతి సంవర్గమానాలు
ANTI-LOGARITHMS

సంవర్గమానం సహజసంఖ్యను కనుక్కోవడానికి ప్రతి సంవర్గమాన పట్టీలను చూడవలసి ఉంటుంది. ఈ ఉద్దేశ్యాన్ని నెరవేర్చడం కొరకే ప్రతి సంవర్గమానాలు ఉద్దేశించబడినవి. ఒక సంవర్గమానానికి ప్రతి సంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవడానికి కేవలం మాంటిస్సా భాగాన్ని మాత్రమే తీసుకొంటాం. ఒక సంవర్గమానానికి ప్రతిసంవర్గమానాన్ని కనుక్కొన్న తరువాత, పూర్ణాంకం అంటే దత్తాంశస్థానానికి ముందున్న అంకెల సహాయంతో దశాంశస్థానాన్ని నిర్ణయిస్తాం. సహజ సంఖ్యను కనుగొనడానికి పూర్ణాంకానికి 1ని కలుపుతాం. ప్రతిసంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవడానికి సంవర్గమానాన్ని చూసేటప్పుడు అనుసరించే పద్ధతినే ఆచరించవలసి ఉంటుంది.

సంవర్గమానాల ఉపయోగం

ఈ కింది ఉదాహరణ ద్వారా సంవర్గమానాల ఉపయోగాన్ని గమనించవచ్చు.

I. **గుణకారం** : రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల లబ్దం, ఆ రెండు సంఖ్యల సంవర్గమానాల మొత్తానికిగల ప్రతి సంవర్గమానానికి సమానం.

సూత్రప్రకారం చెప్పాలంటే,

$$A \times B = \text{Anti-log of } (\text{Log } A + \text{Log } B)$$

ఉదాహరణ-1 : 942 ను 225చే గుణించండి ?

జవాబు :

$942 \times 225 = A.L \ of \ (Log \ 942 + Log \ 225)$

$= \text{A. L of } (2.9741 + 2.3522)$

$= \text{A. L of } (5.3263)$

$= 211900$

ఉదాహరణ-2

$32.07 \times 2.136 = ?$

BRAOU

జవాబు :

$$32.07 \times 2.136 = A.L\ of\ (Log\ 32.07 + Log\ 2.136)$$
$$= A.L\ of\ (1.5060 + 0.3296)$$
$$= A.L\ of\ (1.8356)$$
$$= 68.48$$

II. భాగహారం : ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యచే భాగించాలంటే, మొదటి సంఖ్య సంవర్గమానం నుండి, రెండవ సంఖ్య సంవర్గమానాన్ని తీసివేసి, అలా వచ్చిన విల్వకు ప్రతి సంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవాలి. సూత్రప్రకారం చెప్పాలంటే.

$$A \div B = A.L\ of\ (LogA - LogB)$$

ఉదాహరణ-3

$$936 \div 42 = ?$$

జవాబు :

$$= A.L\ of\ (Log\ 936 - Log\ 42)$$
$$= A.L\ of\ (2.9713 - 1.6232)$$
$$= A.L\ of\ 1.3481$$
$$= 22.29$$

III. ఒక సంఖ్యను కొంత ఘాతవు స్థాయికి పెంచడం : ఒక సంఖ్యను కొంత ఘాతవు స్థాయికి పెంచదలచినట్లైతే, ఆ సంఖ్య సంవర్గమానాన్ని ఘాతాంకం చేత గుణించి, అలా వచ్చిన లబ్ధానికి ప్రతి సంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవాలి.

సూత్ర ప్రకారం చెప్పాలంటే.

$A^x = Antilog\ of\ (X\ \ logA)$

ఉదాహరణ-4

$(5.62)^4$ ను కనుక్కోండి?

జవాబు :

$$(5.62)^4 = A.L\ of\ (4\ log\ 5.62)$$
$$= A.L\ of\ (4 \times 0.7497)$$
$$= A.L\ of\ 2.9988$$
$$= 997.2$$

IV. ఒక సంఖ్య వర్గమూలాన్ని కనుక్కోడానికి : ఒక సంఖ్య వర్గమూలాన్ని కనుక్కోడానికి, ఆ సంఖ్య సంవర్గమానాన్ని 2చే భాగించి, వచ్చిన విలువకు ప్రతిసంవర్గమానాన్ని కనుక్కోవాలి.

సూత్రప్రాయంగా చెప్పాలంటే,

$A = Antilog\ of\ \frac{1}{2}\ (LogA)$

ఉదాహరణ-5

$\sqrt{5231.6}$ ను సూక్ష్మీకరించండి ?

జవాబు :

$$\sqrt{5231.6} = A.L\ of\ \tfrac{1}{2}(log5231.6)$$
$$= A.L\ of\ \tfrac{1}{2}(3.7187)$$
$$= A.L\ of\ 1.8593$$
$$= 72.33$$

ఉదాహరణ-6

$\frac{329.5}{\sqrt{232}\sqrt{115}}$ ను సూక్ష్మీకరించండి ?

జవాబు :

$$\frac{329.5}{\sqrt{232}\sqrt{115}}$$

B R A O U

$= \text{A. L of } \log 329.5 - \frac{1}{2} (\log 232 + \log 115)$
$= \text{A. L of } 2.5179 - \frac{1}{2} (2.3655 + 2.0607)$
$= \text{A. L of } 2.5179 - \frac{1}{2} (4.4262)$
$= \text{A. L of } (2.5179 - 2.2131)$
$= \text{A. L of } (0.3048)$
$= 2.081$

వ్యుత్క్రమాలు
RECIPROCALS

వ్యుత్క్రమాన్ని నిర్వచించాలంటే,ఒకటిని ఇచ్చిన సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చే విలువ అని చెప్పవచ్చు. ఈ ప్రకారం 5 వ్యుత్క్రమం $\frac{1}{5} = 0.2$ గాను ; 10 వ్యుత్క్రమం $\frac{1}{10} = 0.1$ గాను ఔతాయి. వ్యుత్క్రమాలను కనుగొనడానికి వ్యుత్క్రమాల పట్టీలను చూడవలసి ఉంటుంది. ఒక్కొక్క సంఖ్య వ్యుత్క్రమాన్ని వ్యుత్క్రమాల పట్టీ ద్వారా చూసేటపుడు, ఇచ్చిన సంఖ్య మొదటి రెండు అంకెలను వ్యుత్క్రమాల పట్టీ ఎడమ చేతివైపు నిలువుగా ఉన్న వరుసలో గుర్తించి దానికి అనురూపంగా లేదా సమంగా మూడవ వరుస కింద విలువను గుర్తించి దాని నుండి నాలుగవ అంశం మాధ్యమ భేదాన్ని తీసివేయగా వచ్చే విలువను వ్యుత్క్రమంగా భావించడం జరుగుతుంది. ఒకవేళ ఇచ్చిన సంఖ్య నాలుగు అంకెల కంటే ఎక్కువగా ఉన్నట్లయితే, వ్యుత్క్రమాన్ని కనుగొనడానికి దానిని నాలుగు అంకెల వరకు సమానీకరణచేసి తగ్గించవలసి ఉంటుంది.

ముఖ్యంగా గుర్తుంచుకొనవలసిందేమిటంటే, ఇచ్చిన సంఖ్యలో దశాంశ స్థానం కుడివైపుగా ఒక అంకానికి జరిగినట్లైతే, వ్యుత్క్రమంలో ఒక అంకం ఎడమవైపు జరుగుతుంది. ఈ దిగువ కొన్ని సంఖ్యల వ్యుత్క్రమాలు ఇవ్వడం జరిగింది.

సంఖ్య	వ్యుత్క్రమం
7	0.1429
9	0.1111
15	0.0667
20	0.0500
325	0.0030
0.482	2.0747
0.048	20.8333
0.008	125.0000
0.0008	1250.0000

BRAOU

అనుబంధం -II

సాంకేతికాలు - సంక్షిప్తాలు - సూత్రాలు

సాంకేతికాలు – సంక్షిప్తాలు

A	=	ఊహించిన సగటు
A.M	=	అంక మధ్యమం
A_w	=	ఊహించిన భారిత అంక మధ్యమం
b_{xy}	=	Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం
b_{yx}	=	X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం
C	=	ఉమ్మడి హారం
C. V.	=	విచరణ గుణకం
C.f	=	సంచిత పౌనఃపున్యం
d^1	=	$\left(\frac{X-A}{C}\right)$, అంటే ఉమ్మడి హారాన్ని తీసుకుంటూ ఊహించిన సగటు నుంచి X విలువల విచలనం
d	=	(X–A), అంటే ఊహించిన సగటు నుంచి X విలువల విచలనం
/d/	=	గుర్తుల్ని విస్మరిస్తూ మధ్యమం లేదా మధ్యగతం నుంచి తీసుకొన్న అంశాల విచలనం
D_1, D_2, D_3, etc.	=	మొదటి, రెండు, మూడు దశాంశాలు మొదలైనవి.
f	=	పౌనఃపున్యం
G.M	=	గుణమధ్యమం
W.G.M. or $G.M._W$	=	భారిత గుణమధ్యమం
H.M.	=	హార మధ్యమం
$H.M_W$	=	భారిత హారమధ్యమం
i	=	తరగతి అంతరం
log	=	సంవర్గమానం
L	=	తరగతి దిగువ అవధి
m	=	తరగతి మధ్య బిందువు
Med	=	మధ్యగతం
M.D.	=	మాధ్యమ విచలనం
N	=	పరిశీలనల సంఖ్య లేదా పౌనఃపున్య సంకలనం అంటే Σf
P_1, P_2, P_3 etc.	=	మొదటి, రెండు, మూడు శాతాంశాలు మొదలైనవి

BRAOU

P_0, P_1	=	ఆధార సంవత్సరంలోని ధరలు, వర్తమాన సంవత్సరంలోని ధరలు
$Q_1, Q_2, Q_3,$	=	మొదటి,రెండు,మూడు,చతుర్థాంశాలు మొదలైనవి.
Q_{01}	=	ఆధార సంవత్సరం ప్రాతిపదిక మీద వర్తమాన సంవత్సరానికి రాశి సూచి
q_0	=	ఆధార సంవత్సరంలోని రాశి
q_1	=	వర్తమాన సంవత్సరంలోని రాశి
Q. D.	=	చతుర్థాంశ విచలనం
R	=	వ్యాప్తి
r	=	సహ సంబంధ గుణకం
r_c	=	కోటి సహ సంబంధం లేదా రాంక్ సహసంబంధం
r_k	=	అనుషక్త విచలనం పద్ధతి ద్వారా సహసంబంధం
r^2	=	నిర్ధారక గుణకం
SK_P	=	కారల్ పియర్సన్ వైషమ్య గుణకం
SK_B	=	బౌలే వైషమ్య గుణకం
V	=	విస్తరణ
W	=	భారాలు
$\overline{X}$	=	అంక మధ్యమం
x	=	$(X-\overline{X})$ అంటే అసలు సగటు నుంచి అంశాల విచలనం
$\overline{X}_{12}$	=	రెండు శ్రేణుల ఉమ్మడి సగటు
$\overline{X}_W$	=	భారిత అంక మధ్యమం
$\overline{Y}$	=	Y శ్రేణుల అంక మధ్యమం
y	=	$(Y-\overline{Y})$, అంటే అసలు సగటు నుంచి అంశాల విచలనం
Z	=	బాహుళకం
σ	=	(సిగ్మా అంటారు) = ప్రామాణిక విచలనం
Δ	=	'డెల్టా అంటారు'
μ	=	'మ్యు' అంటారు
Σ	=	(సిగ్మా అంటారు) మొత్తం లేదా సంకలనం

సూత్రాలు

కేంద్ర స్థానపు కొలతలు :

అంక మధ్యమం :

BRAOU

వ్యక్తిగత శ్రేణులు :

$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N}$ .... (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$\overline{X} = A + \frac{\Sigma dx}{N}$ .... (దగ్గరి పద్ధతి)

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు :

$\overline{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$ .... (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fdx}{N}$ .... (దగ్గరి పద్ధతి)

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు :

$\overline{X} = \frac{\Sigma fm}{N}$ .... (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fd}{N}$ .... (దగ్గరి పద్ధతి)

$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fd^1}{N} \times C$ .... (సోపాన విచలనాల పద్ధతి)

$\overline{X} = m - i(F-1)$ .... (సంకలన పద్ధతి)

ఉమ్మడి సగటు $= \overline{X}_{12} = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2}{N_1+N_2}$

భారిత అంక మధ్యమం :

$\overline{X}_W = \frac{\Sigma WX}{\Sigma W}$ .... (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$\overline{X}_W = A_W + \frac{\Sigma Wdx}{\Sigma W}$ .... (దగ్గరి పద్ధతి)

మధ్యగతం:

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న శ్రేణులు :

మధ్యగతం $= \frac{N+1}{2}$ అంశం పరిమాణం

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు :

మధ్యగతం $= L + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times i$

లేదా

$U - \frac{\frac{N}{2} - C.f}{f} \times i$

చతుర్థాంశాలు:

వ్యక్తిగత, విచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ అంశం పరిమాణం

$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ అంశం పరిమాణం

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - C.f}{f} \times i$

$Q_3 = L + \frac{3\frac{N}{4} - C.f}{f} \times i$

BRAOU

బాహుళకం:

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$$Z = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

(లేదా)

$$Z = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times i$$

గుణ మధ్యమం:

వ్యక్తిగత శ్రేణులు:

$$\text{G.M.} = \text{Antilog } \frac{\Sigma log X}{N}$$

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$$\text{G.M.} = \text{Antilog } \frac{\Sigma f log X}{N}$$

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$$\text{G.M.} = \text{Antilog } \frac{\Sigma f log m}{N}$$

భారిత గుణ మధ్యమం:

$$\text{G.M}_W = \text{Antilog } \left(\frac{\Sigma W log X}{\Sigma W}\right)$$

హార మధ్యమం:

వ్యక్తిగత శ్రేణులు:

$$\text{H.M.} = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{1}{X}\right)}$$

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$$\text{H.M.} = \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{X}\right)}$$

అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు:

$$\text{H.M.} = \frac{N}{\Sigma\left(f \times \frac{1}{m}\right)} \quad \text{లేదా} \quad \frac{N}{\Sigma\left(\frac{f}{m}\right)}$$

భారిత హార మధ్యమం:

$$\text{H.M.}_W = \frac{\Sigma W}{\Sigma\left(\frac{W}{X}\right)}$$

విచరణ కొలతలు

వ్యాప్తి $= \text{L} - \text{S}$

వ్యాప్తి గుణకం $= \frac{L-S}{L+S}$

BRAOU

చతుర్థాంశాల మధ్య వ్యాప్తి $= Q_3 - Q_1$

చతుర్థాంశ విచలనం :

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

చతుర్థాంశ విచలన గుణకం $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

మాధ్యమ విచలనం

వ్యక్తిగత శ్రేణులు:

$$M.D. = \frac{\Sigma|d|}{N}$$ (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$$M.D. = \frac{\Sigma X_A - \Sigma X_B - (n_A - n_B) \text{ సగటు}}{N}$$ (దగ్గరి పద్ధతి)

విచ్ఛిన్న, అవిచ్ఛిన్న శ్రేణులు :

$$M.D. = \frac{\Sigma f|d|}{N}$$

మాధ్యమ విచలన గుణకం$= \frac{M.D}{Med.\ or\ Mean}$

ప్రామాణిక విచలనం

వ్యక్తిగత శ్రేణులు:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}$$ (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma dx}{N}\right)^2}$$ (దగ్గరి పద్ధతి)

విచ్ఛిన్న శ్రేణులు

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$$ (ప్రత్యక్ష పద్ధతి)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fdx}{N}\right)^2}$$ (దగ్గరి పద్ధతి)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\Sigma fd^1}{N}\right)^2} \times C$$ (సోపాన విచలనాల పద్ధతి)

ప్రామాణిక విచలనాల గుణకం :

$$= \frac{\sigma}{X}$$

విచరణ గుణకం :

$$C.V. = \frac{\sigma}{X} \times 100$$

విస్తృతి: $\frac{\Sigma(X-\overline{X})^2}{N}$ లేదా σ^2

$$\sigma = \sqrt{\text{విస్తృతి}}$$

ఉమ్మడి ప్రామాణిక విచలనం

$$\sigma_{12...n} = \frac{N_1\sigma_1{}^2 + N_2\sigma_2{}^2 .... N_n\sigma_n{}^2 + N_1 d_1{}^2 + N_2 d_2{}^2 ... N_n d_n}{N_1 + N_2 + ... N_n}$$

BRAOU

వైషమ్యం

పరమ వైషమ్యం = మధ్యమం − బహుళకం

లేదా

$$Q_3 + Q_1 - 2\,\text{Med.}$$

సాపేక్ష వైషమ్యం :

(i) SK_P గుణకం $= \dfrac{\text{మధ్యమం} - \text{బహుళకం}}{\sigma}$ ....(కారల్ పియర్సన్ పద్ధతి)

(ii) SK_P గుణకం $= \dfrac{3(\text{మధ్యమం} - \text{మధ్యగతం})}{\sigma}$ (బాహుళకాన్ని తప్పగా నిర్వచించలేనప్పుడు)

(iii) SK_B గుణకం $= \dfrac{Q_3 + Q_1 - 2\text{మధ్యగతం}}{Q_3 - Q_1}$ (బౌలే పద్ధతి)

సహసంబంధ విశ్లేషణ

(1) కారల్ పియర్సన్ పద్ధతి.

(ఎ) అసలు సగటునుంచి విచలనాలను తీసుకున్నప్పుడు:

$$r = \frac{\Sigma xy}{N.\sigma_x.\sigma_y}$$

(లేదా)

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2.\Sigma y^2}}$$

BRAOU

(బి) ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకున్నప్పుడు

$$r = \frac{\Sigma dxdy - \frac{\Sigma dx.\Sigma dy}{N}}{\sqrt{\Sigma dx^2 - \frac{(\Sigma dx)^2}{N} \times \Sigma dy^2 - \frac{(\Sigma dy)^2}{N}}}$$

(సి) వర్గీకృత దత్తాంశంలో సహసంబంధ గుణకం

$$r = \frac{\Sigma fdxdy - \frac{\Sigma fdx.\Sigma fdy}{N}}{\sqrt{\Sigma fdx^2 - \frac{(\Sigma fdx)^2}{N} \times \Sigma fdy^2 - \frac{(\Sigma fdy)^2}{N}}}$$

$$\text{P.E}_r = 0.6745\ \frac{1-r^2}{N}$$

కోటి సహసంబంధం :

$$(ఎ)\ r_k = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N^3-N}$$

$$(బి)\ r_k = 1 - \frac{6\{\Sigma D^2+\frac{1}{12}(m^3-m)\}}{N^3-N}$$ (రాంక్‌లు పునరావృతం అయినప్పుడు)

అనుషక్త విచలనం పద్ధతి :

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{2C-n}{n}\right)}$$

ప్రతిగమన విశ్లేషణ

X మీద Y ప్రతిగమన రేఖను ఇచ్చినప్పుడు :

$$Y = a+bx$$

Y మీదX ప్రతిగమన రేఖను ఇచ్చినప్పుడు :

$$X = a + by$$

ప్రతిగమన గుణకాలు :

(i) సామాన్య సమీకరణాల్ని పరిష్కరించటం ద్వారాY మీద X ప్రతిగమన గుణకం :

$$\Sigma X = Na + b\Sigma Y$$

$$\Sigma XY = a\Sigma X + b\Sigma Y^2$$

Y మీద X ప్రతిగమన గుణకం అంటే bxy (లేదా)b_1

$$= r\frac{\sigma x}{\sigma y} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma y^2}$$ (విచలనాలను అసలు సగటు నుంచి తీసుకున్నప్పుడు)

$$bxy = \frac{\Sigma dxdy - \frac{\Sigma dx.\Sigma dy}{N}}{\Sigma dy^2 - \frac{(\Sigma dy)^2}{N}}$$ (ఊహించిన సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకున్నప్పుడు)

$$bxy = \frac{\Sigma XY - N\overline{X}\overline{Y}}{\Sigma Y^2 - N(\overline{Y})^2}$$ (సంఖ్యలను అసలు విలువల్లో ఇచ్చినప్పుడు)

X మీద Y ప్రతిగమన గుణకం అంటే byx లేదా b_2

$$= r\frac{\sigma y}{\sigma x} = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2}$$ (అసలు సగటు నుంచి విచలనాలను తీసుకున్నప్పుడు)

$$byx = \frac{\Sigma dxdy - \frac{\Sigma dx.\Sigma dy}{N}}{\Sigma dx^2 - \frac{(\Sigma dx)^2}{N}}$$ (ఊహించిన సగటు నుంచి విచనాలను తీసుకున్నప్పుడు)

$$byx = \frac{\Sigma XY - N\overline{X}\overline{Y}}{\Sigma Y^2 - N(\overline{X})^2}$$ (సంఖ్యల్ని అసలు విలువల్లో ఇచ్చినప్పుడు)

$$r = \sqrt{bxy \times byx}$$

BRAOU

సూచీ సంఖ్యలు

1. భారాలు లేని సూచీ సంఖ్యలు

(ఎ) సామాన్య సమిష్టి పద్ధతి

$$P_{01} = \frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$$

(బి) ధర సాపేక్షకాల సామాన్య సగటు పద్ధతి

$P_{01} = \frac{\Sigma P}{N}$

ఇక్కడ $P = \frac{p_1}{p_0} \times 100$

(సి) ధర సాపేక్షకాల గుణమధ్యమం పద్ధతి

$$P_{01} = \text{Antilog } \frac{\Sigma \log P}{N}$$

2. భారిత సూచీ సంఖ్యలు :

(ఎ) భారిత సమిష్టి పద్ధతి

(i) లాస్పేయిర్స్ పద్ధతి

$P_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

(ii) పాషే పద్ధతి

$P_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$

(iii) డార్బిష్ - బౌలే పద్ధతి ;

$$P_{01} = \frac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}{2} \times 100$$

(లేదా)

$$P_{01} = \frac{L+P}{2}$$

(iv) ఫిషర్ ఆదర్శ పద్ధతి :

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \times 100$$

(v) మార్షల్ - ఎడ్జ్‌వర్త్ పద్ధతి :

$$P_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_0 + \Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0 + \Sigma p_0 q_1} \times 100$$

(vi) కెల్లీ పద్ధతి

$P_{01} = \frac{\Sigma p_1 Q}{\Sigma p_0 Q} \times 100$

B R A O U

(బి) ధర సాపేక్షకాల భారిత సగటు

$$P_{01} = \left(\frac{\Sigma log PV}{\Sigma V}\right)$$

(లేదా)

$$P_{01} = \left\{\frac{\Sigma log \frac{p_1}{p_0} \times 100 \times V}{\Sigma V}\right\}$$

రాశి లేదా పరిమాణపు సూచీ సంఖ్యలు

$Q_{01} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \times 100$ (లాస్పేయర్స్ పద్ధతిని ఉపయోగించినప్పుడు)

$Q_{01} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1} \times 100$ (పాషే పద్ధతిని ఉపయోగించినప్పుడు)

$Q_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \times \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}} \times 100$ (ఫిషర్ పద్ధతిని ఉపయోగించినప్పుడు)

కాల పరివర్తన పరీక్ష $= P_{01} \times P_{10} = 1$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1} \times \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_0}} = 1$$

అంశ పరివర్తక పరీక్ష $= P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \times \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_1}} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$$

వక్రీయ పరీక్ష $= P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$

వినియోగదార్ల ధర సూచీ

(ఎ) సమిష్టి వ్యయం పద్ధతి :

జీవన వ్యయసూచీ $= \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

(బి) కుటుంబ బడ్జెట్ పద్ధతి

జీవన వ్యయసూచీ $= \frac{\Sigma PV}{\Sigma V}$

BRAOU

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

బి.కాం. ద్వితీయ సంవత్సరం

కామర్సు : గ్రూపు - బి : కోర్సు - 1

వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం

సిలబస్

ఖండం -I : గణాంకశాస్త్రం - దత్తాంశసేకరణ - వర్గీకరణ - సమర్పణ

భాగం - 1 గణాంకశాస్త్ర పుట్టుక, అభివృద్ధి, నిర్వచనం
భాగం - 2 గణాంకశాస్త్ర పరిధి, ప్రాముఖ్యత, పరిమితులు
భాగం - 3 దత్తాంశ స్వభావం
భాగం - 4 దత్తాంశ సేకరణ
భాగం - 5 ప్రతిచయన పద్ధతులు
భాగం - 6 దత్తాంశ వర్గీకరణ
భాగం - 7 దత్తాంశ శ్రేణీకరణ
భాగం - 8 దత్తాంశ పట్టీకరణ
భాగం - 9 చిత్రపటాత్మకంగా దత్తాంశ సమర్పణ
భాగం - 10 రేఖా పటాత్మకంగా దత్తాంశ సమర్పణ

ఖండం - II : సగటులు

భాగం - 11 సగటుల పరిచయం
భాగం - 12 అంకమధ్యమం
భాగం - 13 మధ్యగతం, చతుర్థాంశాలు
భాగం - 14 బాహుళకం
భాగం - 15 గుణమధ్యమం, హారమధ్యమం

ఖండం - III : విస్తరణ కొలమానాలు

భాగం - 16 విస్తరణ
భాగం - 17 వ్యాప్తి, చతుర్థాంశ విచలనం
భాగం - 18 మాధ్యమ విచలనం
భాగం - 19 ప్రామాణిక విచలనం, లోరెంజ్ వక్రరేఖ
భాగం - 20 వైషమ్యం
భాగం - 21 వైషమ్య కొలమానాలు

ఖండం - IV : సహసంబంధం, ప్రతిగమన విశ్లేషణ

భాగం - 22 సహసంబంధం
భాగం - 23 సహసంబంధాన్ని అధ్యయనం చేసే పద్ధతులు - I
భాగం - 24 సహసంబంధాన్ని చేసే పద్ధతులు - II
భాగం - 25 ప్రతిగమన విశ్లేషణ

ఖండం - V : సూచీ సంఖ్యలు

భాగం - 26 సూచీ సంఖ్యలు
భాగం - 27 సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం
భాగం - 28 సాధారణ సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం
భాగం - 29 భారిత సూచీ సంఖ్యల నిర్మాణం
భాగం - 30 సూచీ సంఖ్యల సూత్రాల పరిపూర్ణత్వపు పరీక్షలు
భాగం - 31 జీవన వ్యయ సూచీ సంఖ్యలు

BRAOU

FACULTY OF COMMERCE
B.COM. II YEAR (3YDC) EXAMINATION
మాదిరి పరీక్షా పత్రం
గ్రూపు-బి; పేపర్ - II : వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం
PART - A

సమయం : 3గంటలు

గరిష్ఠ మార్కులు = 100
కనిష్ఠ మార్కులు = 35

కిందివాటిలో నాల్గింటికి సమాధానం ఇవ్వండి.

1. గణాంకశాస్త్రం అంటే ఏమిటి ? దాని పరిమితులను వివరించండి.

2. వైషమ్యానికి, విస్తరణకూ గల వ్యత్యాసాలేవి?

3. సూచీసంఖ్యల నిర్మాణంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను క్లుప్తంగా వివరించండి.

4. రేఖా పటాత్మకంగా మధ్యగతాన్ని గుర్తించండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
0-10	6
10-20	10
20-30	25
30-40	28
40-50	13
50-60	8

BRAOU

5. కింది దత్తాంశానికి ప్రామాణిక విచలనాన్ని, విచరణ గుణకాన్ని గణించండి.

బరువులు	పిల్లల సంఖ్య
40	12
44	16
48	17
50	19
52	10
56	8
60	3

6. కారల్ పియర్సన్ పద్ధతి ద్వారా కింది దత్తాంశానికి వైషమ్యాన్ని గణించండి.

వేతనాలు(రూ.)	శ్రామికుల సంఖ్య
250-300	4
300-350	5
350-400	8
400-450	12
450-500	9
500-550	4
550-600	3

7. కింది దత్తాంశానికి సహసంబంధ గుణకాన్ని గణించండి.

X	12	14	16	20	24	22
Y	14	15	17	19	21	20

8. కింది దత్తాంశం ఆధారంగా ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని గణించండి.

	ఆధారసంవత్సరం		ప్రస్తుతసంవత్సరం	
వస్తువులు	ధర	పరిమాణం	ధర	పరిమాణం
A	4	40	5	50
B	7	30	7	40
C	6	70	7	60
D	8	60	9	70
E	10	80	11	90

PART-B

కింది వాటిలో ఏవేని నాల్గింటికి సమాధానం ఇవ్వండి.

1. ప్రాథమిక, ద్వితీయ దత్తాంశాల మధ్య వ్యత్యాసాలేవి?
2. మంచి సగటుకు ఉండాల్సిన ఆవశ్యకాలేవి?
3. 'వ్యాప్తి' అంటే ఏమిటి? దాని సుగుణాలను, పరిమితులను పేర్కొనండి.
4. సౌష్టవ విభాజనం లక్షణాలేవి?
5. సహ సంబంధానికీ, ప్రతిగమనానికి మధ్య వ్యత్యాసాలేవి?
6. కింది దత్తాంశానికి అంకమధ్యమాన్ని గణించండి.

తరగతి అంతరం					
గణాంకశాస్త్రంలో మార్కులు	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
విద్యార్థుల సంఖ్య	5	8	16	9	2

7. కింది దత్తాంశం రెండు ఫ్యాక్టరీల టర్నోవర్‌కు సంబంధించినది. ఏ ఫ్యాక్టరీ స్థిరత్వం గలదో కనుగొనండి.

	ఫ్యాక్టరీ -A	ఫ్యాక్టరీ -B
ప్రామాణిక విచలనం	25	30
మధ్యమం	45	50
పరిశీలనల సంఖ్య	100	100

8. కింది దత్తాంశానికి గుణమధ్యమాన్ని కనుగొనండి.

X	f
14	12
28	10
40	20
64	8
125	4

9. ఒక విభాజనంలో అంకమధ్యమం = 200, విచరణ గుణకం = 8, పియర్సన్ వైషమ్యగుణకం = 0.3. బాహుళకాన్ని కనుగొనండి.
10. X, Y శ్రేణుల మధ్య కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకం = 0.4, వాటి సహ విచరణం = 4, Y శ్రేణి ప్రామాణిక విచలనం = 5. రెండు ప్రతిగమన గుణాకాలను కనుగొనండి.

BRAOU

ఆంధ్ర ప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వ విద్యాలయం

అండర్ గ్రాడ్యుయేట్ కోర్సు

బి.కాం. ద్వితీయ సంవత్సరం

కోర్సు : వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం

అసైన్ మెంట్ -I

గమనిక

1.జవాబును నేరుగా ఎలాంటి పుస్తకాలనుండి చూసి రాయకండి

2.సాధ్యమైనంత వరకు ప్రశ్నలకు మీ సొంత మాటలలో జవాబు రాయండి.

3.ఏదైన మూలాన్ని రాయాలనుకుంటే, ఖచ్చితంగా మూలాన్ని పేర్కొనండి.

4.అసైన్ మెంట్ ను రాయడానికి పూర్తి కాగితాన్ని ఉపయోగించండి.

5.పేపరుకు తగిన మార్జిన్ ను వదలండి.

6.ఈ అసైన్ మెంట్ రాయడానికి రెండు గంటల కంటే ఎక్కువ సమయం పట్టదు.

వ్యాస ప్రశ్నలు

1.గణాంకశాస్త్ర విధులేవి ?

2.1984-85 నుండి 1987-88 వరకు ఒక కాలేజిలో విద్యార్థులు క్రింది విధంగా ఉన్నారు.

సంవత్సరం	ఆర్ట్సు	కామర్సు	సైన్సు	మొత్తం
1984-85	100	75	50	225
1985-86	150	100	75	325
1986-87	200	150	100	450
1987-88	250	200	150	600

తగిన చిత్రపటం ద్వారా దత్తాంశాన్ని చూపండి.

3.క్రింది దత్తాంశానికి బాహుళకాన్ని గణించండి.

గణాంకశాస్త్రంలో మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
10-20	4
20-30	12
30-40	14
40-50	18
50-60	30
60-70	10
70-80	8
80-90	4

BRAOU

చిన్న ప్రశ్నలు

1.గణాంక క్రమత్వ సిద్ధాంతాం అంటే ఏమిటి ?

2. కింది దత్తాంశానికి అంకమధ్యమాన్ని గణించండి.

X (రూ.లలో వేతనాలు)	f (శ్రామికుల సంఖ్య)
200	7
400	8
600	9
800	6
1000	4
1200	2

3. కింది దత్తాంశానికి ఉమ్మడి సగటును గణించండి.

	సెక్షన్ A	సెక్షన్ B
విద్యార్థుల సంఖ్య	50	60
సగటు	65	55

BRAOU

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

అండర్ గ్రాడ్యుయేట్ కోర్సు

బి.కాం. ద్వితీయ సంవత్సరం

కోర్సు : వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం

అసైన్‌మెంట్ - II

గమనిక

1. జవాబును నేరుగా ఎలాంటి పుస్తకాలనుండి చూసి రాయకండి
2. సాధ్యమైనంత వరకు ప్రశ్నలకు మీ సొంత మాటలలో జవాబు రాయండి ·తి
3. ఏదైన మూలాన్ని రాయలనుకుంటే, ఖచ్చితంగా మూలాన్ని పేర్కొనండి.
4. అసైన్‌మెంట్‌ను రాయడానికి పూర్తి కాగితాన్ని ఉపయోగించండి.
5. పేపరుకు తగిన మార్జిన్‌ను వదలండి
6. ఈ అసైన్‌మెంట్ రాయడానికి రెండు గంటల కంటే ఎక్కువ సమయం పట్టదు.

వ్యాసప్రశ్నలు

1. సరియైన విస్తరణ మానానికి ఉండాల్సిన ఆవశ్యకాలేవి ?
2. కింది దత్తాంశానికి ప్రామాణిక విచలనాన్ని గణించండి.

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం
0-5	15
5-10	16
10-15	20
15-20	26
20-25	14
25-30	7
30-35	2

3. కారల్ పియర్సన్ సూత్రం ఆధారంగా కింది దత్తాంశానికి వైషమ్య గుణకాన్ని గణించండి.

ఆదాయం (రూ.)	400-600	600-800	800-1000	1000-1200	1200-1400
వ్యక్తులసంఖ్య	14	18	26	12	10

చిన్న ప్రశ్నలు

1. వైషమ్యాన్ని అధ్యయనం చేయడంలోని ధ్యేయాలేవి ?
2. కింది దత్తాంశానికి ఉమ్మడి ప్రామణిక విచలనాన్ని గణించండి.

	గ్రూపు - ఎ	గ్రూపు - బి
అంకమధ్యమం	25	28
ప్రామాణిక విచలనం	4	5
అంశాల సంఖ్య	20	20

3. ఒక విభాజనంలో $Q_3 = 75$, $Q_1 = 25$, మధ్యగతం $= 50$. వైషమ్య గుణకాన్ని కనుగొనండి.

BRAOU

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వ విద్యాలయం

అండర్ గ్రాడ్యుయేట్ కోర్సు

బి.కాం. ద్వితీయ సంవత్సరం

కోర్సు : వ్యాపార గణాంకశాస్త్రం

అసైన్‌మెంట్ - III

గమనిక

1. జవాబును నేరుగా ఎలాంటి పుస్తకాలనుండి చూసి రాయకండి
2. సాధ్యమైనంత వరకు ప్రశ్నలకు మీ సొంత మాటలలో జవాబు రాయండి
3. ఏదైనా మూలాన్ని రాయాలనుకుంటే, ఖచ్చితంగా మూలాన్ని పేర్కొనండి.
4. అసైన్‌మెంట్‌ను రాయడానికి పూర్తి కాగితాన్ని ఉపయోగించండి
5. పేపరుకు తగిన మార్జిన్‌ను వదలండి
6. ఈ అసైన్‌మెంట్ రాయడానికి రెండు గంటల కంటే ఎక్కువ సమయం పట్టదు.

వ్యాస ప్రశ్నలు

1. ప్రతిగమనానికీ, సహసంబంధానికీ గల వ్యత్యాసాలేవి ?
2. కింది దత్తాంశానికి కారల్ పియర్సన్ సహసంబంధ గుణకాన్ని గణించండి.

X	24	26	28	22	25	30
Y	12	16	17	15	20	21

3. కింది దత్తాంశానికి ఫిషర్ ఆదర్శ సూచీని గణించండి.

	ఆధార సంవత్సరం		ప్రస్తుత సంవత్సరం	
వస్తువులు	ధర	పరిమాణం	ధర	పరిమాణం
A	4	60	5	70
B	8	80	9	60
C	12	30	16	40
D	16	10	20	20

చిన్న ప్రశ్నలు

1. జీవన వ్యయసూచీ సంఖ్యల ఉపయోగాలేవి ?
2. ఒక విభాజనంలో $\Sigma X = 21$ $\Sigma X^2 = 147$, $\Sigma Y = 25$, $\Sigma Y^2 = 185$, $\Sigma XY = 140$, $N = 10$ Y మీద X ప్రతి గమన గుణకాన్ని గణించండి.
3. 1984 ఆధారంగా 1988 కి ధర సూచీని ధర సాపేక్షకాల పద్ధతి సహాయంతో నిర్మించండి.

వస్తువులు	A	B	C	D
ధర(1984) (రూ.లలో)	80	40	60	10
ధర(1988) (రూ.లలో)	100	80	90	40

B R A O U