భౌతిక శాస్త్రం

యాంత్రిక శాస్త్రం
తరంగాలు, డోలనాలు
దృశా శాస్త్రం

డా॥ బి.ఆర్.అంబేద్కర్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం
హైదరాబాదు
1992

CM-0394
31-3-97

కోర్సుటీమ్

సంపాదకులు
ప్రొ. యస్.వి. సుబ్రహ్మణ్యం

సహసంపాదకులు
డా|| కె. జ్ఞానప్రసూన
డి.వి.యస్. శర్మ

రచయితలు
ప్రొ. అన్వర్–ఉర్–రహమాన్
డా|| ఎన్. మనోహరమూర్తి
డా|| ఎమ్. ముత్తారెడ్డి
డా|| కె.ఎస్.ఎన్. మూర్తి
డా|| యస్. రాఘవన్

కవర్ డిజైనర్
చంద్ర

గ్రాఫిక్ డిజైనర్
ఎమ్. రమేష్

డా|| బి.ఆర్.అంబేద్కర్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం
హైదరాబాదు.

ప్రథమ ముద్రణ 1985
ద్వితీయ ముద్రణ 1990
తృతీయ ముద్రణ – 1992 నాల్గవ ముద్రణ – 1992-93

ఈ పాఠాలు సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం పాఠ్యప్రణాళికలో ఒక భాగం.

పాఠ్యప్రణాళిక మొత్తం వివరాలు ఈ పుస్తకం చివరలో ఉన్నాయి

ఇతర వివరాలకు: డైరెక్టరు, (అకడమిక్) డా|| బి.ఆర్.అంబేద్కర్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

హైదరాబాదు.

ముద్రణ: సుశీల్ ఆర్ట్ ప్రింటర్స్ రామంతాపూర్, హైదరాబాదు-13.

పీఠిక

ఆంధ్రప్రదేశ్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం బోధించే రెండవ సంవత్సరం బి.యస్.సి. కోర్సు పాఠ్య ప్రణాళిక ఆంశాల సంకలనమే ఈ పుస్తకం. ఈ అంశాలు ఆధారంగా యాంత్రిక శాస్త్రం, తరంగాలు-డోలనాలు, దృశా శాస్త్రం అనే అంశాల సంకలనమే ఈ పుస్తకం. ఈ అంశాలు విజ్ఞాన శాస్త్రంలోని 3 సంవత్సరాల డిగ్రీ కోర్సులో రెండవ సంవత్సరం అధ్యయనం చేయవలసిన ముఖ్య పాఠ్య పరిధిలోనివి. అయితే పాఠ్య ప్రణాళిక, సౌలభ్యంకోసం కొన్ని ఖండాలుగా విభజింపబడింది. ప్రతి ఖండికలో కొన్ని భాగాలు ఉంటాయి. ప్రతి ఖండం ఒక నిర్దిష్ట విభాగాన్ని సూచిస్తుంది. విద్యార్థి ఎక్కువగా శ్రమపడకుండ సులభంగా చదివి, అర్థం చేసుకొనే రీతిలో ఒక ప్రణాళిక ననుసరించి ఆయా శాఖలలో నిపుణులచేత ఈ పాఠాలు రూపొందించబడ్డాయి. ప్రతి భాగం దాని లక్ష్యంతో ప్రారంభమౌతుంది. విద్యార్థి తన అవగాహనా శక్తిని తానే పరీక్షించు కొనేందుకు వీలుగా ప్రశ్నలు, లెక్కలు కూడా యివ్వ బడ్డాయి. అంతేకాక భౌతికశాస్త్రంలో ముఖ్యంగా ఒక భావనను విద్యార్థి అర్థం చేసుకోవాలంటే దానికి సంబంధించిన కొన్ని లెక్కలను చేయాల్సి ఉంటుంది. ఈ కారణంగా ప్రతి పాఠంలోనూ మాదిరి లెక్కలు కొన్ని యివ్వబడ్డాయి. విద్యార్థికి తెలియని కొన్ని పదాలను పదకోశంలో వివరించడం జరిగింది.

ఖండం **1-5** లో ముఖ్యంగా యాంత్రిక శాస్త్రశాఖలో, వస్తువుల రేఖీయ గమనం, భ్రమణ గమనం, వాటిపై పనిచేసే బలాలను గురించి చర్చించడం జరిగింది. గరుత్వాకర్షణ, అభిఘాతాలను గూడ వివరించడం జరిగింది. భౌతికశాస్త్రశాఖలలో ముఖ్యమైన దృశా శాస్త్ర విభాగం ఖండం **8-11** రూపొందించ బడింది. ఈ పాఠాలు విద్యార్థుల భౌతిక శాస్త్ర అవగాహనకే కాక ముఖ్యంగా యాంత్రిక శాస్త్రం, తరంగాలు, డోలనాలు, దృశా శాస్త్రం గూర్చి విపులంగా తెలుసుకోడానికి వీలౌతుందని విశ్వవిద్యాలయం ఆకాంక్షిస్తోంది.

విషయసూచిక

ఖండం - 1 : శక్తి నిత్యత్వం

భాగం – 1 యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వం

విషయక్రమం

1.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని పరిచయం చేస్తుంది. సూత్రాన్ని అర్థం చేసుకొనడానికి అనువుగా ఇందులో

1. పని – శక్తి సిద్ధాంతం
2. స్థితిజశక్తి భావన

మొదలైన అంశాల వివరణ ఉంది.

మీరు ఈ భాగం పూర్తిగా చదివిన తరువాత

1. సంరక్షక, అసంరక్షక, బలాల మధ్య గల తేడాను గుర్తించగలరు.
2. వ్యవస్థపై సంరక్షక బలాలు మాత్రమే పనిచేస్తున్నప్పుడు మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరంగా ఉంటుందని తెలుసుకుంటారు.

1.2 ప్రవేశిక

భౌతికశాస్త్రంలో వివిధ రూపాల్లో శక్తులు ఉంటాయి. ఉదాహరణ ఉష్ణశక్తి, కాంతిశక్తి, విద్యుత్‌శక్తి, యాంత్రికశక్తి, మొదలైనవి. ఈ భాగంలో యాంత్రికశక్తి నిత్యత్వం గురించిన చర్చ ఉంది.

1.3 పని – శక్తి సిద్ధాంతం

శక్తి రూపాలు అనేకం. ఇవి యాంత్రిక శక్తి, ఉష్ణశక్తి, కాంతిశక్తి, విద్యుత్‌శక్తి కేంద్రక శక్తి. ఈ పాఠంలో యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వాన్ని గూర్చి తెలుసుకొందాం.

m ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు v వేగంతో పయనిస్తుంటే దాని గతిజశక్తి $(1/2)mv^2$

m ద్రవ్యరాశిగల వస్తువుమీద ఫలిత బలం $\vec{F}$ పనిచేస్తుందనుకొందాం. $\vec{F}$ పరిమాణం కాలంతో మారుతుందనుకొందాం. $\vec{F}$ బలం పనిచేస్తున్నందున వస్తువు స్థానభ్రంశాన్ని పొందుతుంది. ఈ స్థానభ్రంశం $\vec{F}$ పనిచేయు దిశలో ఉందనుకొందాం. వస్తువు $\vec{x}_0$ స్థానం నుంచి $\vec{x}$ స్థానానికి స్థానభ్రంశం చెందినప్పుడు దానిపై జరిగిన పని W అయిన

$$W = \int_{\vec{x}_0}^{\vec{x}} \vec{F}.\vec{dx} = \int_{\vec{x}_0}^{\vec{x}} F dx \qquad (1.1)$$

న్యూటన్ రెండవ గమనసూత్రం ప్రకారం $\vec{F}=m\vec{a}$. ఇచ్చట $\vec{a}$ వస్తువు త్వరణాన్ని సూచిస్తుంది. కనుక

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv\,dx}{dx\,dt} = v\frac{dv}{dx} \qquad (1.2)$$

$\because (v=dx/dt)$

$$\therefore F = mv \frac{dv}{dx} \tag{1.3}$$

సమీకరణం (1.3) నుంచి F విలువను సమీకరణం (1.1)లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$W = \int_{x_0}^{x} mv \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_0}^{v} mv\, dv = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 \tag{1.4}$$

పై సమీకరణంలో (1/2) mv^2 అంత్య గతిజ శక్తిని (K), $1/2mv_0^2$ తొలి గతిజ శక్తిని (K_0) సూచిస్తాయి.

$\therefore$ జరిగిన పని W అయిన

$$W = K - K_0 = \Delta K \tag{1.5}$$

ఇచ్చట ΔKగతిజ శక్తిలోని మార్పును సూచిస్తుంది. ఇంతవరకు మనం ప్రత్యేక సందర్భాన్ని మాత్రమే తీసుకొన్నాం. సాధారణ సందర్భాలలో బలం పరిమాణాత్మక మార్పే కాకుండా దిశాత్మకంగా కూడా మార్పు చెందవచ్చు. ఉదాహరణకు వక్రరేఖ వెంబడి వస్తువు చలిస్తుంటే దానిమీద పనిచేసే బలం యొక్క దిశ మారుతుంటుంది. ఇలాంటి సందర్భాలలో కూడా సమీకరణం (1.5) పాటింపబడుతుందని నిరూపించవచ్చు. కనుక ఒక కణం మీద ఫలిత బలం అనువర్తించినప్పుడు జరిగిన పని దాని గతిజశక్తి మార్పు విలువకు సమానం. దీనినే **పని-గతిజశక్తి సిద్ధాంతం** అంటారు.

ఒక కణం మీద వివిధ బలాలు $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots F_n$ పని చేస్తుంటే వీటి సదిశ రాశుల మొత్తం ఫలిత బలాన్ని సూచిస్తుంది.

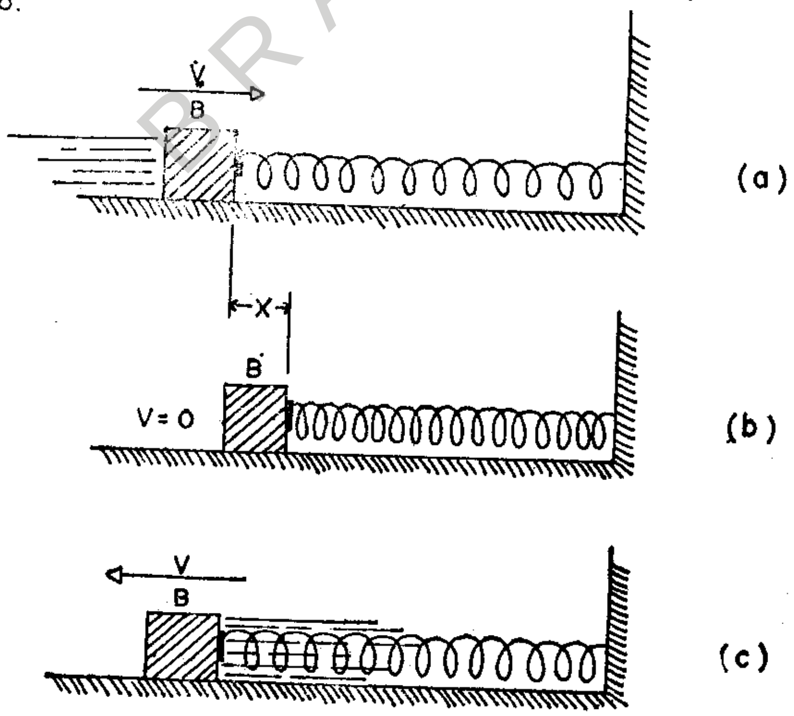
$$\therefore \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots F_n \tag{1.6}$$

ఫలితబలం వల్ల జరిగిన పని (W), వైయుక్త బలాలవల్ల జరిగిన పనుల W_1, W_2, W_3 .... బీజీయ మొత్తానికి సమానం. అప్పుడు పని-శక్తి సిద్ధాంతాన్ని క్రిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + \ldots\ldots = \Delta K \tag{1.7}$$

1.4 సంరక్షక - అసంరక్షక బలాలు

బలాలను సంరక్షక బలాలని, అసంరక్షక బలాలని వర్గీకరించవచ్చు. దీనిని ఉదాహరణతో దృష్టాంతీకరిద్దాం.



పటం 1.1 a) ద్రవ్యరాశి m గల B అనే దిమ్మె v వేగంతో స్ప్రింగ్ వైపుకు కదులుతున్నది. b) స్ప్రింగ్ బలంవల్ల నిశ్చలస్థితికి వచ్చిన ద్రవ్యరాశి c) తొలి స్థానానికి వచ్చినప్పుడు ద్రవ్యరాశి m వేగం V ఉంటుంది. గమన దిశ తొలి గమనదిశకు వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది.

దృఢమైన గోడకు స్థిరంగా అతికిన ఒక స్ప్రింగ్‌ని తీసికొందాం. స్ప్రింగ్ రెండవ చివర ద్రవ్యరాశి ఉందనుకొందాం. పటం 1.1 (a) లో చూపినట్లు ఈ ద్రవ్యరాశి సమాంతర తలం మీద v వేగంతో స్ప్రింగ్ వైపుకు జారుతున్నదనుకొందాం. ఈ వ్యవస్థను గూర్చి కింద వివరించిన విధంగా ఊహనలు చేద్దాం.

(1) ద్రవ్యరాశి జారే సమాంతర తలం మృదువుగా ఘర్షణ కల్గించనట్టిదిగా ఉందనుకొందాం.

(2) స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశి, ద్రవ్యరాశి m కన్న చాలా తక్కువగా ఉందనుకొందాం. అంటే స్ప్రింగ్ గతిజశక్తిని ఉపేక్షించవచ్చు.

(3) స్ప్రింగ్‌ని ఆదర్శ వ్యవస్థగా భావిద్దాం. అది హూక్ నియమాన్ని పాటిస్తుంది. అంటే $F=-kx$. సాధారణ స్థితిలో x స్ప్రింగ్ యొక్క స్వేచ్ఛా తుది దూరము. F స్ప్రింగ్ మీద పని చేసే బలం. k స్ప్రింగ్ యొక్క బల స్థిరాంకము.

ద్రవ్యరాశి m గమనంవల్ల స్ప్రింగ్ సంపీడితమౌతుంది. కానీ స్ప్రింగ్ బలంవల్ల ద్రవ్యరాశి m వేగము, దాని గతిజశక్తి తగ్గుతాయి. అంత్యదశలో పటం 1.1 (b) లో చూపినట్లు ద్రవ్యరాశి m నిశ్చలస్థితికి వస్తుంది. ఇప్పుడు సంపీడనానికి లోనయిన స్ప్రింగ్ వ్యాకోచించుటకు మొదలిడుతుంది. ద్రవ్యరాశి m గమనం ఉత్క్రమ దిశలో ఉంటుంది. ద్రవ్యరాశి వేగము, గతిజశక్తి పెరుగుతాయి. పటం 1.1 (c) లో చూపినట్లు ద్రవ్యరాశి m తన తొలిస్థానానికి వచ్చినప్పుడు దాని గమనవేగము, గతిజశక్తి మొదట ఉన్న విలువలు కలిగి ఉంటాయి. కానీ గమన దిశ మాత్రము తొలి గమన దిశకు వ్యతిరేకంగా ఉంటుంది. ద్రవ్యరాశి ప్రథమార్థ గమనంలో కోల్పోయిన గతిజశక్తిని, ద్వితీయార్థ గమనంలో పూర్తిగా పొందుతుంది. అయితే వస్తువు గతిజశక్తి అదిచేసే పని సామర్థ్యాన్ని సూచిస్తుంది. పైన వివరించిన ఉదాహరణలో పూర్తి చక్ర గమనం జరిగిన తర్వాత వస్తువు పని సామర్థ్యంలో మార్పులేదు. ఇది నిత్యంగా ఉందంటాము. స్ప్రింగ్ వలన ద్రవ్యరాశిపై పనిచేసే స్థాపక బలాన్ని సంరక్షక బలం అంటారు.

గురుత్వాకర్షణ బలం కూడా సంరక్షక బలమే. ఒక వస్తువును కొంతవేగంతో పైకి విసిరినప్పుడు అది తిరిగి తొలిస్థానానికి వచ్చినప్పుడు దానివేగంలో మార్పు ఉండదు. దాని గతిజశక్తిలో కూడా మార్పు ఉండదు.

అనగాహన పరీక్ష

కొంత వేగంతో పైకి విసిరిన రాయి అదే వేగంతో తొలి స్థానానికి చేరుతుంది, ఈ చర్యలో బలం నిత్యత్వమవుతుందా!

కొన్ని సందర్భాలలో ఏదేని కణం కొంతగమనం తర్వాత తొలిస్థానానికి వచ్చినప్పుడు దాని గతిజశక్తి తక్కువో లేదా ఎక్కువో అయిందనుకొందాం. ఇలాంటి సందర్భాలలో వస్తువుయొక్క పనిచేసే సామర్థ్యము మారుతుంది. ఇలాంటి బలాన్ని అసంరక్షక బలం అంటారు. ఘర్షణ బలం అసంరక్షక బలానికి ఉదాహరణగా తీసికోవచ్చు.

సంరక్షక బలానికి, అసంరక్షక బలానికి గల భేదాన్ని మరొక కోణం నుంచి పరిశీలిద్దాం. గమనంలోనున్న స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థను తీసికొందాం. స్ప్రింగ్ సంపీడనానికి లోనయినప్పుడు స్ప్రింగ్‌వలన ద్రవ్యరాశిపై పనిచేసే బలం ఎడమవైపుకు ఉంటుంది. కానీ ద్రవ్యరాశి గమనము కుడివైపుకు ఉంటుంది. అంటే బలందిశ, గమనదిశకు వ్యతిరేకదిశలో ఉంటుంది. అంటే వస్తువుపై జరిగిన పని ఋణాత్మకంగ ఉంటుంది. కానీ, స్ప్రింగ్ వ్యాకోచం చెందేటప్పుడు బలము, ద్రవ్యరాశి గమనం ఒకే దిశలో ఉంటాయి. అప్పుడు జరిగేపని ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. పూర్తి సైకిల్‌లో స్ప్రింగ్ వలన ద్రవ్యరాశి చేసిన పని శూన్యంగా ఉంటుంది. ఈ దృగ్విషయం ఆధారంగా సంరక్షక బలాన్ని ఇంకొక విధంగా నిర్వచించవచ్చు. ఒక కణం తనపై అనువర్తితమైన బలంవల్ల ఒక సైకిల్ పూర్తిచేసినప్పుడు జరిగిన పని శూన్యంగా ఉంటే, అటువంటి బలాన్ని సంరక్షక బలం అంటారు. అలాకాక, జరిగిన పని శూన్యంగా లేక కొంత విలువను కలిగిఉంటే అలాంటి బలాన్ని అసంరక్షక బలం అంటారు.

మొదటి నిర్వచనం ప్రకారం ఒక కణంపై సంరక్షకబలం పనిచేస్తున్నప్పుడు అది ఒక సైకిల్‌ని పూర్తిచేస్తే దాని గతిజశక్తిలోని మార్పును కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\Delta K = 0 \tag{1.8}$$

కానీ పని - శక్తి సిద్ధాంతం ప్రకారం $W = \Delta K$ గనుక

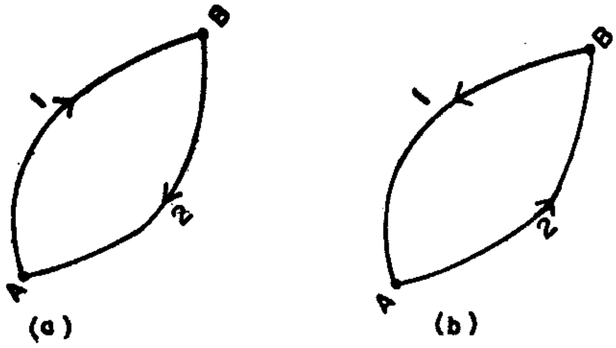
$$W = 0 \tag{1.9}$$

అంటే సంరక్షక బలం పనిచేస్తున్నప్పుడు కణం ఒక సైకిల్‌ను పూర్తిచేస్తే జరిగిన పని శూన్యము. అసంరక్షక బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు $\Delta K = 0$. అంటే $W = 0$. ఇదే రెండవ నిర్వచనాన్ని సూచిస్తుంది.

ఇంకొక రకంగా కూడా సంరక్షణ, అసంరక్షణ బలాల భేదాన్ని అర్థం చేసికోవచ్చు. పటం 1.2 (a) లో చూపినట్లు ఒక కణం మీద సంరక్షణ బలం పనిచేస్తున్నదనుకొందాం. అప్పుడు కణం A స్థానం నుంచి B స్థానానికి పథం 1 వెంబడి వెళ్ళి B నుంచి తిరిగి A స్థానానికి పథం 2 వెంబడి తిరిగి వచ్చిందనుకొందాం. కణంపై పనిచేసే బలం సంరక్షకబలం కనుకు ఈ సైకిల్ పూర్తి చేసినందున జరిగిన ఫలిత పనిశూన్యము. అంటే

$$W_{AB,1} + W_{BA,2} = O \qquad (1.10)$$

$$\therefore W_{AB,1} = — W_{BA,2} \qquad (1.11)$$



పటం 1.2. సంరక్షక బలం పనిచేస్తున్నప్పుడు కణ పథం

పథం 1 వెంబడి కణం A నుంచి B కి వెళ్ళినప్పుడు జరిగినపని ధనాత్మకమైతే కణం పథం 2 వెంబడి B నుంచి A వచ్చినప్పుడు జరిగిన పని ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది. కణం A నుంచి B కి పటం 1.2 (b) లో చూపినట్లు పథం 2 వెంబడి వెళ్ళి పథం 1 ద్వారా తిరిగి A కి చేరుకుంది అని అనుకుందాం. పటము 1.2 (a)లో చూపిన గమన దిశ ప్రస్తుతం మారుతుంది. ఆ సందర్భంలో

$$W_{AB,2} = — W_{BA,1} = — W_{BA,2} \qquad ...... (1.12)$$

సమీకరణాలు (1.11), (1.12) లను బట్టి

$$W_{AB,1} = W_{AB,2} \qquad ...... (1.13)$$

పై సమీకరణం ప్రకారం సరంక్షక బలం పనిచేస్తున్నప్పుడు కణం A నుంచి B కి పథం 1 నుంచి వెళ్ళినా, పథం 2 నుంచి వెళ్ళినా జరిగిన పని సమానంగా ఉంటుంది. ఇది కాక ఏ పథం వెంబడి A నుండి B కి కణం వెళ్ళినా జరిగిన పని ఒక్కటే. సంరక్షక బలం వల్ల జరిగేపని పథం యొక్క తుది, తొలి బిందు స్థానాల మీద మాత్రమే ఆధారపడుతుంది. కానీ ఎంచుకొన్న పథంమీద ఆధారపడదు. అసంరక్షక బలం పనిచేస్తున్నప్పుడు జరిగే పని పథం మీద ఆధారపడుతుంది.

సంగ్రహంగా సంరక్షక బలం ధర్మాలను కింది విధంగా పేర్కొనవచ్చు.

1. ఒక సైకిల్ పథంలో కణం గతిజశక్తి నిత్యంగా ఉంటుంది. అంటే కణం గతిజశక్తి విలువలో మార్పు ఉండదు.
2. ఒక సైకిల్ పథంలో కణం పయనించి మూలస్థానానికి వస్తే జరిగిన పని శూన్యం.
3. ఒక బిందువు నుంచి వేరొక బిందువుకు కణం పయనిస్తే జరిగే పని కణం పయనించే పథం మీద ఆధారపడదు.

1.5 స్థితిజ శక్తి

గమనంలో నున్న ద్రవ్యరాశి-స్ప్రింగ్ వ్యవస్థను మరలా పరిశీలిద్దాం. ద్రవ్యరాశి స్ప్రింగ్ వ్యవస్థను వివక్త వ్యవస్థగా తీసికొందాం. అంటే ద్రవ్యరాశి గమనాన్ని మాత్రమే కాక, ద్రవ్యరాశి-స్ప్రింగ్ వ్యవస్థను ఏక

వ్యవస్థగా గ్రహించి అధ్యయనం చేస్తాం. అంటే ద్రవ్యరాశి గతిజశక్తి, వ్యవస్థ గతిజశక్తిని సూచిస్తుంది. వ్యవస్థ గమనం ప్రథమార్థంలో దాని గతిజశక్తి తగ్గుతూ, చివరకు శూన్యమవుతుంది. అది మరలా ద్వితీయార్థ గమనంలో పెరుగుతూ తొలి విలువను పొందుతుందని మన మిదివరకే తెలిసికొన్నాం. ఇప్పుడు (energy of configuration) ఆకృతి శక్తి లేదా స్థితిజ శక్తి అనే భావన ఈ వ్యవస్థకు అనుసంధిస్తూ ప్రవేశపెట్టుదాం.

వ్యవస్థ ఆకృతి మారినప్పుడు (అంటే దిమ్మె గమనం వల్ల స్ప్రింగ్ సంపీడత నొందుట) దాని గతిజశక్తిలో మార్పు ΔK అనుకొందాం. వ్యవస్థ ఆకృతి శక్తి U లో మార్పు ΔU అవుతుందనుకొందాం. ఈ రెండంటి శక్తుల విలువలో మార్పుల మొత్తం శూన్యంగా ఉంటుంది. అంటే Uలో జరిగే మార్పు విలువ Kలో జరిగే మార్పు విలువకు సమానంగా వ్యతిరేకంగానూ ఉండాలి.

$$\therefore \ \Delta K + \Delta U = 0 \tag{1.14}$$

పై నియమాన్ని కింది విధంగా కూడా పేర్కొనవచ్చు. సంరక్షబలాలు వ్యవస్థ పైన సంకోచిస్తున్నప్పటికి గతిజశక్తి మార్పు తదనుగుణ్యంగా ఋణాత్మక విలువ కలిగి దాని స్థితిజ శక్తిలో మార్పు ఏర్పడుతుంది. ఫలితంగా వ్యవస్థ గమనంలో నున్నప్పుడు దాని శక్తి మారదు. అంటే

$$K + U = \text{స్థిరాంకం} \tag{1.15}$$

వ్యవస్థ స్థితిజశక్తి ఒక విధంగా నిక్షిప్త శక్తి. దీనిని గతిజశక్తిగా మార్చవచ్చు. ప్రస్తుత ఉదాహరణలో దిమ్మెమీద స్ప్రింగ్ వలన బలం పనిచేస్తుంది. గనుక అది మందగతిని పొందుతుంది. కనుక వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి స్ప్రింగ్ బలానికి వర్తిస్తుంది. అలాగే వ్యవస్థ గతిజశక్తి చలనంలో వున్న దిమ్మెకు వర్తిస్తుంది.

ద్రవ్యరాశి-స్ప్రింగ్ వ్యవస్థ ప్రథమార్ధ గమనంలో వ్యవస్త గతిజశక్తి తగ్గుతుంది.వ స్థితిజశక్తి పెరుగుతుంది. గతిజశక్తి శూన్యమయినప్పుడు దాని స్థితిజశక్తి గరిష్టంగా ఉంటుంది. స్ప్రింగ్‌కు స్థితిజశక్తి తన స్థితిని బట్టి (సంపీడన స్థితి, వ్యాకోచ స్థితి) ఉంటుంది. ఇది దాని స్థితిస్థాపక ధర్మాల మీద ఆధారపడుతుంది. అందుచేత స్ప్రింగ్‌కు ఉన్న స్థితిజ శక్తిని స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తి అంటారు.

మరొక ఉదాహరణగా భూమినుంచి కొంత ఎత్తులో నిశ్చలంగా ఉన్న వస్తువును తీసికొందాం. అది పతనానికి గురైనప్పుడు త్వరణానికి లోనై వేగాన్ని గతిజ శక్తిని పొందుతూ భూమిని చేరుకొంటుంది. ఇచ్చట వస్తువు తన స్థానాన్ని బట్టి స్థితిజ శక్తిని కలిగి ఉంటుంది. దీనికి కారణం గురుత్వాకర్షణ శక్తి వస్తువు మీద పనిచేయుట వలననే. అందుచేత భూమినుంచి కొంత ఎత్తులో నున్న వస్తువు స్థితిజశక్తిని గురుత్వ స్థితిజ శక్తి అంటారు. పైన వివరించిన ఉదాహరణలు వివిధ రకాలయిన యాంత్రిక స్తితిజ శక్తుల రూపాలు.

1.6 బలానికి స్థితిజ శక్తికి గల సంబంధం

ఒక వస్తువు మీద F బలం పనిచేస్తున్నప్పుడు అది తొలిస్థానం x_o నుంచి తుది స్థానం x వరకు కదలిందనుకొందాం. (ప్రస్తుతం మనం ఏకమితి గమనాన్ని మాత్రమే పరిశీలిస్తున్నాం.)

అపుడు మొత్తం పని W అయిన

$$W = \int_{x_o}^{x} F(x)\,dx \tag{1.16}$$

సమీకరణాలు (1.5), (1.14) ప్రకారం

$$\Delta U = -\Delta K = -W = -\int_{x_o}^{x} F(x)\,dx \tag{1.17}$$

పై సమికరణాన్ని కింది విధంగా కూడా వ్రాయవచ్చు.

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \tag{1.18}$$

సమీకరణం (1.18) ప్రకారం స్థితిజశక్తి స్థానం ప్రమేయం. స్థితిజ శక్తి ఋణ ఉత్పన్న బలాన్ని సూచిస్తుంది. అంటే బలాన్ని స్థితిజ శక్తి నుంచి ఉత్పాదించవచ్చు. ఇది సంరక్షక బలాలకు మాత్రమే వర్తిస్తుంది. (సమీకరణం (1.18) ని సమీకరణం (1.14) ను ఉపయోగించి ఉత్పాదించాము. సమీకరణం (1.14)

సంరక్షక బలానికి మాత్రమే వర్తిస్తుంది). స్థితిజ శక్తి శక్తి సంరక్షక బలాలకు మాత్రమే అర్థవంతమైన అవగాహన నిస్తుంది. సమీకరణ (1.17) వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తిలోని మార్పును మాత్రమే ఇస్తుంది గాని వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి విలువను ఇవ్వదు. వ్యవస్థ A వద్ద ఉన్నప్పుడు దాని స్థితిజ శక్తి U_a, B వద్ద ఉన్నప్పుడు స్థితిజ శక్తి U_b అనుకొందాం. సమీకరణం (1.16) ప్రకారం.

$$\Delta U = U_b - U_a = -\int_{x_a}^{x_b} F(x)\,dx \tag{1.19}$$

x_a, x_b లు వ్యవస్థ నిర్దేశ అక్షం పరంగా A, B ల స్థానాలు.

$$U_b = -\int_{x_a}^{x_b} F(x)\,dx + U_a \tag{1.20}$$

U_b విలువ నిర్ణయించాలంటే U_a విలువ తెలిసి ఉండాలి. B ఏదేని అనిర్దేశ స్థానం అయితే $U_b = U_{(x)}$ గా వ్రాయవచ్చు. నిర్దేశస్థానంగా x_o ని సూచించిన

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} (x)\,dx + U(x_o) \tag{1.21}$$

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} F(x)\,dx$$

సాధారణంగా నిర్దేశస్థానం వద్ద వ్యవస్థ స్థితిజశక్తిని శూన్యంగా సూచిస్తారు. అంటే స్థితిజ శక్తికి నిరపేక్ష విలువంటూ లేదు. దీనిని ఎల్లప్పుడు నిర్దేశ బిందువు పరంగా కొలుస్తారు.

ఏ బిందువు వద్ద నయితే వ్యవస్థ మీద పనిచేసే బలం శూన్యంగా ఉంటుందో ఆ బిందువుని నిర్దేశ స్థానం x_o గా తీసికొంటాం. స్ప్రింగ్-ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థలో స్ప్రింగ్ సాగదీయని స్థితిలో దానిపై పనిచేసే బలము శూన్యముగా ఉంటుంది. ఈ పరిస్థితిలో స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితిస్థాపక బలం శూన్యం గనుక దాని స్థితిజశక్తి కూడా శూన్యంగా ఉంటుంది.

గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని తీసికొందాం. భూమినుంచి వస్తువు దూరం పెరిగే కొద్దీ దానిమీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం తగ్గుతుంది. వస్తువు అనంత దూరంలో ఉన్నప్పుడు దానిపై పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం శూన్యమవుతుంది. గురుత్వాకర్షణ బలం వల్ల వస్తువు యొక్క స్థితిజ శక్తి అది అనంత దూరంలో ఉన్నప్పుడు శూన్యమవుతుంది. అనంత దూరాన్ని నిర్దేశ స్థానంగా తీసికోవచ్చు

1.7 యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం

ఇదివరకే మనము $W = -\Delta U$ అవుతుందని తెలిసికొన్నాము. సంరక్షక వ్యవస్థలో జరిగే పని దాని కణ స్థానాల మీద ఆధారపడుతుంది. వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి దాని కణాల స్థానాల మీద ఆధారపడుతుంది. ఇది ఆ కణాల వేగాల మీద ఆధారపడదు. (గతిజశక్తి కణవేగాల మీద ఆధారపడుతుందని దీని విలువ $\left(\frac{1}{2}\right) mv^2$ 'తో సూచించవచ్చునని ఇదివరకే తెలుసుకొన్నాము). సమీకరణం (1.15 ని) కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$(^1/_2)\, mv^2 + U_{(x)} = \text{స్థిరాంకము (E)} \tag{1.22}$$

స్థితిజశక్తి, గతిజశక్తుల మొత్తాన్ని యాంత్రిక శక్తి అంటారు. , వ్యవస్థపై సంరక్షక బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు కూడా మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరంగా ఉండటం గమనించవచ్చు. కణం ఆరంభ స్థానం x_o వద్ద ఉన్నప్పుడు దాని వేగం v_o అయిన

$$(1/2)\, mv^2 + U(x_o) = E \tag{1.23}$$

అంటే

$$(1/2)\, mv^2 + U(x) = (1/2)\, mv_o^2 + U_{(x_o)} = E \tag{1.24}$$

పై సమీకరణం యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని సూచిస్తుంది.

ఇంతవరకు మనము ఏకమితిలో గమనంలో నున్న వస్తువుకు సంబంధించి శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని **రాబట్టినాము**. కానీ కణం త్రిమితీయ గమనం కలిగి ఉన్న దానికి కూడా పై నియమము వర్తిస్తుంది. అయితే

వ్యవస్థపై పనిచేయు బలం మాత్రము సంరక్షక బలంగా ఉండాలి. అసంరక్షక బలాలు పనిచేసినప్పుడు వ్యవస్థ ఎలా ప్రవర్తిస్తుంది అనే ప్రశ్నకు సంబంధించిన విషయాలు విపులంగా భాగం-2 లో చర్చించినాము.

మాదిరి లెక్క - 1 : నిశ్చలంగా ఉన్న ద్రవ్యరాశి M ను H ఎత్తునుంచి ఒక స్ప్రింగ్ మీదకు జారవిడువ బడినది. పటం 1.3 లో చూపిన స్ప్రింగ్ పొందే గరిష్ట సంపీడనం ఎంత?

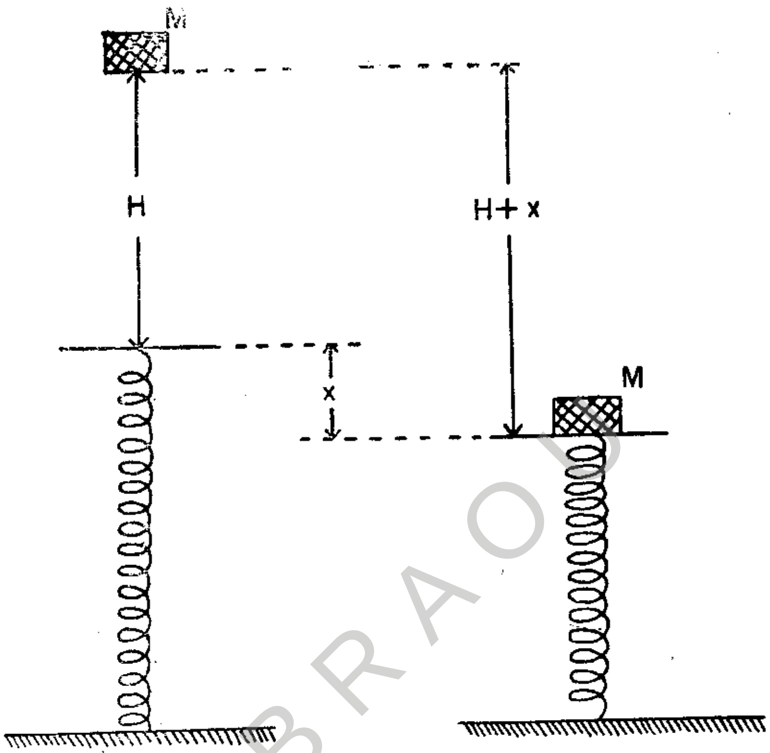
M = ద్రవ్యరాశి

H = స్ప్రింగ్ విరామ స్థితి నుంచి M వరకు గల దూరం

X = స్ప్రింగ్ సంపీడనం చెందిన దూరం

K = బల స్థిరాంకం

జవాబు :



పటం 1.3. H ఎత్తు నుంచి స్ప్రింగ్ మీదకు పతనమయ్యే ద్రవ్యరాశి M వల్ల స్ప్రింగ్ సంపీడన చెందుట

ద్రవ్యరాశి M ను జారవిడిచినప్పుడు దాని గతిజశక్తి శూన్యము. స్ప్రింగ్ గరిష్ట సంపీడనాన్ని పొందినప్పుడు కూడా ద్రవ్యరాశి గతిజశక్తి శూన్యము. ఫలితంగా యాంత్రికశక్తి నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం గురుత్వ స్థితిజ శక్తిలో నష్టము స్ప్రింగ్ పొందే స్థితి స్థాపక స్థితిజ శక్తికి సమానము. ద్రవ్యరాశి పతనానికి లోనయిన మొత్తం దూరము (H + x). గురుత్వ స్థితిజ శక్తిలో నష్టము = Mg (H + x)

స్ప్రింగ్ పొందిన స్థితిస్థాపక స్థితిజ శక్తి = $(1/2)\,kx^2$

$$\therefore Mg\,(H + x) - (1/2)\,kx^2 = 0$$

$$\therefore x^2 - \frac{2Mg\,x}{k} - \frac{2\,Mg\,H}{k} = 0$$

$$\therefore x = (1/2)\left(\frac{2Mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{2Mg}{k}\right)^2 + \frac{8MgH}{k}}\right)$$

మాదిరి లెక్క - 2 : ఘర్షణలేని వాలుతలం కింద ద్రవ్యరాశి రహిత స్ప్రింగ్ S అమర్చి ఉంది. దీని బల స్థిరాంకము 100 Nm^{-1}. పటం 1.4 లో చూపినట్లు వాలుతలము కోణము 30°. వాలుతలం పైభాగం నుంచి

10kg ద్రవ్యరాశి M నిశ్చల స్థితినుంచి జారవిడువ బడినది. అది స్ప్రింగ్‌ను 2m సంపీడనానికి లోను చేసి తాత్కాలికంగా విరామ స్థితికి వచ్చింది. వాలుతలముపై ద్రవ్యరాశి నిశ్చల స్థితికి వచ్చునప్పటికి ఎంత దూరము పయనించినదో కనుగొనుము.

జవాబు :

వాలుతలంపై ద్రవ్యరాశి x దూరం పయనించిన తర్వాత స్ప్రింగ్‌ను తాకిందనుకొందాము. స్ప్రింగ్ 2m సంపీడనానికి లోనయింది గనుక అది 2m దూరం పయనించిన తర్వాత నిశ్చల స్థితికి వస్తుంది. తొలి, తుది స్థితులలో ద్రవ్యరాశి గతిజశక్తి శూన్యము కనుక

యాంత్రిక స్థితిజ శక్తిలోని నష్టము = స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితి స్థాపక స్థితిజ శక్తిలో లాభము

యాంత్రిక స్థితిజ శక్తిలో నష్టము= $Mg\,(x + 2)\ \sin 30^\circ$

$$= 10(9.8)\ (x+2)\ (1/2) = (49x + 98)\ J$$

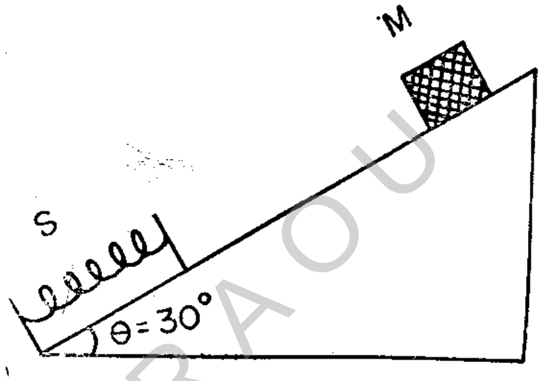
స్ప్రింగ్ స్థితిస్థాపక స్థితిజ శక్తిలో లాభము $1/2\ \ 100\ (2^2) = 200\ J$

శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం

$$(49x + 98)\ J = 200\ J$$

$$\therefore x = 2.08\ m$$

ద్రవ్యరాశి విరామ స్థితికి రావడానికి అది పయనించిన దూరము = 2.08 + 2 = 4.08 m.



పటం. 1.4. ఘర్షణ లేని వాలుతలంపై అమర్చిన స్ప్రింగ్ మీదకు నిశ్చల స్థితినుంచి జారవిడువబడిన ద్రవ్యరాశి M గమనం.

మాదిరి లెక్క 3 : ద్విమితీయ బలక్షేత్రం స్థితిశక్తి $U_{(x,y)} = (1/2)k\,(x^2 + y^2)$

(a) బలం యొక్క x, y అంశాలను (F_x, F_y) కనుగొనుము.

(b) F_r, F_θ విలువలు కూడా కనుగొనుము. (r, θ) లు (x, y) బిందువు యొక్క నిరూపణలు.

జవాబు :

$$U = (1/2)\,k\,(x^2 + y^2)$$

a) $$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -kx$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} - ky$$

b) $x = r\cos\theta\ ;\ y = -r\sin\theta$

$$U = (1/2)\,k\,(r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta) = (1/2)\,kr^2$$

$$F_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = -kr$$

$$F_\theta = -\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0$$

మాదిరిలెక్క – 4 : కేంద్రకంలోని న్యూట్రాన్ ప్రోటాన్‌ల మధ్య అన్యోన్య చర్యను సూచించే పొటెన్షియల్‌ని యుకవా పొటెన్షియల్ అంటారు. ఇది

$U_{(r)} = \frac{-r_0}{r} U_0 e^{-\frac{r}{r_0}}$ అయిన, ఈ కణాల మధ్య గల ఆకర్షణ బలాన్ని కనుగొనుము. ఇచ్చట r_0, U_0 లు స్థిరాంకాలు.

జవాబు :

$$F_r = -\frac{dU(r)}{dr} = -\frac{d}{dr}\left\{ -r_0 U_0 \frac{e^{-\frac{r}{r_0}}}{r} \right\}$$

$$= r_0 U_0 \left[\frac{r e^{-\frac{r}{r_0}}\left(-\frac{1}{r_0}\right) - e^{-\frac{r}{r_0}}(1)}{r^2} \right]$$

$$= \frac{r_0 U_0}{r} \left[e^{-\frac{r}{r_0}} \right] \left[-\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right]$$

$$F_r = \frac{r_0 U_0}{r} e^{-\frac{r}{r_0}} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right)$$

1.8 సారాంశం

ఒక కణంపై అనేక బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు జరిగిన పని దాని గతిజశక్తిలోని మార్పుకు సమానంగా ఉంటుంది.

సంరక్షక బలాల ధర్మాలు

(a) సంవృత పథంలో కణం చలిస్తూ మూల బిందువు వద్దకు వచ్చినప్పుడు జరిగిన పని శూన్యం

(b) ఒక బిందువు నుంచి వేరొక బిందువుకు కణం కదిలినపుడు జరిగిన పని పథం మీద ఆధారపడదు, కాని చివరి బిందువుల పైన ఆధారపడుతుంది. స్థితిశక్తి, నిక్షిప్తమైన శక్తి, దీనిని గతిజశక్తిగా మార్చవచ్చు. వ్యవస్థపై సంరక్షక బలాలు మాత్రమే పని చేస్తున్నప్పుడు మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరంగా ఉంటుంది.

1.9 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష

కొంతవేగంతో పైకి విసిరిన రాయి అంతే వేగంతో తొలిస్థానానికి చేరుతుంది. కావున గతి శక్తిలో మార్పు ఉండదు. కావున గురుత్వాకర్షణ బలం నిత్యత్వమవుతుంది.

1.10 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు 30 పంక్తులలో రాయండి.

1) సంరక్షక బలాల అభిలక్షణాలను విశదీకరించండి. సంరక్షక బలాలకు కొన్ని ఉదాహరణలివ్వండి?

2) బలానికి, స్థితిజ శక్తి ప్రమేయానికి గల సంబంధాన్ని ఉత్పాదించండి. ఈ సందర్భం అన్ని బలాలకు వర్తిస్తుందా?

3) స్థితిజశక్తి అంటే ఏమిటి? ఉదాహరణలతో వివరించండి?
4) యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1) పనికి, శక్తికి గల సంబంధ సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.
2) సంరక్షక బలాలకు, అసంరక్షక బలాలకు గల భేదాన్ని సోదాహరణంగా వివరించండి?

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) 2 kg. ద్రవ్యరాశి 0.4m ఎత్తు నుంచి 1960 Nm^{-1} బల స్థిరాంకం గల స్ప్రింగ్ మీదకు జారవిడువబడినది. స్ప్రింగ్ పొందిన గరిష్ట సంపీడన మెంత? (జవాబు: 0.1m)
2) ఒక ఆటోమొబైల్ గంటకు 60 మైళ్ళ వేగంతో పయనిస్తున్నప్పుడు దాని గతిజ శక్తికి సమానమైన గతిజ శక్తి పొందుటకు అది ఎంత ఎత్తు నుంచి కిందకు పడవలెనో కనుగొనుము.
3) వ్యాసార్ధం M గల వక్రరేఖ వెంబడి ఒక వస్తువు వృత్త పరిధిలో నాల్గవవంతు దొర్లుకొని వెళ్ళినది. నిశ్చల స్థితి నుంచి ఆ వస్తువు దొర్లుట ప్రారంభిస్తే అది వక్రరేఖ చివరకు వచ్చినప్పుడు దాని వేగమెంత? (జవాబు : $\sqrt{2gr}$)
4) మూలబిందువు వైపునకు ఒక వస్తువు ఆకర్షింపబడుతున్నది. ఆకర్షణ బలము $F = -6x^3$. మూల బిందువు నుంచి 1 ft దూరంగల స్థానం నుంచి 2 ft దూరం గల స్థానానికి ఆ వస్తువును కదల్చుటకు అవసరమయిన పనిని కనుగొనండి. (జవాబు : 22.5 ft. 1b)
5) ఒక స్ప్రింగ్ హూక్ సూత్రాన్ని పాటించుట లేదు. దీనిని x మీటర్లు సాగదీసినప్పుడు దాని మీద పనిచేసే బలం $58.2x - 38.4x^2$ గా ఉన్నది. ఇది స్ప్రింగ్ సాగదీసిన దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తున్నది. స్ప్రింగ్‌ను $x = 0.5m$ నుంచి $x = 1.0m$ లకు సాగదీయుటకు అవసరమైన శక్తి ఎంతో కనుగొనండి? (జవాబు : 31 J)

రచయిత : డా యస్. రాఘవన్

అనువాదం : డా.యస్. మనోహర మూర్తి

భాగం - 2 శక్తి నిత్యత్వం

విషయ క్రమం

2.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని పరిచయం చేస్తుంది. సూత్రం అర్థం చేసుకోవడం కోసం అసంరక్షక బలమైన ఘర్షణ బల ప్రభావం లెక్కలోనికి తీసుకొన బడింది.

ఈ భాగం పూర్తిగా చదివిన తరువాత మీరు ద్రవ్యరాశి శక్తి తుల్యతలను లెక్క కట్టగలరు.

2.2 ప్రవేశిక

1వ భాగంలో యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వం చర్చించాం. ఈ భాగంలో శక్తి నిత్యత్వం గురించిన చర్చ ఉంది.

2.3 అసంరక్షక బలాలవల్ల జరిగే పని - యాంత్రికశక్తి నష్టము

భాగం-1లో యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని గూర్చి తెలుసుకున్నాము. ఈ అసంరక్షక బలాల ఫలితాలను తెలిసికొని శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని స్థిరీకరిద్దాము.

ఒక కణంమీద అనేక బలాలు పనిచేస్తున్నాయను కొందాం. ప్రతిబింబం వల్ల కణంపై జరిగిన పనివలన స్థితిజ శక్తిలో తగ్గుదల ఏర్పడుతుంది.

$$W_1 = -\Delta U_1;\ W_2 = -\Delta U_2;\ \ldots\ldots \tag{2.1}$$

$$\text{i.e., } \Sigma W_c = -\Sigma\, \Delta U \tag{2.2}$$

వివిధ రకాలయిన సంరక్షక బలాలవల్ల జరిగిన మొత్తం పని ΣW_c సూచిస్తుంది. $\Sigma \Delta U_c$ స్థితిజ శక్తిలో ఏర్పడిన మొత్తం తగ్గుదలను సూచిస్తుంది. పని-శక్తి సూత్రం ప్రకారం

$$\Delta K + \Sigma \Delta U_c = 0 \tag{2.3}$$

పై సమీకరణంలో ఎడమ ప్రక్క పదం మొత్తం యాంత్రిక శక్తి ΔE ని సూచిస్తుంది. అంటే $\Delta E = 0$ కనుక వ్యవస్థపై అనువర్తితమయిన వివిధ బలాలు సంరక్షక బలాలయితే ఆ వ్యవస్థ మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరంగా ఉంటుంది.

కణంపై సంరక్షక బలాలతో పాటు అసంరక్షక బలమగు ఘర్షణ బలం కూడా పనిచేస్తుందనుకొందాం. సమీకరణం (1.3) ని కిందివిధంగా ప్రస్తుత సందర్భానికి వ్రాయవచ్చు.

$$W_f + \Sigma W_c = \Delta K \tag{2.4}$$

పై సమీకరణంలో W_f ఘర్షణ బలం వల్ల జరిగిన పనిని వ్యక్తపరుస్తుంది. సమీకరణం (2.2) ప్రకారం

$$W_f - \Sigma \Delta U_c = \Delta K \tag{2.5}$$

లేదా $$\Delta K + \Sigma \Delta U_c = W_f \tag{2.6}$$

i.e., $\Delta E = E - E_0 = W_f$ (2.7)

$\Delta E = 0$. సంరక్షక బలతాలతో పాటు అసంరక్షక బలాలు పనిచేస్తుంటే వ్యవస్థ మొత్తం యాంత్రిక శక్తి స్థిరంగా ఉండదు. దీనిలోని మార్పు ఘర్షణ బలాల వల్ల జరిగిన పనికి సమానం. ఘర్షణవల్ల కణంపై జరిగిన పని ఎల్లప్పుడూ ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది. అందువలన సమీకరణం (2.7) ప్రకారం $E < E_o$ వ్యవస్థ తుది శక్తి యాంత్రిక శక్తికన్నా తక్కువగా ఉంటుంది. అసంరక్షక బలంవల్ల వ్యవస్థ యాంత్రిక శక్తిలో నష్టం వస్తుంది. ఇలా నష్టమయిన శక్తి ఏమవుతుంది? ఇది ఉష్ణ శక్తిగా మారింది. అంటే ఘర్షణ బలం వలన జరిగిన పని వ్యవస్థ పొందిన ఉష్ణశక్తి ఋణ విలువకు సమానం. (ఈ వివరణను సంరక్షక బలం వల్ల జరిగిన పని స్థితిజ శక్తి ఋణ విలువకు సమానం అనే దృగ్విషయంతో పోల్చండి.)

$$W_f = Q \tag{2.8}$$

ఇచ్చట Q ఉత్పత్తి అయిన ఉష్ణ శక్తిని సూచిస్తుంది. సమీకరణం (2.8) ని సమీకరణం (2.7) లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\Delta E + Q = 0 \tag{2.9}$$

వ్యవస్థ యాంత్రిక ఉష్ణశక్తుల సంకలన విలువలో మార్పు ఉండదు. యాంత్రిక శక్తిలో జరిగిన నష్టం ఉష్ణశక్తిగా రూపొందింది.

ఇప్పుడు సర్వసాధారణమైన సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం. కణంపై (1) అనేక సంరక్షక బలాలు (2) ఘర్షణ బలం (3) ఘర్షణబలం కాని ఇతర అసంరక్షక బలాలు పనిచేస్తున్నాయి అనుకొందాం. ఈ బలాలవల్ల జరిగిన పని కింది విధంగా ఉంటుంది.

(i) ΣW_c సంరక్షక బలాల వల్ల జరిగిన మొత్తం పని.

(ii) W_f ఘర్షణ బలం వల్ల జరిగిన పని.

(iii) ΣW_n అసంరక్షక బలాల వల్ల జరిగిన మొత్తం పని

ఇలాంటి సందర్భానికి పని-శక్తి సూత్రాన్ని అనువర్తిస్తే

$$W_c + W_f + W_n = \Delta k \tag{2.10}$$

(కాని $\Sigma W_c = -\Sigma \Delta U_c = -\Delta U$ మరియు $W_f = -Q$)

$$\therefore \Sigma W_n = \Delta K + \Delta U + Q \tag{2.11}$$

అసంరక్షక బలాలవల్ల జరిగిన పని వివిధ శక్తి రూపాలుగా రూపాంతరం చెందుతుంది. సమీకరణం (2.11)ని కిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు. సమీకరణం ప్రకారం గతిజశక్తి, స్థితిజశక్తి, ఉష్ణశక్తి, వివిధ శక్తి రూపాల మొత్తం

$\Delta K + \Delta U + Q +$ (వివిధ శక్తి రూపాలలో మార్పు) $= 0$ (2.12)

శక్తి మారదు. శక్తి ఒక రూపం నుంచి వేరొక రూపానికి మారుతుంది. కాని దానిని సృష్టించడం కానీ, నాశనం చేయుటగానీ జరుగదు. వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి స్థిరము. దీనినే శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం అంటారు. శక్తి నిత్యత్వ సూత్రము సాధారణమైనది. ఇది వివిధ రకాలయిన బలాలను వివిధ రూపాలలో నున్న శక్తిని లెక్కలోకి తీసుకొంటుంది. యాంత్రిక శక్తి నిత్యత్వ సూత్రము ప్రత్యేకమైనది. ఇది వ్యవస్థపై సంరక్షక బలాలు మాత్రమే పనిచేస్తున్నప్పుడు అనువర్తిత మౌతుంది. సంరక్షక బలాలు మాత్రమే పనిచేస్తున్నప్పుడు గతిజ, స్థితిజ శక్తుల మొత్తం నిత్యంగా ఉంటుంది. **మొత్తం శక్తి ఎల్లప్పుడునై నిత్యంగా ఉంటుంది.**

2.4 ద్రవ్యరాశి - శక్తి తుల్యత

అనాదినుంచి గుర్తింపబడి అనుభవంలో ఉన్న నిత్యత్వ సూత్రము పదార్థ నిత్యత్వ సూత్రం. దీని ప్రకారం వ్యవస్థ మొత్తం పదార్థం నిత్యంగా ఉంటుంది. పదార్థాన్ని సృష్టించలేము నాశనము చేయలేము. కాలగమనంలో ఈ సూత్రం ద్రవ్యరాశి నిత్యత్వ సూత్రంగా పిలవబడింది. ఈ సూత్రం రసాయన శాస్త్రంలోను, సాంప్రదాయిక యాంత్రిక శాస్త్రంలోను ఎంతో ఉపయోగంలో ఉంది. ఐన్‌స్టీన్ సాపేక్షతా సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించిన తర్వాత ద్రవ్యరాశి నిత్యత్వ సూత్రం అనుమానాస్పదమయింది. ఇంతవరకు కణం ద్రవ్యరాశి స్థిరంగా ఉండదని వేగంతో మారుతుందని ఐన్‌స్టీన్ సిద్ధాంతం పేర్కొంటుంది. ఐన్‌స్టీన్ ప్రతిపాదించిన సాపేక్షతా సిద్ధాంతం ప్రకారం

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2.13}$$

పై సమీకరణంలో m_o పరిశీలకునిపరంగా కణం నిశ్చలంగా ఉన్నప్పుడు దాని ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తుంది. దీనిని విరామ ద్రవ్యరాశి అంటారు. కణం పరిశీలకుని పరంగా v వేగంతో పయనిస్తున్నప్పుడు దాని ద్రవ్యరాశిని m సూచిస్తుంది. c కాంతి వేగము. దీని విలువ $3\times10^{8}\,ms^{-1}$. కణం గతిజశక్తిని కనుగొనుటకు వాడే ప్రమేయం లో $(1/2\,mv^2)$ ద్రవ్యరాశి m స్థిరంగా ఉంటుందని అనుకొన్నాము. వేగంతో ద్రవ్యరాశి మారుతుందనుకొంటే

$$K = mc^2 - m_oc^2 = (m - m_o)\,c^2 = mc^2 \qquad (2.14)$$

కణవేగము v కాంతివేగము A కన్నా తక్కువగా ఉన్నప్పుడు $K=(1/2)mv^2$ అని నిరూపించవచ్చు. v తక్కువగా ఉన్నప్పుడు సమీకరణం (2.13) ప్రకారం $m=m_o$ అవుతుంది.

మనకు సాధారణంగా స్థూల ప్రపంచలో తారసిల్లే వస్తువుల వేగం కాంతివేగం కన్నా చాలా తక్కువగా ఉంటాయి. అందుచేతనే ద్రవ్యరాశి మార్పుగానీ, ఇతర సాపేక్ష సిద్ధాంత ఫలితాలు గానీ మన నిత్య జీవితంలో ప్రత్యక్షమవవు. ఈ ఫలితాలు కణాలు కాంతి వేగానికి సమానమైన వేగంతో నున్నప్పుడే ప్రాముఖ్యత నొందుతాయి. ఇలాంటి సందర్భం ఉప పరమాణు ప్రక్రియలలో ఏర్పడుతుంది. కేంద్రక చర్యలు ఈ ప్రక్రియలకు ఉదాహరణలు. సమీకరణం (2.14) ప్రకారం గతిజశక్తి, ద్రవ్యరాశికి తుల్యంగా తీసికొనవచ్చు. $K/C^2=\Delta m$ ఇచ్చట ఇతర రూపాలలో ఉన్న శక్తులను కూడా కలుపుకొని ద్రవ్యరాశి–శక్తి తుల్య సూత్రాన్ని సాధారణ సూత్రంగా నిర్ణయించవచ్చు. ఒక కణానికి అందివ్వబడే ప్రతి ప్రమాణ శక్తికి దాని ద్రవ్యరాశిలో మార్పు Δm అయిన

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} \qquad (2.15)$$

లేదా

$$E = \Delta mc^2 \qquad (2.16)$$

సమీకరణం (2.16)నే ఐన్‌స్టీన్ ద్రవ్యరాశి–శక్తి సంబంధం అంటారు. ఇంతవరకు ద్రవ్యరాశి, శక్తి వేరు వేరు అని భావిస్తున్నాము. ఐన్‌స్టీన్ సూత్రం ప్రకారం వీటి మధ్య భేదము తొలగి పోయింది. కనుక విరామ స్థితిలో నున్న ద్రవ్యరాశి శక్తి m_oc^2, దీనినే విరామ శక్తి అంటారు.

శక్తి నిత్యత్వ సూత్రంలో ద్రవ్యరాశి–శక్తి తుల్యతను కూడా ప్రవేశపెట్టు శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని ఇంకా సాధారణ సూత్రంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$\Sigma m_oc^2 + \Sigma E = \text{స్థిరము} \qquad (2.17)$$

$$(\Sigma m_oc^2 + \Sigma E) = 0 \qquad (2.18)$$

ఇచ్చట Σm_oc^2 వ్యవస్థ మొత్తం విరామ శక్తి. ΣE అన్నిరకాల శక్తుల మొత్తం.

సాపేక్షతాసిద్ధాంత ఉత్పాదనకు పూర్వం మనకు రెండు స్వతంత్ర నిత్యత్వ సూత్రాలు ఉండేవి. అవి.

1. ద్రవ్యరాశి నిత్యత్వ సూత్రము
2. శక్తి నిత్యత్వ సూత్రము

సాపేక్ష సిద్ధాంతం పై రెండు సూత్రాలను ఏకం చేసి ఒకే నిత్యత్వ సూత్రానికి దారితీసింది. అదే ద్రవ్యరాశి–శక్తి నిత్యత్వ సూత్రము. యుగళ కణ నాశనం, సృజనం రెండు దిబుగ్విషయాలు ద్రవ్యరాశి–శక్తి పరస్పర మార్పిడులకు ప్రముఖమైన ఉదాహరణలుగా పేర్కొనవచ్చు. ఎలక్ట్రాన్–పాసిట్రాన్‌లు ఒకదానికొకటి ఢీకొన్నప్పుడు వినాశం చెంది అధికశక్తిగలగామా వికిరణం బహిర్గతమౌతుంది. ఈ గామా వికిరణ శక్తి పై రెండు కణాల విరామ శక్తి, గతిజ శక్తుల మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుంది. ఉత్క్రమ ప్రక్రియకు కూడా సాధ్యమవుతుంది. అనువైన పరిస్థితులలో గామా వికిరణం ఎలెక్ట్రాన్–పాసిట్రాన్ జంటగా రూపొందుతుంది. ఈ రెండు కణాల మొత్తం శక్తి గామా వికిరణ శక్తికి సమానంగా ఉంటుంది.

అవగాహన పరీక్ష

కాంతివేగం ________________

మాదిరి లెక్క – 1: (a) ఎలెక్ట్రాన్ విరామ ద్రవ్యరాశి 0.511 MeV అని చూపుము.

(b) ఎలెక్ట్రాన్ 0.99c వేగంతో పయనిస్తుంటే దాని మొత్తం శక్తి ఎంత?

(c) కాంతి వేగము = $3\times10^{8}\,ms^{-1}$, 1 MeV=1.602×10^{-13})

ఎలక్ట్రాన్ విరామ ద్రవ్యరాశి 9.1×10^{-31} kg

జవాబు : ఎలెక్ట్రాన్ విరామ శక్తి $= m_oc^2$

$= 9.1\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^2$

$= 27.3 \times 10^{-15}$ J
$= 0.511$ MeV

గమనంలో నున్నప్పుడు ఎలెక్ట్రాన్ ద్రవ్యరాశి

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{మొత్తం శక్తి} = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$v = 0.99c$, $m_o c^2 = 0.511$ MeV విలువలు పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి సూక్ష్మీకరిస్తే మొత్తం శక్తి విలువ 3.61 MeV=5.8×10^{-13} J అవుతుంది.

మాదిరి లెక్క –2 : 2.9MeV శక్తిగల గమా వికిరణం సీసము పదార్థంలో వెళ్ళునప్పుడు ఎలెక్ట్రాన్-పాసిట్రాన్ యుగళంగా మారింది. ఇవి రెండూ సమాన గతిజశక్తి కలిగి ఉన్న వాటి సాపేక్షక వేగమెంతో కనుగొనండి.

జవాబు :

పాసిట్రాన్-ఎలెక్ట్రాన్‌లు సమాన ద్రవ్యరాశి కలిగి ఉంటాయి. కనుక వాటిగతిజ శక్తి సమానమయినప్పుడు అవి ఒకే వేగాన్ని కలిగి ఉంటాయి.

ఎలెక్ట్రాన్-పాసిట్రాన్ యుగళం మొత్తం శక్తి

$$E = 2mc^2 = \frac{2\, m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ఇది గామా వికిరణ శక్తికి సమానం =2.90 Mev. $m_0c^2 = 0.511$ Mev, $c = 3 \times 10^8$ ms^{-1} లు పైసమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి సూక్ష్మీకరిస్తే.

$v = 2.811 \times 10^8$ ms^{-1} అవుతుంది.

2.5 సారాంశం

ఘర్షణ బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు యాంత్రిక శక్తి నష్టమవుతుంది. ఇది ఉష్ణశక్తిగా మారుతుంది. వ్యవస్థపై అసంరక్షక బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు, బలాల వల్ల జరిగిన పనిని నూతనశక్తి రూపాలు m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు శక్తి mc^2 కు సమానంగా ఉంటుంది. ద్రవ్యరాశి నిత్యత్వ సూత్రం, శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని కలిపి ద్రవ్యరాశి, శక్తి నిత్యత్వ సూత్రంగా సూచించ బడింది.

2.6 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

కాంతివేగం 3×10^8 మీ/సె.

2.7 నమూనా ప్రశ్నలు

I. **ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.**

1) అసంరక్షక బలాలు పనిచేస్తుంటే యాంత్రిక శక్తిలో నష్టమేర్పడుతుంది నిరూపించండి?

2) వేగంతో ఒక వస్తువు ద్రవ్యరాశి ఎలా మారుతుందో వివరించండి? ఇలా జరిగే ద్రవ్యరాశి మార్పు భౌమిక వస్తువులకు వర్తిస్తుందా? లేనిచో ఎందుకు లేదో వివరించండి?

II. **ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు వ్రాయండి.**

1) ద్రవ్యరాశి-శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని వివరించండి?
2) యుగళోత్పత్తి, యుగళ వినాశం అంటే ఏమిటో వివరించండి?
3) సంరక్షక బలాలకు, అసంరక్షక బలాలకు గల భేదాన్ని సోదాహరణంగా వివరించండి?

III. **క్రింది సమస్యలను సాధించండి**

1) ప్రోటాన్ ద్రవ్యరాశికి సమానమైన శక్తి ఎంత? (జవాబు : 938.2 MeV)
2) ఒక వస్తువు విరామ ద్రవ్యరాశి 0.01 kg. అది పరిశీలకుని పరంగా $3.0\times 10^{-7}\ ms^{-1}$ వేగంతో పయనిస్తున్నప్పుడు దాని ద్రవ్యరాశి ఎంత? (జవాబు : 0.01 kg.)
3) 10^{15} watt hr విద్యుత్ ఉత్పాదనకు ఎన్ని కిలోగ్రాముల ద్రవ్యరాశి వినాశం చెందాలి? (జవాబు :40)
4) సూర్యుని శక్తి సంలీన కేంద్రక చర్యల వలన ఏర్పడుతుంది. నాలుగు హైడ్రోజన్ పరమాణువులు సంలీనం చెంది ఒక హీలియం పరమాణువుగా ఏర్పడిన శక్తి వివిధ వికిరణ రూపంలో ఉద్గారమయింది. హైడ్రోజన్ పరమాణువు విరామ ద్రవ్యరాశి 1.0081 amu అయిన సంలీన ప్రక్రియలో విడుదలయిన శక్తి ఎంత? $1\ amu = 1.66\times 10^{-27}\ kg$ (జవాబు : 27 MeV)

2.8 పదకోశం

బేరయాన్ సంఖ్య : కేంద్రక భౌతిక శాస్త్రంలో ప్రాథమిక కణాలకు సంబంధించిన మౌలిక ధర్మం, ప్రాథమిక కణాలైన బేరయాన్లకు క్వాంటం సంఖ్యలతో తెలపడానికి వీలౌతుంది. ఈ సంఖ్య బేరయాన్లకు + 1, వ్యతిరేక కణాలకు -1 ఉంటుంది.

వింతకణ సంఖ్య : ప్రాథమిక కణాలకు సంబంధించిన మరొక ప్రాథమిక ధర్మం వింత స్వభావం. ఇది ఒకకణం సాధారణంగా వినాశనం చెందే దానికంటే ఆసల్యంగా వినాశనం చెందడాన్ని సూచించడానికి నిర్వచింప బడింది. దీని వింతకణ సంఖ్య S అనే క్వాంటం సంఖ్యతో సూచిస్తారు. ప్రోటన్‌కు S విలువ శూన్యం.

2.9 చదవదగిన గ్రంధాలు

1. Bueche, F.J.	Introduction to Physics for Scientists and Engineers.	Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.
2. Nelkon, M and Parker, P.	Advanced level Physics	Arnold-Helnemann, London.

రచయిత : డా. యస్. రాఘవన్
అనువాదం : డా. యస్. మనోహర మూర్తి

ఖండం - 2 : రేఖీయ ద్రవ్య వేగ నిత్యత్వం

భాగం – 3 ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, ద్రవ్యరాశి కేంద్రగమనం, క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి

విషయక్రమం

3.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం ద్రవ్యరాశి–భారం అనే భావన వివరిస్తుంది. మీరు ఈ బాగం పూర్తిగా చదివిన తరువాత

1) ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, గురుత్వ కేంద్రాల మధ్య–గల తేడాను గుర్తిస్తారు.
2) బహుకణ వ్యవస్థ గమనాన్ని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం భావన సహాయంతో వివరించ గలరు.
3) ఒక వ్యవస్థ యొక్క క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి ప్రాముఖ్యతను గమనిస్తారు.

3.2 ప్రవేశిక

ఏదేని వస్తువు మీద పనిచేసే బలాలు తెలిసినట్లయితే ఆ వస్తువు గమనాన్ని విపులంగా వర్ణించడానికి వీలవుతుంది. గత్యాత్మక వ్యవస్థలోని మార్పులను ఆయా ప్రక్రియలలో నిత్యత్వానికి గురయ్యే నియమాలను అప్రక్రియలకు అనుసంధించి పరిశీలించ వచ్చును. ఏ ప్రక్రియలో నయినా ముఖ్యంగా శక్తి నిత్యత్వ సూత్రం, ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం, ద్రవ్యరాశి నిత్యత్వ సూత్రం పాటింపబడాలి. సూక్ష్మకణాల అన్యోన్య చర్యలలో (కేంద్రక కణాలు, ప్రాథమిక కణాలు) శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించేటప్పుడు ద్రవ్యరాశి–శక్తి పరస్పర మార్పుకు లెక్కలోకి తీసికోవాలి. శక్తి అదిశరాశి గనుక, ఏదేని చర్యకు శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించినపుడు చర్యా ఫలితాలను పూర్తిగా తెలిసికొనడానికి వీలుగాదు. రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని, కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని ఏదేని చర్యకు అనువర్తించినపుడు చర్యా ఫలితాలను పూర్తిగా వర్ణించడానికి వీలవుతుంది. నిత్యత్వ సూత్రాలను అనువర్తించేటప్పుడు వ్యవస్థపై పనిచేసే బలాల తీరుతెన్నులు తెలియవలసిన అవసరం లేదు.

రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం సూక్ష్మకణ వ్యవస్థకు స్థూలకణ వ్యవస్థకు కూడా అనువర్తించ వచ్చు. స్థానాంతర గతిలో నున్న కణ వ్యవస్థ ఏదేని చర్యా ప్రభావానికి, ఉదాహరణకు అభిఘాతానికి, లోనయి తన స్థితిలో మార్పు చెందితే దానికి రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించి చర్య తర్వాత వ్యవస్థ x గమనాన్ని కనుగొనవచ్చు. ఈ ఖండికలో కేంద్రీయ ద్రవ్యరాశి బావన ఆధారంగా కణ వ్యవస్థ ఏ నియమాల ననుసరించి రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని పాటిస్తుంది అన్న విషయాలు, రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్ర అనువర్తనాలను గూర్చి తెలుసుకొందాం.

3.3 ద్రవ్యరాశి – భావన

సర్ ఐజాక్ న్యూటన్ గమన సూత్రాలలో మొదటి దానిని కిందివిధంగా నిర్వచించవచ్చు. "ప్రతి వస్తువు దానిమీద బాహ్యబలాలు పనిచేసినప్పుడు మాత్రమే తన నిశ్చల స్థితి నుంచిగానీ, సమరీతి గమనం

నుంచి గానీ మార్పుకు లోనవుతుంది". బాహ్యబలాలు వస్తువు మీద పనిచేయునప్పుడు వస్తువు తన నిశ్చలస్థితి నుంచి గానీ, సమరీతి గమన స్థితి నుంచి గాని మార్పుకు లోనుకాదు. అట్టి స్థితిని జడత్వ ధర్మంగా వర్ణించవచ్చు అందువల్ల న్యూటన్ మొదటి సూత్రం **జడత్వసూత్రంగా** కూడా పిలువబడుచున్నది. జడత్వ సూత్రం అన్ని వస్తువులకు అనువర్తిస్తుంది. కానీ భార వస్తువులకు తేలిక వస్తువులకు భేదముంది. భార వస్తువులను తమ స్థితి (నిశ్చలస్థితి లేదా సమరీతి గమనస్థితి) నుంచి మార్పుకు గురిచేయుటకు ఎక్కువ బలం కావాలి. కానీ తక్కువ బలం ఉపయోగించి తేలిక వస్తువులను తమ స్థితినుంచి మార్చవచ్చు. ఈ ధర్మాన్నే వస్తువు **ద్రవ్యరాశి** లేదా **జడత్వ ద్రవ్యరాశి** అంటారు.

3.4 ద్రవ్యరాశి – భారం

వస్తువు భారం ఆ వస్తువు మీద పనిచేసే భూమ్యాకర్షణ బలాన్ని సూచిస్తుందన్న విషయం మనకు తెలిసినదే. వస్తువు భారం ఆ వస్తువు ద్రవ్యరాశికి సంబంధించి ఉన్నప్పటికి ఆ రెండూ ఒకటి కావు. ఏదేని వస్తువు మీద పనిచేసే భూమ్యాకర్షణ శక్తి దాని భారం W గా సూచిస్తే

$$W = mg \tag{3.1}$$

పై సమీకరణంలో m ద్రవ్యరాశిని, g గురుత్వత్వరణాన్ని సూచిస్తాయి. సమీకరణం (3.1)ని కిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\frac{W}{m} = g \quad ..(3.2)$$

అన్ని వస్తువులకు g విలువ సమానమే. కనుక వస్తువు భారం దాని ద్రవ్యరాశికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. మొట్టమొదట గెలీలియో అను శాస్త్రజ్ఞుడు ఏదేని ఒక ప్రదేశంలో వస్తువు బారం దాని ద్రవ్యరాశికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుందని స్థిరీకరించాడు. మనం ఇంతవరకు చర్చించిన ద్రవ్యరాశి జడత్వ ద్రవ్యరాశి ఏ వస్తువు జడత్వ ద్రవ్యరాశిని నిర్ణయించ దలచుకున్నామో ఆ వస్తువుపై కొంత బలాన్ని ప్రయోగించాం అని అనుకుందాం. అంతే పరిమాణం గల బలాన్ని ఏకాంక ద్రవ్యరాశి కలిగిన నిర్దిష్ట వస్తువుపై కూడా ప్రయోగిద్దాం. బల ప్రయోగం వల వస్తువులో కలిగిన త్వరణానికి ఏకాంక ద్రవ్యరాశికి కల నిష్పత్తి వస్తువు జడత్వ ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తుంది.

m_A, m_B లు రెండు వస్తువుల జడత్వ ద్రవ్యరాశులు అని అనుకుందాం. అప్పుడు న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వాకర్షణ సిద్ధాంతం ప్రకారం విశ్వంలోని ప్రతి వస్తువు వేరొక వస్తువుని కొంత బలంతో ఆకర్షిస్తుంది. ఈ ఆకర్షణ బలం రెండు వస్తువుల జడత్వ ద్రవ్యరాశుల లబ్ధంతో అనులోమానుపాతంగా వస్తువుల మధ్య దూర వర్గానికి విలోమానుపాతంగా మారుతుంది.

వస్తువుపై స్థిరమైన బలాన్ని ఉపయోగించి త్వరణాన్ని లెక్క కట్టగలం. ఈ త్వరణాన్ని ఉపయోగించి లెక్కించిన గురుత్వ, జడత్వ ద్రవ్యరాశులు విలువలు వేరువేరుగా ఉంటాయి.

రెండు వస్తువుల (A, B) జడత్వ ద్రవ్యరాశులు μ_A, μ_B అని అనుకుందాం. భూమి జడత్వ ద్రవ్యరాశి μ_E అని అనుకుందాం. న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సిద్ధాంతం ప్రకారం, భూ ఉపరితలంపై A మరియు B ల మధ్య ఆకర్షణ బలం F_A అయితే

$$F_A = \frac{G\,\mu_A\,\mu_E}{R^2}$$

దీనిని వస్తువు A యొక్క బరువు W_A అని అంటాం. ఇదేవిధంగా వస్తువు B యొక్క బరువు

$$F_B = W_B = \frac{G\,\mu_B\,\mu_E}{R^2}$$

వస్తువులు A, B లు భూమిపై పడేటప్పుడు త్వరణాలని క్రింది సమీకరణాలు సూచిస్తాయి.

$$g_A = \frac{W_A}{m_A} = \frac{G\,\mu_E\,\mu_A}{R^2\,m_A}$$

$$g_B = \frac{W_B}{m_B} = \frac{G\,\mu_E}{R^2}\;\frac{\mu_B}{m_B}$$

సమీకరణం 3.2 ప్రకారం $g_A = g_B$

g_A g_B లు సమానమవాలంటే

$$\frac{\mu_A}{m_A} = \frac{\mu_B}{m_B}$$

లేక $$\frac{\mu_A}{\mu_B} = \frac{m_A}{m_B}$$ అవాలి.

అంటే పై సమీకరణం ప్రకారం జడత్వ, గురుత్వ ద్రవ్యరాశులు అనులోమాను పాతంలో ఉండాలి.

జడత్వ, గురుత్వ ద్రవ్యరాశుల మధ్య ఉన్న ఈ అనుపాత ధర్మమే గురుత్వ ద్రవ్యరాశిని సున్నితపు త్రాసుతో కొలవడానికి ఆధారము. గురుత్వాకర్షణ జడత్వ స్వభావానికి ప్రతి రూపమని ఐన్‌స్టీన్ తలచడానికీ ద్రవ్యరాశి, శక్తుల మధ్య సమతుల్యతను సూత్రీకరించడానికీ ఈ అనుపాతధర్మమే ఆధారం.

m_1, m_2 ద్రవ్యరాసులు కల రెండు కణాలు x అక్షంపైన, x_1 మరియు x_2 బిందువుల వద్ద ఉన్నాయని అనుకుందాం. రెండు కణాల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం క్రిందివిధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \tag{3.3}$$

రెండు కణాలు XY తలంలో (X_1, Y_1) మరియు (X_2, Y_2) బిందువుల వద్ద ఉన్నాయని అనుకుందాం. అప్పుడు రెండు కణాల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \tag{3.4}$$

$$Y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

రెండు కణాల కన్న ఎక్కువ కణాలు తలంలో ఉన్నాయనుకొందాం. అప్పుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలను క్రిందివిధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \text{———}}{m_1 + m_2 + \text{———}} = \frac{\Sigma_i m_i x_i}{\Sigma_i m_i}$$

$$Y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \text{———}}{m_1 + m_2 + \text{———}} = \frac{\Sigma_i m_i y_i}{\Sigma_i m_i}$$

$$Z_{cm} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + \text{———}}{m_1 + m_2 + \text{———}} = \frac{\Sigma_i m_i z_i}{\Sigma_i m_i} \tag{3.5}$$

పై మూడు సమీకరణాలను కలిపి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం Position Vector ని కనుగొనవచ్చును.

$$\vec{R}_{cm} = \vec{i}\ X_{cm} + \vec{j}\ Y_{cm} + \vec{K}\ Z_{cm}$$

$$= \frac{\Sigma_i m_i (\ i\ x_i + j\ y_i + K\ Z_i)}{\Sigma m_i}$$

$$= \frac{\Sigma_i m_i \vec{r}_i}{\Sigma m_i} \tag{3.6}$$

Σm_i వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యరాశి M ని సూచిస్తుంది. కాబట్టి $MR_{cm} = \sum_i m_i r_i$ (3.7)

సమీకరణం 3.7 ని వ్యవకలనం చేసి

$$\frac{\vec{dr}_i}{dt} = \vec{V}_i \qquad \frac{\vec{dR}_{cm}}{dt} = \vec{V}_{cm}$$ అని ప్రతిక్షేపిస్తే

$$MV_{cm} = \sum_i m_i v_i \tag{3.8}$$. అని వస్తుంది.

సమీకరణం (3.8)లో కుడివైపు పదం వ్యవస్థలోని మొత్తం రేఖీయ ద్రవ్య వేగాన్ని (అంటే అన్ని కణాల ద్రవ్య వేగాల మొత్తాన్ని) సూచిస్తుంది. పై సమీకరణం 3.8 ప్రకారం వ్యవస్థ ద్రవ్య వేగం వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి మరియు ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వేగాల లబ్దానికి సమానం.

సమీకరణం 3.8ని మరివొక సారికాల పరంగా అవకలనం చేసి

$\frac{d\vec{v_i}}{dt} = \vec{a_i}$, $\frac{d\vec{V_{cm}}}{dt} = a_{cm}$ అని ప్రతిక్షేపిస్తే

$$M\vec{a_{cm}} = \sum_i m_i a_i \tag{3.9}$$

న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ప్రకారం $m_i\vec{a_i} = \vec{F_i}$

ఈ బలం i కణంపై పని చేసే బలాన్ని సూచిస్తుంది. సమీకరణం 3.9లో కుడివైపు పదాలు వ్యవస్థపై పని చేసే ఫలితబలాన్ని సూచిస్తాయి. కావున

$$M\vec{a_{cm}} = \sum_i \vec{F_i} = \sum_i \vec{F_{ie}} + \sum_{i \neq j} F_{ij}$$

పై సమీకరణంలో F_{ie} i వ కణంపై పనిచేసే బాహ్యబలాన్ని, F_{ij} i,j కణాల పరస్పర బలాలని సూచిస్తాయి. $\vec{F_{ij}}$, $\vec{F_{ji}}$ పరిమాణంలో సమానంగాను దిశలో వ్యతిరేకంగాను పనిచేసే బలాలు కణాలపై పరస్పర చర్యాబలాలు పరిమాణంలో సమానంగాను దిశలో వ్యతిరేకంగాను పనిచేస్తాయి. కావున ఫలిత బలాలను లెక్క కట్టే అప్పుడు చర్యాబలాలు శూన్య మవుతాయి. వ్యవస్థపై పనిచేసే ఫలిత బలాన్ని F తోసూచిస్తే $\vec{F}$ ని క్రింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చును.

$$F = \sum \vec{F_i} = \sum_i \vec{F_{ie}} = \vec{F_e}$$

F_e వ్యవస్థపై పని చేసే ఫలితబలాన్ని సూచిస్తుంది.

$$M\vec{a_{cm}} = \vec{F_e} \tag{3.9a}$$

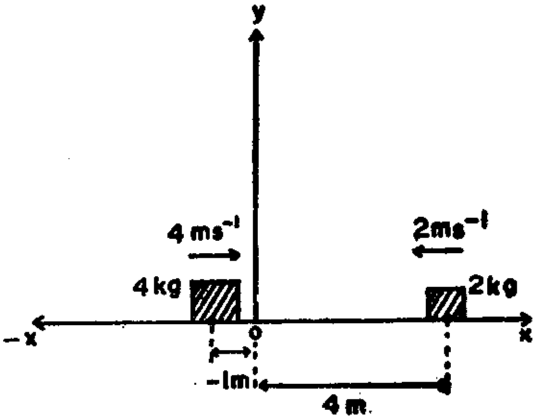
సమీకరణం 3.9a ద్రవ్యరాశి కేంద్రానికి త్వరణం ఉన్నట్లుగాను మొత్తం వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి ద్రవ్యరాశి కేంద్రంవద్ద కేంద్రీకృతమైనట్లు గాను సూచిస్తున్నది. అంతేగాక బాహ్యబల ప్రభావం వల్ల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం త్వరణంతో చలిస్తున్నట్లుగాను వ్యవస్థమొత్తం ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వద్ద కేంద్రీకరింపబడినట్లుగాను సూచిస్తున్నది.

3.5 ద్రవ్యరాశి కేంద్రం

పరస్పరం చర్యకు గురౌతున్న అనేక కణాలు ఉన్న ఏదైనా ఒక వ్యవస్థని తీసుకుందాం, బాహ్య బలాలు పనిచేస్తున్నప్పుడు కణాల చలనాన్ని వివరించడం సులభంకాదు.కాని ఈ సమస్యను ద్రవ్యరాశి కేంద్రం భావన ఆధారంగా సులభంగా సాధించవచ్చు. ఇచ్చట కణ వ్యవస్థకు మారుగా వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశికి సమానమైన ద్రవ్యరాశిగల కణాన్ని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వద్ద కేంద్రీకృతమైనట్లు భావించాలి. ఏదేని వ్యవస్థలో n- కణాలు ఉన్నట్లయితే ఆ వ్యవస్థలో ఒక బిందువు వద్ద వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి అంతా కేంద్రీకృతమైనట్లు ప్రవర్తిస్తుంది. మరియు గమనం వ్యవస్థ మీద పనిచేసే అన్ని బలాలు ఆ బిందువు మీదనే పనిచేసినప్పుడు ఎలా ఉంటుందో అలా ఉంటుంది. ఈ బిందువునే ద్రవ్యరాశి కేంద్రం అంటారు. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం భావన ఆధారంగా క్లిష్టమయిన గమనాలను కూడా సులభమార్గంలో సాధించి అర్థం చేసుకోవచ్చు.

పై సమీకరణంలో M వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తుంది.

మాదిరి లెక్క – 1: 4 kg, 2 kg ద్రవ్యరాశి గల వియుక్త కణాలు $4ms^{-1}$, $2ms^{-1}$ వేగాలతో గమనానికి లోనవుతున్నాయి. ఏదేని ఒ కాలంలో వీటి స్థానాలు పటం 3.3 .లో చూపిన విధంగా ఉన్నాయి. ప్రారంభదశలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం దానివేగం కనుగొనండి. 10 s తర్వాత ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం దాని, వేగం ఎంతో కనుగొనండి.



పటం 3.1. x- అక్షంలో ఏదేని ఒక కాలంలో రెండు వియుక్త వస్తువుల గమనం.

జవాబు:

ప్రారంభదశలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం $(X_{cm})_i$, దాని వేగం $(V_{cm})_i$ అనుకొందాం. అప్పుడు

$$(x_{cm})_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j x_j}{\sum_{n} m_j} = \frac{2(4) + 4(-1)}{2 + 4} = 2/3 \text{ m.}$$

$$(V_{cm})_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j v_j}{\sum_{j=1}^{n} m_j} = \frac{2(-2) + 4(4)}{2+4} = 2 \text{ ms.}^{-1}$$

ప్రారంభదశలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిర్దేశ బిందువు O నుంచి 2/3m దూరంలో నున్నది. అది $2ms^{-1}$వేగంతో కుడివైపుకు గమనానికి లోనయింది. వ్యవస్థ నియుక్తంగా ఉన్నందువల్ల కణాలు అభిఘాతం చెందిన తర్వాత కూడా వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం $2ms^{-1}$ వేగంతోనే పయనిస్తుంది. 10s తర్వాత ద్రవ్యరాశి కేంద్రం పొందే స్థానభ్రంశం Δx అనుకొందాం.

$$\Delta x = v_{cm} \, \Delta t = 2ms^{-1} \times 10s = 20m$$

10s ల తర్వాత కేంద్రం స్థానము

$$(X_{cm})_f = (X_{cm})_i + \Delta x = 2/3 \text{ m} + 20m = 20 \tfrac{2}{3} m.$$

వ్యవస్థలోని కణాలు ఏదేని కాలం తర్వాత ఎచ్చట ఉంటాయో, వాటి వేగాలెంతో తెలిసికొనడం కష్టమయినప్పటికి వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం, దాని వేగం సులభంగా కనుగొనవచ్చు.

3.6 దృఢ వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం

దృఢ వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుటకు దానిని అనేకమైన అత్యల్ప భాగాలుగా విభజించినామనుకొందాం. ద్రవ్యరాశి Δm_i గల భాగం నిరూపకాలు $(x_i, y_i, ,z_i)$ అనుకొందాం. అప్పుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలు..

$$X_{cm} = \frac{\sum \Delta m_i x_i}{\sum \Delta m_i} \tag{3.10}$$

$$Y_{cm} = \frac{\sum \Delta m_i y_i}{\sum \Delta m_i} \tag{3.11}$$

$$Z_{cm} = \frac{\sum \Delta m_i z_i}{\sum \Delta m_i} \tag{3.12}$$

అత్యల్ప భాగాల సంఖ్య అనంతమయినప్పుడు పై సమీకరణాలలోని సంకలనాన్ని సమాకలనంగా సూచించవచ్చు.

$$X_{cm} = \underset{\Delta m_i \to 0}{Lt} \frac{\sum \Delta m_i x_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{\int x\, dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int x dm \qquad (3.13)$$

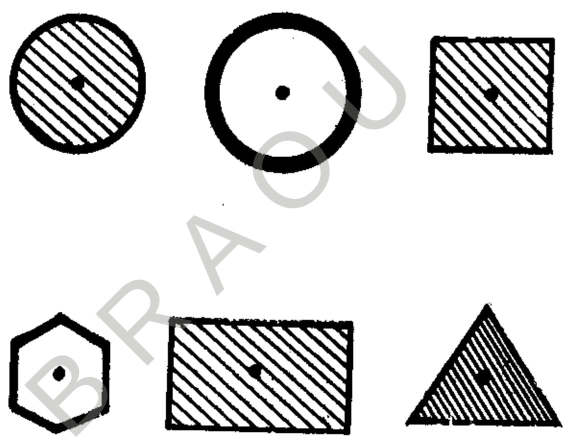
$$Y_{cm} = \underset{\Delta m_i \to 0}{Lt} \frac{\sum \Delta m_i y_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{\int y\, dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int y dm \qquad (3.14)$$

$$Z_{cm} = \underset{\Delta m_i \to 0}{Lt} \frac{\sum \Delta m_i z_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{\int z\, dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int z dm \qquad (3.15)$$

సదిశ సంకేత పద్ధతిలో

$$r_{cm} = \frac{1}{M}\int r\, dm \qquad (3.16)$$

బిందుసౌష్ఠవం గల సజాతీయ వస్తువులకు ఆ బిందువు వద్ద, రేఖీయ సౌష్ఠవం గల సజాతీయ వస్తువులకు ఆ రేఖమీద, సౌష్ఠవ తలంగల వస్తువులకు ఆ సౌష్ఠవతలం మీద ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ఉంటుంది ఉదాహరణకు సజాతీయ గోళం యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం దాని కేంద్రం వద్ద ఉంటుంది. రేఖీయ సౌష్ఠవం గల శంకు యొక్క ద్రవ్యరాశికేంద్రం శంకు అక్షం మీద ఉంటుంది. దీర్ఘచతురస్ర సమకోణీయ తలంగల పలక ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ఆ తలం మీదనే దీర్ఘ చతురస్ర సౌష్ఠవతలాలు ఖండించుకొనే బిందువు వద్ద ఉంటుంది. పటం 3.2 లో కొన్ని సౌష్ఠవ వస్తువుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాల స్థానాలు చూడవచ్చు.



పటం 3.2 కొన్ని సౌష్ఠవ వస్తువుల ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానాలు

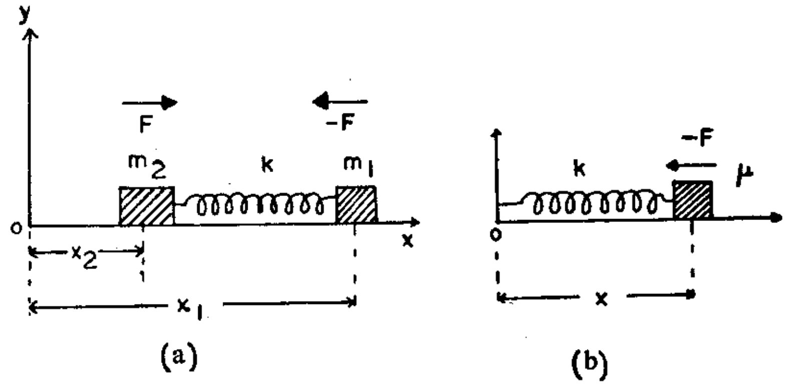
3.7 క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి

దృఢమైన ఆధారపీఠానికి వ్రేలాడదీసిన స్ప్రింగ్ చివర ఒక చిన్న ద్రవ్యరాశి యుగ్మితం చేసి ఉందనుకొందాం. స్ప్రింగ్‌యొక్క స్ప్రింగ్ స్థిరాంకము k అనుకొందాము. ఈ వ్యవస్థ సరళహరాత్మక డోలకంగా పనిచేస్తుంది. ఈ వ్యవస్థ రెండు కణాలవ్యవస్థ కానీ ఇందులో దృఢమైన ఆధారపీఠం అనంత ద్రవ్యరాశిగల కణంగా పనిచేస్తుంది. జడత్వ చట్రంలో స్ప్రింగ్‌కు వ్రేలాడదీసిన ద్రవ్యరాశి m కంపనాలు చేసినప్పుడు దృఢమైన ఆధారపీఠం నిశ్చలస్థితిలో ఉంటుంది. డోలనాలు చేస్తున్న ఈ వ్యవస్థ స్థితిజశక్తి ద్రవ్యరాశి స్థానభ్రంశం x మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

ప్రకృతిలో రెండుకణాల వ్యవస్థలు ఎన్నో ఉన్నాయి. కానీ ఈ వ్యవస్థలలో ఒక కణం ద్రవ్యరాశి అనంతంగా ఉంటుందని అనుకొనడానికి వీలుగాదు. ఇలాంటి కణవ్యవస్థలకు ఉదాహరణగా H_2, Co, HCl అణువులను పేర్కొనవచ్చు. ఇవి వాటి సౌష్ఠవ అక్షం వెంబడి డోలనాలు చేస్తుంటాయి. సరైన జడత్వ

చట్రంలో వీటి గమనాన్ని పరిశీలించవలసి ఉంటుంది.

పటం 3.8లో చూపినట్లు ద్రవ్యరాశి m_1, m_2 గల రెండు కణాలు ద్రవ్యరాశి రహిత స్ప్రింగ ద్వారా యుగ్మితం చేసి ఉన్నాయనుకొందాం. స్ప్రింగ్ స్థిరాంకము k అనుకొందాం. ఈ వ్యవస్థ ఘర్షణ లేని సమాంతరతలం మీద స్వేచ్ఛగా డోలనాలు చేస్తున్న దనుకొందాం. స్ప్రింగ్ చివరి స్థానాల నిరూపకాలు ఏదేని కాలంలో $x_1(t), x_2(t)$ అనుకొందాం. అప్పుడు స్ప్రింగ్ పొడవు (x_1-x_2) ఉంటుంది. సాగదీయని స్ప్రింగ్ పొడవు



పటం 3.3 (a) m_1, m_2 ద్రవ్యరాశులుగల కణాలను ద్రవ్యరాశి రహిత స్ప్రింగ్‌ద్వారా కలిపిన విధం.
(b) μ ద్రవ్యరాశిగల వస్తువును పైన చెప్పినట్టి స్ప్రింగ్‌తో ఒక స్థిర కేంద్రానికి కలిపిన విధం.

l అయిన ఏదేని కాలంలో స్ప్రింగ్ పొడవులో కలిగే మార్పు xను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$x = (x_1 - x_2) - l$$

x విలువ ధనాత్మకంగా ఉన్నచో స్ప్రింగ్ సాగదీసి ఉంటుంది.

x = 0 అయినప్పుడు స్ప్రింగ్ తన సాధారణ పొడవును కలిగి ఉంటుంది.

x ఋణాత్మక విలువను కలిగి ఉన్నచో స్ప్రింగ్ సంపీడితమయి ఉంటుంది.

స్ప్రింగ్ సాగదీసి ఉందనుకొందాం. అంటే $x > 0$

న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ఆధారంగా m_1, m_2 ద్రవ్యరాశుల గమనాలను కింది సమీకరణాల ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = -kx \tag{3.17}$$

$$m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = +kx \tag{3.18}$$

సమీకరణం (3.17) ను m_2 చేత, సమీకరణం (3.18) ను m_1 చేత హెచ్చించి, తీసివేస్తే

$$m_1m_2 \frac{d^2x_1}{dt^2} - m_1m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = -m_2 kx - m_1 kx \tag{3.19}$$

లేదా

$$\left[\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\right] \frac{d^2}{dt^2}(x_1 - x_2) = -kx \tag{3.20}$$

పై సమీకరణంలో $\left[\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\right]$ ని వ్యవస్థ క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి μ గా సూచిస్తే μ మితి ద్రవ్యరాశి మితిని కలిగి ఉంటుంది. వ్యవస్థలోని రెండు కణాలో తక్కువ ద్రవ్యరాశిగల కణం కంటే μ విలువ తక్కువగా ఉంటుంది. అందుచేతనే దీనిని క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి అంటారు.

స్ప్రింగ్ విరామస్థితిలో ఉన్నప్పుడు దాని పొడవు l స్థిరంగా ఉంటుంది. కనుక

$$\frac{d^2}{dt^2}(x_1 - x_2) = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{3.21}$$

సమీకరణం (3.21)ని సమీకరణం (3.20)లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{\mu} x = 0$$

పై సమీకరణం పటం 3.8b లో చూపినట్లు సరళహరాత్మక చలనాన్ని సూచిస్తుంది.

$m_1 = m_2 = m$ అయిన $\mu = \frac{m}{2}$ అవుతుంది. వ్యవస్థలోని రెండు కణాలలో ఒక కణం ద్రవ్యరాశి అతి తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఆ వ్యవస్థ క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి ఆ కణ ద్రవ్యరాశికి సమానంగా ఉంటుంది. M విలువ అతి తక్కువ అయినప్పుడు

$$\therefore \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = m_1 \left(\frac{1}{(m_1/m_2 + 1)} \right) \quad (3.22)$$

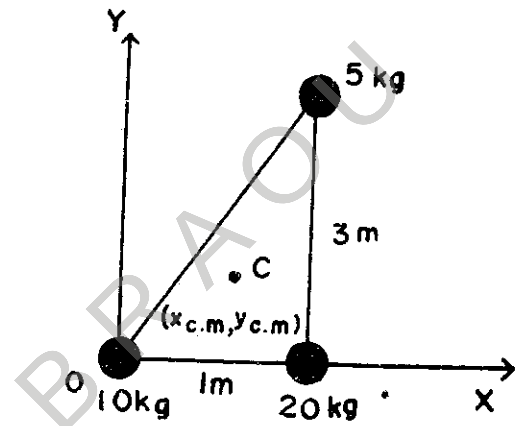
లేదా

$$\mu = m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} \simeq m_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right) \quad (3.23)$$

$$\frac{m_1}{m_2} \cong 0 \text{ కనుక} \quad (3.24)$$

$\mu = m_1$

మాదిరి లెక్క-2 : పటం 2.4 లో చూపినట్లు ఉన్న లంబకోణ త్రిభుజ శీర్షాల వద్ద గల కణాల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనండి.



పటం 3.4 లంబకోణ త్రిభుజ శీర్షాలవద్దగల కణాల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం

జవాబు :

10kg. ద్రవ్యరాశి గల కణాన్ని నిరూపక వ్యవస్థ మూలబిందువుగా పరిగణిద్దాం. అప్పుడు వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం C యొక్క x- నిరూపకము x_{cm} అయిన

$$x_{cm} = \frac{10(0) + 20(1) + 5(1)}{10+20+5} = \frac{25}{35} = 5/7$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం C యొక్క y నిరూపకము y_{cm} అయిన

$$y_{cm} = \frac{10(0) + 20(0) + 5(3)}{10+20+5} = \frac{15}{35} = 3/7$$

$\therefore$ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలు $(x_{cm}, y_{cm}) = (5/7, 3/7)$

మాదిరిలెక్క-3 : పటం 3.5లో చూపినట్లుగా మూడు కణాల వ్యవస్థ మీద బాహ్యబలాలు పనిచేస్తున్నాయి. ఈ వ్యవస్థ యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, త్వరణాన్ని కనుగొనండి.

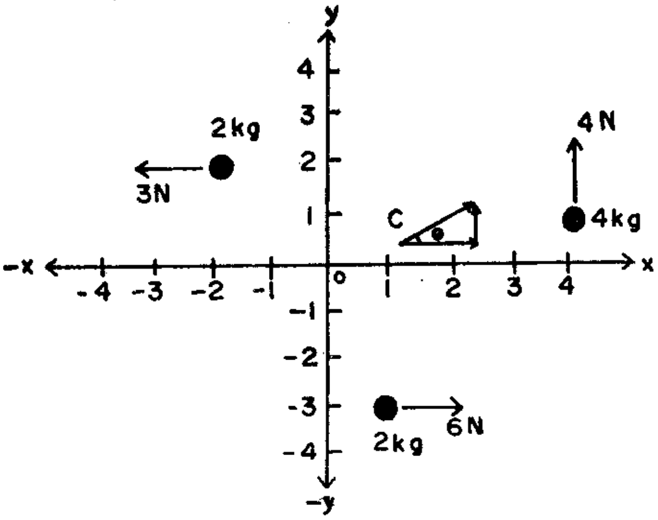
జవాబు :

వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం C అయిన దాని నిరూపకాలు

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{4(4) + 2(-2) + 2(1)}{4 + 2 + 2} = 7/4$$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{4(1) + 2(2) + 2(-3)}{4+2+2} = 1/4$$

$\therefore (x_{cm}, y_{cm}) = (7/4, 1/4)$.



పటం 3.5 కణాల వ్యవస్థమీద బాహ్యబలాల పనిచేసే తీరు

బాహ్యబలాల x- అంశాల ఫలిత బలము F_x అయిన

$$F_x = 6N - 3N = 3N$$

బాహ్యబలాల y- అంశాల ఫలిత బలము F_y అయిన

$$F_y = 4N$$

బాహ్య బలాల ఫలిత బలం

$$F = (F^2_x + F^2_y)^{1/2}$$

$$F = (3^2 + 4^2)^{1/2} = (25)^{1/2} = 5N$$

x- అక్షంతో బాహ్యబలాల ఫలిత బలం చేసే కోణము θ అయిన

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_c} = \frac{4N}{3N} = 4/3$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(4/3) = 53^\circ$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం త్వరణం a_{cm} అయిన

$$a_{cm} = \frac{F}{M} = \frac{5N}{8kg} = 0.625\ ms^{-2}$$

3.8 సారాంశం

బాహ్య బలాలు ఏదేని వస్తువు మీద పనిచేస్తున్నప్పుడు అది విరామస్థానం నుంచి గానీ లేదా సమరీతి గమనం నుంచి గానీ మార్పుకు గురైనప్పుడు ఆ మార్పును నిరోధించే వస్తువు స్వభావాన్ని ద్రవ్యరాశి అని లేదా జడత్వ ద్రవ్యరాశి అని అంటారు. వస్తువు భారం ఆ వస్తువు పై పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలానికి సమానంగా ఉంటుంది. వస్తువు ద్రవ్యరాశి మారదు గాని గురుత్వ త్వరణంతో మారుతుంది. జడత్వ ద్రవ్యరాశి, గురుత్వ ద్రవ్యరాసుల మధ్య ఒక నిర్దిష్ట అనుబంధం ఉంది.

ఒకటి కంటె ఎక్కువ కణాలు గల వ్యవస్థ గమనాన్ని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం భావన ఆధారంగా అధ్యయనం చేయవచ్చు. n కణాలు గల ద్రవ్యరాశి కేంద్రస్థానం r_{cm}, వేగం v_{cm}, త్వరణం a_{cm} లను క్రింది సమీకరణాలద్వార సూచించవచ్చు.

$$r_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i r_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$v_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i v_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$a_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i a_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

వ్యవస్థ యొక్క క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి అవ్యవస్థలోని వైయుక్తిక కణాల ద్రవ్యరాశులకన్న తక్కువ విలువ కలిగి ఉంటుంది.

3.9 నమూనా జవాబులు

వస్తువు బరువు ప్రదేశాన్ని అనుసరించి మారుతుంది. వస్తువు బరువు ఆ ప్రదేశంలోని గురుత్వ త్వరణంపై ఆధారపడి ఉండటమే దీనికి కారణం.

3.10 నమూనా ప్రశ్నలు

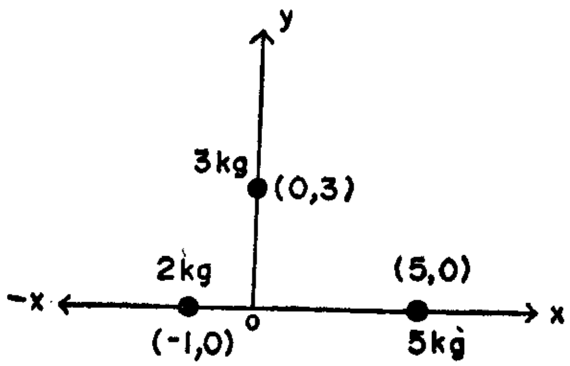
I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. బాహ్యబలాలు కణవ్యవస్థ మీద పనిచేస్తున్నప్పుడు వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, స్థానం, వేగం త్వరణాల సమాసాలను కనుగొనండి.

II. ఈ క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. సరళ రేఖ వెంబడి కుడివైపుగా 5kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు $10ms^{-1}$ వేగంతోను, ఎడమవైపుగా 10 kg ద్రవ్యరాశి గల మరొక వస్తువు $5ms^{-1}$ వేగంతోను పయనిస్తున్నాయి. ఈ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వేగమెంత ?

జవాబు ($x_{cm} = O$).



మూడు కణాల వ్యవస్థ

2. పైపటం చూపిన కణ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుము.

జవాబు : $(x_{cm}, y_{cm}) = (2.3, 0.9)$

3. 1m భుజము పొడవుగల సమబాహు త్రిభుజము శీర్ష బిందువులవద్ద 2kg, 3kg, 5kg ద్రవ్యరాశులుగల m_1, m_2, m_3 కణాలు గలవు. ఈ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిరూపకాలు కనుగొనండి.

జవాబు : $(x_{cm}, y_{cm}) = (055, \sqrt{3/4})$

4. క్రింద కనపరచిన ద్రవ్యరాశి, స్థాన నిరూపకాలు గల కణ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనండి.

$m_1 = 6kg, x_1 = 4m, y_1 = 3m, z_1 = 4m$

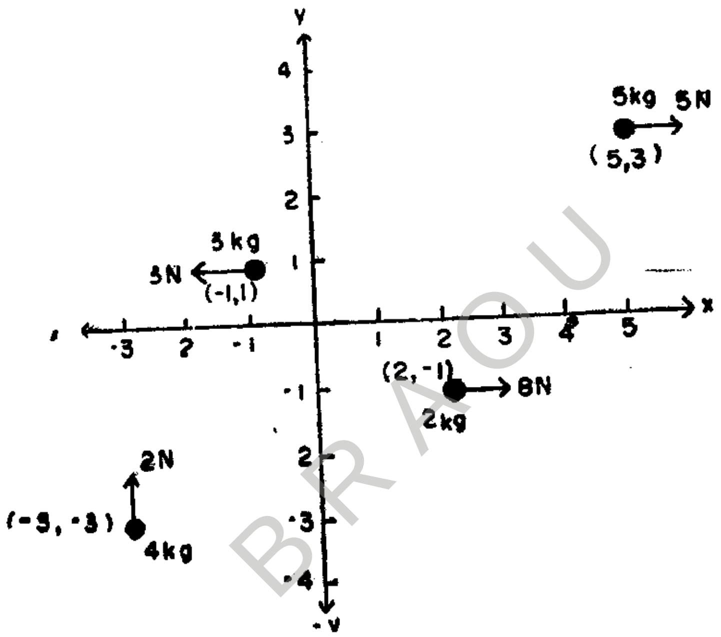
$m_2 = 8kg, x_2 = 2m, y_2 = 1m, Z_2 = 2m$

$m_3 = 10kg, x_3 = -5m, y_3 = 4m, z_3 = 2m$ జవాబు : $(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm} = 0.42, 2.75, 0.50)$

5. ఏదేని కాలంలో $m_1 = 5kg$, $m_2 = 10kg$ ద్రవ్యరాశులుగల కణాల స్థానాలు వరుసగా $r_1 = 2i+3j+5k$, $r_2 = 5i+3j+8k$ వాటి వేగాలు $v = 6i + 4j + 2k$ and $v_2 = 10i - 2j + 8k$ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం తత్కాల స్థానం, వేగం కనుగొనండి.

జవాబు : $(V_{cm} = (4i+3j+7k)m, v_{cm} = \left(\frac{14i+0j+14k}{3}\right)ms^{-1}$

6. క్రింద పటములో చూపినట్లు 4 కణాల వ్యవస్థమీద బాహ్య బలాలు పనిచేయుచున్నవి. వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానం దాని త్వరణం కనుగొనండి.



4 కణాలుగల వ్యవస్థపై పనిచేస్తున్న బాహ్య బలాలు

జవాబు : $(x_{cm}, y_{cm}) = (1, 2/7), a_{cm} = 0.73ms^{-2})$

7. HCl అణువులోని పరమాణువుల మధ్య దూరము $1.8 \times 10^{10}m$ హైడ్రోజన్, క్లోరిన్ పరమాణు భారాలు వరుసగా 1 amu, 35.5 amu. వ్యవస్థ క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి విలువ ఎంత ?

జవాబు : $(\mu = 0.973$ amu)

8. 5m పొడవు భుజముగల చతురస్రం అంచులలో m_1, m_2, m_3, m_4 కణాలు కలవు. వీటి ద్రవ్యరాశులు వరుసగా 2kg, 5kg, 8kg, 10kgలు. తొలి స్థితిలో వ్యవస్థ నిశ్చలంగా ఉంది. ఈ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం కనుగొనండి. m_3 మీద కుడివైపుగా 10Nలు, m_1 మీద ఎడమవైపుగా 5N బాహ్యబలాలు పనిచేసే ద్రవ్యరాశి కేంద్రం పొందే త్వరణమెంతో కనుగొనుడి.
(జవాబు : m_1 y-అక్షం వెంబడి m_2 xyతలంలోను m_3 x-అక్షం వెంబడి m_4 నిరూపక వ్యవస్థ మూల బిందువువద్ద ఉన్నట్లు భావిస్తే ద్రవ్యరాశి కేంద్రం స్థానం $(x_{cm}, y_{cm}) = \left(\frac{13}{5}, \frac{7}{5}\right)$; $a_{cm} = 2/5\ ms^{-2}$

భాగం – 4 కణవ్యవస్థ రేఖీయ ద్రవ్యవేగం, రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం

విషయక్రమం

4.1 ఉద్దేశ్యాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం కణవ్యవస్థ రేఖీయ ద్రవ్యవేగాన్ని ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వాన్ని వివరిస్తుంది. ఈ సూత్రాన్ని అర్థం చేసుకొనడానికి అనువుగా ఇందులో - 1) ఒక వస్తువు ద్రవ్యవేగం కాలంతో మారేరేటు ఆ వస్తువు మీద పనిచేసే బాహ్యబలాన్ని సూచిస్తుంది: 2) కణవ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగం, ఆ వ్యవస్థలోని కణాల మొత్తం ద్రవ్యరాశి, ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వేగాల లబ్ధానికి సమానమని ఒక విశ్లేషణ, వివరణ ఉంది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ భావనను వివరించగలరు.

4.2 ప్రవేశిక

ఈ భాగంలో వస్తువు రేఖీయ ద్రవ్యవేగ భావన, రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వసూత్ర వివరణ ఉన్నాయి. ద్రవ్యరాశి కేంద్రభావన సహాయంతో రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం వివరించటం జరిగింది.

4.3 కణంరేఖీయ ద్రవ్యవేగం

జడత్వ నిర్దేశవ్యవస్థలోని ఒక పరిశీలకుని అనుసరించి ద్రవ్యరాశి m, వేగం v, గల ఒక కణం ద్రవ్యవేగం p అయిన

$$p = mv \tag{4.1}$$

రేఖీయ ద్రవ్యవేగం సదిశరాశి. దీని దిశ కణవేగ దిశలోనే ఉంటుంది.

న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ప్రకారం ద్రవ్యరాశి m గల కణం మీద పనిచేసే బలం F అయితే

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{mdv}{dt} = m\vec{a} \tag{4.2}$$

బాహ్యబలం శూన్య విలువను కలిగి ఉన్నప్పుడు వివక్తంగా ఉన్న కణం రేఖీయ ద్రవ్యవేగం కాలంతో మారదు.

4.4 కణవ్యవస్థ రేఖీయ ద్రవ్యవేగం

$m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$ ద్రవ్యరాశులు గల కణాల వ్యవస్థను తీసికొందాం. వ్యవస్థనుంచి ఏ ద్రవ్యరాశి వెలుపలికి వెళ్ళుటగానీ బయటినుంచి వచ్చుటగానీ లేదని భావిద్దాం. అంటే వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యరాశి $M = \Sigma m_i$ కాలంతో స్థిరంగా ఉంటుందని అర్థం. వ్యవస్థలోని కణాలు పరస్పరం చర్యకు లోనవుతున్నాయని, బాహ్యబలాలు వీటి మీద పనిచేస్తున్నాయని అనుకొందాం. ఇలాంటి పరిస్థితులలో వ్యవస్థలోని ప్రతి కణం వేగాన్ని, తద్వారా ద్రవ్యవేగాన్ని కలిగి ఉంటుంది. వ్యవస్థ మొత్తం మీద p ద్రవ్యవేగాన్ని కలిగి ఉంటుంది. ఇది వ్యవస్థలోని కణాల ద్రవ్యవేగాల సదిశరాశి మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుంది.

$$\therefore \vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \vec{p_3} \ldots\ldots \vec{p_n} \quad (4.3)$$

లేదా

$$\vec{P} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} + m_3\vec{v_3} + \ldots\ldots m_n\vec{v_n} \quad (4.4)$$

వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వేగం నిర్వచనం ప్రకారం

$$\vec{V}_{cm} = \frac{\Sigma m_i \vec{v_i}}{\Sigma v_i} = \frac{\Sigma m_i \vec{v_i}}{M} \quad (4.5)$$

సమీకరణం (4.5)ను సమీకరణం (4.4)లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\vec{P} = m\vec{v}_{cm} \quad (4.6)$$

అవుతుంది. పై సమీకరణం ప్రకారం వ్యవస్థ రేఖీయ ద్రవ్యవేగము ఆ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి, ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వేగాల లబ్ధానికి సమానం.

$\vec{F}_{ext}$ బాహ్యబలాల ఫలిత బలం అయిన

$$\vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \quad (4.7)$$

సమీకరణం (4.7), (4.6)లను పోల్చినప్పు డు

$$F_{ext} = \frac{dp}{dt} \quad (4.8)$$

వస్తుంది.

4.5 రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం

కణవ్యవస్థపై పనిచేసే బాహ్యబలాల మొత్తం శూన్య విలువను కలిగి ఉన్నప్పు డు $F_{ext} = 0$ అవుతుంది. అంటే

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad (4.9)$$

$$\vec{P} = \text{స్థిరరాశి} \quad (4.10)$$

సమీకరణం (4.10) ప్రకారం కణవ్యవస్థమీద పనిచేసే బాహ్యబలాలు, మొత్తం శూన్యమయినప్పు డు వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగం కాలంతో మారదు. ఈ ఫలితాన్నే రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వమంటారు.

రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అనువర్తనాలు ఎన్నో కలవు. ముఖ్యంగా అభిఘాత ప్రక్రియల అధ్యయనంలోను కణచర్యల అధ్యయనంలోను దీని ఉపయోగం ఎంతో ఉంది. సాంప్రదాయక యాంత్రికశాస్త్రంలోను, క్వాంటమ్ యాంత్రిక శాస్త్రంలోను తారసిల్లే అనేక అభిఘాత చర్యలను అధ్యయనం చేయుటలో రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రము సూదంటు రాయిలా ఎంతో ఉపయోగకారిగా ఉంది.

రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఎంతో మౌలికమయినది. దీనిని వివిధ రకాలుగా నిర్వచించవచ్చు. అవి

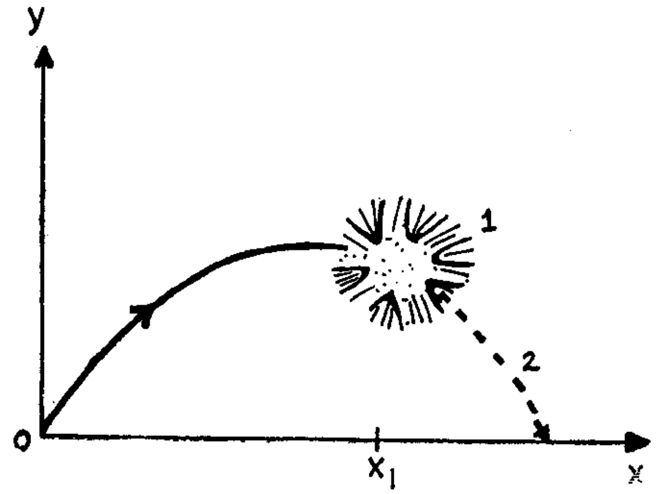
(1) వివక్త వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగం స్థిరరాశిగా ఉంటుంది.

(2) అభిఘతంలో ఒక వస్తువు రెండవ వస్తువుకు ద్రవ్యవేగాన్ని అందిస్తే, మొదటి వస్తువు కోల్పోయిన ద్రవ్యవేగం రెండవ వస్తువు అధికంగా పొందిన ద్రవ్యవేగానికి సమానము.

రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఆధారంగా ఏదేని వ్యవస్థ గమనాన్ని ఎలా వివరించవచ్చో సోదాహరణంగా తెలుసుకొందాం.

పటం 4.1లో చూపినట్లు కర్పరాకృతి బాంబు ప్రక్షిప్త గమనాన్ని పరిశీలిద్దాం. x_1 బిందువు వద్ద బాంబు పేలి తునకలు నలుదిశల విసరి వేయబడినవనుకొందాం. వ్యవస్థ మీద పనిచేసే ఒకే ఒక

బాహ్యబలం గురుత్వబలం. ఇది స్థిరంగా ఉంటుంది. బాంబు పేలుటకు కారణభూతమైన బలాలు అన్నీ అంతర్‌బలాలే. ఇవి వ్యవస్థలోని ఒక భాగం వల్లగాని లేక ఇతర భాగాలవల్లగాని ఏర్పడినవి

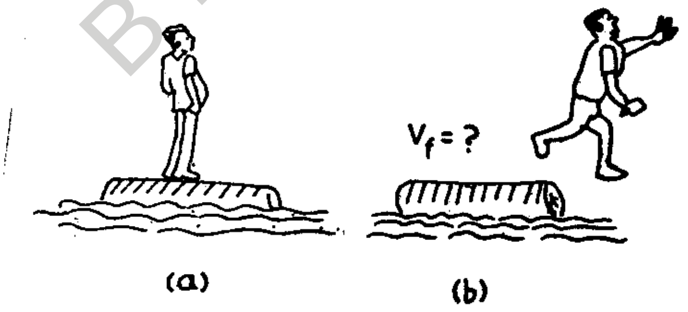


పటం 4.1 బాంబు ప్రక్షిప్త గమన మార్గం.
1) బాంబు ప్రేలుడు 2) బాంబు ప్రేలిన తర్వాత శకలాల గమనమార్గం

కావచ్చు. బాంబు పేలుటకు ముందు ప్రతి తునకకు ఉన్న ద్రవ్యవేగం విలువలను పేలిన తర్వాత ఈ బలాలు మార్చవచ్చు. కానీ ఈ అంతర్ బలాలు వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగం మొత్తాన్ని మార్చలేవు. బాంబు పేలుటకు ముందు, పేలిన తర్వాత కూడా పనిచేసే బాహ్యబలంలో మార్పు లేదు కనుక బాంబు పేలిన తర్వాత కూడా వ్యవస్థ గమనం ఆ వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గమనాన్ని పోలి వుంటుంది. కనుక తునకల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం బాంబు పేలకుండా వున్నప్పుడు వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ప్రయాణం చేసే పరవలయపథం వెంబడి కదలుతూనే ఉంటుంది. అంటే బాంబు పేలిన తర్వాత బాంబు తునకల ద్రవ్యరాశి కేంద్ర ప్రక్షేపగమనం రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఆధారంగా నిర్ణయింపబడినదే.

మాదిరి లెక్క – 1 : ఒక సరస్సులో తేలుతున్న 40 kg ద్రవ్యరాశిగల దుంగ మీదినుంచి 50 kg బరువుగల మనిషి క్షితిజ సమాంతరంగా నీటి ననుసరించి $5ms^{-1}$ వేగంతో దూకినాడు. దీనివలన పటం 4.5లో చూపినట్లు దుంగ వెనుకకు తోయబడినది. మనిషి దూకిన వెంటనే దుంగ యొక్క ప్రత్యావర్తక వేగమెంత?

జవాబు :



పటం 4.2 ఒక మనిషి నిశ్చలంగా నీటిపై తేలుతున్న దుంగమీద నుంచి దూకుట.
(a) దూకక ముందు (b) దూకిన తర్వాత

మనిషి దుంగ మీదినుంచి దూకుటకు మునుపు, మనిషి, దుంగ నిశ్చల స్థితిలో నున్నవి గనుక వాటి ద్రవ్యవేగం శూన్యంగా ఉంటుంది. దూకిన తర్వాత మనిషి పొందిన ద్రవ్యవేగం.

$$50kg \times 5ms^{-1} = 250kg\ ms^{-1}$$

దుంగ ప్రత్యావర్తన వేగం V_f అయిన దాని ద్రవ్యవేగం $= 40 \times V_f\ kg.ms^{-1}$ రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం

దూకుడుకు మునుపు ద్రవ్యవేగం = దూకుడు తర్వాత మొత్తం ద్రవ్యవేగం

$$0 = 250\ kgs\ ms^{-1} + 40\ V_f\ kg\ ms^{-1}$$

$$V_f = -\frac{250}{40} = -6.25\ ms^{-1}$$

V_f ఋణాత్మక విలువను కలిగి ఉంటుంది. అంటే దుంగ ప్రత్యావర్తనానికి లోనయి మనిషి దూకిన దిశకి వ్యతిరేక దిశలో గమనానికి లోనవుతుంది.

మాదిరి లెక్క - 2 : నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న **యురేనియమ్-238** కేంద్రకం నుంచి α-కణం $1.5\times10^{7}\ ms^{-1}$ వేగంతో ఉద్గారం చేయబడింది. అవశేషిత కేంద్రకం **థోరియమ్-234** యొక్క ప్రత్యావర్తన వేగమెంత ?

జవాబు :

యురేనియమ్ కేంద్రకం రెండుకణాల బంధిత వ్యవస్థగా ఊహించవచ్చు. ఈ రెండు కణాలు థోరియమ్ కేంద్రకం; α-కణం. ఈ వ్యవస్థ మొదట విరామ స్థితిలోనున్నప్పటికి ఇది రెండు తునకలుగా విడిపోతుంది. ఈ వ్యవస్థ విడిపోవుటకు మునుపు ద్రవ్యవేగం, విడిపోయిన తర్వాత ద్రవ్యవేగం సమానంగా ఉండాలి. రేడియో ధార్మిక క్షయక్రియ బాహ్యబలాల మీద ఆధారపడదు. కనుక ఈ వ్యవస్థకు రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించవచ్చు.

$$M_\alpha v_\alpha + M_{th} v_{th} = 0$$

పై సమీకరణంలో M_α, M_{th}, α-కణం, థోరియమ్ కేంద్రకం ద్రవ్యరాశులను; v_α v_{th}, α-కణం, థోరియం కేంద్రకం వేగాలను సూచిస్తాయి.

థోరియమ్ కేంద్రకం వేగం

$$V_{th} = \frac{-M_\alpha}{M_{th}} v_\alpha$$

$$= \frac{-4}{234}\ (1.5)\times10^{7} \simeq -2.6\times10^{5}\ ms^{-1}$$

థోరియం వేగం ఋణాత్మకంగా ఉండుటచేత థోరియమ్ కేంద్రకం ప్రత్యావర్తనానికి గురైఆకణం వెలువడిన దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పయనిస్తుంది.

మాదిరి లెక్క-3 : క్షితిజ సమాంతర బల్లమీద 5kg బరువుగల చెక్క దిమ్మె ఉంది. 0.2 kg బరువుగల తుపాకి గుండు $100\ ms^{-1}$ వేగంతో పయనిస్తూ చెక్కదిమ్మెను ఢీకొని దానితో యుగ్మితమైంది. ఈ అభిఘాతం తర్వాత చెక్క దిమ్మె వేగమెంతో కనుగొనండి.

జవాబు :

చెక్కదిమ్మె మీద క్షితిజ సమాంతర బల్లవల్ల ఘర్షణ బలం శూన్యంగా ఉందనుకొందాం. అప్పుడు తుపాకి గుండు చెక్కదిమ్మె వ్యవస్థకు రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించవచ్చు.

అభిఘాతానికి ముందు వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగం = అభిఘాతం తర్వాత వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగం

$$0.2\ kg \times 100\ ms^{-1} + 5\ kg \times 0\ ms^{-1} = 5.2 \times v_b$$

$$v_b = \frac{0.2\times100}{5.2} \simeq 3.87\ ms^{-1}$$

అభిఘాతం తర్వాత చెక్కదిమ్మె వేగం $3.87\ ms^{-1}$ చెక్క దిమ్మె తుపాకిగుండు పయనించే దిశలోనే గమనానికి లోనవుతుంది.

మాదిరి లెక్క-4 : $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 10$ kg, $m_3 = 15$ kg, $m_4 = 20$ kg ద్రవ్యరాశులుగల నాలుగు కణాల వ్యవస్థ గమనంలో నున్నది. m_1, m_2, m_3, m_4 కణాల తొలి వేగాలు వరుసగా $-5ms^{-1}$, $2ms^{-1}$, $8ms^{-1}$, $5ms^{-1}$ ఉన్నవి. వ్యవస్థ మీద ఎలాంటి బాహ్య బలాలు పనిచేయడం లేదు. t కాలం తరువాత m_1, m_2, m_3 ల వేగాల వరుసగా $5\ ms^{-1}$, $10ms^{-1}$, $2ms^{-1}$. t కాలం తర్వాత m_4 కణం వేగం, ద్రవ్యవేగం కనుగొనండి. వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వేగాన్ని కూడా లెక్క గట్టండి.

జవాబు :

వ్యవస్థ మీద బాహ్యబలాలు పనిచేయడం లేదు కనుక రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించవచ్చు.

$$P_i = \sum_i m_i v_i$$

$$= 5(5) + 10(2) + 15(8) + 20(5) = 215\ ms^{-1}$$

t కాలం తర్వాత వ్యవస్థ ద్రవ్య వేగము

$P_f = \Sigma m_i V_f = 5(5) + 10(10) + 15(2) + 20V_f$

$= 155\ kg.\ ms^{-1} + 20V_f$

కానీ $P_i = P_f$ కనుక $215\ kg\ ms^{-1} = 155\ kg.\ ms^{-1} + 20\ V_f$

4.6 సారాంశం

ద్రవ్యరాశి m, వేగం v గల వస్తువు రేఖీయ ద్రవ్యవేగం P. mv కి సమానం. రేఖీయ ద్రవ్యవేగం సదిశరాశి, ద్రవ్యవేగం కాలంతో మారేరేటు ఆ వస్తువు మీద పనిచేసే బాహ్య బలానికి సమానం. కణవ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగం, ఆ వ్యవస్థలోని కణాల మొత్తం ద్రవ్యరాశి, ద్రవ్యరాశికేంద్ర వేగాల లబ్ధానికి సమానము.

కణవ్యవస్థపై బాహ్యబలాలు పనిచేయనప్పు డు వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగం స్థిరవిలువ కలిగి ఉంటుంది. దీనిని రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అంటారు.

4.7 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. కణవ్యవస్థ రేఖీయ ద్రవ్యవేగానికి, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం మొత్తం వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశికి గల సంబంధాన్ని రాబట్టండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. కణవ్యవస్థకు అనువర్తించే ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని ఉత్పాదించండి. ద్రవ్యవేగనిత్యత్వ సూత్రం ప్రాముఖ్యతను వివరించండి.
2. ద్రవ్యవేగం అంటే ఏమిటి ? ద్రవ్యవేగం కాలంతో మారేరేటు ఆ వస్తువు మీదపనిచేసే బాహ్యబలానికి సమానమని నిరూపించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. 5kg బరువు గల ప్రమాణ వస్తువు $10ms^{-1}$ వేగంతో పయనిస్తూ నిశ్చల స్థితిలో నున్న మరొక వస్తువును ఢీకొన్నది. అభిఘాతం తర్వాత రెండు వస్తువులు ఒకదాని కొకటి యుగ్మితమై $5ms^{-1}$ వేగంతో పయనిస్తున్నాయి. అభిఘాతానికి మునుపు నిశ్చల స్థితిలో నున్న వస్తువు ద్రవ్యరాశి ఎంత ?

(జవాబు : 5kg)

2 100kg బరువుగల హాకీ ఆటగాడు $5ms^{-1}$ వేగంతో పరుగెత్తుతూ తన కెదురుగా $10ms^{-1}$ వేగంతో పరుగెత్తుతున్న 75kg బరువుగల ఆటగాడిని ఢీ కొన్నాడు. అభిఘాతం తర్వాత ఒకరి కొకరు యుగ్మితమైనారు. అభిఘాతం తర్వాత వారి గమన దిశ, వేగం కనుగొనండి.

(జవాబు : $1.43ms^{-1}$ ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు అభిఘాతానికి మునుపు 75kg బరువుగల ఆటగాడు పరుగిడు దిశలో గమనానికి లోనవుతారు)

3. 100kg బరువుగల ఐస్‌స్కేటర్ 5kg ద్రవ్యరాశి గల రాయి తొలిస్థితిలో నిశ్చలంగా ఉన్నది. ఐస్ స్కేటర్ రాతిని తోసినప్పు డు అది మంచుపరంగా $20ms^{-1}$ వేగంతో గమనానికి లోనయింది. ఐస్‌స్కేటర్ రాతిని ముందుకు తోసినపుడు వెనుకకు ప్రత్యావర్తనానికి లోనవుతాడు. మంచు పరంగా ఐస్ స్కేటర్ వేగమెంతో కనుగొనండి.

(జవాబు : $1ms^{-1}$)

4. 0.01kg బరువుగల తుపాకి గుండు $500ms^{-1}$ వేగంతో పేల్చబడింది. ఇది నిశ్చల స్థితిలో నున్న చెక్క దిమ్మెతో అభిఘాతం పొంది దానికి యుగ్మితమయింది. పర్యవసానంగా చెక్క దిమ్మె $5ms^{-1}$ వేగంతో గమనానికి లోనయింది. చెక్క దిమ్మె ద్రవ్యరాశి ఎంతో కనుగొనండి.

(జవాబు : 99kg)

5. వేటగాడు 0.02kg బరువుగల గుండును $500ms^{-1}$ వేగంతో పేల్చినాడు. వేటగాడు తుపాకితో కలిసి 100kg బరువు ఉన్నారు. ఘర్షణ లేదని భావించి వేటగాని ప్రత్యావర్తన వేగమెంతో కనుగొనండి.

(జవాబు : $0.1ms^{-1}$)

6. 5kg, 10kg, 15kg ద్రవ్యరాశి విలువలుగల మూడు కణాల వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వేగం $50 ms^{-1}$, 5kg కణం వేగం $50 ms^{-1}$, 10kg కణం వేగం $20 ms^{-1}$, అయిన 15kg కణం ద్రవ్యవేగం, వేగాలను కనుగొనండి.

(జవాబు : $p = 1050 kg\ ms^{-1}$, $v = 70 ms^{-1}$)

4.8 పదకోశం

సమరీతి గమనం : సమరీతి గమనంలో ఉన్న వస్తువు సమానకాల వ్యవధులలో సమాన దూరం ప్రయాణం చేస్తుంది.

జడత్వం : తన స్థితిలో మార్పును వ్యతిరేకించే వస్తువు స్వభావజధర్మం

పరవలయ గమనం : పరవలయంలో పయనించే కణగమనాన్ని పరవలయగమనం అంటారు.

ప్రక్షేప మార్గం : గమనంలో ఉన్న కణపథము

సరళహరాత్మక చలనం : ఏదేని వస్తువు తన విరామ స్థానం నుంచి కంపనానికి. లోనయినప్పు డు దానిమీద పనిచేసే బలం విరామ బిందువు వద్దకు దిశాత్మకమయి స్థానభ్రంశానికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటే ఆ వస్తువు సరళ హరాత్మక చలనంలో ఉన్నదని అంటారు.

4.9 చదవదగిన గ్రంథాలు

1.	Resnick, R. and Halliday, D.	Physics Part I	Wiley Eastern Pvt. Ltd. New Delhi
2.	Sears, F.W. and Zemansky, M.V.	College Physics	Addison Wesley Publishing Co. Inc. London
3.	Mathur, D.S.	Mechanics	Vikas Publishing House Pvt. Ltd.
4.	Bueche, F.	Technical Physics	Harper and Row Publishers New York.
5.	White, H.E.	Modern College Physics	East-West Press Pvt. Ltd. New Delhi
6.	Zafiratos, C.D.	Physics	John Wiley and Sons Inc, New York.
7.	Taylor, L.W.	Physics The Pioneer Science, Vol. I	Dover Publications Inc., New York.

రచన, అనువాదం : డా.యస్. మనోహరమూర్తి

భాగం - 5 శుద్ధగతి శాస్త్రం

విషయక్రమం

5.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈభాగంలో స్థిర అక్షం చుట్టూ భ్రమణానికి లోనయ్యే ధృఢ వస్తువుల భ్రమణ గమనం, గురించి వివరణ, భ్రమణ గమనాన్ని అర్థం చేసుకొనడానిక అనువుగా స్థానాంతర శుద్ధగతి శాస్త్రానికి మధ్యగల సాదృశాలు గురించిన చర్చ ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

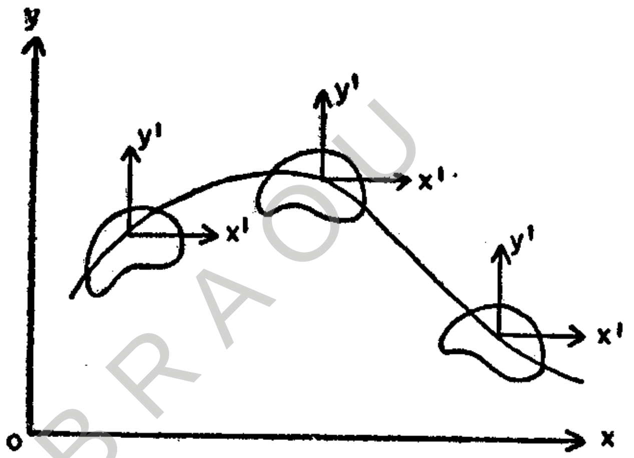
1) రేఖీయ వేగం, రేఖీయ త్వరణాన్ని
2) కోణీయ వేగం, కోణీయ త్వరణం
3) వీటి మధ్య గల (1,2) సంబంధాలను నిర్వచించగలరు.

5.2 ప్రవేశిక

కినెసిస్ (Kinesis) అనే గ్రీకు పదానికి అర్థము గమనము. డైనమిక్ (Dynamic) అనే గ్రీకు పదానికి అర్థము సత్యము. శుద్ధగతి శాస్త్రము యాంత్రిక శాస్త్రములో ఒక భాగము. దీని ద్వారా వస్తువుల గమనాన్ని వర్ణించవచ్చు. గతి శాస్త్రము ద్వారా వస్తువుల గమనాన్ని విశదీకరించ వచ్చు. భ్రమణానికి లోనయిన వస్తువుల శుద్ధగతి శాస్త్రం అధ్యయనం చేయుటకు ముందుగా స్థానాంతర గమనంలో ఉన్న వస్తువుల శుద్ధగతి శాస్త్రానికి సంబంధించిన సూత్రాలను మననం చేసిన చాలా మంచిది. ప్రస్తుతం స్థానాంతర గమనంలో ఉన్న వస్తువుల శుద్ధగతి శాస్త్ర సూత్రాలను గూర్చి తెలుసు కొందాము.

5.3 ఏకమితిలో శుద్ధగతి శాస్త్రం

యాంత్రిక శాస్త్రంలో వస్తువులకు కణ స్వభావాన్ని ఆపాదించి వాటి గమనాన్ని పరిశీలిస్తారు. గణిత శాస్త్ర పరంగా కణానికి పరిమాణం ఉండదు. కానీ వాస్తవ వస్తువులు అనేక సందర్భాలలో కణాలుగా ప్రవర్తిస్తాయి. వస్తువును కణంగా భావించుటకు అది తక్కువ పరిమాణం కలదిగా ఉండనవసరం లేదు. ఉదాహరణకు సూర్యుని చుట్టూ తిరుగుతున్న గ్రహాలను కణాలుగా భావించి వాటి గమనాన్ని వర్ణించవచ్చు. గ్రహాలకు సూర్యునికి గల దూరం పరంగా సూర్యుని, గ్రహాలను కణాలుగా భావించవచ్చు. స్థానాంతర గమనం మాత్రమే గల ఏ వస్తువైనా కణంగా ప్రవర్తిస్తుంది. వస్తువుకు, గమనంలో ఉన్నప్పుడు దానికి ధృడంగా అతికినట్లు బావించిన అక్షాలు x', y', z', పరిశీలకుని నిర్దేశ చట్రం అక్షాలు x, y, z లకు సమాంతరంగా ఎల్లప్పుడూ ఉంటే ఆ గమనాన్ని స్థానాంతర గమనము అంటారు. స్థానాంతర గమనంలో ఉన్న వస్తువును పటము 5.1లో చూపబడింది. వస్తువు గమనంలో నున్నప్పుడు దాని పథంలో A, B, C బిందువుల వద్ద వస్తువుకు దృఢంగా అతికినట్లు భావింపబడే అక్షాలు (x^1, y^1) ఎల్లప్పుడునిర్దేశ చట్రము అక్షాల (x, y)కు సమాంతరంగా ఉంటాయి. వస్తువు పథం సరళరేఖ వెంబడి ఉండవలసిన నిబంధన లేదు. వస్తువు నందలి ప్రతి బిందువు ఒకే స్థానభ్రంశాన్ని పొందుతుంది.



పటం 5.1. ధృఢ వస్తువు స్థానాంతర గమనం

వస్తువునందలి ఏదేని బిందువు గమనము వస్తువు గమనము, ఒకే మాదిరిగా వుండుట వలన వస్తువును కణరూపంగా భావించవచ్చు.

ప్రస్తుతం స్థానాంతరం గమనాన్ని సూచించే పరామితులను గూర్చి తెలుసుకొందాము. x- అక్షం వెంబడి ధనాత్మక దిశలో పయనిస్తున్న ఒక కణాన్ని తీసికొందాము. కణము x_1 స్థానం నుంచి x_2 స్థానానికి మారినప్పుడు అది పొందిన స్థాన భ్రంశము $\Delta x = (x_2 - x_1)$ కణం యొక్క స్థానం కాలంతో మారే రేటును వేగము అంటారు. $\Delta t = (t_2 - t_1)$కాలంలో కణం పొందు స్థాన భ్రంశము Δx అయిన కణం యొక్క సరాసరి వేగము v ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (5.1)$$

కణం యొక్క తత్కాల వేగము v అయిన

$$v = \underset{\Delta t \to 0}{Lt} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (5.2)$$

ఏదేని కాలంలో కణం యొక్క వేగం తెలిసిన దాని స్థానాన్ని కనుగొనవచ్చును.

$$\vec{x}(t) = \int \vec{v}dt + \text{స్థిరాంకము} \quad (5.3)$$

$t = 0$ అయినప్పుడు $x = x_0$ అయిన

$$\vec{x}_1(t) = \int \vec{v}dt + \vec{x}_0 \quad (5.4)$$

కాలంతో కణవేగము మారనప్పుడు ఏదేని కాలములో కణము స్థానము x అయిన

$$x = v_0 \int dt + x_0 = v_0 t + x_0 \quad (5.5)$$

స్థానాంతర గమనంలో నున్న కణము వేగము కాలముతో మారవచ్చు లేదా స్థిరంగా ఉండవచ్చు. కాలంతో వేగము మారుతూ ఉంటే ఆ కణం త్వరణము చెందుతున్నదని అంటారు. వేగము కాలముతో మారే రేటును త్వరణము అంటారు. కణము యొక్క త్వరణము a అయిన

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (5.6)$$

కణము యొక్క త్వరణము తెలిసిన ఏదేని కాలము వద్ద దాని వేగాన్ని కింది సమీకరణము ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$v = \int \vec{a}dt + \text{స్థిరాంకము} \quad (5.7)$$

$t = 0$ అయినప్పుడు $v = v_0$ అయిన

$$v = \int adt + v_0 \quad (5.8)$$

కణము సరాసరి త్వరణము a అయిన

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (5.9)$$

గమనంలో నున్న ఏదేని వస్తువు త్వరణము స్థిరంగా ఉంటే అది సమత్వరణములో నున్నదని అంటారు. వస్తువుపై పనిచేసే బలము స్థిరంగా ఉంటే వస్తువు సమత్వరణానికి లోనవుతుంది. వస్తువు స్థిర త్వరణము కలిగి ఉన్నచో దాని వేగము కాలముతో రేఖీయ ప్రమేయంగా ఉంటుంది. సమత్వరణములో నున్న వస్తువు వేగాన్ని ఏదేని కాలము t వద్ద క్రింది ప్రమేయముల ద్వారా సూచింపవచ్చును.

$$v = at + v_0 \quad (5.10)$$

సమత్వరణములో నున్న వస్తువు స్థాన భ్రంశము

$$x = \int v\,dt + c = \int (v_0 + at)\,dt + c \quad (5.11)$$

$$x = \int v_0\,dt + \int at\,dt + c = v_0\,dt + \frac{1}{2}at^2 + c \quad (5.12)$$

$t = 0$ అయినప్పుడు $x = x_0$ కనుక $c = x_0$ అవుతుంది.

$$\therefore x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a\ t^2 \quad (5.13)$$

సమీకరణము 5.10, 5.13ల ద్వారా కింది సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించవచ్చు.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\ d \quad (5.14)$$

పై సమీకరణములో $d = x - x_0$

స్వేచ్ఛాపతనానికి లోనవుతున్న వస్తువు స్థిరత్వరణానికి లోనవుతుంది. ఇది గురుత్వ త్వరణము g.g విలువ $9.8ms^{-2}$ $t = 0$ అయినప్పుడు విరామ స్థితి నుంచి ఏదేని కణం పతనమవుతున్నప్పుడు

$$x = \frac{1}{2}gt^2 \quad (5.15)$$

$$v^2 = 2\,g\,d \quad (5.16)$$

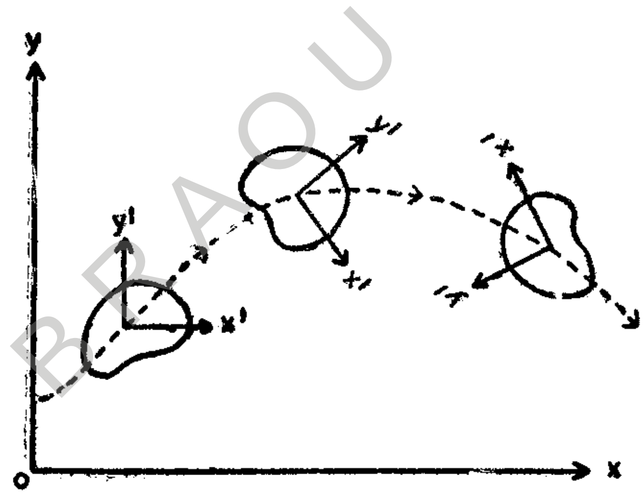
వస్తువు త్వరణము సమరీతిలో లేనప్పుడు దాని వేగము, స్థాన భ్రంశములను క్రింది సమీకరణాల ద్వారా సూచింప వచ్చును.

$$\Delta v = (v_2 - v_1) = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt \tag{5.17}$$

$$\Delta x = (x_2 - x_1) \int_{t_1}^{t_2} v\,dt \tag{5.18}$$

5.4 భ్రమణ గమనం

ప్రపంచంలో నేడు వాడుకలోనున్న ఏ యంత్రాన్ని పరిశీలించినా దానిలో ముఖ్య ప్రమేయంగా భ్రమణగమనము ఉంటుంది. గియర్ గానీ, చక్రముగానీ, భ్రమణంలో నున్న ఇరుసుగానీ లేని యంత్రమంటూ ఏదీ ఉండదు. బండి స్థానాంతర గమనం దాని చక్రం భ్రమణానికి లోనవటం చేతనే కదా. దృఢ వస్తువు సాధారణ గమనము భ్రమణ స్థానాంతర గమనాల సమ్మేళనముగా ఉంటుంది. భ్రమణానికి లోనవుతూ పయనిస్తున్న వస్తువు గమనాన్ని వర్ణించుటకు నిర్దేశ చట్రం పరంగా ఆ వస్తువు స్థానము, దాని ద్విగ్విన్యాసము తెలియాలి. పటము 5.2 లో చూపినట్టు ఒక దృఢ వస్తువు గమనాన్ని పరిశీలిద్దాము.

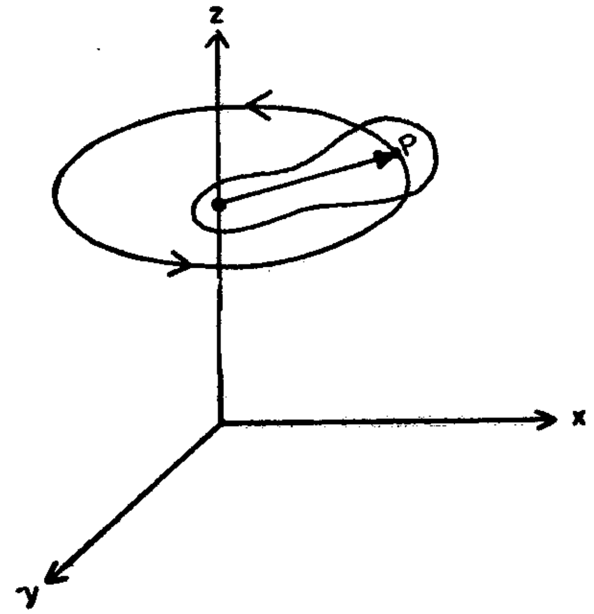


పటము 5.2 దృఢ వస్తువు భ్రమణ, స్థానాంతర గమనం.

దృఢ వస్తువు గమనంలో నున్నప్పుడు దానికి దృఢంగా అతికినట్లు భావింపడే నిర్దేశ చట్రము (x', y') దిగ్విన్యాసము జడత్వ చట్రము (x, y) పరంగా మారుతుంటుంది. వస్తువు భ్రమణానికి లోనవుతూ పయనిస్తుంది. వస్తువు స్థానాన్ని నిర్దేశించుటకు జడత్వ చట్రము (x, y) పరంగా ఆ వస్తువు మీది బిందువు o యొక్క నిరూపకాలు, (x', y') చట్రం నిరూపకాలు తెలియాలి.

స్థిర అక్షాన్ని బట్టి భ్రమణంలో ఉన్న వస్తువు భ్రమణాన్ని శుద్ధ భ్రమణము అంటారు. దీనికి స్థానాంతర గమనము ఉండదు. ఇలాంటి భ్రమనాన్ని పటము 5.3లో చూడవచ్చు. ఇచ్చట దృఢవస్తువు Z- అక్షము బట్టి భ్రమణ గతి పొందుచున్నది. దృఢవస్తువు మీద ఎంచుకొన్న ఏదేవి బిందుపు P వృత్తాకార పథంలో గమనానికి లోనయి ఉంటుంది. వస్తువులోని ప్రతికణము యొక్క వృత్తాకార ప్రక్షేపమార్గము కేంద్రము OZ సరళరేఖ మీద ఏర్పడుతుంది. OZని భ్రమణాక్షము

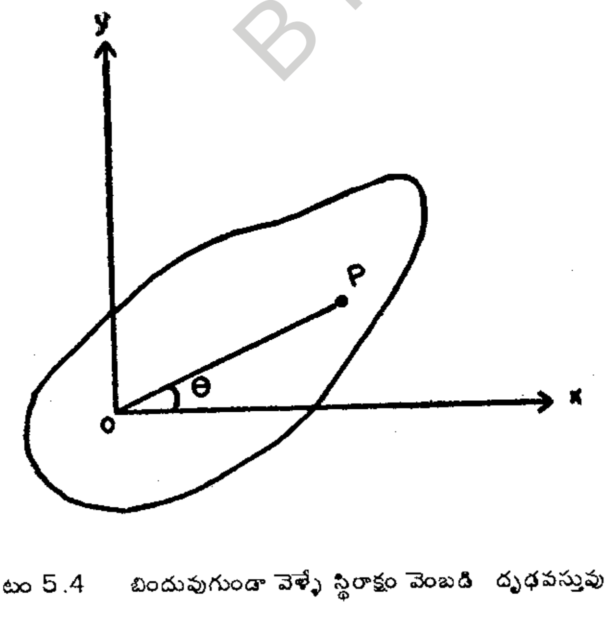
అంటారు. భ్రమణ గమనాన్ని సూచించే చరరాశులను నిర్వచించుట ద్వారా శుద్ధ భ్రమణాన్ని ఎలా వర్ణించవచ్చో ప్రస్తుతం తెలిసి కోందాము. శుద్ధ భ్రమణ వర్ణననే భ్రమణ శుద్ధగతి శాస్త్రము అంటారు.



పటము 5.3 Z- అక్షం వెంబడి దృఢ వస్తువు భ్రమణం

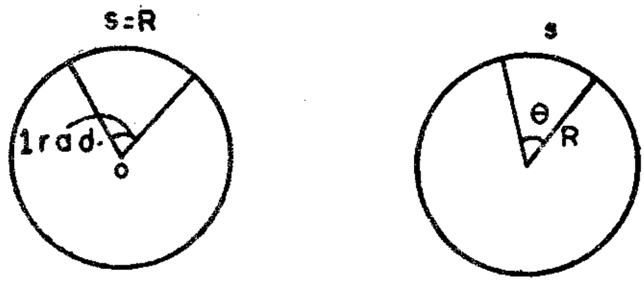
5.5.1 భ్రమణ శుద్ధగతి శాస్త్రం

పటము 5.4 లో చూపినట్లు పటతలానికి లంబంగా ఉండి o ద్వారా పోతున్న స్థిరాక్షం చుట్టూ పరిభ్రమిస్తున్న ఒక దృఢ వస్తువును పరిశీలిద్దాము. దృఢవస్తువు మీద P ఒక బిందువు OP వస్తువు పరంగా స్థిరంగా ఉండి దానితోపాటు తిరుగుతుంది. OP, అంతరాళంలో ఎంచుకొన్న స్థిరాక్షము OXతో చేసే కోణము θ ను బట్టి స్థానాన్ని నిర్దేశించవచ్చు. శుద్ధ భ్రమణంలో నున్న దృఢ వస్తువు గమనాన్ని తెలిపే సమాసాలను, కోణము θని రేడియన్లలో సూచించి సూక్ష్మీకరించ వచ్చు.



పటం 5.4 బిందువుగుండా వెళ్ళే స్థిరాక్షం వెంబడి దృఢవస్తువు భ్రమణం

పటం 5.5లో చూపినట్లు వ్యాసార్ధానికి సమానమయిన పొడవుగల చాపరేఖ కేంద్ర వద్ద చేసే కోణాన్ని ఒక రేడియన్ అంటారు.

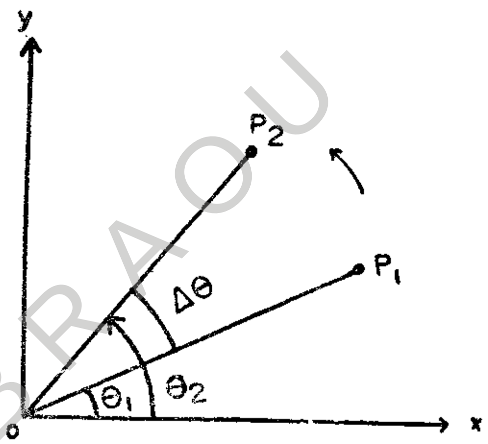


పటం 5.5 రేడియన్ నిర్వచనం

పటం 5.5లో చూపినట్లు వ్యాసార్థం sR గల వృత్తమునందలి పొడవుగల చాపము కేంద్రము వద్ద చేసే కోణము θ అయిన

$$\theta = S/R \tag{5.19}$$

పటము 5.6 లో చూపినట్లు భ్రమణములో నున్న దృఢవస్తు మీది రేఖ OP OX అక్షంతో



పటం 5.6 భ్రమణంలో నున్న దృఢ వస్తువు కోణీయ స్థానభ్రంశం

చేయు కోణము t_1 కాలములో θ_1, t_2 కాలములో θ_2 అనుకొందాము. దృఢవస్తువు సరాసరికోణీయ ద్రవ్యవేగము ω అయిన

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{5.20}$$

తత్కాల కోణయ వేగము అయిన

$$\omega = \underset{\Delta t \to 0}{Lt} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \tag{5.21}$$

వస్తువు దృఢంగా ఉండుటచేత వస్తువు మీది ఏ బిందువైనా o తో కలుపగా ఏర్పడే సరళరేఖ ఒకే కాల పరిధిలో ఒకే నిర్దిష్ట కోణము చేస్తుంది. వస్తువు మీద ఏ బిందువు తీసికొన్నా దీని విలువ సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి కోణీయ వేగము వస్తువు మొత్తానికే సంబంధిచిన అభిలక్షణముగానీ వస్తువు మీద ఏదో ఒక బిందువుకు మాత్రమే పరిమితమైనది గాదు. అది రేడియన్‌లలో సూచించిన

ωని రేడియన్స్/సెకండ్‌గా సూచిస్తారు. కోనీయ వేగము దిశను క్రింది సూత్రాన్ని ఉపయోగించి కనుక్కోవచ్చును.

అవగాహన పరీక్ష

రేడియన్ అనగా నేమి?

కుడిచేతి నాలుగు వేళ్ళను అక్షం చుట్టూ భ్రమణ దిశలో మడిస్తే చాచి ఉంచిన బొటనవేలు కోణీయ వేగం దిశను సూచిస్తుంది.

మాదిరి లెక్కలు 1 : ఒక చక్రము $\frac{1}{2}$sలో 5 భ్రమణాలు చేసింది. చక్రము సరాసరి కోణీయ వేగమెంత?

జవాబు :

$\frac{1}{2}$s కాలంలో కోణీయ స్థాన భ్రంశము $\theta = 5.2\,\pi = 10\,\pi$ rad.

సరాసరి కోణీయ ద్రవ్యవేగము $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{10\pi rad}{1} = 20\pi$ rads $^{-1}$

5.5.2. కోణీయ త్వరణం

వస్తువు కోనీయ వేగము కాలముతో మారుతున్నప్పుడు దానికి కోణీయ త్వరణము ఉంటుంది. t_1, t_2 కాలాలలో వస్తువు తత్కల కోణీయ వేగాలు వరుసగా ω_1, ω_2 అయిన వస్తువు సరాసరి కోణీయ త్వరణము α ని కింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{t} \qquad (5.22)$$

వస్తువు తత్కాల కోణీయ త్వరణము α అయిన

$$\alpha = \underset{\Delta t \to 0}{lt} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \qquad (5.23)$$

కోణీయ త్వరణాన్ని rad s^{-2} లో సూచిస్తారు.

5.6 స్థిర కోణీయ త్వరణములో భ్రమణము

స్థానాంతర గమనానికీ, భ్రమణ గమనానికి గల సారూప్యాలను తెలిసికొనుటకు స్థిరకోణీయ త్వరణము గల భ్రమణాన్ని పరిశీలిద్దాము. భ్రమణములో నున్న వస్తువు స్థిర కోణీయ త్వరణము కలిగి ఉన్నప్పుడు దాని కోణీయ వేగము సమాన కాల వ్యవధులలో సమాన విలువలు కలిగి ఉంటుంది. కనుక

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{స్థిరాంకము} \qquad (5.24)$$

లేదా $d\omega = \alpha dt$ (5.25)

ఇరువైపులా సమాకలనం చేస్తే

$$\int d\omega = \alpha \int dt \qquad (5.26)$$

$$\omega = \alpha t + C_1 \qquad (5.27)$$

సమాకలన స్థిరాంకము C_1ని తెలిసికొనుటకు $t = 0$ అయినప్పుడు $\omega = \omega_2$ అనుకొందాము. అప్పుడు $C_1 = \omega_0$ అవుతుంది.

$$\therefore\ \omega = \omega_0 + \alpha t \qquad (5.28)$$

Ox అక్షము పరంగా ఏదేని కాలము వద్ద వస్తువు కోణీయ స్థానభ్రంశము θ విలువను (5.28) సమీకరణము నుంచి తెలుసుకొనవచ్చును. $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ కనుక

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_o + \alpha t \tag{5.29}$$

$$d\theta = \omega_o\, dt + \alpha t\, dt \tag{5.30}$$

సమాకలనం చేస్తే

$$\int d\theta = \omega o \int dt + \alpha \int t dt \tag{5.31}$$

$$\therefore\ \theta = \omega_o\, t + \frac{\omega t^2}{2} + C_2 \tag{5.32}$$

సమాకలన స్థిరాంకము c_2 ని తెలుసుకొనుటకు $t = 0$ఉన్నప్పు డు $\theta = 0$ అనుకొందాము. అప్పు డు $c_2 = 0$ అవుతుంది.

$$\theta = \omega_o + \frac{\alpha t^2}{2} \tag{5.23}$$

స్థిరకోణీయ త్వరణము α ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{5.33}$$

లేదా

$$\alpha = \frac{d\omega}{d\theta} \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega\, \frac{d\omega}{d\theta} \tag{5.34}$$

$$\therefore\ \alpha d\theta = \omega d\omega \tag{5.35}$$

సమాకలనం చేసే

$$\alpha \int d\theta = \int \omega d\omega \tag{5.36}$$

$$\alpha\, \theta = \frac{\omega 2}{2} + c_3 \tag{5.37}$$

$t = 0$ అయినప్పు డు $\theta = 0$ $\omega — \omega_o$ కనుక

$$c_3 = -\frac{1}{2}\, \omega_o{}^2 \tag{5.38}$$

$$\therefore\ \alpha\, \theta = \frac{\omega^2}{2} - \frac{\omega_o{}^2}{2} \tag{5.39}$$

లేదా $$\omega^2 = \omega_o{}^2 + 2\alpha\theta \tag{5.40}$$

5.7 స్థానాంతరశుద్ధగతి శాస్త్రానికి, భ్రమణశుద్ధగతి శాస్త్రానికి గల సాదృశ్యాలు

స్థిర కోణీయ త్వరణము గల దృఢ వసుత్వు భ్రమణ గమనాన్ని నిర్వచించే పరామితులకు స్థిర త్వరణము గల దృఢ వస్తువు స్థానాంతర గమనాన్ని నిర్వచించే పరామితులకు సమీపసాదశ్యము కలదు. పట్టిక-1లో ఈ సాదృశ్యాలు పేర్కొనబడినవి.

పట్టిక – 1 : భ్రమణ శుద్ధగతి శాస్త్ర పరామితులకు, స్థానాంతర శుద్ధగతి శాస్త్ర పరామితులకు గల సారూప్యాలు.

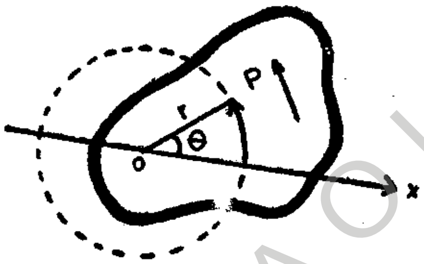
భ్రమణ శుద్ధగతి శాస్త్రము	స్థానాంతర శుద్ధగతి శాస్త్రము
$\omega = d\theta/dt$	$v = dx/dt$
$\alpha = d\omega/dt$	$a = dv/dt$
$\Delta\omega = \int_{t^1}^{t^2} \alpha\, dt$	$\Delta a = \int_{t^1}^{t^2} a\, dt$
$\Delta\theta = \int_{t^1}^{t^2} \omega\, dt$	$\Delta x = \int_{t^1}^{t^2} v\, dt$

స్థిరత్వరణం సందర్భానికి

$\alpha =$ స్థిరము	$a =$ స్థిరము
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$	$a^2 = v_0^2 + 2\ v\ x$
$\theta = \frac{\omega_0 + \omega}{2}\ t$	$x = \frac{v_0 + v}{2}\ t$

5.8 భ్రమణంలో నున్న కణం యొక్క రేఖీయ కోణీయ శుద్ధగతి శాస్త్ర పరామితులకు గల సంబంధం

స్థిరాక్షం చుట్టూ దృఢవస్తువు పరిభ్రమిఒస్తున్నప్పు డు దృఢవస్తువునందలి ప్రతికణము వృత్తాకార పరిధిలో గమనానికి లోనవుతుంది. అలాంటి కణగమనాన్ని రేఖీయ పరామితులద్వారాగానీ, కోణీయ పరామితులద్వారాగానీ సూచించవచ్చు. రేఖీయ, కోణీయ పరామితుల సంబంధం తెలిసిన, అవసరమయినప్పు డు వస్తువు గమనాన్ని ఒక వర్ణన నుంచి మరొక వర్ణనలోనికి మార్చుటకు వీలవుతుంది. ఈ రాశుల సంబంధాలు భ్రమణగతిశాస్త్ర అధ్యయనంలో ఎంతో ఉపయోగపడుతుంది.



పటం 5.7 x అక్షం వెంబడి దృఢ వస్తువు భ్రమణం $s = r\theta$

పటం 5.7 లో చూపినట్లు భ్రమణాక్షము మూలబిందువునుంచి వస్తువులోని P అనే బిందువుకు గల దూరము r అనుకొందాము. వస్తువు OX స్థిరాక్షం వెంబడి పరిభ్రమిస్తున్నప్పు డు P బిందువు r వ్యాసార్థమున్న వృత్త పరిధి వెంబడి కదలుతుంది. వస్తువు θకోణము పరిభ్రమించినప్పు డు కణము P, s దూరము చాపము వెంబడి కదలిందనుకొందాము.

$$\therefore\ s = r\,\theta \tag{5.41}$$

కోణము θ చాలా తక్కువగా ఉంటే (Δθ), చాపము పొడవు కూడా తక్కువగా (Δs), ఉంటుంది. అప్పు డు Δθ కోణము చేయుటకు పట్టేకాలము Δt ఉంటుంది. సమీకరణం (5.41)ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\Delta s = r\,\Delta\theta \tag{5.42}$$

లేదా $$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{5.43}$$

$\Delta t \to 0$ అయినప్పు డు

$$\frac{ds}{dt} = r\,\frac{d\theta}{dt} \tag{5.44}$$

$$\therefore\quad v = r\,\omega \tag{5.45}$$

సమీకరణం (5.45) దృఢ వస్తువు యొక్క రేఖీయ వేగము, కోణీయ వేగముల సంబంధాన్ని సూచిస్తుంది.

సమీకరణం (5.45)ని tపరంగా అవకలనము చేస్తే

$$\frac{dv}{dt} = r\,\frac{d\omega}{dt} \qquad (5.46)$$

పై సమీకరణములో $\frac{dv}{dt}$, P ందువు యొక్క త్వరణ స్పర్శీయాంశము a_Tని సూచిస్తుంది. $\frac{d\omega}{dt}$ భ్రమణ గతిలో నున్న వస్తువు యొక్క కోణీయ త్వరణము α ని సూచిస్తుంది.

$$\therefore\ \alpha T = r\alpha \qquad (5.47)$$

సమీకరణము 5.47 ప్రకారము వృత్తాకార పరిధిలో పరిభ్రమిస్తున్న కణము యొక్క త్వరణ స్పర్శీయాంశము వస్తువు కోణీయ త్వరణము, భ్రమణాక్షం నుంచి కణానికి గల దూరముల లబ్ధానికి సమానము.

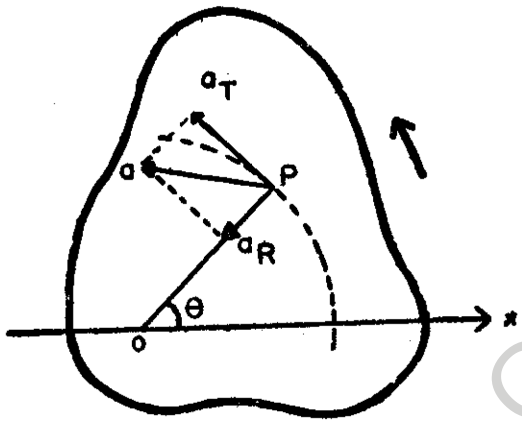
వృత్తాకార పరిధిలో పరిభ్రమిస్తున్న కణము యొక్క త్వరణ సదిశ త్రిజ్యాంశము a_n అయిన

$$a_n = v^2/r \qquad (5.48)$$

$v = \omega\ r$ కనుక

$$a_n = \omega^2 r \qquad (5.49)$$

పటము 5.8లో భ్రమణములో నున్న దృఢ వస్తువులనందలి P బిందువు యొక్క త్వరణ సదిశ త్రిజ్యాంశమును చూడవచ్చు.



పటం 5.8 బిందువు నుండి వెళ్ళే స్థిర అక్షం వెంబడి దృఢ వస్తువు ఆనమరీతి భ్రమణం

మాదిరి లెక్క – 2: కాలము t=0 ఉన్నప్పుడు పరిభ్రమిస్తున్న దృఢ వస్తువు కోణీయ వేగము 5 rad s^{-1} ఇది స్థిర కోణీయ త్వరణము 4rads s^{-2} కలిగి వున్నది. t=0 ఉన్నపుడు భ్రమణాక్షానికి సమాంతరంగా వస్తువులో OP అనే రేఖ ఉన్నది. t=5s ఉన్నప్పుడు సమాంతర రేఖ OP తో చేయు కోణమెంత? దాని కోణీయ వేగమెంత?

జవాబు :

కోణీయ స్థాన భ్రంశము $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

లెక్కలోని దత్తాంశము ప్రకారము $\omega_0 = 5$ rad s^{-1}, $\alpha = 4$ rad s^{-2}, $t = 5$ s.

$\therefore\ \theta = 5$ rads s^{-1} x 5 s + $\frac{1}{2}$4rad s^{-2} x $(5s)^2$ = 75rad = 11.93 భ్రమణాలు.

కోణీయ వేగం $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\omega = 5$ rad s^{-1} + 4 rad s^{-2} x 5 s = 25 rad s^{-1}.

మాదిరి లెక్క–3:– ఒక చక్రము నిముషానికి 6000 భ్రమణాలు చొప్పున పరిభ్రమిస్తున్నది. దీని స్థిర కోణీయ త్వరణము 2 rad s^{-2} t = 3s తర్వాత చక్రము కోణీయ స్థాన భ్రంశమెంత?

జవాబు :

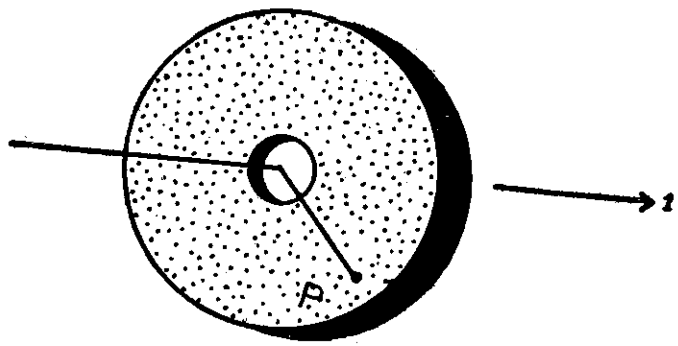
t = o ఉన్నప్పుడు చక్రము కోణీయ వేగము

$\omega_0 = \frac{6000}{60} = 100 \text{ rev s}^{-1} = 100 \times 2\pi \text{ rad s}^{-1},$

t= 3s ఉన్నప్పు డు చక్రము కోణీయ స్థాన భ్రంశం

$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha t^2 = 0 + 200\pi \text{ rasd s}^{-1} \times 3s + 2 \text{ rad s}^{-2} \times (3a)^2 = 18858 \text{ rad.}$

మాదిరి లెక్క-4 : పటం 5.9లో చూపిన పదునురాతి చక్రము స్థిర త్వరణము 5 rad s^{-2}తో తిరుగుచున్నది. విరామ స్థితిలో నున్నపప్పు డు చక్రము మీది OP రేఖ సమాంతరంగా ఉన్నది. 5s ల తర్వాత OP కోణీయ స్థాన భ్రంశము, పదునురాతి చక్రము కోణీయ వేగము కనుగొనుము. పదునురాతి చక్రము వాసార్థము 0.4m.అయిన చక్రము, అంచువద్దగల కణము రేఖీయ వేగమెంతో కనుగొనండి.



పటం 5.9 పదునురాయి తలంపైగల బిందువు P భ్రమణం

జవాబు :

కోణీయ స్థాన భ్రంశము $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + 1/2\, \alpha t^2$. లెక్కలో ఇచ్చిన దత్తాంశము ప్రకారము t=o, $\theta_0 = o$ $\omega_0 = o$. కనుక $\theta = 1/2\, \alpha t^2$. t = 5s ఉన్నప్పు డు

$\theta = 1/2\, \alpha t^2 = 1/2\ (5 \text{ rad s}^{-2}) \times (5s)^2 = 62.5 \text{ rad.}$

కోణీయ వేగము $\omega = \omega_0 + \alpha t = \alpha t = (5 \text{ rad s}^{-2}) \times (5s) = 25 \text{ rad s}^{-1}$

చక్రము అంచువద్దగల కణము రేఖీయ వేగము v అయిన

$v = r\omega = (0.4m)\ (25 \text{ rad s}^{-1}) = 10m \text{ s}^{-1}.$

5.9 సారాంశము

కోణీయ వేగం, కోణీయ త్వరణం కణం భ్రమణ గమనాన్ని వివరిస్తాయి. కోణీయ వేగం 'ω' = $\frac{d\theta}{dt}$ కి, కోణీయ త్వరణం 'a' = $\frac{d\omega}{dt}$ కి సమానం.

భ్రమణ గమనంలోని కోణీయ పరామితుల స్థానాంతర చలనం లోని రాశుల మధ్య సంబంధం.

$\theta = \frac{s}{r}\ \ \alpha = \frac{a}{r},\ \omega = \frac{v}{r}$

కోణీయ త్వరణము స్థిరంగా ఉన్నప్పు డు స్థానాంతర గమనానికి, భ్రమణ గమనానికి గల సంబంధం.

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_0 + t^2$$
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\omega^2 = \omega^2 + 2\,\theta$$
$$\theta = \frac{\omega o + \omega}{2}\, t$$

5.10 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష

వృత్తం వ్యాసార్థంతో సమానమైన పొడవుకలచాపరేఖ ఆవృత్త కేంద్రం వద్ద ఏర్పరిచే కోణాన్ని ఒక రేడియన్ అంటారు.

5.11 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) పరిభ్రమిస్తున్న కణం యొక్క కోణీయ వేగానికి, రేఖీయ వేగానికి, కోణీయ త్వరణానికి, రేఖీయ త్వరణానికి గల సంబంధాన్ని ఉత్పాదించండి?

2) స్థిరత్వరణంతో పరిభ్రమిస్తున్న కణం యొక్క కోణీయ స్థానభ్రంశానికి ప్రమేయాన్ని ఉత్పాదించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) స్థానాంతర శుద్ధగతి శాస్త్రానికి, భ్రమణ శుద్ధగతి శాస్త్రానికి గల సాదృశ్యాలను పేర్కొనండి?

2) జడత్వ భ్రామకానికి కోణీయ ద్రవ్య వేగానికి గల సంబంధమేమి?

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) 1m వ్యాసము గల చక్రము విరామ స్థితి నుంచి మొదలై ఏకరీతి త్వరణముతో పయనిస్తూ 10 s కాలంలో 60 rad s^{-1} కోణీయ వేగాన్ని పొందింది. చక్రము కోణీయ త్వరణము 10s కాలములో అది చుట్టిన కోణాన్ని లెక్కకట్టుము.

(జవాబు . L = 6 rad s^{-2} θ = 300 rad.)

2) చక్రము అంచువద్దగల బిందువు చక్రము 1/5 rad కోణము పరిభ్రమించినపుడు 4m దూరము కదలినది. చక్రము వ్యాసార్థాన్ని కనుగొనుము. (జ. 20m.)

3) తొలిదశలో చక్రము 5 rad s^{-1} కోణీయ వేగముతో పరిభ్రమిస్తున్నది. 10 s తర్వాత దాని కోణీయ వేగము 15 rad s^{-1} చక్రము సరాసరి కోణీయ త్వరణ మెంత?

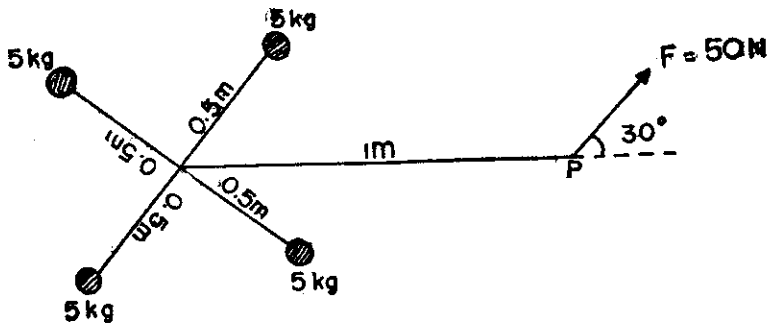
4) ఒక మోటారు షాఫ్ట్ సెకనుకు 500 పరిభ్రమణాలు చేస్తున్నప్పు డు దాని స్విచ్ ఆఫ్ చేయబడినది. 5s కాలములో అది నిశ్చల స్థితికి వస్తుంది. దాని ఋణత్వమెంత?

(జవాబు - 62.8 rad $^{-2}$)

5) ఒక చక్రము నిశ్చలస్థితి నుంచి స్టార్ట్ చేయబడి 10 s కాలములో 500 rev-s^{-1} వేగం పొందింది. దాని కోణీయ త్వరణమెంత? (జవాబు : 314 rad s^{-2})

6) 0.5m వ్యాసార్థం గల కప్పీ నుంచి ఒక వస్తువు 60ms^{-2} త్వరణంతో కిందకు పడుతున్న చక్రము కోణీయ త్వరణమెంత? (జవాబు 12 rad s^{-2})

7) క్రిందపటంలో చూపినట్లు నాలుగు 5 kg బరువు గల ద్రవ్యరాశులు 0.5m పొడవుగల స్పోక్స్ ద్వారా ఒక ఇరుసుకు కలుపబడి ఉన్నది. 1m పొడవు గల తులాదండము మీద 50 N బలము పనిచేయుచున్నప్పు డు వ్యవస్థలో కోణీయ త్వరణము L ఉంది. L విలువ ఎంత? (జవాబు 5 rad s^{-2})



ఆక్సిల్‌స్పోక్స్ ద్వారా కలిపిన 5 kg ద్రవ్యరాశిగల నాలుగు ద్రవ్యరాశులు

భాగం – 6 టార్క్ భ్రమణ చలనం

విషయక్రమం

6.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో భ్రమణ గమనం ఉన్న వస్తువుపై టార్క్ ప్రభావం గురించి వివరణ ఉంది. కోణీయ ద్రవ్యవేగము కాలం పరంగా మారే రేటు ఆ వస్తువుపై పనిచేసే టార్క్ సమానమని వివరిస్తూ భావనను గురించి చేసిన చర్చకూడా ఉంది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1. టార్క్‌ను, భ్రమణగమనంలో ఉన్న వస్తువు జడత్వ భ్రమణాన్ని నిర్వచించగలరు.
2. సమాంతర లంబాక్ష సిద్ధాంతాలను ఉపయోగించి వస్తువు జడత్వ భ్రమణాన్ని లెక్కించగలరు.

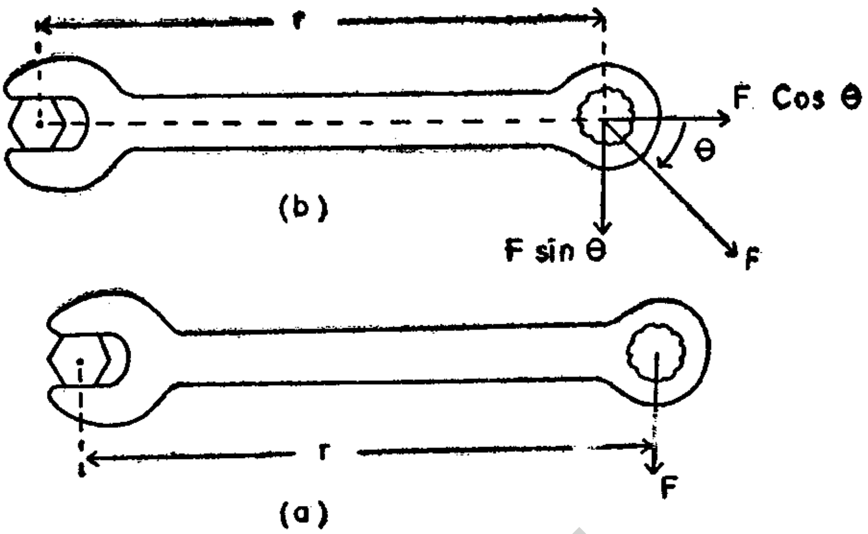
6.2 ప్రవేశిక

పరిభ్రమించుచున్న దృఢ వస్తువుల శుద్ధగతి శాస్త్రాన్ని గూర్చి భాగం 5లో వివరించినాము. విస్తృత వస్తువుల భ్రమణ చలనాన్ని, కోణీయవేగము కోణీయత్వరణము ద్వారా వర్ణించవచ్చు. ఈ భాగంలో భ్రమణ చలనానికి దోహదము చేసే బలాలను గూర్చి అధ్యయనము చేద్దాము. దీనినే భ్రమణగతిశాస్త్రము అంటారు.

6.3 కణం మీద పనిచేసే టార్క్

స్థానాంతర శుద్ధగతి శాస్త్రానికి, భ్రమణ వుద్ధగతి శాస్త్రానికి సమీప సారూప్యము కలదు.

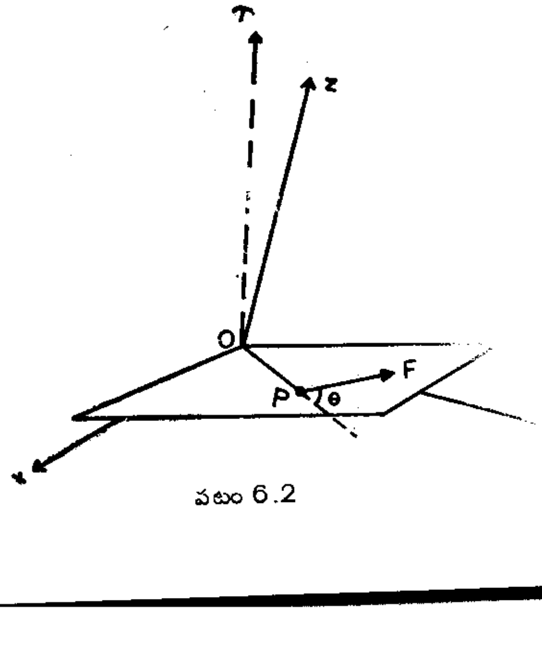
స్థానాంతర చలనములో రేఖీయ త్వరణానికి అనుబంధంగా బలాన్ని సూచిస్తాము. అలాగే భ్రమణ చలనంలో కోణీయ త్వరణానికి, బలానికి సాదృశ్యంగా టార్క్‌ని సూచిస్తారు. భ్రమణ గతిలోనున్న వస్తువు మీద పనిచేసే బలాన్ని టార్క్ అనరు. ఎందుకంటే పరిభ్రమించే తలుపు యొక్క కోణీయ త్వరణము బలము పనిచేసే బిందువు మీద దాని దిశమీద ఆధారపడుతుంది. తలుపు మడతబందు దిశలో బలం ప్రయోగిస్తే కోణీయ త్వరణము ఉండదు. తలుపు రెక్క అంచువద్ద లంబంగా బలాన్ని ప్రయోగిస్తే కోణీయ త్వరణము గరిష్ఠంగా ఉంటుంది.



పటం 6.1

పటం 6.1 లో a చూపినట్లు మర మీద పనిచేసే బలంవల్ల అది భ్రమణానికి లోనవుతుంది. పరిభ్రమణా తీరి బలపరిమాణము మీద సమస్థల భుజము (level arm) r మీద ఆధారపడుతుంది. ఒకే విధమయిన పరిభ్రమణ రీతిని ఎక్కువ బలము తక్కువ సమస్థల భుజము లేదా తక్కువ బలము ఎక్కువ సమస్థల భుజము ఉన్నప్పుడు కూడా పొందవచ్చును. మడతబందుకు సమీపంగా బలాన్ని ప్రయోగించి తలుపును తెరచుటకు ఎక్కు బలము అవసరమవుతుంది. మడత బందుకు దూరంగా బలాన్ని ప్రయోగించి తలుపు తెరుచుటకు తక్కువబలము సరిపోతుంది.

బలము యొక్క పురిత్రిప్పే శక్తిని టార్క్ అంటారు. పటం 6.1bలో చూపినట్లు బలము సమస్థల భుజానికి లంబంగా పనిచేయనప్పుడు దాని లంబ అంశము మాత్రమే పురి త్రిప్పుటకు తోడ్పడుతుంది. ఫలితంగా మర తిరుగుతుంది. బలము సమాంతర అంశము ద్వారా మరముందుకు తోయబడుటకుగాని లేదా వెనుకకు లాగబడుటగానీ జరుగుతుంది. ఈ అంశము వలన మర తిరగదు.



పటం 6.2

పటము 6.2లో చూపినట్లు F బలము P బిందువు వద్ద ఉన్న కణము మీద పని చేస్తున్నదనుకొందాము. జడత్వ చట్రము యొక్క మూల బిందువు O నుంచి P స్థానాన్ని r అనే స్థానభ్రంశ సదిశ రాశితో సూచిస్తాము. F బలము పనిచేస్తున్నందున P వద్ద కణము పరిభ్రమణానికి లోనయితే, మూల బిందువును బట్టి కణము పై పనిచేస్తున్న టార్క్ Pని కింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

$$\vec{\tau} = r \times F \qquad ...(6.1)$$

టార్క్ సదిశ రాశి. దాని పరిమాణము కింది సమీకరణము ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\tau = rF \sin\theta \qquad ...(6.2)$$

r,Fల మధ్య కోణము θ, టార్క్ దిశ, r, Fలు ఉండే తలానికి లంబదిశలో ఉంటుంది. టార్క్ దిశను కుడిచేతిని బంధన సహాయంతో కనుగొనవచ్చును. $\vec{r}$ ను $\vec{F}$ వద్దకు θ (అతితక్కువ) కోణం గుండా మడిచిన కుడిచేతి నాల్గువేళ్ళ దిశలో కదిపినపుడు తెరచి ఉంచిన బొటనవేలు τ దిశను సూచిస్తుంది.

టార్క్ మితిఫార్ములా ML^2T^{-2} దీని ప్రమాణము N - m (న్యూటన్ - మీటరు) టార్క్ పరిమాణము ప్రయోగించిన బలము యొక్క పరిమాణము దిశలపైనేగాక, మూలబిందువుకు సాపేక్షంగా బలము ప్రయోగింపబడిన బిందుస్థానముపైన కూడా ఆధారపడి ఉంటుంది. P స్థానము మూలబిందువువద్ద ఉంటే r విలువ శూన్యము. కనుక టార్క్ కూడా శూన్యవిలువను కలిగి ఉంటుంది. సమీకరణము 6.2 ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$P = (r \sin\theta) F = r_1 F \qquad ...(6.3)$$

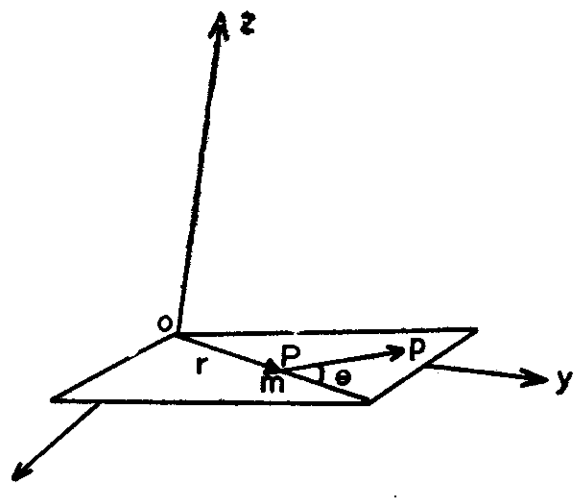
లేదా

$$T = r (F \sin\theta) = r F_1 \qquad ...(6.4)$$

పై సమీకరణాలలో r_1 (=r Sin θ). F చర్యారేఖకు లంబదిశలో r యొక్క అంశాన్ని F_1 (= F Sin θ), r కు లంబదిశలో F అంశాన్ని సూచిస్తాయి.

6.4 కణం కోణీయ ద్రవ్యవేగం

రేఖీయ ద్రవ్యవేగానికి భ్రమణ చలనంలో సదృశంగా ఉన్నరాశి కోణీయ ద్రవ్యవేగం. కోణీయ



పటము 6.3

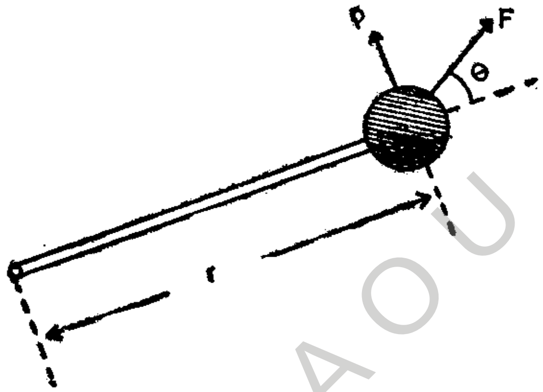
ద్రవ్యవేగాన్ని నిర్వచించుటకు అనువుగా పటము 6.3లో చూపినట్లు ద్రవ్యరాశి m. రేఖీయ ద్రవ్యవేగము $\vec{p}$ గల కణాన్ని తీసికొందాము. నిర్దేశ జడత్వ చట్రము మూల బిందువు O నుంచి m ద్రవ్యరాశి గల కణము స్థానాన్ని v అనే స్థాన భ్రంశ సదిశరాశితో సూచిస్తాము. మూలబిందువును బట్టి కణము యొక్క జాతీయ ద్రవ్యవేగము L అయిన

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} \qquad ...(6.5)$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగము సదిశరాశి. దీని పరిమాణము కింది సమీకరణము ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$L = r\,p \sin\,\theta \qquad ...(6.6)$$

పై సమీకరణములో θ, r, Pల మధ్య కోణము. r, Fలు ఉండే తలానికి లంబదిశలో $\vec{L}$ దిశ ఉంటుంది. L దిశను కుడిచేతి నియమము ప్రకారము కనుగొనవచ్చును. మడిచిన కుడిచేతి వేళ్ళు $\vec{r}$ నుంచి $\vec{p}$ కి తిప్పే దిశలో ఉంటే, చాపిన బొటనవేలు కోణీయ ద్రవ్యవేగము L ధన దిశను సూచిస్తుంది. పటము 6.4లో చూపిన సరళ భ్రమణ వ్యవస్థను ్సికొందాము.



పటము 6.4

ఇచ్చట r, Pల మధ్య కోణము 90°. r పొడవుగల దృఢ కడ్డీ అంచుకు అతికిన ద్రవ్యరాశి m కోణీయ ద్రవ్యవేగము.

$$L = rP \qquad ...(6.7)$$

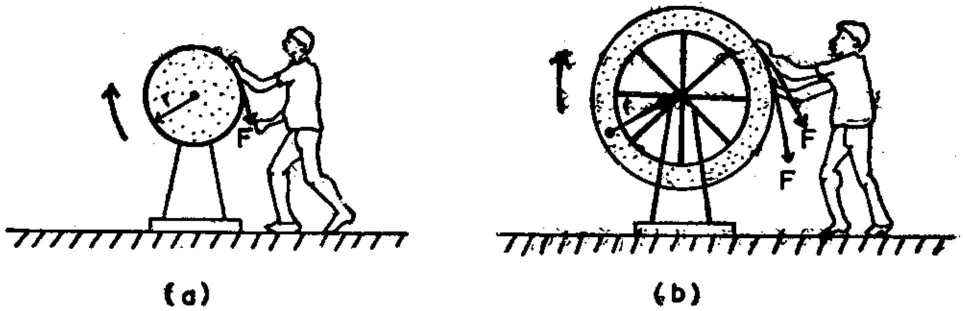
రేఖీయ ద్రవ్యవేగము P = mv కనుక

$$L = rmv \qquad ...(6.8)$$

రేఖీయ వేగము V = rω కనుక

$$L = rmr\omega = (mr^2)\,\omega \qquad ...(6.9)$$

సమీకరణము 6.9 ప్రకారం కోణీయ ద్రవ్యవేగము (mr^2)కోణీయ వేగము ω ల లబ్ధానికి సమానము. p =mv ప్రమేయానికి సాదృశ్యంగా సమీకరణం (6.9)లో mr^2 జడత్వకా ద్రవ్యరాశి పాత్ర వహిస్తుంది. mr^2ని పరిభ్రమిస్తున్న కణం యొక్క జడత్వ భ్రామకం అంటారు. భ్రమణ చలనములో జడత్వ భ్రామకము జడత్వ ద్రవ్యరాశి పాత్రను ఎలా పోషిస్తుందో కింది వివరించిన ప్రయోగ పరిశీలన ద్వారా అర్థం చేసికోవచ్చు.



పటము 6.5

పటము 6.5a లో చూపిన సమాన ద్రవ్యరాశులు గల రెండు రకాలయిన చక్రాలను పరిశీలిద్దాము. పటము 6.5aలో చక్రము ద్రవ్యరాశి భ్రమణాక్షానికి దూరంగా చక్రం అంచున కేంద్రీకృతమై ఉన్నది. పటము 6.5bలో చూపిన చక్రము ద్రవ్యరాశి భ్రమణాక్షానికి దగ్గరలో కేంద్రీకృతమై ఉన్నది. సాధారణంగా అనుభవరీత్యా పటము 6.5bలో చూపిన చక్రాన్ని సులభంగా పరిభ్రమించేలా చేయవచ్చు. పటము 6.5b లో చూపిన చక్రాన్ని భ్రమణానికి గురిచేయుట కొంత కష్టము. దీనికి ముఖ్యకారణము పటము 6.5bలో చూపిన చక్రము జడత్వ భ్రామకము అధికంగా ఉండుటయే. అంటే భ్రమణ జడత్వము ద్రవ్యరాశి మీదనేగాక, ద్రవ్యరాశి నుంచి భ్రమణాక్షానికి గల సరాసరి దూరము వర్గము మీద కూడా ఆధార పడుతుంది. ద్రవ్యరాశి దూరము భ్రమణాక్షం నుంచి పెరిగే కొద్దీ భ్రమణ జడత్వము కూడా పెరుగుతుంది.

టార్క్ τ కోణీయ ద్రవ్యవేగము Lల మధ్య గల సంబంధాన్ని కింది విధంగా ఉత్పాదించవచ్చు.

కణము పైన పనిచేసే బలము F అయిన

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad ...(6.10)$$

rతో పై సమీకరణం రెండు ప్రక్కల ఉన్న పదాలకు సదిశ లబ్ధాన్ని తీసికొంటే,

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad ...(6.11)$$

$\vec{r} \times \vec{F}$ టార్క్ τ ని ఇస్తుంది కనుక

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad ...(6.12)$$

సమీకరణం 6.5 ని కాలము పరంగా అవకలనం చేస్తే

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{P}) = \vec{r} \times \frac{dp}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} \qquad ...(6.13)$$

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$, $\vec{p} = m\vec{v}$ కనుక,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} + \vec{v} \times m\vec{v} \qquad ...(6.14)$$

రెండు సమాంతర సదిశ రాశుల లబ్ధము శూన్యము గనుక సమీకరణము 6.14లో కుడివైపుగల రెండవ పదము శూన్యమవుతుంది కనుక

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad ...(6.15)$$

సమీకరణము 6.12 ప్రకారం,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \qquad ...(6.16)$$

పై సమీకరణము ప్రకారము కాలంపరంగా కణము యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగంలో మార్పురేటు ఆ కణముపై పనిచేసే టార్క్‌కి సమానము.

6.5 కణ వ్యవస్థ కోణీయ ద్రవ్యవేగం

అనేక కణాలుగల వ్యవస్థను తీసికొందాము. ఏదేని దత్త బిందువును బట్టి కణవ్యవస్థ కోణీయ ద్రవ్యవేగము $\vec{L}$ అయిన దానిని ఆ బిందువు పరంగా వ్యవస్థలోని ప్రత్యేక కణాల కోణీయ ద్రవ్యవేగాల మొత్తానికి సమానముగా సూచించవచ్చును.

$$\therefore \vec{L} = \vec{L_1} + \vec{L_2} + \vec{L_3} + ... \vec{L_n} \qquad ...(6.17)$$

లేదా $$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L_i} \qquad ...(6.18)$$

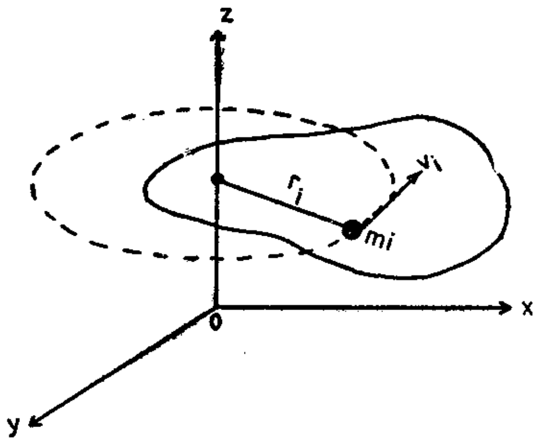
కాలము గడిచిన కొలదీ నిర్దేశ బిందువును బట్టి వ్యవస్థ యొక్క మొత్తము కోణీయ ద్రవ్యవేగము మారవచ్చు. ఈ మార్పు రేటు $\frac{dL}{dt}$, కణాలమధ్య ఉండే అంతర్బలాలు వ్యవస్థలోని కణాలపై పనిచేసే టార్క్‌లవల్ల, బాహ్యబలాలు వ్యవస్థలో కణాలపై పనిచేసే టార్క్‌లవల్ల కలుగవచ్చు. న్యూటన్ మూడవ గమన సూత్రము ప్రకారము రెండు కణాల మధ్య ఉండే బలాలు సమానంగాను వ్యతిరేక దిశలోను ఉంటాయి. ఇదే కాకుండా అవి ఒక వర్య రేఖ వెంబడి పనిచేస్తే మొత్తం అంతర్బలాలవల్ల ఏర్పడే టార్క్ శూన్యమవుతుంది. న్యూటన్ మూడవ గమన నియమము ప్రకారం చర్య, ప్రతిచర్యకు పరిమాణంలో సమానంగా ఉండి దిశలో వ్యతిరేకంగా ఆ రెండు కణాలను కలిపే సరళరేఖ వెంటపనిచేస్తాయి. ఈ సమస్యలో అంతర్బలాలవల్ల ఏర్పడిన టార్క్‌ల మొత్తం శూన్యమని విద్యార్థి చూపవచ్చును.

$$\therefore \tau_{\text{బాహ్యము}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad ....(6.19)$$

τ బాహ్యము ఫలిత బాహ్యటార్క్‌ని సూచిస్తుంది. పై సమీకరణము ప్రకారము నిర్దేశ జడత్వ చట్రము మూలబిందువు పరంగా మొత్తం కోణీయ ద్రవ్యవేగములో మార్పు రేటు వ్యవస్థపై పనిచేసే మొత్తంబాహ్యబలాలటార్క్‌లకు సమానము. జడత్వ నిర్దేశ చట్రము మూలబిందువు పరంగా τ, Lలను కొలుస్తారు. వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రము తప్ప వేరు ఏ బిందువు పరంగా వీటిని కొలచినా సమీకరణము 6.19 నిబద్ధం కాదు. వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రము వ్యవస్థ గమనంలో నున్నప్పుడు మారుతున్నప్పటికి ఆ బిందువుపరంగా సమీకరణము 6.19 నిబద్ధమవుతుంది. ఇది వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ప్రత్యేక ధర్మము. కణ వ్యవస్థ గమనాన్ని ద్రవ్యరాశి కేంద్రము స్థానాంతర చలనము $\left(F = \frac{dP}{dt}\right)$ గాను, ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని బట్టి భ్రమణ గమనంగాను $\left(t_{ext} = \frac{dL}{dt}\right)$ విభజించ వచ్చును.

6.6 భ్రమణ గతిజశక్తి, జడత్వ భ్రామకము

పటము 6.6లో చూపినట్లు నిర్దేశ జడత్వ చట్రములోని స్థిరాక్షం వెంబడి కోణీయ వేగము ωతో పరిభ్రమిస్తున్న దృఢవస్తువులను తీసికొందాము. వస్తువును m_1, m_2, m_3, m_n ద్రవ్యరాశులు గల అనేక



పటము 6.6

కణాలుగా విభజించినామనుకొందాము. ఈ కణాలు భ్రమణాక్షం నుంచి $r_1, r_2, r_3, ...r_n$ దూరాలలో ఉన్నాయనుకొందాము. ఈ కణాలన్నీ వస్తువుకు దృఢంగా అతికి ఉన్నందున వీటన్నిటికి ఒకే కోణీయ వేగము ఉంటుంది. అది వస్తువు కోణీయ వేగానికి సమానము. m_i ద్రవ్యరాశి గల కణము వేగము v_i అయిన దాని గతిజశక్తి

$$k = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \tag{6.20}$$

$v_i = \omega r_i$ కనుక

$$k = \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2 \tag{6.21}$$

పరిభ్రమిస్తున్న వస్తువు మొత్తం గతిజశక్తి K అయిన

$$K = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + ... \frac{1}{2} m_n r_n^2 \omega^2 \tag{6.22}$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \left(\Sigma m_i r_i^2\right)\omega \tag{6.23}$$

$\Sigma m_i r_i^2$ ఇచ్చిన అక్షం పరంగా దృఢవస్తువులోని కణాలన్నింటి మొత్తం భ్రమణ జడత్వాన్ని సూచిస్తుంది. అంటే అది ఇచ్చిన అక్షం పరంగా బాహ్యవస్తువు భ్రమణ జడత్వాన్ని తెలుపుతుంది. దీనినే ఇచ్చిన అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకము (I) అంటారు.

$$\therefore \; I = \Sigma m_i r_i^2 \tag{6.24}$$

జడత్వ భ్రామకము మితి ఫార్ములా ML^2 దీనిని $Kg\,m^2$ లలో సూచిస్తారు. జడత్వ భ్రామకము పరంగా భ్రమణ గతిజశక్తిని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$K = \frac{1}{2} \tau \omega^2 \tag{6.25}$$

ఇదే విధంగా స్థిరమైన అక్షం చుట్టు భ్రమిస్తున్న దృఢ వస్తువుయొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగాన్ని

$$\vec{L} = I \vec{\omega} \tag{6.25a}$$

అని చూపవచ్చును. ఈ సమీకరణంలో I విలువ $\Sigma_i m_i r_i^2$కు సమానము. సమీకరణకు 6.24 ద్వారా సూచించిన జడత్వ భ్రామకము విముక్త బిందు రూపద్రవ్యరాశులు గల వస్తువునకు మాత్రమే అనువర్తిస్తుంది. సంతత వితరణ గల ద్రవ్యరాశి సముదాయంగా వస్తువు ఉన్నచో సమీకరణము 6.24లో సంకలన సంకేతానికి బదులుగా సమాకలన సంకేతాన్ని వాడాలి.

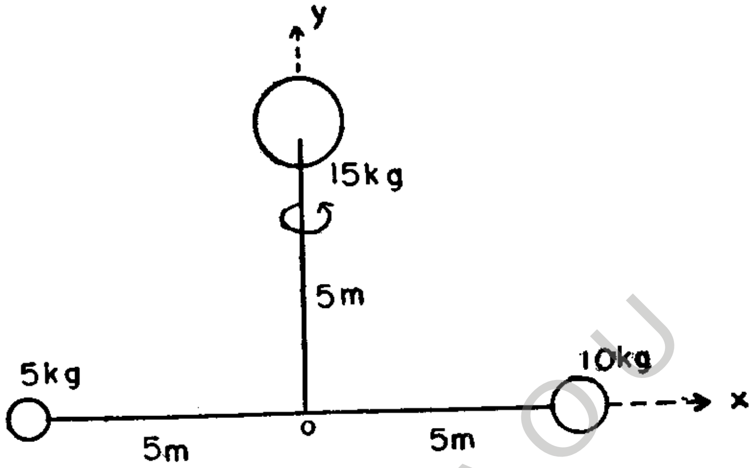
వస్తువు ఆకృతితో సంబంధం లేకుండా, ఏదేని అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రమకపు విలువ మారకుండా ఆ అక్షం నుంచి వ్యాసార్థ దూరములో గల బిందువు వద్ద వస్తువు ద్రవ్యరాశి అంతా కేంద్రీకృతమైనట్లు భావించడానికి వీలుంది. ఈ దూరాన్నే గైరేషన్ వ్యాసార్థము (radius of gyration)

అంటారు. భ్రమణాక్షము నుంచి వస్తువు గైరేషన్ వ్యాసార్థము R అయిన $I = MR^2$ (6.26)

లేదా $R = (I/M)^{\frac{1}{2}}$ (6.27)

గైరేషన్ వ్యాసార్థాన్ని జడత్వ భ్రామకానికి ద్రవ్యరాశికి గల నిష్పత్తి వర్గమూలముగా నిర్వచించవచ్చు.

మాదిరి లెక్క 1 : పటం 6.7లో చూపినట్లు 5 kg, 10 kg, 15 kg ద్రవ్యరాశులు 5m పొడవు గల తేలికగాను ఉన్న కడ్డీల ద్వారా కలుపబడినది. ఈ వ్యవస్థ జడత్వ భ్రామకాన్ని O బిందువు వద్ద ద్రవ్యరాశులు ఉన్న తలానికి లంబదిశలో గల అక్షం పరంగా కనుగొనుము. వ్యవస్థ కోణీయ వేగము 5 $rad\,s^{-1}$ అయిన వ్యవస్థ గతిజశక్తి ఎంతో కనుగొనుము.



పటము 6.7

జవాబు :

Z - అక్షం పరంగా వ్యవస్థ జడత్వ భ్రామకము

$$I_z = (5(5)^2 + 10(5)^2 + 15(5^2))\ kg\ m^2$$
$$= (5(25) + 10(25) + 15(25))\ kg\ m^2 = 750\ kg\ m^2$$

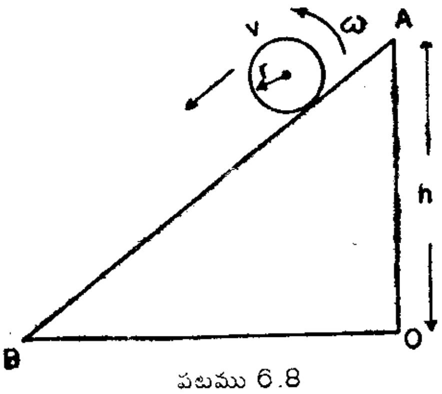
భ్రమణ గతిజశక్తి $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

$$K = \frac{1}{2}\ (750\ kg\ m^2)\ (5\ rad\,s^{-1})^2\ 9 = 1375\ J$$

మాదిరి లెక్క 2 : 0.6m ఎత్తుగల వాలుబల్ల తలంమీద 0.1 m వ్యాసార్థము 5 kg ద్రవ్యరాశి గల పళ్ళెము కిందికి దొర్లుచున్నది. వాలుబల్లపై భాగం నుంచి పళ్ళెము విరామస్థితినుంచి దొర్లుటకు మొదలయినచో పళ్ళెము స్థానంతర గమన వేగాన్ని, అది వాలుబల్ల కిందికి చేరునప్పటికి దాని భ్రమణ గతిజశక్తిని లెక్కకట్టుము.

జవాబు :

పటం.6.8లో చూపినట్లు వాలుబల్లను తీసికొందాము. శక్తినిత్యత్వ సూత్రము ప్రకారము A వద్ద పళ్ళెము శక్తి = B వద్ద పళ్ళెము శక్తి



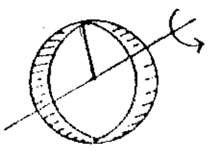
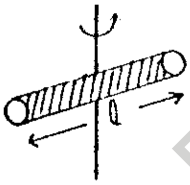
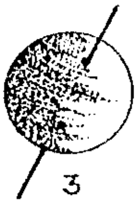
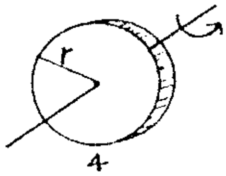
పటము 6.8

∴ స్థితిజ శక్తి = స్థానాంతర గతిజశక్తి + భ్రమణ గతిజశక్తి.

$$mgh = \frac{1}{2}\, mv^2 + \frac{1}{2} I\, \omega^2$$

$$mgh = \frac{2}{3}\, mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\, mr^2}\right) = \frac{1}{2}\, mv^2$$

$$\therefore\ v = \frac{(4\, gh)^{\frac{1}{2}}}{3} = \frac{(4(9.8)0.6)^{1/2}}{3} = (7.8)^{1/2}\, ms^{-1}$$

	I	K
 1	Mr^2	r
 2	$ml^2/12$	$\frac{l}{2\sqrt{3}}$
 3	$2/5\, Mr^2$	$\sqrt{2/5}\ r$
 4	$\frac{Mr^2}{2}$	$\frac{r}{\sqrt{2}}$
 5	$\frac{1}{2}\, Mr^2$	$r/\sqrt{2}$

పటము 6.9

భూమిని చేరినప్పుడు పళ్ళెము భ్రమణ గతిజశక్తి $= \frac{1}{2} I \omega^2$

$$= \frac{1}{2} \frac{(0.5(0.2)^2)}{2} \frac{(7.8)}{(0.1)^2}$$

$$= 0.9375 \text{ J.}$$

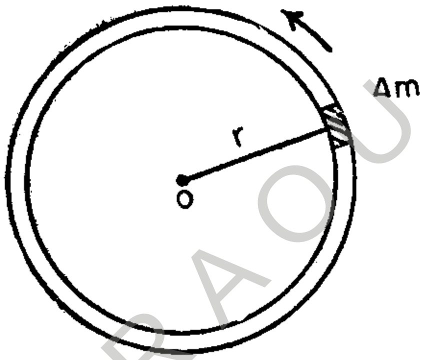
6.7 విస్తృత ద్రవ్యరాశి వితరణ గల వస్తువుల జడత్వ భ్రామకము

క్రమాకృతి గల వస్తువుల జడత్వ భ్రామకాన్ని సులభంగా కనుగొనవచ్చును. సరళంగా ఉన్న కొన్ని ప్రముఖ వస్తువుల జడత్వ భ్రామక విలువలు పటము 6.9 లో చూపినాము వస్తువు కెదురుగా దాని పరిమాణ మితుల ఆధారంగా I విలువ సూచించినాము. $I = MR^2$ కనుక గైరేషన్ వ్యాసార్థము K విలువ కూడా పటములో చూపబడింది.

క్రమాకృతి గల వస్తువుల జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనే పద్ధతికి ఉదామారణలుగా కొన్నింటిని ప్రస్తుతం చూద్దాము.

6.7.1 చట్రం జడత్వ భ్రామకం

చట్రము యొక్క ఆకులలో ఉపేక్షణీయ ద్రవ్యరాశి కలిగి అంచువద్ద మాత్రమే ద్రవ్యరాశి కేంద్రీకృతమైన చక్రము.



పటము 6.10

పటము 6.10 లో చూపినట్లు చక్రము కేంద్రము గుండా వెళ్ళే అక్షాన్ననుసరించి చక్రము పరిభ్రమిస్తున్నదనుకొందాము. చక్రము అంచులో సంతతంగా వివరణ చెందిన ద్రవ్యరాశిని n ద్రవ్యరాశి మూలకాలుగా విభజించినామనుకొందాము. ప్రతిమూలకము ద్రవ్యరాశి Δm అనుకొందాము. ప్రతి ద్రవ్యరాశి మూలకము భ్రమణాక్షంనుంచి r దూరంలో వున్నది. వస్తువు జడత్వ భ్రామకము I అయిన,

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 \tag{6.28}$$

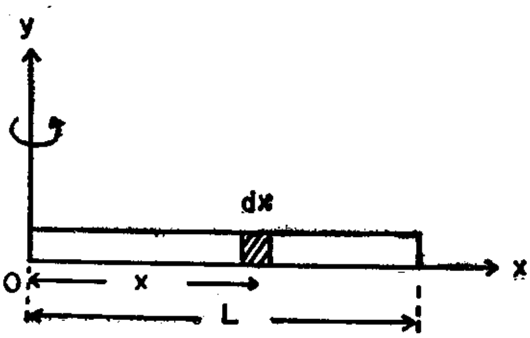
$r_i = r$ కనుక,

$$I = r^2 \sum \Delta m_i = r^2 M = Mr^2 \tag{6.29}$$

పై సమీకరణములో M చక్రము మొత్తము ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తుంది. కేంద్రం నుంచి వెళ్ళే భ్రమణాక్షాన్నిబట్టి చక్రము జడత్వ భ్రామకము $I = Mr^2$

6.7.2 సజాతీయ దృఢ కడ్డీ జడత్వ భ్రామకము

కడ్డీ చివర పొడవుకు లంబంగా భ్రమక్షాణము ఉందనుకొందాము. పటము 6.11లో చూపినట్లు



పటము 6.11

భ్రమణాక్షానికి x దూరములో Δx పొడవుగల మూలకాన్ని ఒకదానినితీసుకొందాము. కడ్డీ మొత్తం ద్రవ్యరాశి μ, ప్రమాణ దైర్ఘ్యమున్న కడ్డీ ద్రవ్యరాశి μdx అవుతుంది. భ్రమణాక్షాన్ని బట్టి మూలకము జడత్వ భ్రామకము I అయిన

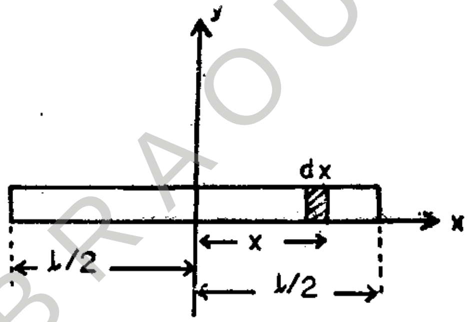
$$I = \mu \, dx \times x^2 \tag{6.30}$$

కడ్డీ జడత్వ భ్రామకము I అయిన

$$I = \int \mu \, x \, dx = \mu \left(\frac{x^3}{3}\right)^{L}_{0} = \mu L^3 / 3 \tag{6.31}$$

కడ్డీ ద్రవ్యరాశి $M = \mu L$ కనుక

$$I = ML^2 / 3 \tag{6.32}$$



పటము 6.12

పటము 6.12 లో చూపినట్లు కడ్డీ పొడవుకు లంబంగా ఉండి భ్రమణాక్షము ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ద్వారా పోతూ ఉన్నప్పు డు కడ్డీ జడత్వ భ్రామకాన్ని కిందివిధంగా తెలుపవచ్చు.

$$I = \int_{L/2}^{L/2} \mu x dx = \mu \left(\frac{x^3}{3}\right)_{L/2}^{L/2} = \frac{\mu}{3} \left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8}\right)$$

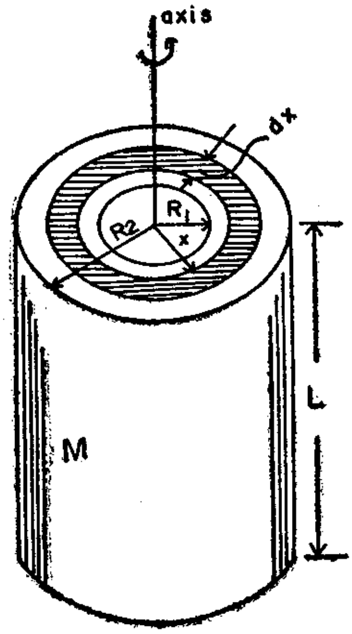
$$= \mu L^3 / 12 \tag{6.33}$$

$M = \mu L$ కనుక

$$I = ML^2 / 12 \tag{6.34}$$

6.7.3 స్థూపార గుల్ల జడత్వ భ్రమణము

ద్రవ్యరాశి M, పొడవు L, లోపలి బయటి వ్యాసార్థాలు R_1, R_2 లు గల స్థూపాకార గుల్లని తీసికొందాము. ఈ స్థూపాకార గుల్ల సాంద్రత d అనుకొందాము.



పటము 6.13

పటము 6.12 లో చూపినట్లు x వ్యాసార్థము dx మందము L పొడవుగల స్థూపాకారపు గుల్లమూలకాన్ని తీసుకొందాము. మూలకము ద్రవ్యరాశి m అయిన

$$m = (2\pi x dx L)d \tag{6.35}$$

సౌష్ఠవాక్షన్ననుసరించి మూలకం జడత్వ భ్రామకము

$$i = mx^2 = 2\pi Ld\, xdx\, x^2 \tag{6.36}$$

స్థూపాకార గుల్ల మొత్తం జడత్వ భ్రామకము

$$I = \int_{R_1}^{R_2} mx^2 = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi Ld.\, x^3 dx \tag{6.37}$$

$$I = 2\pi Ld \int_{R_1}^{R_2} x^3 dx \tag{6.38}$$

$$I = 2\pi Ld \left(\frac{x^4}{4}\right)_{R_1}^{R_2} \tag{6.39}$$

$$I = 2\pi Ld \left(\frac{R_2^4}{4} - \frac{R_1^4}{4}\right) \tag{6.40}$$

$$I = 2\pi Ld \left(R_2^2 + R_1^2\right)\left(R_2^2 - R_1^2\right) \tag{6.41}$$

స్థూపాకార గుల్ల మొత్తం ద్రవ్యరాశి M అయిన

$$M = \pi \left(R_2^2 - R_1^2\right) Ld \tag{6.42}$$

సమీకరణము 6.42 ను సమీకరణము 6.41లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$I = 1/2\, M \left(R_2^2 + R_1^2\right) \tag{6.43}$$

$R_1 = 0$ అయిన ఘనస్థూపము ఏర్పడుతుంది. ఘనస్థూపము జడత్వ భ్రామకాన్ని దాని సౌష్ఠవాక్షాన్ని బట్టి క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

అవగాహన పరీక్ష

స్థూపం అక్షపరంగా స్థూపాకారపు గుల్ల జడత్వ భ్రామకం

1) $\frac{ML^2}{12}$

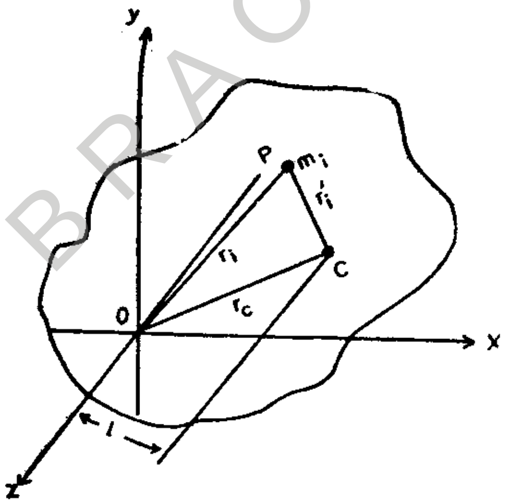
2) $\frac{1}{2} M \left(R_2{}^2 + R_1{}^2\right)$

3) $M \left(\frac{R^4}{9} + \frac{l^2}{12}\right)$ (6.44)

6.8 సమాంతర లంబ అక్షాల సిద్ధాంతాలు

భ్రమణాక్షము సౌష్ఠవాక్షంతో ఏకీభవించినపుడు సరళ జామితీయత అధిక సౌష్ఠవము గల వస్తువుల జడత్వ భ్రామకాలను కనుగొనుట సులభము. భ్రమణాక్షము సౌష్ఠవాక్షముతో ఏకీభవించి నప్పుడు వస్తువు క్రమాకృతిలో నున్నప్పటికి ఆ అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనుట అంత సులభతరమైన పనికాదు. కానీ, సమాంతర లంబ అక్షాల సిద్ధాంతాలను ఉపయోగించి ఏదేని అక్షంపరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనవచ్చును. ఈ సిద్ధాంతాలను గూర్చి విపులంగా తెలుసుకొందాము.

6.8.1 సమాంతరాక్ష సిద్ధాంతము



పటము 6.14

పటం 6.14 ద్రవ్యరాశి కేంద్రం C ని కలిగి ఉన్న ఒక వస్తువు మధ్యచ్ఛేదాన్ని సూచిస్తుంది. మధ్యచ్ఛేదం XY— తలంతో ఏకీభవిస్తోందని అనుకుందాం. వస్తువుయొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని Z అక్షంపరంగా కనుక్కోవాలి అని అనుకుందాం. మూలబిందువునుండి r_i దూరంలో ఉన్న P అనే బిందువు వద్ద m_i ద్రవ్యరాశిగల కణం ఉందని ఊహించండి. అపుడు Z అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకం I మరియు అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్న అక్షం పరంగా

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = \sum_i m_i (X_i^2 + y_i^2) \quad .(6.45)$$

P, Cల మధ్యదూరము r_i^1 అనుకొందాము. ద్రవ్యరాశి కేంద్రము నిరూపకాలు x_c, r_c, z_c అనుకొందాము. ద్రవ్యరాశి కేంద్రానికి సాపేక్షంగా P బిందువు నిరూపకాలు $x_i^1\ y_i^1\ z_i^1$ అనుకొందాము. అప్పుడు,

$$x_i = x_c + x_i' \tag{6.46}$$

$$y_i = y_c + y_i' \tag{6.47}$$

సమీకరణాలు 6.46, 6.47 లను సమీకరణము 6.45లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\Sigma m_i \ [(X_c + X_i^2) + (y_c + y_5)^2] \tag{6.48}$$

$$\Sigma m_i \left(x_c^2 + x'^2_i + 2x_c\ x_i + y_c^2 + y_i^{1\,2} + 2y_c\ y_i\right) \tag{6.49}$$

$$\Sigma m\ (x_c^2 + y_c^2) + \Sigma m\ (x'^2_i + y'^2_i) + \Sigma_i m_i\ 2x_c\ X_i' + \Sigma_i m_i\ 2y_c\ 2y_i^1 \tag{6.50}$$

లేదా

$$I = \sum_i m_i\ (x_c^2 + y_c^2) + \sum_i m_i\ (x'^2_i + y'^2_i) + 2x_c \sum_i m_i\ x_i' + 2y_c \sum_i m_i\ y_i' \tag{6.51}$$

సమీకరణము 6.51లోని రెండవ పదము ద్రవ్యరాశి కేంద్రము గుండా వెళ్ళే అక్షాన్ని వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని సూచిస్తుంది. దీనిని I_c అనుకొందాము. Z అక్షానికి ద్రవ్య రాశి కేంద్రము ద్వారా వెళ్ళే అక్షానికి గల మధ్య దూరము I అయిన

$$Y_c^2 = 1^2 = (x_c^2 + y_c^2) \tag{6.52}$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నిర్వచనాన్ని బట్టి

$$\sum_i m_i\ x_i^1 = \sum_i m_i\ y_i' = 0 \tag{6.53}$$

6.52, 6.53 సమీకరణములను 6.51 సమీకరణములో ప్రతిక్షేపిస్తే

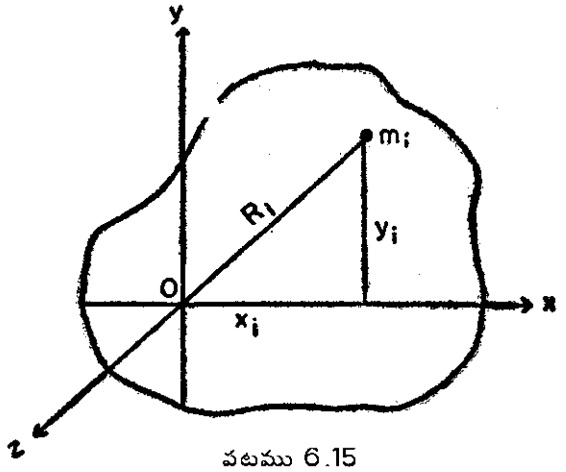
$$I = I_c + Ml^2 \tag{6.54}$$

సమీకరణము 6.54 సమాంతరాక్ష సిద్ధాంతాన్ని తెలుపుతుంది. ఈ సిద్ధాంతాన్ని కింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

ఏదేని అక్షాన్ని బట్టి దృఢవస్తువు జడత్వ భ్రామకము ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ద్వారా పోతూ ఆ అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్న అక్షాన్ని బట్టి కనుక్కొన్న జడత్వ భ్రామకానికి ఆ అక్షాల మధ్య ఉండే దూర వర్గ వస్తు ద్రవ్యరాశుల లబ్ధానికి కలిపితే సమానము. ఈ సిద్ధాంతం స్థిర ఆకృతి గల వస్తువులకు అనువర్తిస్తుంది.

6.8.2 లంబాక్ష సిద్ధాంతము

పటము 6.15లో చూపినట్లు దృఢవస్తువు మధ్యచ్ఛేదం xy తలంలో ఉందనుకొందాము.



పటము 6.15

Z - అక్షాన్ని బట్టి వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$I_x = \sum_i m_i R_i^2 \quad (6.55)$$

$R_i^2 = (x_i^2 + y_i^2)$ కనుక

$$I_x = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum_i m_i x_i^2 + \sum_i m_i y_i^2 \quad (6.56)$$

$\Sigma_i m_i x_i^2$, y - అక్షాన్ని బట్టి వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని ఇస్తుంది. దీనిని I_y అనుకొందాము. అలాగే $\Sigma_i m_i y_i^2$, x - అక్షాన్నిబట్టి వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని ఇస్తుంది. దీనిని I_x అనుకొందాము.

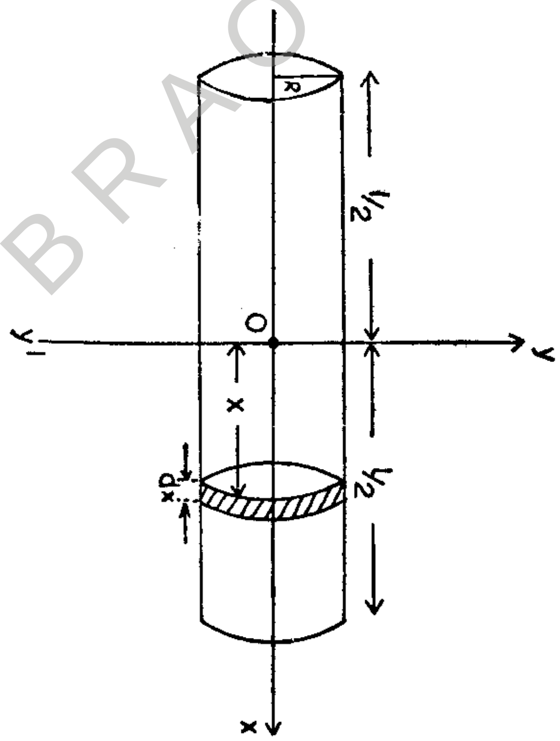
$$I = I_x + I_y \quad (6.57)$$

సమీకరణను 6.57 లంబాక్ష సిద్ధాంతాన్ని సూచిస్తుంది. దీనిని కింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

వస్తు తలంలో పరస్పరం లంబంగా ఉన్న రెండు అక్షాల పరంగా లెక్కించిన జడత్వ భ్రామకాల మొత్తం రెండు అక్షాలకు లంబంగా ఉండి, వీటి ఖండన బిందువు గుండా పోయే అక్షంపరంగా గణించిన జడత్వ భ్రామకానికి సమానంగా ఉంటుంది.

సమాంతర లంబ అక్షాల సిద్ధాంతాలను ఉపయోగించి ఏదేని వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనవచ్చును. ఉదాహరణకు సౌష్ఠవాక్షానికి లంబంగా ఉండి కేంద్రముద్వారా వెళ్ళే అక్షాన్నిబట్టి ఘనస్థూపము జడత్వ భ్రామకాన్ని ఎలా కనుగొనవచ్చో తెలుసుకొందాము. పటము 6.16లో చూపినట్లు R స్థూపవ్యాసార్థము, l పొడవు, m ద్రవ్యరాశిగల స్థూపాన్ని తీసికొందాము. xox^1 సౌష్ఠవాక్షాన్ని సూచిస్తుంది. oy అక్షాన్నిబట్టి జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనాలి. ద్రవ్యరాశి కేంద్రము o నుంచి x దూరములో dx మందముగల బిళ్లను తీసికొందాము.

టార్క్, భ్రమణ చలనము



పటము 6.16

వృత్తాకార బిళ్ళ ద్రవ్యరాశి m అయిన

$$m = \pi R^2 dx . d \quad ...(6.58)$$

పై సమీకరణంలో d ఘనస్థూపము సాంద్రతను తెలుపుతుంది. బిళ్ళ వ్యాసాక్షాన్ని బట్టి వృత్తాకార బిళ్ళ జడత్వ భ్రామకము i_d అయిన

$$i_d = \frac{MR^2}{4} = \frac{\pi R^2 d.\, dx.\, R^2}{4} \tag{6.59}$$

(లంబాక్ష సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి ఏదైనా వ్యాసపరంగా వృత్తాకారపు బిళ్ళ జడత్వ భ్రామకాన్ని $\frac{MR^2}{4}$ గా చూపండి. వృత్తాకారపు బిళ్ళ కేంద్రంగుండా పోతూ వృత్తతలానికి లంబ అక్షపరంగా జడత్వ భ్రామకాన్ని $\frac{MR^2}{2}$ గా తీసికొనండి.)

సమాంతరాక్ష సిద్ధాంతం ప్రకారము వృత్తాకార బిళ్ళ జడత్వ భ్రామకము OY అక్షాన్ని బట్టి కిందివిధంగా సూచించవచ్చు.

$$i = \frac{\pi R^2\, dx}{4}\, dr^2 + (\pi R d.\, dx)\, x^2 \tag{6.60}$$

స్థూపము ఇటువంటి స్థూపాకార బిళ్ళల సంకలనము కాబట్టి, ద్రవ్యరాశి కేంద్రంద్వారా పోతూ పొడవాక్షానికి లంబంగా ఉన్న అక్షాన్ని బట్టి ఘనస్థూపము జడత్వ భ్రామకము L అయిన

$$(L) = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\pi R^2 d R^2}{4}\, dx + \int_{-l/2}^{l/2} \pi R^2 d.\, x^2 dx \tag{6.61}$$

$$(L) = \pi R^2 d \left(\int_{-l/2}^{l/2} \frac{R^2 dx}{4} + \int_{-l/2}^{l/2} x^2\, dx \right) \tag{6.62}$$

$$(L) = \pi R^2 d \left(\frac{R^2}{4} (x)_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} + \left(\frac{x^3}{3}\right)_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \right) \tag{6.63}$$

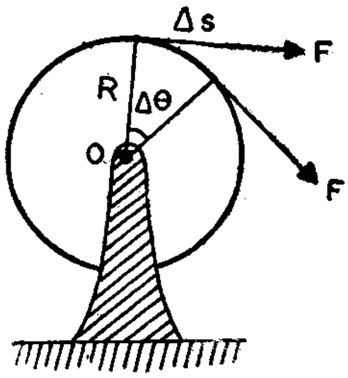
$$(L) = \pi R^2 d \left(\frac{R^2}{4} l + \frac{l^3}{12} \right) \tag{6.64}$$

$$(L) = \pi R^2 dl \left(\frac{R^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right) \tag{6.65}$$

స్థూపం ద్రవ్యరాశి $M = \pi R^2 ld$ కనుక

$$(L) = M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{l^2}{12} \right) \tag{6.66}$$

6.9 భ్రమణ గతిలో పని సామర్థ్యం



పటము 6.17

పటము 6.17 లో చూపినట్లు R వ్యాసార్థము గల కీలిత చక్రము అంచుమీద F బలము పనిచేస్తున్నదనుకొందాము. చక్రము $\Delta\theta$ కోణం పరిభ్రమించిందనుకొందాము. $\Delta\theta$ తక్కువగా ఉన్నప్పుడు చక్రము పరిభ్రమించే కాలము Δt లో బలము F స్థిరంగా ఉంటుందని అనుకొందాము. బలము వలన జరిగిన పని

$$\Delta w = F\,\Delta s \tag{6.67}$$

$$\Delta s = R\,\Delta\theta \text{ కనుక} \tag{6.67}$$

$$\Delta w = FR\,\Delta\theta \tag{6.68}$$

టార్క్ $\tau = FR$ కనుక

$$\Delta w = \tau\,\Delta\theta \tag{6.69}$$

$\Delta w, \Delta\theta$ అతి తక్కువ విలువలు కలిగి ఉంటే

$$dw = I\,d\theta \tag{6.70}$$

టార్క్ వస్తువుపై పనిచేస్తున్నందున జరిగిన పని w అయిన

$$w = \int dw = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau\, d\theta \tag{6.71}$$

$$w = \tau(\theta_2 - \theta_1) = I \tag{6.72}$$

ఇచ్చట θ కోణీయ స్థానభ్రంశము, సమీకరణము 6.72 ని t పరంగా అవకలనము చేస్తే

$$\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d\theta}{dt} \tag{6.73}$$

$\frac{d\omega}{dt}$ = P కనుక సామర్థ్యము Pని కింది సమీకరణము ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$P = \tau\,\omega \tag{6.74}$$

సమీకరణము 6.74 ప్రకారము టార్క్‌ని కలిగించే బలము వల్ల ఏర్పడే సామర్థ్యము P, టార్క్ τ, తత్కాల కోణీయ వేగము ω లబ్ధానికి సమానము.

6.10 భ్రమణ గతిలో నున్న వస్తువు టార్క్, కోణీయ త్వరణములకు గల సంబంధము

సమీకరణం 6.25a లో ఒక వస్తువులో కోణీయ త్వరణం

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

అని చూపాము. ఈ సమీకరణాన్ని అవకలనం చేయగా

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) \tag{6.74}$$

కావున

$$\vec{I} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\alpha} \tag{6.75}$$

మాదిరి లెక్క 3 : ఘర్షణలేని ఇరుసు ఆధారంగా 5 kg ద్రవ్యరాశి, 0.5m వ్యాసార్థముగల వృత్తాకార పళ్ళెము మౌంట్ చేయబడి ఉన్నది. దీనికి 2 kg ద్రవ్యరాశి, 0.2m వ్యాసార్థము గల మరొక పళ్ళెము గట్టిగా కట్టబడి ఉన్నది. ఈ చిన్న పళ్ళెము చుట్టూ ఒకతాడు చుట్టబడి ఉన్నది. 500 తన్యత ఈ

తాడుమీద పనిచేస్తున్నది. వ్యవస్థ కోణీయ త్వరణాన్ని కనుగొనుము. వ్యవస్థ నిశ్చల స్థితినుంచి పరిభ్రమించుటకు మొదలయితే, 10s ల తర్వాత దాని కోణీయ వేగమెంత ? కోణీయ ద్రవ్యవేగాన్ని కూడా కనుగొనండి.

జవాబు :

వ్యవస్థ మీద పనిచేసే టార్క్ τ విలువ Fr. T = IFr. T = I_d α కనుక కోణీయ త్వరణము

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \left(\frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2}\right)$$

ఇచ్చట M పెద్ద పళ్ళెము ద్రవ్యరాశి, m చిన్న పళ్ళెము ద్రవ్యరాశి, R పెద్ద పళ్ళెము వ్యాసార్ధము, r చిన్న పళ్ళెము వ్యాసార్ధము.

లెక్కలో ఇచ్చిన దత్తాంశము ప్రకారము

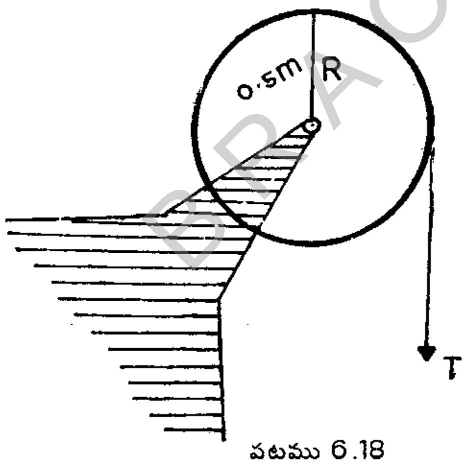
$$\alpha = \frac{(50\ N)\ (0.2\ m)}{\left(5\,\frac{(0.5)^2}{2} + \frac{2(0.2)^2}{2}\right)kgm^2} = \frac{10}{0.665} = 15\ \text{rad s}^{-2},$$

10 s ల తార్వత వ్యవస్థ కోణీయ వేగము w అయిన

$$w = w_0 + dt = o + (15\ \text{rad s}^{-2})\ (10\ s) = 150\ \text{rad s}^{-1}$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగము $L = i\,w = (0.665\ kg\ m^2)\ (150\ \text{rad s}^{-1}) = 99.75\ kg\ m^2\ s^{-1}$

మాదిరి లెక్క 4. : ఘర్షణ లేని బేరింగులు ఆధారంగా ఉన్న ఇరుసుకు ద్రవ్యరాశి 1 kg వ్యాసార్ధము 0.5m గల వృత్తాకార పళ్లెము పటము 6.19లో చూపిన విధంగా మౌంట్ చేయబడి ఉంది. పళ్లెము అంచులో తేలికగా ఉన్న పట్టీ చుట్టబడి ఉంది. ఈ పట్టీకి 10 N తన్యత అదోముఖంగా పనిచేస్తున్నది. పళ్ళెము కోణీయ త్వరణాన్ని పళ్లెము అంచులోనున్న బిందువు యొక్క స్పర్శా త్వరణాన్ని కనుగొనుము.



పటము 6.18

కేంద్రాక్షం పరంగా టార్క్ τ విలువ

$$\tau = TR = (10\ N)\ (0.5\ m) = 5\ Nm$$

గతి పాలక చక్రము జడత్వ భ్రామకము కోణీయ వేగములకు సంబంధించి టార్క్‌ని కింది విధంగా కూడా తెలుపవచ్చు.

$$\therefore \tau = I\alpha = \frac{MR^2}{2}\ \alpha = \frac{(1\kappa\gamma)\ (0.5\mu)^2}{2}\ d = 0.125\alpha\ kgm$$

$$\therefore \alpha\ \frac{T}{01.25\ kgm} = \frac{.5Nm}{0.125\ kgm} = 4\ \text{rad s}^{-2}$$

అంచువద్దగల బిందువు స్పర్శాత్వరణము a అయిన

$$a = R\alpha = 4\text{rad s}^{-2}\ (0.5m)$$

$$\therefore a = 2m\ s^{-2}$$

6.11 సారాంశం

దృఢ వస్తువు పై పనిచేసె బలం పురితిప్పే శక్తిని టార్క్ (τ) అంటారు. దృఢ వస్తువు తలానికి లంబదిశలో గల అక్షం చుట్టూ తిరుగుతున్నప్పు డు దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగం α విలువ $I\omega$కి సమానంగా ఉంటుంది. I వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని, ω కోణీయ వేగాన్ని సూచిస్తాయి. కోణీయ ద్రవ్యవేగం కాలపరంగా మారేరేటు ఆ వస్తువుపై పనిచేసే టార్క్‌కు సమానంగా ఉంటుంది. భ్రమణ గతిలో ఉన్న వస్తువు గతిజశక్తి K కి $\frac{1}{2} I\omega^2$ సమానంగా ఉంటుంది.

సమాంతర లంబ లక్షాల సిద్ధాంతాలను ఉపయోగించి ఏదేని అక్షం పరంగా దృఢ వస్తువు జడత్వ భ్రమణాన్ని కనుక్కోవచ్చును.

సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతము ప్రకారము ఏదేని అక్షాన్ని బట్టి దృఢ వస్తువు జడత్వ భ్రామకము, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ద్వారా పోతూ, ఆ అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్న అక్షాన్నిబట్టి కనుగొన్న జడత్వ భ్రామకానికి ఆ అక్షాల మధ్య ఉండే దూరవర్గము వస్తువు ద్రవ్యరాశి లబ్ధము కలిపితే సమానంగా ఉంటుంది.

లంబాక్ష సిద్ధాంతం ప్రకారము సమతల దృఢవస్తువు తలానికి లంబంగా ఉన్న అక్షాన్ని బట్టి జడత్వ భ్రామకము,ఆ వస్తువు తలంలో ఒక దాని కొకటి లంబంగా ఉంది దత్తాక్షం ద్వారా పోతున్న రెండు అక్షాలను బట్టి గుణించిన జడత్వ భ్రామకాల మొత్తానికి సమానము.

6.12 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష

స్థూపఅక్షం పరంగా స్థూపాకారపు గుల్ల జడత్వ భ్రామకం

$$\frac{1}{2} M \; (R^2{}_2 + R^2{}_1)$$

6.13 నమూనా ప్రశ్నలు

I. **క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు 30 పంక్తులలో రాయండి.**

1. స్థూపాకారపు గుల్లజడత్వ భ్రామకాన్ని దాని సౌష్ఠవాన్ని బట్టి ఉత్పాదించండి.
2. సమాంతర లంబాక్ష సిద్ధాంతాలను నిర్వచించి విశదీకరించండి. వీటి ఆధారంగా దృఢ వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని ఏదేని అక్షం పరంగా ఎలా కనుక్కోవచ్చో వివరించండి.

II. **క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.**

1. పరిభ్రమిస్తున్న వస్తువు యొక్క భ్రమణగతిజశక్తికి ప్రమేయాన్ని ఉత్పాదించండి.
2. పరిభ్రమిస్తున్న వస్తువు టార్క్ పని, టార్క్ సామర్థ్యముల సంబంధాన్ని ఉత్పాదించండి.
3. పరిభ్రమిస్తున్న కణం యొక్క టార్క్‌కి, కోణీయ ద్రవ్యవేగానికి గల సంబంధాన్ని రాబట్టండి.

III. **క్రింది సమస్యను సాధించండి.**

అతి తేలిక కడ్డీ చివరల 10kg బరువు గల రెండు ద్రవ్యరాశులు గలవు. వ్యవస్థ కేంద్రం ద్వారా వెళ్ళుతూ కడ్డీ పొడవుకు లంబదిశలో గల అక్షాన్ని బట్టి వ్యవస్థ జడత్వ భ్రామకమెంత ?

(జవాబు 5 kg m^2)

భాగం – 7 కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం

విషయక్రమం

7.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని వివరిస్తుంది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్ర అనువర్తనాలైన సర్కస్‌లో దొమ్మరివాళ్ళు, మంచుమీద ఆడేవాళ్ళు చేసే విన్యాసాలను వివరించగలుగుతారు.

7.2 ప్రవేశిక

ఈ భాగంలో కోణీయ ద్రవ్యవేగ భావన, కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్ర పరిచయం ఉన్నాయి. దృఢ వస్తువులను చర్చించేటప్పుడు ఈ అంశాలు ఎంతో ఉపయోగపడతాయి.

7.3 కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం

జడత్వ నిర్దేశ చట్రంలోని స్థిర బిందువు పరంగా కణవ్యవస్థ కోణీయ ద్రవ్యవేగము మార్పురేటు వ్యవస్థ మీద పనిచేసే బాహ్యాటార్క్‌ల మొత్తానికి సమానము కనుక

$$\tau \text{ బాహ్యాము} = \frac{dL}{dt}$$

(7.1)

τ బాహ్యాము $=0$ అయినప్పుడు

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \qquad (7.2)$$

అవుతుంది. అంటే

$$\vec{L} = \text{ స్థిరము} \qquad (7.3)$$

కణ వ్యవస్థ మీద పనిచేసే టార్క్‌ల ఫలిత టార్క్ శూన్యంగా ఉన్నప్పుడు వ్యవస్థ మొత్తపు సదిశ కోణీయ ద్రవ్యవేగము స్థిరంగా ఉంటుంది. దీనినే కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రము

అంటారు. ఇది కణ వ్యవస్థకు దృఢ వస్తువులకు కూడా వర్తిస్తుంది. కణ వ్యవస్థ లోని కణాలు n అయిన ఒక బిందువు పరంగా వ్యవస్థ మొత్తపు కోణీయ ద్రవ్యవేగము L అయిన

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots L_n = \Sigma L$$
(7.4)

బాహ్యటార్క్‌ల ఫలిత టార్క్ శూన్యంగా ఉన్నప్పు డు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం

$$\Sigma L_i = \text{స్థిరము} \qquad (7.5)$$

సమీకరణము 7.5 ప్రకారము వ్యవస్థలోని కణాల కోణీయ ద్రవ్యవేగాలు మార్పువచ్చు కానీ వాటి సదిశ మొత్తం బాహ్యటార్క్‌ల పనిచేయనప్పు డు స్థిరంగా ఉంటుంది.

జడత్వ చట్రములో స్థిరంగా ఉన్న అక్షం వెంబడి పరిభ్రమిస్తున్న దృఢవస్తువుకు కింది సమీకరణము వర్తిస్తుంది.

$$L_z = I\,\omega \qquad (7.6)$$

ఇక్కడ L_z భ్రమణాక్షం వెంబడి కోణీయ ద్రవ్యవేగాంశమవుతుంది. I అదే అక్షాన్ని బట్టి దృఢ వస్తువు జడత్వ భ్రామకము. దృఢవస్తువులోని ద్రవ్యరాశి పునర్వితరణ చెందితే దాని జడత్వ భ్రామకం విలువ మారుతుంది. బాహ్యటార్క్ పనిచేయకపోతే I విలువ మారుట వలన కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రము ప్రకారము L_z స్థిరంగా ఉండాలి కనుక W విలువలో తదనుగుణ్యమార్పు ఏర్పడుతుంది. తొలి దశలో దృఢవస్తువు జడత్వ భ్రామకము I_0, కోణీయ వేగము w_0 అనుకొందాము. కొంత కాలము తరువాత దృఢవస్తువు ద్రవ్యరాశి పునర్వితరణ వలన దాని జడత్వ భ్రామకము I, కోణీయ వేగము w అయిందనుకొందాము. కోణీయ నిత్యత్వ సూత్రము ప్రకారము

$$I_0\,\omega = I\,\omega = \text{స్థిరము} \qquad (7.7)$$

సమీకరణము 7.7 భ్రమణ గతిలో నున్న దృఢ వస్తువులకు అనువర్తితమయ్యే కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని సూచిస్తుంది.

మాదిరి లెక్క 1

సమగోళాకృతిలో నున్న నక్షత్రం ద్రవ్యరాశి M అనుకొందాము. దీని కోణీయ వేగము ω_0 కాలగమనంలో దాని వ్యాసార్థము r_0 నుంచి r_fకి తగ్గింది. వ్యాసార్థము r_f ఉన్నప్పు డు నక్షత్రము కోణీయ వేగమెంత ?

నక్షత్రం వ్యాసార్థము r_f ఉన్నప్పు డు దాని కోణీయ వేగము w_f అయిన కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం

$$I_0\, w_f = I_f\, w_f$$

ఏకరీతి దళము వ్యాసార్థము r ద్రవ్యరాశి M అయిన దాని జడత్వ భ్రామకము

$$I = \frac{2Mr^2}{5}$$

$$\therefore\ I_0 = \frac{2Mr^2_0}{5} \qquad \iota = \frac{2Mr_f^2}{5}$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రము ప్రకారము

$$\frac{2M}{5} r_0^2\, w_0 = \frac{2M}{5} r_f^2\, w_f$$

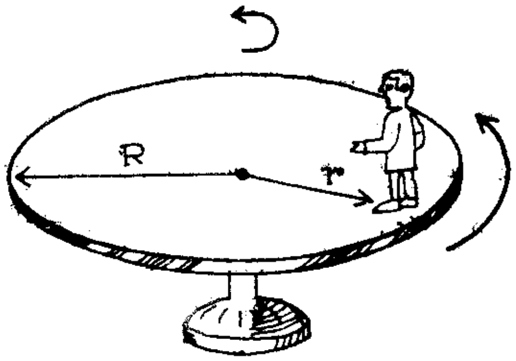
$$\therefore\ w = w\left(\frac{r_0}{r_f}\right)^2$$

పై సమీకరణం ప్రకారము నక్షత్రము క్షీణించే కొద్దీ అది ఎక్కువ వేగంగా పరిభ్రమిస్తుంది.

మాదిరి లెక్క 2

పటము7.1లో చూపినట్లు స్థూపాకారాకృతి గల సమాంతర ప్లాట్‌ఫారమ్ సమాంతర తలంలో ఘర్షణలేని ఇరుసు ఆధారంగా తిరుగుచున్నది. ప్లాట్‌ఫారమ్ ద్రవ్యరాశి 200 kg. దాని వ్యాసార్థము 4 m. 50 kg బరువుగల మనిషి ప్లాట్‌ఫారమ్ అంచునుంచి కేంద్రము వైపుకు నిదానముగా నడచుచున్నాడు.

మనిషి అంచు వద్ద నున్నప్పు డు ప్లాట్‌ఫారమ్ కోణీయ వేగము 5 rad s^{-1} అయిన మనిషి కేంద్రానికి 1n దూరములో ఉన్నప్పు డు ప్లాట్‌ఫారమ్ కోణీయ వేగమెంత ?



పటము 7.1 క్షితిజ సమాంతర ప్లాట్‌ఫారమ్ భ్రమణం

భ్రమణాక్షాన్ని బట్టి ప్లాట్‌ఫారమ్ జడత్వ భ్రామకము

$$I_p = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} (200kg)\ (4m)^2 = 1600\ kgm^2.$$

ప్లాట్‌ఫారమ్ అంచులో మనిషి ఉన్నప్పు డు అతని జడత్వ భ్రామకము

$$Im, o = mR^2 = 50\ kg(4m)^2 = 800\ kg\ m^2$$

మనిషి ప్లాట్‌ఫారమ్ అంచువద్ద ఉన్నప్పు డు వ్యవస్థ మొత్తం జడత్వ భ్రామకము

$$I_0 = I_p + I_{mv0} = 1600 + 800 = 2400\ kg\ m^2$$

మనిషి r = Im దూరంలో ఉన్నప్పుడు అతని జడత్వ భ్రామకము

$$I = mr^2 = 50\ kg\ (Im)^2 = 50\ kg\ m^2$$

మనిషి ప్లాట్‌ఫారమ్ కేంద్రంనుంచి Im దూరములో ఉన్నప్పు డు వ్యవస్థ జడత్వ భ్రామకము

$$I = I_p + I_m = 1600 + 50 = 1650\ kg\ m^2$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం

$$I_0\ \omega_0 = I\omega$$

$\omega_0 = 5rad\ s^{-1}$ కనుక

$$1650\ \omega = 2400\ X\ 5$$

$$\therefore\ \omega = \frac{2400X5}{1650}\ 7\frac{3}{11}\ rad\ s^{-1}$$

మనిషి ప్లాట్‌ఫారమ్ కేంద్రము నుంచి m దూరములో నున్నప్పు డు ప్లాట్‌ఫారమ్ కోణీయ వేగము $7\frac{3}{11}$ rad s^{-1}

మాదిరి లెక్క 3

గైరేషన్ వ్యాసార్థము 0.5m ద్రవ్యరాశి 5 kg గల పళ్ళెము కోణీయ వేగము 120 rpm లో పరిభ్రమిస్తున్నది. ఇది 10 kg ద్రవ్యరాశి 1m గైరేషన్ వ్యాసార్థము గల మరొక పళ్ళెముతో సంధానము చేయబడినది. రెండవ పళ్ళెము సంధానము కాక పూర్వము, మొదట పళ్ళెము తిరుగు దిశలోనే తిరుగుచుండినది. అప్పు డు దాని కోణీయ వేగము 60 rpm సంధానము జరిగిన తర్వాత పళ్ళెయుగళం యొక్క కోణీయ వేగమెంత ?

5kg పళ్ళెము జడత్వ భ్రామకము $= 5kg\ (0.1m)^2 = 1.25\ kg\ m^2$

10 kg వళ్ళెము జడత్వ భ్రామకము $= 10\ kg\ (1m)^2 = 10\ kg\ m^2$

5kg వళ్ళెము కోణీయ వేగము $\omega_1 = \frac{120}{60} \times 2\pi = 4\pi\ rad\ s^{-1}$

10kg వళ్ళెము కోణీయ వేగము $\omega_2 = \frac{60}{60} \times 2\pi = 2\pi\ rad\ s^{-1}$

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని సంధానానికి పూర్వము తర్వాత వ్యవస్థకు అనువర్తిస్తే

$$I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = (I_1 + I_2)\, \omega$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం

$$\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2} = \frac{1.25 \times 4\pi + 10 \times 2\pi}{10 + 1.25}$$

$$\omega = \frac{(5 + 20)\pi}{115} \times \frac{1}{2\pi} = 66.6\ r.p.m.$$

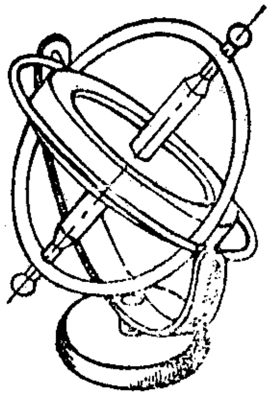
7.4 కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం – అనువర్తనాలు

నిత్యజీవితములో ఎన్నో సందర్భాలలో కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రము అనువర్తనాలు మనకు తారసిల్లుతుంటాయి. పరిభ్రమిస్తున్న వస్తువుల ఆసక్తికరములయిన లక్షణాలు ఈ కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ద్వారా తెలిసికొనవచ్చును. ఉదాహరణకు 7.2a లో పటము చూపిన అతి

పటము 7.2 a) ఆత్మభ్రమణంలో గల ప్రక్షేపకం b) ఆత్మభ్రమణంలో గల బొంగరం

వేగంగా ఆత్మభ్రమణం చేస్తున్న బుల్లెట్ ఇరు ప్రక్కలకు కంపనానికి లోను కాకుండా గమనానికి లోనవుతుంది. ప్రక్షేపకం గమనంలో నున్నప్పుడు ఇరుప్రక్కలకు కంపనానికి లోనవుతుండే దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగ సదిశరాశి దిశ మారుతుండాలి. ప్రక్షేపకం మీద ఎలాంటి బాహ్యటార్క్‌లు పనిచేయడం లేదు గనుక కోణీయ ద్రవ్యవేగ సదిశరాశి పునర్ దిగ్విన్యస్తత చెందుటకు వీలులేదు. కనుక బుల్లెట్ యొక్క గమనము ఒకే దిశాత్మకంగా ఉంటుంది. ఫలితంగా అది గమనంలో నున్నప్పుడు ఇరువైపులకు కంపనానికి లోను కాదు. పటము 7.2b లో బొంగరాన్ని చూపినాము. దీని ఆత్మభ్రమణ రేటు చాలా తక్కువ అయినప్పుడే అది భ్రమణాక్షానికి ఇరువైపులా కంపనానికి లోనవుతూ కింద పడుతుంది. గైరోస్కోపు కూడా కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఆధారంగా పనిచేస్తుంది.

పటం 7.3లో గైరోస్టాట్ చూపబడినది. సౌష్ఠవ అక్షాన్ని ఆధారంగా చేసుకొని అతి వేగంతో (తిరిగే) భ్రమించే గుండ్రని బిళ్ళను కలిగి ఉంటుంది. చక్రం అక్షం గిమ్‌బాల్స్‌పైన ఉంటుంది. అందువలన చక్రం అక్షంతో సహా మూడు లంబాక్షాల గుండా త్రిప్పడానికి వీలుగా ఉంటుంది. కావున ఏ బాహ్యటార్క్ కూడా భ్రమించే బిళ్ళపై పనిచేయదు. అందువలన కోణీయ త్వరణం స్థిరంగా ఉంటుంది. ఈ విధంగా గైరోస్టాట్‌లోని బిళ్ళ వివిధదిశలలో పునర్వ్యవస్థీకరించ బడుతుంది. ఆత్మ భ్రమణానికి లోనువుతున్న చక్రము యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగ సదిశ రాశి దిశ ప్రదేశంలో స్థిరంగా ఉంటుంది. అనే నియమం ఆధారంగా విమానాలలో ఉండే జైరోస్కోపు పనిచేస్తుంది. చక్రము అంచుల వద్దకు గాలి ధార (air stream) ను పంపుట ద్వారా చక్రము ఆత్మభ్రమణం చేస్తువుండేలా ఉంచుతారు. అందుచేత విమానానికి వెలుపల ఏమీ కనపడకపోయినా గైరోస్కోపు ద్వారా పైలెట్‌కి స్థిర నిర్దేశ దిశ తెలుస్తుంటుంది.



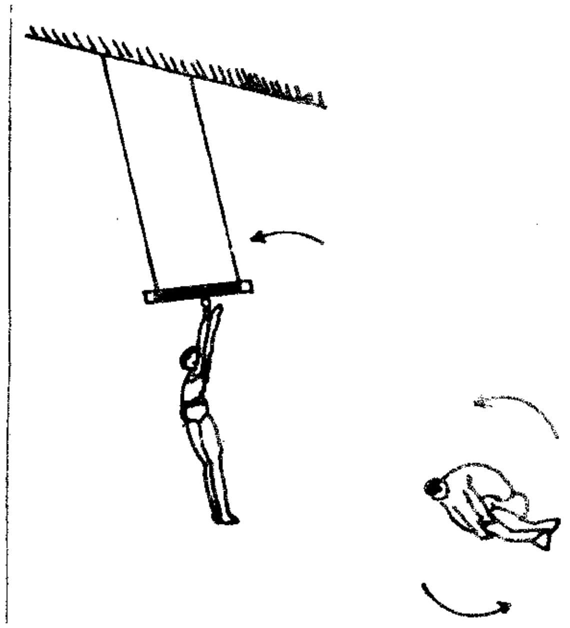
పటము - 73
గైరోస్కోపు

సర్కస్‌లో దొమ్మరివాళ్ళు మంచుమీద ఆడేవాళ్ళు (ice scaters), నీటిలో ఈతగాళ్ళు బాలట్ నాట్యం చేసేవాళ్ళు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఆధారంగా అనేక విన్యాసాలు చేస్తారు. ఈ సూత్రం అనువర్తనానికి ఉదాహరణగా ఐస్‌స్కేటర్ ఆత్మభ్రమణం చేస్తున్నప్పు డు జరిపే విన్యాసాలు పరిశీలిద్దాము. మొదట ఐస్‌స్కేటర్ ఒక ఆత్మభ్రమణం చేసి ఒంటిస్కేట్ మీద నిలబడి ఆ స్థానం ఆధారంగా పరిభ్రమించుటకు మొదలిడుతాడు. స్కేట్‌కి మంచుకి మధ్య ఘర్షణ లేదు గనుక ఐస్‌స్కేట్ స్వేచ్ఛా టార్క్ వ్యవస్థ (torque free system)గా సాధారణంగా కాలు చేతులూ వీలయినంత దూరంగా చాపి నడుము సమాంతరంగా వంచి ఆత్మభ్రమణాన్ని మొదలిడుతాడు. ఇలాంటి స్థితిలో ఐస్

పటము 7.4 a స్కేటర్ తొలి స్థితి (b) స్కేటర్ తుది స్థితి

స్కేటర్ ద్రవ్యరాశి వీలయినంత వరకు భ్రమణాక్షం నుంచి దూరంగా ఉంటుంది. అందుచేత ఐస్‌స్కేటర్ జడత్వ భ్రామకము గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. నిర్దేశ భ్రమణాక్షం చుట్టూ తిరుగుతూ తన దేహంలోని వివిధ భాగాల స్థానాలను మారుస్తూ పటము 7.4 bలో చూపిన విధంగా తన దేహాన్ని మార్చుకొంటాడు. ఇలాంటి స్థితిలో ఐస్‌స్కేటర్ ద్రవ్యరాశి అధిక భాగము భ్రమణాక్షానికి దగ్గరలో ఉంటుంది. ఫలితంగా అతని జడత్వ భ్రామకం అధికంగా తగ్గుతుంది. కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం $I\omega$ స్థిరంగా ఉండాలి. ఐస్ స్కేటర్ విషయంలో I తగ్గుతుంది కనుక ω పెరగాలి. కుశలుడైన ఐస్‌స్కేటర్ అత్యధిక ఆత్మభ్రమణ రేటును పొంది చూచువారలకు అస్పష్టంగా గోచరిస్తాడు.

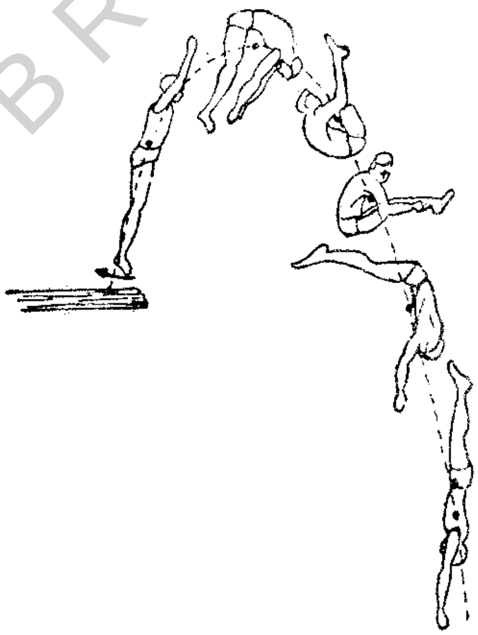
టము 7.5లో చూపినట్లు ఊయలలను అప్పు డే వదలిన సర్కస్ ఆటగాడిని పరిశీలిద్దాము. ఇతడు తన కాళ్ళు చేతులు కొద్దిపాటి సవ్యకోణీయ ద్రవ్యవేగంతో విన్యాసాన్ని మొదలిడుతాడు. ఇతడు తన కాళ్లను చేతులను దగ్గరకు లాగుకొనినప్పు డు అతని జడత్వ భ్రామకం తగ్గుతుంది. స్థిరంగా ఉండాలి



పటము 7.5 ఊయలను వదలిన సర్కస్ ఆటగాడు

గనుక సర్కస్ ఆటగాడి కోణీయ వేగము పెరుగుతుంది. ఫలితంగా అతడు పైకిగానీ కిందకుగానీ చుట్టూ తిరుగుతూ విన్యాసాన్ని కొనసాగిస్తాడు.

పటము 7.6లో చూపిన ఈతగాని గమనాన్ని పరిశీలిద్దాము. ఇతడు డైవింగ్ బల్లను వదిలేటప్పుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ద్వారా పోయే క్షితిజ సమాంతర అక్షాన్నిబట్టి అతన్ని ω కోణీయ

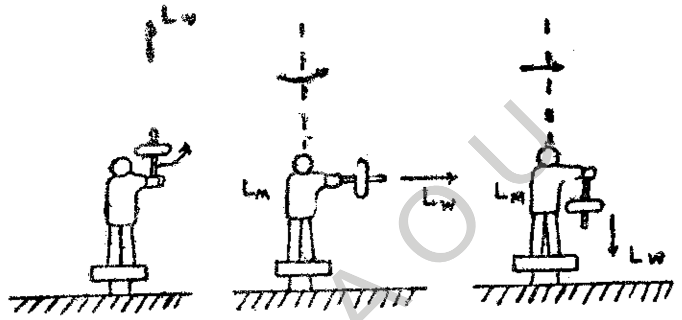


పటము 7.6 ఈతగాడి గమనం

వేగము ఉందనుకొందాము. నీటిలో దూకుటకు ముందు ఇతడు అర్థభ్రమణాన్ని చేసినాడనుకొందాము. ఇదేకాలంలో అతడు మూడు అర్థభ్రమణాలు చేయాలంటే తన కోణీయ వేగాన్ని మూడురెట్లు పెంచాలి. గురుత్వాకర్షణ తప్ప ఈతగాడిపై మరే ఇతర బలాలు పనిచేయడం లేదు. గురుత్వాకర్షణవల్ల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్నిబట్టి టార్క్ ఉండదు. ఫలితంగా ఈతగాడి కోణీయ ద్రవ్యవేగము స్థిరంగా ఉంటుంది. అంటే $I_0 \omega_0 = I\omega$. ఇక్కడ $\omega = 3\omega_0$ కనుక ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ద్వారా పోయే క్షితిజ సమాంతర అక్షాన్ని బట్టి ఈతగాడు తన జడత్వ భ్రామకాన్ని $I = I_0 / 3$ మార్చాలి. ఇతడు తన కాళ్ళను చేతులను శరీర మధ్య భాగానికి మార్చుకొనుట ద్వారా తన జడత్వ భ్రామకాన్ని $I_0 / 3$ మార్చగలుగుతాడు. తొలికోణీయ వేగము ఎంత ఎక్కువగా ఉంటే జడత్వభ్రామకాన్ని తగ్గించుకొనే సామర్థ్యాన్ని బట్టి ఈతగాడు దత్తకాల వ్యవధిలో ఎక్కువ పరిభ్రమణాలు చేయగలుగుతాడు.

ఈతగాడి భ్రమణ గతిజశక్తి స్థిరంగా ఉండదు. $I < I_0$ కనుక ఈతగాడు పల్టీ కొట్టేటప్పుడు అతని భ్రమణ గతిజశక్తి డైవింగ్ బల్లను వదలేటప్పుడు ఉన్న భ్రమణ గతిజశక్తి కన్నా ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఈ హెచ్చు అయిన భ్రమణ గతిజశక్తి తన కాళ్ళు చేతులు ముడుచుటలో ఈతగాడు చేసే పనివల్ల లభిస్తుంది.

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అనువర్తనానికి మరొక ఉదాహరణ పటము 7.7లో చూడవచ్చు. శీర్షాక్షం వెంబడి తిరుగుడు బల్ల మీద ఒక మనిషి నిలబడి ఉన్నాడు. అతని మీద



పటము 7.7 తిరుగుడు బల్లమీద చేతితో చక్రం గల మనిషి గమనం

బాహ్యటార్క్‌లు పనిచేయడం లేదు. విరామస్థితిలో నున్న ఆ మనిషి ఆత్మభ్రమణం చేస్తున్న చక్రాన్ని చేతిలో పట్టుకొని ఉన్నాడనుకొందాము. ఈ చక్రము యొక్క కోణీయ ద్రవ్య వేగము దిశ శీర్షాకం వెంబడి ఉంటుంది. మనిషి + చక్రము యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగము విలువ L చక్రమునకు సమానంగా ఉంటుంది. చక్రం భ్రమణాక్షాన్ని శీర్షాక్షం నుంచి ప్రక్కలకు త్రిప్పినపుడు చక్రము కోణీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క శీర్షాంశము తగ్గుతుంది. Z అక్షాన్ని బట్టి చక్రము కోణీయ ద్రవ్యవేగము Lz 0ఉంటుంది. ఇచ్చట 0 చక్రము అక్షానికి శీర్షాక్షానికి గల మధ్య కోణము కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం Lz విలువ స్థిరంగా ఉండాలి. కనుక లోపించిన Lz విలువ తిరుగుడు బల్ల మనిసి కలిసి తిరుగుటకు మొదలవుటచే లభిస్తుంది. చక్రాన్ని తిరగి స్థానానికి తెస్తే మనిషి తిరుగుడు బల్ల నిశ్చల స్థితికి వస్తాయి. బాహ్యటార్క్‌లు పనిచేయనంతవరకు చక్రము కోణీయ ద్రవ్యవేగము z అంశము ఎలా మారినా తదనుగుణ్య ఫలితాలు మనిషి తిరుగుడు బల్లలో ద్యోతక మవుతాయి. ఉదాహరణకి తొలిదశలో మనిషి తిరుగుడు బల్ల నిశ్చలంగాను చక్రం ఆత్మభ్రమణం చేస్తూ ఉన్నాయనుకొందాము. మనిషి చక్రాన్ని ఆపితే వెనువెంటనే తాను తిరుగుడు బల్ల పరిభ్రమణానికి లోనవుతారు. Lz విలువ రెండు సందర్భాలలోను ఒకే విలువను కలిగి ఉంటుంది. చక్రము భ్రమణాక్షము శీర్షాక్షం వెంబడి ఉన్నప్పుడు మనిషి తన రెండవ చేతితో దానిని త్రిప్పితే మనిషి తిరుగుడు బల్ల భ్రమణం చేయుట తగ్గుతూ చక్రము గరిష్ఠ భ్రమణ వేగం పొందినప్పుడు నిశ్చల స్థితికి వస్తారు.

7.5 సూక్ష్మస్థూల వ్యవస్థలకు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అనువర్తన

పరమాణు, కేంద్రక, భౌతిక శాస్త్రాలలో తారసిల్లే ఉపపరమాణు కణ వ్యవస్థలకు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అనువర్తితమౌతుంది. పరమాణు అభిఘాత ప్రక్రియలకు ఈ సూత్రాన్ని అనువర్తించి వాటి అన్యోన్య చర్యా ఫలితాలను గూర్చి తెలుసుకొనవచ్చును. పరమాణు కేంద్రక కణ చర్యలు న్యూటన్ యాంత్రిక శాస్త్ర ఫలితాలు అనువర్తితం కావు. కానీ కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అణు కేంద్రక చర్యలకు అనువర్తిత మవుతుంది. అంటే ఈ సూత్రం న్యూటన్ యాంత్రిక సూత్రాలకన్నా మౌలికమయినదని తెలుస్తుంది.

బహుకణ వ్యవస్థలో కోణీయ ద్రవ్య వేగము నిత్యత్వంగా ఉంటుందని మనకు తెలుసు. నియమిత పరిమాణము, ఆత్మ భ్రమణము కల్గిన వస్తువుల వ్యవస్థను తీసుకుందాం. అయినప్పటికి ఈ వ్యవస్థలో ద్రవ్య వేగము నిత్యత్వంగా ఉంటుంది. కాని వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగం లెక్క కట్టేటప్పు డు ఆత్మ భ్రమణం వల్ల కలిగే ద్రవ్యవేగాన్ని కూడా లెక్కలోనికి తీసుకొనవలెను.

పరమాణు కేంద్రక భౌతిక శాస్త్రాలలో మనకు ఎలెక్ట్రాన్‌లు ప్రోటాన్‌లు, న్యూట్రాన్‌లు, మెసాన్‌లు బేరియాన్‌లో మొదలగు కణాలుగల కణ వ్యవస్థలు తారసిల్లుతాయి. ఇవి ఆత్మభ్రమణము, మరొక అక్షాన్ని బట్టి కక్షీయ గమనం వల్ల కోణీయ ద్రవ్యవేగము కలిగి ఉంటాయి. కోణీయ ద్రవ్య వేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తించేటప్పు డు ఆత్మభ్రమణ కక్షీయగమన కోణీయ ద్రవ్యవేగాలను రెండింటిని లెక్కలోకి తీసుకోవాలి. సూక్ష్మ వ్యవస్థలకు కోణీయ ద్రవ్యవేగ విలువలు స్వంతంగా కాకుండా వివిక్తంగా (discrete) ఉంటాయి. అంటే సూక్ష్మ కణాల కోణీయ ద్రవ్యవేగము క్వాంటీకృతమై ఉంటుంది.

గ్రహగమనము ఉపగ్రహాల గమనము మొదలగు స్థూల వ్యవస్థలకు కూడా కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అనువర్తితమౌతుంది. వీటికి ఈ సూత్రాన్ని అనువర్తించేటప్పు డు ఆ స్థూల వస్తువుల స్వభావజ ఆత్మభ్రమణాన్ని కూడా లెక్కలోకి తీసికోవాలి. సౌర కుటుంబ పుట్టుకను, బృహత్ నక్షత్ర పుట్టుకను గురించిన సిద్ధాంతాల ఉత్పాదనలో కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రముఖ పాత్ర వహిస్తుంది. ఉదాహరణకు నక్షత్రాల ఆవిర్భావంలో కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ఎలా వర్తిస్తుందా పరిశీలద్దాము.

అంతర్నక్షత్ర అంతరాళంలో ధూళి వాయు మేఘాలు స్వగురుత్వ ఆకర్షణ వలన నక్షత్రాలు ఏర్పడుతాయి. పాలపుంత మెల్లగా పరిభ్రమిస్తూంటుంది. గనుక ధూళి వాయు మేఘాల వ్యవస్థకు ఆదిలో కొద్దిపాటి కోణీయ వేగము ఉంటుంది. ఈ మేఘాలు కుచించుకొని సాంద్రతరమైనప్పు డు దాని జడత్వ భ్రామకము తగ్గుతుంది. ఫలితంగా కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం దాని కోణీయ వేగము అధికమవుతుంది. గురుత్వ సంకోచం వల్ల నక్షత్రం వేడెక్కి దీప్తివంత మవుతుంది. ఇంకా సంకోచించే కొద్దీ స్వయంచాలక కేంద్రక చర్యలు మొదలవుతాయి.

7.6 సారాంశం

కణ వ్యవస్థపై పనిచేసే ఫలిత టార్క్ విలువ శూన్యమయినప్పు డు, వ్యవస్థ మొత్తం కోణీయ ద్రవ్య వేగం స్థిరంగా ఉంటుంది. దీనినే కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం అంటారు. సర్కస్‌లో దొమ్మరివాళ్ళు, నీటిలో ఈతగాళ్ళు, మచం మీద ఆడే వాళ్లు, కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ననుసరించే అనేక విన్యాసాలు చేస్తారు.

7.7. నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి :

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని వివరించండి. ఈ సూత్రంపాటింపబడే కొన్ని అనువర్తనాలను విశదీకరించండి ?

7.8 పదకోశం

స్వేచ్ఛా పతము	ఒక ఎత్తునుంచి భూమిమీదకు శూన్యవేగంతో పడవైచిన వస్తువు క్రమరీతి త్వరణముతో పయనిస్తూ భూమి మీదకు పతనమవుతుంది. ఈ పతనాన్నే స్వేచ్ఛా పతనము అంటారు.
దృఢ వస్తువు	చలనానికి గురిచేసినప్పుడు ఒక వస్తువులోని కణాలన్నీ ఒకే స్థానాంతర చలనం పొందినప్పుడు ఆ వస్తువును దృఢవస్తువు అంటారు.
ప్రక్క కదలికగల గమనం	వస్తువు గమనంలో వున్నప్పుడు దాని దిగ్విన్యాసములో మార్పు ఉంటే అలాంటి
(Wobbling motion)	వస్తువుకు ప్రక్క కదలిక గలదని అంటారు.
అంచుతలము	వస్తువు యొక్క బహిర్ తలము.
సోమర్ సాల్ట్	కిందకు పడునప్పుడు కాళ్లు పైకి తల క్రిందికి చేసే విన్యాసాన్ని సోమర్ సాల్ట్ అంటారు.
ఉప పరమాణు కణాలు	ప్రాథమిక కణాలు, ఎలెక్ట్రాన్, ప్రోటాన్, న్యూట్రాన్, మొదలగునవి.
దీప్తి	వస్తువు నుంచి కాంతి ఉద్గారమయితే ఆ వస్తువు దీప్తివంతంగా ఉందంటాము.
కేంద్రక చర్య	కేంద్రక కణాలు పరమాణు కేంద్రకాల మధ్య జరిగే చర్య.
కోణీయ ద్రవ్యవేగ సదిశరాశి	కోణీయ ద్రవ్య వేగము సదిశరాశి. కోణీయ ద్రవ్యవేగాలను సంకలనం చేసేటప్పుడు సదిశాత్మకంగా చేయాలి.

7.9 చదవదగిన గ్రంథాలు

1.	Resnick, R s Halliday	Physics Part 1	Wiley Eastern Pvt Ltd. New Delhi
2.	Sears F-w & Zemansky M.W.	College Physics	Addison weslley Publishing co Inccc. Londn.
3.	Zafirators, C-D	Physics	John wiley & Son & Inc. New Delhi
4.	Buche, F.	Technical Physics	Harper & Row Publishers New York.
5.	Harnwell, G.P. & I egge G.J.F.	Physics Matter, Energy and uniurse	East west Press Pot Ltd. New Delhi.
6.	Ser way R.A.	Concepts, Problems and Solutions in general Physics vol. J.	W.B. Saunders Co. London.
7.	White H.E.	Modern College Physics	East west Press Pvt. Ltd. New Delhi.
8.	Ed. Subrahmanyam S.V.	Mechanics	Telugu Akademi Hyderabad.

ఖండం - 4 : గురుత్వాకర్షణ

భాగం – 8 విశ్వగురుత్వ సూత్రం – విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం

విషయక్రమం

8.1 ఉద్దేశ్యాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం న్యూటన్ విశ్వగురుత్వ సూత్రాన్ని, విశ్వగురుత్వాకర్షణ స్థిరాంక (ప్రయోగం ద్వారా) నిర్ణయాన్ని వివరిస్తుంది.

మీరు సూత్రాన్ని అర్థం చేసుకొనడానికి అనువుగా

1) కెప్లర్ సూత్రాల ఆధారంగా విశ్వగురుత్వ సూత్రం.
2) బాయిన్ మరియు కేవెండిష్ పద్ధతుల ద్వారా విశ్వగురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం G విలువ నిర్ణయించడం మొదలైన అంశాల వివరణ ఉంది.

ఈభాగం చదివిన తరువాత మీరు

1) గురుత్వ త్వరణ అక్షాంశ, ఉన్నతాంశాలతో ఏవిధంగా మారుతుందో వివరించ గలుగుతారు.
2) గురుత్వాకర్షణ బలం బలహీన బలంగా గుర్తించగలుగుతారు.

8.2 ప్రవేశిక

17వ శతాబ్దిలో జరిగిన ప్రముఖ వైజ్ఞానిక ఆవిష్కరణలలో ఒకటిగా సర్ఐజాక్‌న్యూటాన్ ప్రతిపాదించిన విశ్వగురుత్వ సూత్రాన్ని పేర్కొనవచ్చు. ఈ సూత్రావిష్కరణ ద్వారా వైజ్ఞానికంగా ఎంతో అభివృద్ధి సాధించుటకు వీలయింది. భౌతిక విశ్వానికి మూలాధారమైన సూత్రాన్ని కనుగొనుటకు దగిన సామర్థ్యము ఉన్నందుకు, ఉన్నది ఒకే విశ్వం గనుక ప్రత్యర్థి అంటూ న్యూటన్‌కు లేనందున న్యూటన్ రెండు విధాలుగా అదృష్టవంతుడని లాప్లేస్ అనే శాస్త్రజ్ఞుడు న్యూటన్‌ని అభినందిస్తూ పేర్కొన్నాడు. న్యూటన్ రాబర్ట్ హూక్‌కి రాసిన ఒక లేఖలో తాను ప్రకృతి పరిశోధనలో తదితరులకన్నా ఒకడుగు ముందుగా ఉండుటకు కారణం రాబర్ట్ హూక్, డెస్కార్టెస్, గెలీలియో, కెప్లర్ మొదలగు ప్రముఖ శాస్త్రజ్ఞుల పరిశోధనల వలననేనని పేర్కొన్నారు.

గెలీలియో వస్తు గమనాలను గూర్చి విశేషంగా అధ్యయనం చేసినాడు. ఇతడు పైసా వాలుగోపురం నుంచి జరిపిన స్వేచ్ఛ పతన ప్రయోగము ఎంతో ప్రసిద్ధి చెందినది. ఈ ప్రయోగం ఆధారంగా ద్రవ్యరాశుల విలువలు వేరుగా ఉన్నా అన్ని వస్తువులు ఒకే త్వరణంతో పతనమవుతాయని గెలీలియో పేర్కొన్నాడు. కానీ ఆనాటి వైజ్ఞానిక తత్వవేత్తలు అన్ని వస్తువులు భూమిలో అంటుకొని ఉండుట ప్రకృతి సహజం కనుకే స్వేచ్ఛా పతనానికి లోనవుతున్నాయని పేర్కొనేవారు.

గురుత్వ సూత్రం ఆవిష్కరణ ఖగోళ శాస్త్రంలో పురోభివృద్ధి జరిగేంత వరకు వేచి ఉండింది.

విశ్వ ప్రకృతిని గూర్చి మొట్టమొదట పరిశోధనలు చేసినవారు గ్రీకు ఖగోళ శాస్త్రజ్ఞులు. 2వ శతాబ్దంలో టాలిమీ (ptolemy) భూకేంద్ర సిద్ధాంతాన్ని (geocentric theory) ప్రతిపాదించినాడు. ఈ సిద్ధాంతం ప్రకారం ఈ విశ్వానికి భూమి కేంద్రము. ఈ భూమి చుట్టూ గ్రహాలు సూర్యుడు నక్షత్రాలు వృత్తాకార కక్ష్యలలో తిరుగుతుంటాయి. ఈ భూకేంద్రక సిద్ధాంతం 16వ శతాబ్దం వరకు అందరూ అంగీకరించారు. 16వ శతాబ్దంలో కోపర్నికస్ సూర్యకేంద్రక సిద్ధాంతాన్ని (heliocentric theory) ప్రతిపాదించాడు. ఈ సిద్ధాంతం ప్రకారం సూర్యుడు కేంద్రంగా వున్న వృత్తాకార కక్ష్యలలో భూమి తదితర గ్రహాలు పరిభ్రమిస్తాయి అని భావించబడినది. ఈ రెండు సిద్ధాంతాల మధ్య తాత్విక సంబంధమైన చర్చలు ఏది సరయిన సిద్ధాంతమో తెలిసికొనుటకు ఖగోళ శాస్త్రజ్ఞులు గగన వస్తువులను గూర్చి పరిశోధనలు విస్తృతంగా ఆ కాలంలో జరిపినారు. వీరిలోప్రముఖంగా గ్రహ గమన దత్తాంశాన్ని పొందుపరచిన శాస్త్రజ్ఞుడు టైకోబ్రాహి. టెలిస్కోపు ఉపయోగించకుండా గ్రహగతులను పరిశోధించిన శాస్త్రజ్ఞులలో టైకోబ్రాహి ఆఖరివాడు. 20 సంవత్సరాల నిర్విరామంగా కృషి చేస్తూ, సరళ దృగోచర పరికరాల ఆధారంగా గ్రహస్థానాలకు ఇతడు రికార్డ్ చేశాడు. ఇతడు గ్రహ స్థానాలను 1/60° ఖచ్చితత్వంతో రికార్డు చేయగలిగాడు. కాని, ఈ పరిశోధనా ఫలితాలను విశ్లేషణ చేయకుండానే అతడు చనిపోయినాడు. ఇతడు తన పరిశోధనా ఫలితాలను విశ్లేషణ చేసి ప్రచురించ మని తన శిష్యుడయిన జొహాన్నెస్ కెప్లర్‌ను కోరాడు. కెప్లర్ ఈ పరిశోధనా ఫలితాలను సమీకరించి గతులను గూర్చిన సూత్రాలను ప్రతిపాదించినాడు.

టైకోబ్రాహి సంగ్రహ పరచిన దత్తాంశం ఆధారంగా గ్రహగతుల కక్ష్యలను గూర్చి గణితరీత్యా సూచించవచ్చని కెప్లర్ గ్రహించాడు. కుజగ్రహం యొక్క దత్తాంశం ఆధారంగా ఆ గ్రహం కక్ష్యను నిర్ధారించుటకు వీలవుతుందని తలచి కెప్లర్ ఆ దత్తాంశాన్ని విశ్లేషణ చేసాడు. కుజగ్రహం కక్ష్యకు సంబంధించి సేకరించిన 40 స్థానాలకు విశ్లేషణ చేసినప్పు డు దాని కక్ష్య కొద్దిగా అంతా కృతిలో నున్నట్లు కెప్లర్ గ్రహించాడు. ఉత్కేంద్రక వృత్తాకార కక్ష్యలుగానీ దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలు గానీ కుజగ్రహ దత్తాంశానికి సరిపడలేదు. కానీ సూర్యుడు ఒక నాభివద్ద ఉన్నాడని అనుకొని కుజగ్రహం దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుతున్నాడని భావించినపుడు కుజగ్రహ దత్తాంశము దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యకు సరిపోయినది. టైకోబ్రాహి సంగ్రహ పరచిన వివిధ గ్రహాల గమన రీతుల దత్తాంశాన్ని విశ్లేషణ చేసిన తదుపరి కెప్లర్ గ్రహ గమనాలను గూర్చి మూడు సూత్రాలను ప్రతిపాదించాడు. ఈ సూత్రాలను కెప్లర్ గ్రహ గమన సూత్రాలు అంటారు. ఇవి.

1. ప్రతి గ్రహము సూర్యునిచుట్టూ దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుతుంటుంది. సూర్యుడు, దీర్ఘ వృత్తానికి గల ఏదో ఒక నాభిలో ఉంటాడు.
2. సూర్యుని, గ్రహాన్ని కలిపే సదిశ త్రిజ్య సమాన కాల వ్యవధులలో సమాన వైశాల్యాలున్న ప్రదేశాలను ప్రసర్పము చేస్తుంది.
3. ప్రతి గ్రహం యొక్క కక్ష్యా వర్తనకాల వర్గము ఆ గ్రహం నుంచి సూర్యునికి గల సరాసరి దూర ఘనానికి అనులోమాన పాతంలో ఉంటుంది.

పై మూడు సూత్రాలు న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించుటకు ఆధార భూతమైనవి. 1665లో తన 23వ ఏట న్యూటన్ కేంబ్రిడ్జి విశ్వవిద్యాలయం నుంచి డిగ్రీ పట్టా పుచ్చుకొని తన స్వంత స్థలమగు ఉల్ త్రొప్ (wools thropio) కి వెళ్ళి అచ్చట $1\frac{1}{2}$ సంవత్సరాలు ఉండినాడు. ఈ సమయంలో అతడు గణిత శాస్త్రానికి భౌతిక శాస్త్రానికి సంబంధించిన అనేక మౌలిక సమస్యలను గూర్చి ఆలోచిస్తూ ఉండేవాడు. ఈ కాలంలోనే విశ్వ గురుత్వ సూత్ర ప్రతిపాదనను, బైనామియల్ (Bionomial) సిద్ధాంతావిష్కరణ, అవకలన సమాకలన గణిత శాస్త్రావిష్కరణ, కాంతి రంగులను గూర్చిన మౌలిక ధర్మాల పరిశీలన న్యూటన్ చేయగలిగాడు. ఇతడు న్యూటోనియన్ యాంత్రిక శాస్త్రానికి పునాదులు కూడా ఈ కాలంలోనే చేయగలిగాడు. ఇంతటి సృజనాత్మక శక్తి గల శాస్త్రజ్ఞుడుచరిత్రను పరిశీలిస్తే ఒక్క ఐన్‌స్టీన్ తప్ప మరొక్కడు గోచరించడు.

కెప్లర్, గహగమన సూత్రాలను ప్రతిపాదించినపుడు వాటి గమనానికి గల కారణాలను గూర్చి చర్చించలేదు. ఆనాటికి బలాన్ని గురించి సరయిన అవగాహన ఏర్పడలేదు. న్యూటన్ మూడు గమన సూత్రాలను, అవకలన సమాకలన శాస్త్రాన్ని గురుత్వాకర్షణ సూత్రాన్ని ప్రతిపాదించిన తర్వాతనే గ్రహ గమనాలను వివులీకరించుటకు ప్రయత్నించాడు. గ్రహాన్ని సూర్యుని కలిపే సదిశత్రిజ్య వెంబడి

సూర్యుని దిశలో పనిచేస్తున్న బలమే గ్రహ గమనానికి కారణమని న్యూటన్ భావించాడు. ప్రాముఖ్యతను సంతరించుకొన్న ఆపిల్‌పండు పతన సంఘటనతో బహుశా ఉత్తేజితుడైన న్యూటన్ గ్రహగమనానికి కారణమైన బలం, వివిధ వస్తువులపై భూమి వలన కలిగే గురుత్వాకర్షణ బలం లాంటిదేనని నిర్ణయానికి వచ్చాడు. గురుత్వాకర్షణ బలం విశ్వంలోని ఏ రెండు వస్తువుల మధ్యనయినా పనిచేస్తుందని, గ్రహగమనము, పతన వస్తువుల గమనము ఈ గురుత్వాకర్షణ బలం మూలంగానే జరుగుతుందని న్యూటన్ సిద్ధాంతీకరించాడు. భూమిచుట్టూ చంద్రుని గమనము, కూడ భూమిపై పనిచేసే వాటి మధ్య గల గురుత్వాకర్షణ బలమే కారణము. గురుత్వ సూత్రాన్ని విశ్వంలోని అన్ని వస్తువులకు వాటి ద్రవ్యరాశులు, వాటి మధ్య దూరము ఎలా ఉన్నా వర్తిస్తుందని న్యూటన్ బావించి 1687 లో విశ్వ గురుత్వ సూత్రాన్ని ప్రతిపాదించాడు. న్యూటన్ భావనలు ప్రాతిపదికగా విశ్వగురుత్వ సూత్రాన్ని ఎలా ఉత్పాదించవచ్చో ప్రస్తుతం అధ్యయనం చేద్దాము.

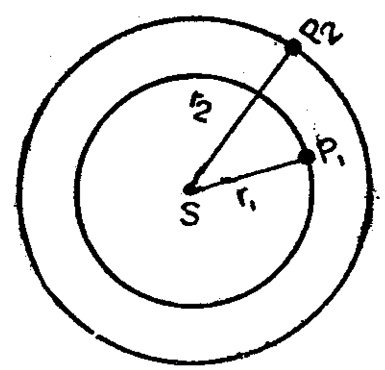
8.3 కెప్లర్ సూత్రాలు – న్యూటన్ గురుత్వ సూత్రం

కెప్లర్ గ్రహగమన సూత్రాలను విశ్లేషణ చేసి న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సూత్రాన్ని ఉత్పాదించాడు. భూమికి ఏ ఇతర వస్తువుకైనా మధ్య గల గురుత్వాకర్షణను విశదీకరించుటకు, భూమిని కణంగా బావించాడు. భూమి యొక్క ద్రవ్యరాశి అంతా దాని కేంద్రం వద్ద కేంద్రీకృతమై ఉంటుందని కూడా భావించాడు. పతన వస్తువుల త్వరణం వాటినుంచి భూమికి గల దూరము వర్గానికి విలోమాను పాతంలో ఉంటుందని కూడా న్యూటన్ భావించాడు. 1666వ సంవత్సరములో న్యూటన్, చంద్రుని కక్ష్యకు గురుత్వార్షణను అనువర్తించడానికి ఆలోచించడం మొదలెట్టినాడు. గ్రహాలు తమ కక్ష్యలలో పరిభ్రమించుటకు కారణమైన బలం కక్ష్యా కేంద్రం నుంచి తన స్థానానికి గల దూరం వర్గానికి విలోమాను పాతంలో ఉంటుందని, చంద్రుని తన కక్ష్యలో ఉంచుటకు అవసరమైన బలాన్ని భూమి ఉపరితలం మీద వస్తువులపై పనిచేసే భూమ్యాకర్షణ బలంతో పోల్చినప్పుడు ఊహించిన ఫలితాలే వచ్చాయని న్యూటన్ పేర్కొన్నాడు,

న్యూటన్, గురుత్వాకర్షణ బలం ఆకర్షణకు లోనయే వస్తువుల ద్రవ్యరాశుల లబ్దానికి అనులోమాను పాతంలోను, వాటి మధ్య దూరవర్గానికి విలోమాను పాతంలోను ఉంటుందని ప్రతిపాదించినాడు. ఈ గురుత్వాకర్ష భావనను విశ్వ జనీనం చేసి విశ్వ గురుత్వ సూత్రంగా ప్రతిపాదించినాడు.

కెప్లర్ మూడవ సూత్రం ఆధారంగా సూర్యునికి గ్రహాలకు మధ్య పనిచేసే బలాలు వాటి మధ్య దూర వర్గానికి విలోమాను పాతంలో ఉంటాయని న్యూటన్ ఉత్పాదించాడు.

కెప్లర్ మూడవ నియమము నుంచి (గురుత్వాకర్షణ) విలోమ వర్గ నియమాన్ని ఉత్పాదించడం ఎలాగో చూద్దాం. P_1, P_2 అనే రెండు గ్రహాలు సూర్యునిచుట్టూ వృత్తాకార కక్ష్యలో పటము 8.1లో చూపినట్లు పరిభ్రమిస్తున్నా యనుకొందాము. P_1, P_2 ల కక్ష్యా వ్యాసార్ధాలు వరుసగా r_1 r_2 అనుకొందాము.



పటము 8.1 సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాల గమనం

P_1, P_2 జడత్వ ద్రవ్యరాశులు వరుసగా m_1 m_2 అనుకొందాము. P_1 గ్రహం మీద పనిచేసే అభి కేంద్రబలం F_1 అయిన

$$F_1 = m_1 \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 r_1 \qquad (8.1)$$

P_2 గ్రహం మీద పనిచేసే అభికేంద్ర బలం F_2 అయిన

$$F_2 = m_2 \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 r_2 \qquad (8.2)$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \qquad (8.3)$$

కెప్లర్ మూడో సూత్రం ప్రకారము

$$T_1^2 \propto r_1^3 \quad T_2 \propto r_2^3 \qquad (8.4)$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} \qquad (8.5)$$

సమీకరణం 8.5ని సమీకరణం 8.3లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right) \left(\frac{r_1}{r_2}\right) \frac{r_2^3}{r_1^3} = \left(\frac{m}{m_2}\right) \frac{r_2^2}{r_1^2} \qquad (8.6)$$

$$F \alpha \frac{m}{r^2} \qquad (8.7)$$

సమీకరణం 8.7 ప్రకారం సూర్యుని వలన గ్రహం మీద పనిచేసే బలం ఆ గ్రహం జడత్వ ద్రవ్యరాశికి అనులోమాను పాతంలోను వాటి మధ్య దూరవర్గానికి విలోమాను పాతంలోను ఉంటుంది. న్యూటన్ మూడో గమన సూత్రం ప్రకారం సూర్యుని మీద కూడా గ్రహంవల్ల బలం పనిచేస్తుంది. దీని దిశ గ్రహం వైపుకు ఉంటుంది. సూర్యుని ద్రవ్యరాశి M అయిన

$$F \alpha \frac{M}{r^2} \qquad (8.8)$$

సమీకరణాలు 8.7, 8.8 లను కలిపితే

$$F \alpha \frac{Mm}{r^2} \qquad (8.9)$$

పై సమీకరణం ద్వారా సూర్యునికి గ్రహానికి మధ్య ఉన్న ఆకర్షణ బలము వాటి జడత్వ ద్రవ్యరాశుల లబ్ధానికి అనులోమాను పాతంలోను వాటి మధ్య దూర వర్గానికి విలోమాను పాతంలోను ఉంటుంది.

8.4 విశ్వగురుత్వ సూత్రం

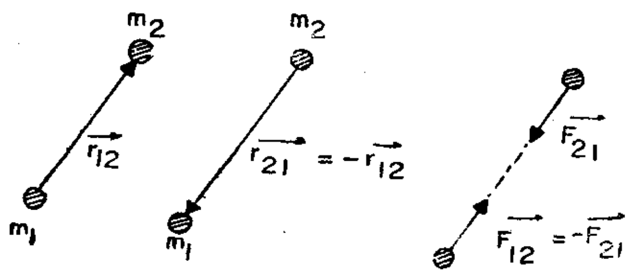
m_1, m_2 ద్రవ్యరాశులు కల రెండు వస్తువుల మధ్య దూరము r అయినప్పుడు వాటి మధ్య పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలము F ను క్రిందివిధంగా సూచించవచ్చును.

$$F = \frac{G\ m_1\ m_2}{r^2} \qquad (8.10)$$

పై సమీకరణములో G గురుత్వ స్థిరాంకము. దీని విలువ

$$G = (6.673 + 0.003) \times 10^{-11}\ Nm^2\,kg^{-2} \qquad (8.11)$$

ఏ యానకంలోనయినా గురుత్వాకర్షణ బలం రెండు వస్తువుల మధ్య పని చేస్తుంది. ప్రకృతిలో మనకు తారసిల్లే అనేక రకాలయిన బలాలలో గురుత్వాకర్షణ బలం చాలా బలహీనమయినది. ఉదాహరణకు హైడ్రోజన్ పరమాణువులోని ప్రోటాన్ ఎలక్ట్రాన్‌ల మధ్యగల విద్యుత్ బలం వాటి మధ్యగల గురుత్వ బలం కన్న 10^{39} వంతులు అధికంగా ఉంటుంది. అల్ప వ్యాపక కేంద్రక బలాలు



పటం 8.2 రెండు కణాల మధ్య పనిచేసే గురుత్వ బలం

విద్యుత్ బలాలకన్నా అధిక ప్రబలమైనవి. బృహత్ వస్తువులు సాధారణంగా విద్యుత్ పరంగా తటస్థ **స్థితిలో ఉంటాయి.** కనుక వాటి మధ్యగల గురుత్వ బలము మన నిత్య జీవితంలో అనుభవానికి వస్తూ ఉంటుంది. విద్యుత్ పరంగా తటస్థంగా ఉన్న వస్తువును కొంత ఎత్తు నుంచి వదలినప్పుడు అది భూమివైపుకు త్వరణానికి గురవుతుంది. అధిక ద్రవ్యరాశిగల భూమి, సూర్యుడు గ్రహాల మధ్యగల గురుత్వ బలం దూరం ఎక్కువగా ఉన్నప్పటికి అధిక పరమాణాత్మకంగా ఉంటుంది.

రెండ కణాల మధ్య గురుత్వ బలం చర్య ప్రతిచర్యల జంటగా భావించవచ్చు. న్యూటన్ మూడవ గమన సూత్రం ప్రకారం m_2 మీద m_1 వలన గురుత్వ బలం m_1 మీద m_2 వలన ఉండే గురుత్వ బలానికి సమానంగాను వ్యతిరేక దిశలోను ఉంటుంది. దీనిని పటం 8.2 లో చూడవచ్చు.

m_1 వల్ల m_2 మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం F_{21} అయిన

$$F_{21} = \frac{Gm_1 m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} \tag{8.12}$$

సమీకరణం 8.12 లో ఋణసంఖ్య F_{21} దిశ r_{12} దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తుందని సూచిస్తుంది. అంటే గురుత్వ బలం ఆకర్షణ బలము m_2, m_1 వైపుకు ఆకర్షింప బడుతుంది. సమీకరణము 8.12 ను కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\vec{F}_{21} = -\frac{Gm_1 m_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^2\, r_{12}} \tag{8.13}$$

$\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$ స్థాన భ్రంశ దిశలో ప్రమాణ సదిశ రాశి.

m_2 వల్ల m_1 మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం F_{12} అయిన

$$F_{12} = -\frac{Gm_1 m_2}{r_{12}^3\, r_{21}} \vec{r}_{21} \tag{8.14}$$

కానీ

$$\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21} \tag{8.15}$$

కనుక

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \tag{8.16}$$

గురుత్వాకర్షణ బలాలు చర్య ప్రతిచర్యల జంటవంటివని సమీకరణం 8.16 సూచిస్తుంది.

గురుత్వ సూత్రము విశ్వ జనీనమైనది. ఈ విశ్వంలో అన్ని వస్తువులకు అవి ఎంత పరిమాణము కలిగి ఉన్నా, ఎంత దూరములో నున్నా ఈ సూత్రం వర్తిస్తుంది.

అవగాహన పరీక్ష

న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం విలువ

మాదిరి లెక్క–1 : 75kg బరువుగల ఒక పురుషుడు 55kg బరువుగ ల ఒక స్త్రీ నుంచి 5m దూరంలో ఉన్నాడు. వారిద్దరిని కణ ద్రవ్యరాశులుగా భావించి వారి మధ్యగల గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని కనుగొనుము.

జవాబు :

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} (75 \times 55)}{5^2} = 1.1 \times 10^{-8} N$$

పురుషడు స్త్రీకి మధ్యగల గురుత్వాకర్షణ బలం 1.1×10^{-8}N.

మాదిరిలెక్క-2 : చంద్రుడుభూమి చుట్టూ పరిభ్రమించుటకు పట్టే ఆవర్తన కాలము 27 దినములు. భూమికి చంద్రునికి గల మధ్య దూరము $3.8 \times 10^8 m$ భూమి ద్రవ్యవరాశి ఎంతో కనుగొనుము. G ఎలువ $6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

జవాబు :

చంద్రుని మీద ఉండే భూమ్యాకర్షణ బలము చంద్రుడు భూమి చుట్టు తిరుగుటకు కావలసిన అభి కేంద్ర బలాన్ని ఇస్తుంది. పరిభ్రమణం వల్ల చంద్రునిపై పనిచేసే అపకేంద్ర బలం F_f అయిన

$$F_x = \frac{M_m V^2}{4}$$

చంద్రునిపై పనిచేసే అభికేంద్ర బలం Fp అయిన ఇది భూమ్యాకర్షణ బలానికి సమానం గనుక

$$F = \frac{GM_E M_m}{r^2}$$

చంద్రుడు భూమి చుట్టు నిర్ణీత కక్ష్యలో తిరుగుతున్నప్పు డు $F_f = F_p$ అవుతుంది.

$$\frac{GM_m M_E}{V^2} = \frac{M_m V^2}{r}$$

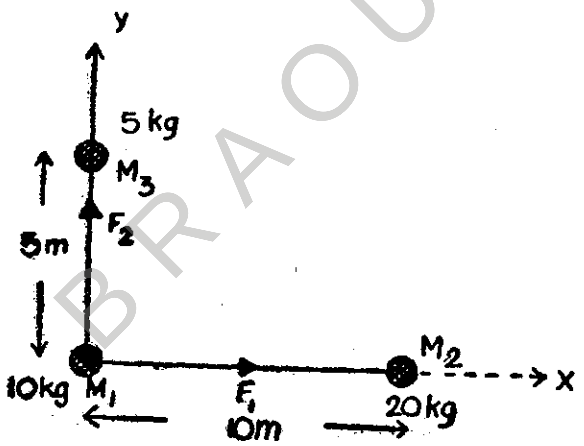
$$\therefore \ M_E = \frac{V^2}{G} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \frac{r}{G}$$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం $r = 3.8 \times 10^8 m$

$$T = 27d = 27 \times 24 \times 60 \times 60 \, s$$

$$\therefore \ M_E = \left(\frac{2\pi(3.8 \times 10^8 m)}{27 \times 24 \times 60 \times 60}\right)^2 \frac{3.8 \times 10^8 m}{6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}} = 5.93 \times 10^{24} kg$$

$\therefore$ భూమి ద్రవ్యరాశి $= 5.93 \times 10^{24}$ kg.



పటము 8.3 10kg ద్రవ్యరాశి మీద 5kg, 20kg ద్రవ్యరాశుల వల్ల కలిగే గురుత్వ బలాల ఫలిత బలం

మాదిరిలెక్క-3 : 5kg, 10kg, 20kg ద్రవ్యరాశులు పటము 8.3లో చూపినట్లు ఏర్పాటు చేయబడి ఉన్నవి. 10kg ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే ఫలితంగా గురుత్వాకర్షణ బలాన్ని లెక్కకట్టుము.

జవాబు :

20kg ద్రవ్యరాశివల్ల 10kg ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం F_1 అయిన

$$F_1 = \frac{GM_1M_2}{r_{12}^2} \ i = \frac{(5.07 \times 10^{-11} NM^2kg^{-2})(20kg)\,10kg}{(10m)^2} \qquad F_1 = 13.34 \times 10^{-11} NJ$$

.67

5kg ద్రవ్యరాశి వల్ల 10kg ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం F_2 అయిన

$$F_2 = \frac{GM_2 M_3}{r_{13}^2} \quad j = \frac{(6.67 \times 10^{-11} Nm^2 Kg^{-2})(5kg)\, 10kg}{(5m)^2}$$

$$F_2 = 13.34 \times 10^{-11}\, Nj$$

10kg ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే ఫలిత గురుత్వార్షణ బలము F అయిన

$$F = F_1 + F_2 = 13.34 \times 10^{-11} Nj + 13.34 \times 10^{-11} Nj$$

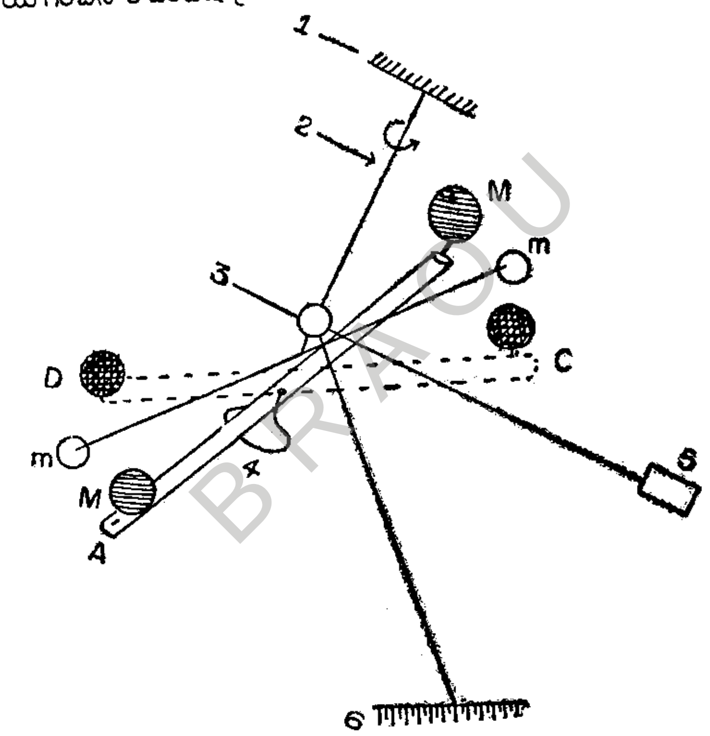
10kg ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ ఫలిత బలము పరిమాణము F అయిన

$$F = \left(F_1^2 + F_2^2\right)^{1/2}$$

$$F = \left[(13.34)^2 + (13.34)^2\right]^{1/2} = 18.7\, N.$$

8.5 ప్రయోగాత్మకంగా విలువ కనుగొను విధానం

ఏదేని రెండు ద్రవ్యరాశుల మధ్య ఉండే గురుత్వాకర్షణ బలం కనుగొనుట విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకము G విలువ తెలిసి ఉండాలి. 1798లో మొదటి సారిగా లార్డ్ కావెండిష్ G విలువను ప్రయోగాత్మకంగా కనుగొన్నాడు. న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సూత్రాన్ని నిరూపించుటకు తర్వాత G విలువ కనుగొనుటకు ఉపయోగించిన కావెండిష్ త్రాసును పటము 8.4 లో చూడవచ్చు.



పటము 8.4 కావెండిష్‌త్రాసు - G విలువను కనుక్కొనే ప్రయోగపద్ధతి

1. దృఢ ఆధారం 2. క్వార్ట్జ్‌తీగ 3. దర్పణం 4. పిన్ను 5. కాంతిజనకం

తేలికగానున్న కడ్డీ చివరలలో m ద్రవ్యరాశిగల రెండు చిన్న ద్రవ్యరాశులు వ్రేలాడదీయబడి ఉన్నవి. ఈ ముద్గరము (dumb bell) అక్షము సమాంతరంగా ఉండేలా సన్నటి క్వార్ట్జ్ తీగతో వేలాడ దీయబడినది. M ద్రవ్యరాశి గల రెండు పెద్ద ద్రవ్యరాశులు ముద్గరము ఇరుప్రక్కల దగ్గరలో వేలాడ దీయబడి ఉన్నవి. పెద్ద దవ్యరాశుల A, B స్థానాలు వద్ద ఉన్నప్పుడు చిన్న ద్రవ్యరాశులు వాటివైపు ఆకర్షింపబడి ఫలితంగా ఘుద్గరము మీద టార్క్ పనిచేస్తుంది. తత్ఫలితంగా ముద్గరము అపసవ్య దిశలో భ్రమణానాకి లోనవుతుంది. పెద్ద ద్రవ్యరాశుల C, D స్థానాలలో ఉన్నప్పుడు ముద్గరము సవ్యదిశలో భ్రమణానికి లోనవుతుంది. క్వార్ట్జ్‌తీగ పురిత్రిప్పబడినప్పుడు పై రెండు రకాలయిన టార్క్‌లను వ్యతిరేకిస్తుంది. పెద్ద ద్రవ్యరాశులు A, B స్థానాల నుంచి C. D స్థానాలకు

మార్చినప్పుడు క్వార్ట్జ్‌తీగ పురిత్రిప్పబడిన కోణము θని క్వార్ట్జ్‌తీగకు అమర్చిన దర్పణం నుంచి కాంతి కిరణం పొందే అపవర్తన కోణాన్ని కొలుచుట ద్వారా కనుగొన వచ్చును

m, M ద్రవ్యరాశుల మధ్యగల గురుత్వాకర్షణ బలము F అయిన

$$F = \frac{G\,M_m}{r^2} \tag{8.17}$$

అపవర్తన యుగ్మము τ = Fx భ్రామక భుజము

$$\therefore \tau = 2\left(\frac{M\ m\ G}{r^2}\right) l/2 \tag{8.18}$$

ఇచ్చుట l, ద్రవ్యరాశులు m, m లను కలిపే కడ్డీ పొడవును సూచిస్తుంది.
అపవర్తన యుగ్మమును కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

$$\tau = k\theta \tag{8.19}$$

ఇచ్చుట k స్థిరాంకము. భారం వేసిన క్వార్ట్జ్ తీగ అవర్తన కాలము T అయిన

$$\tau = 2\pi\left(\frac{1}{k}\right)^{1/2} \tag{8.20}$$

పై సమీకరణంలో I దృఢ ముద్గరము జడత్వ భ్రామకము

$$I = \Sigma m\,(l/2)^2 \tag{8.21}$$

సమీకరణాలు 8.18, 8.19 సమానం కనుక

$$G = \frac{k\,\theta\,r^2}{Mm\,l} \tag{8.22}$$

భారం వేసిన క్వార్ట్జ్ తీగ ఆవర్తన కాలాన్ని లెక్క కట్టుట ద్వారా k విలువ తెలుస్తుంది. M, m, l, r విలువలు తెలుసుగనుక θ విలువ కనుగొనుట ద్వారా G విలువను లెక్క కట్టవచ్చు. కావెండిష్ పై ప్రయోగం ద్వారా G విలువ 6.75×10^{-11} Nm^2 kg^{-2} ఉంటుందని కనుగొన్నాడు. G విలువ తెలిసినందున కావెండిష్ భూమి ద్రవ్యరాశిని లెక్కకట్టగలిగాడు. భూ ఉపరితలంపై m ద్రవ్యరాశి బరువు

$$F_B = m\,g \tag{8.23}$$

ఈ ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే గురుత్వకర్షణ బలం

$$F_B = \frac{G\,m\,M}{r_E^2} \tag{8.24}$$

ఇచ్చుట g గురుత్వ త్వరణాన్ని, M భూమి ద్రవ్యరాశిని, r_E భూవ్యాసార్థాన్ని సూచిస్తాయి. సమీకరణం సమానం గనుక,

$$mg = \frac{G\,m\,M}{r_B^2} \tag{8.25}$$

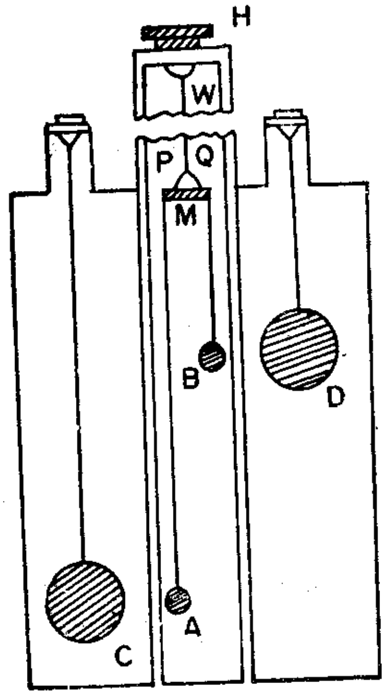
$$\therefore\ M = \frac{r^2{}_B g}{G} = \frac{(6.37 \times 10^8 m)\ 9.8ms^{-2}}{6.754 \times 10^{-11}\ Nmkg^{-2}} \tag{8.26}$$

$$\therefore\ M = 5.98 \times 10^{24}\ kg.$$

G విలువ తెలియుట ద్వారా భూమి ద్రవ్యరాశిని కనుగొనవచ్చును. అందువలననే భూమిని తూచిన మొదటి మానవుడుగా కావెండిష్‌ని పేర్కొంటారు.

కావెండిష్ ప్రయోగంలోని లోటుపాట్లను సవరించి దాని నిర్మాణంలో మార్పులు చేసి బాయిన్ G విలువను మరింత ఖచ్చితంగా కనుగొన్నాడు. బాయిన్ ఉపయోగించిన ప్రయోగపుటమరికను పటము 8.5లో చూడవచ్చు.

ఈ ప్రయోగం అమరికలో సహాక్ష్యంగల రెండు గాజుగొట్టాలు ఉంటాయి. లోపలి గొట్టము వ్యాసము 4cm ఉంటుంది. ఇది స్థిరంగా ఉంటుందది. వెలుపలి గొట్టం సహాక్షం పరంగా చుట్టూ తిప్పుటకు వీలుగా ఉంటుంది. మొత్తం వ్యవస్థను ప్లాట్ ఫారమ్ మీద మౌంట్ చేసి ఉంటుంది. ఈ మౌంట్‌కు మట్టపు మరలు ఏర్పరచి ఉంటాయి. 0.5m వ్యాసంగల A, B అను రెండు బంగారు గోళాలు



పటము 8.5 బాయిన్ పద్ధతి ద్వారా విలువను కనుగొనుట

P Q దండం చివరల బంగారు తీగల ద్వారా వేలాడదీసి ఉంటాయి. ఈ రెండు గోళాల బరువులు సమానంగా ఉంటాయి. ఒక్కొక్క దాని బరువు 2.65gm ఉంటుంది. P Q దండం సన్నని క్వార్ట్జ్ తీగద్వారా ఏమోటన శీర్షము H నుంచి వేలాడదీసి ఉంటుంది. P Q పొడవు 1.5cm ఉంటుంది. PQ పొడవు 2.5cm ఉంటుంది. దీనికి సమతల దర్పణం M దృఢంగా అతికించి ఉంటుంది. బంగారు గోళాలు వేలాడగట్టిన తీగలు సమతల దర్పణం చివరల ఉన్న గాడి ద్వారా జారుటకు వీలుగా ఉంటాయి.

వెలుపలి గొట్టంలో 11 cm వ్యాసము 74 Kg బరువుగల C, D సీసపు గోళాలు రాగితీగల ద్వారా వేలాడ దీయబడి ఉంటాయి. A మరియు C గోళంలకేంద్రాలు B మరియు D గోళాల కేంద్రాల వలే ఒక ఎత్తులో ఉంటాయి.

B గోళం మీద C గోళం, A గోళం మీద D గోళం ప్రభావం లేకుండుటకు వీలుగా BD గోళాలు AC గోళాల కంటె ఎత్తులో అమర్చి ఉంటాయి. ఈ యుగళ గోళాల మధ్య దూరము 15cm ఉంటుంది. దూరదర్శిని - స్కేలు సహాయంతో ఏమోటన వ్యవస్థ ప్రవర్తనాన్ని కచ్చితంగా కొలవవచ్చును.

వెలుపలి గొట్టాన్ని తిప్పుతూ CD గోళాల AB గోళాలతో వాటి ఎదురెదురుగా వచ్చేలా అమర్చాలి. ఈ స్థితిలో వేలాడదీసిన వ్యవస్థ పై గరిష్ట టార్క్ పనిచేస్తుంది. సమతల దర్పణం పొందే అపవర్తనం s_1 ని గుర్తించాలి. వెలుపలి గొట్టాన్ని మరలా తిప్పుతూ సీసపుగోళాలు బంగారు గోళాలగు మరొక వైపుగా ఎదురుగా ఉండేలా అమర్చాలి. మరలా వేలాడదీసిన వ్యవస్థపై గరిష్ట టార్క్ పని చేస్తుంది. సమతల దర్పణం అపవర్తనం s_1 ని గుర్తించాలి. ఈ రెండు అపవర్తన కోణాల సరాసరి విలువ వేలాడ దీసిన వ్యవస్థ అపవర్తన కోణం అని సూచిస్తుంది. దీని విలువను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\theta = \frac{S_2 - S_1}{2L} \qquad (8.26)$$

పై సమీకరణంలో L, M నుంచి స్కేలుకు గల మధ్య దూరాన్ని సూచిస్తుంది.

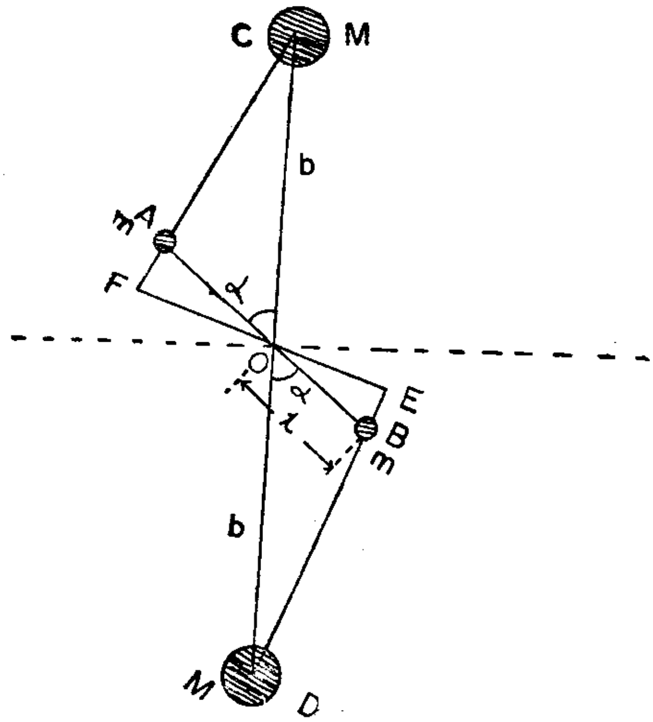
పటము 8.6లో చూపినట్లు గోళాల స్థానాలు A, B, C, D ఉన్నప్పుడు AB గోళాలను CD గోళాలు గరిష్ట పరిమాణంతో ఆకర్షిస్తున్నాయనుకొందాము. ఈ స్థితిలో వేలాడుచున్న వ్యవస్థ గరిష్ట టార్క్‌కు లోనయి గరిష్ట అపవర్తనంఠిని పొందుతుంది. ఈ పరిస్థితులలో సీసపు గోళాలు వేలాడదీసిన పురిమీద పనిచేసే అపవర్తన గురుత్వయుగ్మము వేలాడ దీసిన క్వార్ట్జ్ తీగలో ఏర్పడే పునః స్థాపక యుగ్మము కొకదానికొకటి వ్యతిరేక దిశలలో పనిచేస్తూ సమాన విలువలు కలిగి ఉంటాయి. P Q కిరణపుంజం మధ్య బిందువు O అనుకొందాము. $OA = OB = l$ $OC = OD = b$, $AC = BD = d$, $\angle AOC = \angle BOD = \alpha$ అనుకొందాము. OE, DB కి లంబంగాను, OF, CA కి లంబంగాను ఉన్నాయనుకొందాము.

ODB త్రిభుజము ననుసరించి

$$BD = (OD^2 + OB^2 - 2OD\ OB \cos\alpha)^{1/2} \qquad (8.27)$$

లేదా

$$d = (b^2 + l^2 - 2bl \cos\alpha)^{1/2} \qquad (8.28)$$



పటము 8.6 గరిష్ఠ ఆకారంలో నున్న ద్రవ్యరాశుల స్థానాలు - తత్సంబంధ పరామితులు

మరియు

$$\frac{\text{Sin } \alpha}{\text{Sin } \angle BDO} = \frac{BD}{OB} = \frac{d}{l} \tag{8.29}$$

$$\text{Sin } \angle BDO = \frac{l \text{ Sin } \alpha}{d} \tag{8.30}$$

OED త్రిభుజము లంబకోణ త్రిభుజము

$$\text{Sin } \angle ODE = \frac{OE}{OD} = \frac{OE}{b} \tag{8.31}$$

$$OE = b \text{ Sin } \angle ODE = \frac{bl \text{ Sin } \alpha}{d} \tag{8.32}$$

$$EF = 2CE = \frac{2bl \text{ Sin } \alpha}{d} \tag{8.33}$$

సమీకరణము 8.28 ప్రకారం

$$EF = \frac{2bl \text{ Sin } \alpha}{(b^2 + l^2 - 2bl \cos \alpha)^{1/2}} \tag{8.34}$$

సీసపుగోళం బరువు M, బంగారు గోళం బరువు m అనుకొందాము.

ప్రతి సీసపు బంగారు గోళాల జంటల మధ్యగల ఆకర్షణ బలం F అయిన

$$F = \frac{G\, M.m}{d^2} \tag{8.35}$$

ఈ బలాలు సమానంగా ఉండి వ్యతిరేక దిశలలో సమాంతరంగా పనిచేయుట వలన వ్యవస్థ మీద అపవర్తన యుగ్మము ఏర్పడుతుంది. ఈ యుగ్మము విమోటన వ్యవస్థకు కోణీయ భ్రంశాన్ని కలిగిస్తుంది. అపవర్తన యుగ్మము τ అయిన

$$\tau = \frac{G\, M\, m}{d^2} EF \tag{8.36}$$

EF బలాల మధ్యగల లంబదూరాన్ని సూచిస్తుంది. అపవర్తన యుగ్మము ఇని కిందివిధంగా కూడా వ్రాయవచ్చు.

$$\tau = \frac{GMm}{d^2}\frac{2\,bl\,Sin\,\alpha}{d} = \frac{G2Mm\,bl\,Sin\,\alpha}{d^3} \qquad (8.37)$$

లేదా

$$\tau = \left(\frac{2\,GM\,bl\,Sin\,\alpha}{(b^2 + l^2 - 2bl\cos\alpha)^{3/2}}\right) \qquad (8.38)$$

ప్రమాణ పురి కోణానికి పునఃస్థాపక యుగ్మము k అయిన

$$\tau = k\,\theta \qquad (8.39)$$

వ్యవస్థ సమతాస్థితిలో నున్నప్పు డు

$$\tau = \frac{2\,Mm\,bl\,Sin\,\alpha}{(b^2 + l^2 - 2bl\cos\alpha)^{3/2}}\,G = k\,\theta \qquad (8.40)$$

$$\therefore\ G = \frac{k\,\theta\,(b^2 + l^2 - 2bl\cos\alpha)^{3/2}}{2\,Mm\,bl\,Sin\,\alpha} \qquad (8.41)$$

క్వార్ట్జ్ తీగ దాదాపు పరిపూర్ణ స్థితి స్థాపకత కలిగి ఉంటుంది. గనుక αని θకి సమానంగా తీసుకొనవచ్చును.

$$\therefore\ G = \frac{k\,\theta\,(b^2 + l^2 - 2bl\cos\theta)^{3/2}}{2\,Mm\,bl\,Sin\,\theta} \qquad (8.42)$$

భారం వేసిన క్వార్ట్జ్ తీగ వ్యవస్థను విమోటన లోలకంగా ఉపయోగించి దాని అవర్తన కాలము కనుగొనుట ద్వారా ప్రమాణ పురికోణ పునఃస్థాపక యుగ్మము k విలువను కింది సమీకరణం ద్వారా కనుగొనవచ్చును.

$$\tau = 2\pi\,(I/k)^{1/2} \qquad (8.43)$$

పై సమీకరణంలో I బంగారు గోళాలతో కూడిన దర్పణపు జడత్వ భ్రామకము. దీని విలువను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$I = 2\,ml^2 \qquad (8.44)$$

k,b,l ' M, m, θ విలువలను సమీకరణం 8.42లో ప్రతిక్షేపించి G విలువ కనుగొనవచ్చును. ఈ ప్రయోగం ద్వారా G విలువ 6.6576X10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}అని బాయిన్ కనుగొన్నాడు.

P.R. హైయిల్ పి. చిజనేస్కి (P.R. Heyl and P. Chizanowski) యునైటెడ్ స్టేట్స్ నేషనల్ బ్యూరో ఆఫ్ స్టాండర్డ్స్ సంస్థలో 1942లో ప్రయోగాత్మకంగా కనుగొన్న G విలువ 6.6732x10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}ఇది ప్రస్తుతం అన్ని దేశాల శాస్త్రజ్ఞులు అంగీకరించిన G విలువ.

8.6 గురుత్వ త్వరణంలో మార్పులు

న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వాకర్షణ సూత్రం ప్రకారం m ద్రవ్యరాశి కల వస్తువుపై భూమ్యాకర్షణ వల్ల పని చేసే బలం

$$F = \frac{G\,Mm}{R^2}$$

M భూమి ద్రవ్యరాశిని; R భూమి వ్యాసార్థాన్ని సూచిస్తాయి. భూమ్యాకర్షణ బలాల వల్ల m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువులో కలుగజేయబడిన త్వరణం

$$a = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2}$$

ఈ త్వరణాన్ని గురుత్వ త్వరణం అంటారు. దీన్ని 'g'తో సూచిస్తారు.

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

పై సమీకరణం నుండి విలువ ఏదైనా ఒక ప్రదేశంలో స్థిరంగా ఉంటుంది అని గమనించవచ్చు. g విలువ అక్షాంశాన్ని బట్టి మారుతుంది. అక్షాంశము (λ)తో g విలువ ఎలా మారుతుందో కింద ప్రమేయం ద్వారా సూచించవచ్చునని హెల్మర్ట్ సూచించాడు.

$$g_\lambda = g_0 \ (1+0.00531 \ \mathrm{Sin}^2\lambda) \tag{8.45}$$

పై సమీకరణంలో g_e భూమధ్యరేఖ వద్ద g విలువను సూచిస్తుంది. పట్టిక 8.1 లో వివిధ అక్షాంశాలవద్ద g విలువ పేర్కొనబడినది.

పట్టిక 8.1

సముద్రమట్టం ననుసరించి అక్షాంశంతో g విలువ మారే తీరు

అక్షాంశం	$g(ms^{-2})$	అక్షాంశం	$g(ms^{-2})$
0	9.78039	60°	9.81918
10°	9.78195	70°	9.82608
20°	9.78641	80°	9.83059
30°	9.79329	90°	9.83219
40°	9.80171		
50°	9.81071		

సరాసరి g విలువ 9.806 ms^{-2}, ఇది 45° అక్షాంశం వద్ద ఉంటుంది. g విలువలో మార్పుకు కారణము (1) భూమి ఆకారము పరిపూర్ణ గోళాకృతికి భిన్నంగా ఉండుట (2) భూభ్రమణం వల్ల ఏర్పడే అపకేంద్ర బలాలు.

ఏదేని ప్రదేశంలో విలువ ఉన్నతాంశంమీద కూడ ఆధారపడుతుంది. న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సూత్రం ఆధారంగా gకి భూమి ద్రవ్యరాశి దాని వ్యాసార్ధానికి గల సంబంధాన్ని ఉత్పాదించి తద్వారా ఉన్నతాంశం మీద g విలువ ఎలా ఆధారపడి ఉంటుందో విశదీకరించవచ్చును. g విలువను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చును.

$$g = \frac{GM}{R^2} \tag{8.46}$$

భూమి ఉపరితలం పైన h ఎత్తులో ఉండే గురుత్వ త్వరణం g_h అయిన

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} \tag{8.47}$$

$$\therefore \ \frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) \tag{8.48}$$

పట్టిక 8.2

45° అక్షాంశం వద్ద ఉన్నతాంశంతో g విలువ మారేతీరు

ఉన్నతాంశం	$g(ms^{-2})$	ఉన్నతాంశం	$g(ms^{-2})$
0	9.806	10^5	9.60
1×10^3	9.803	10^6	7.41
4×10^3	9.794	38×10^7	0.00271
8×10^3	9.782		
10×10^3	9.752		

భూమి లోతు మీద కూడా గురుత్వ త్వరణం ఆధారపడుతుంది. విలువను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G}{R^2} VD \tag{8.50}$$

పై సమీకరణంలో V భూమి ఘనపరిమాణాన్ని D భూమి సరాసరి సాంద్రతను సూచిస్తాయి.

$$g = \frac{G}{R^2}\frac{4}{3}\pi R^3 D = \frac{4}{3} \ G D \pi R \tag{8.51}$$

భూమి లోపల h లోతులో ఉన్న వస్తువుమీద (R—h) వ్యాసార్థమున్న భూగోళం వలననే ఆకర్షణ బలం ఉంటుంది. దాని వెలుపలి భూమి కర్పరంవల్ల ఆకర్షణ ఉండదు.

$$g_h = \frac{4}{3}\pi DG(R-h) \tag{8.52}$$

సమీకరణం 8.52ను సమీకరణం 8.51తో భాగిస్తే

$$g_h = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) \tag{8.53}$$

పై సమీకరణ ప్రకారం లోతు హెచ్చే కొద్దీ గురుత్వ త్వరణం విలువ తగ్గాలి. కానీ బొగ్గు గనులలో చేసిన ప్రయోగాలద్వారా భూమి మీద g విలువకన్నా భూమిలోపల g విలువ ఎక్కువగా ఉంటుందని తెలిసింది. దీని కారణం ఆ లోతున భూసాంద్రత ఎక్కువగా ఉండుటయేనని నిర్ధారణ అయింది.

మాదిరి లెక్క 4 : భూమిపై hఎత్తులో భూమి ఉపరితలం మీద ఉన్న విలువలో 0.2 శాతం తగ్గినది. భూవ్యాసార్థం $6.4 X 10^6$ m. అయిన h విలువ కనుగొనుము.

h ఎత్తులో గురుత్వ త్వరణము g_h అయిన

$$g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

$$g_h - g = \frac{-2gh}{R}$$

$$\frac{g - g_h}{g} = \frac{2h}{R}$$

$$\therefore h = \frac{(g-g_h)}{g}\ \frac{R}{2}$$

$$h = \frac{0.2}{100} \times \frac{6.4\times10^6}{2} = 6.4\times10^3 \text{ m}$$

మాదిరి లెక్క 5 : భూమిని సూర్యుని కలుపు సరళ రేఖ మీద భూమికి r_e దూరంలో ఉంచిన వస్తువు శూన్య గురుత్వాకర్షణను కలిగి ఉంది. భూమినుంచి సూర్యుని దూరం 1.5×10^8 km.సూర్యుని ద్రవ్యరాశి $3.24\times10^5\ m_e$. ఇచ్చట m_e భూమి ద్రవ్యరాశి r_e విలువ కనుగొనుము.

జవాబు :

భూమికి r_e దూరంలో నున్న వస్తువుపై పనిచేసే భూమ్యాకర్షణ బలం F_1 అయిన

$F_1 = \frac{GM_em}{r_e^2}$ ఇచ్చట m వస్తువు ద్రవ్యరాశి. ఈ వస్తువు మీద సూర్యుని వలన పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం F_2 అయిన

$$F_2 = \frac{GM_sm}{r_s^2}$$

పై సమీకరణంలో M_s సూర్యుని ద్రవ్యరాశి, r_s సూర్యుని నుంచి వస్తువు ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తాయి. వస్తువు శూన్య గురుత్వాకర్షణకు లోనవుతుంది. కనుక $F_1 = F_2$

$$\therefore \frac{GM_em}{r_e^2} = \frac{GM_sm}{r_s^2}$$

$$\therefore \frac{M_s}{M_e} = \frac{r_s^2}{r_e^2}$$

$M = 3.24 X 10^5 M_e$ కనుక $\frac{r_s^2}{r_e^2} = \frac{3.24 X 10^5\ M_e}{M_e} = 3.24 X 10^5$

$$\therefore r_s^2 = 3.24 X 10^5\ r_e^2$$

$$\therefore r_s = 5.692 X 10^2\ r_e$$

కానీ $r_s + r_e = 1.5 X 10^8$ km

$$r_e + r_e \; 5.692 \times 10^2 r_e = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$
$$570.2 r_e = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$
$$\therefore r_e = 2.63 \times 10^5 \text{ km}$$

భూమినుంచి 2.63×10^5 km దూరంలో నున్న వస్తువు శూన్య గురుత్వాకర్షణకు లోనవుతుంది.

8.7 సారాంశం

విశ్వగురుత్వ సూత్రం ప్రకారం r దూరంలో ఉన్న m_1; m_2 ద్రవ్యరాశులు గల రెండు కణాల మధ్య పనిచేసే బలం ఆ రెండు కణాలను కలిపే సరళరేఖ వెంబడి పనిచేస్తుంది. ఈ బలం F.

$$F = \frac{G\, m_1\, m_2}{r_2}$$

విశ్వగురుత్వ స్థిరాంకం. దీని విలువ 6.673 2×10^{-11} $Nm^2\, Kg^{-2}$ గురుత్వత్వరణము విలువ ఉన్న ఉన్నతాంశం పెరిగే కొద్దీ తగ్గుతుంది, అక్షాంశంతో పెరుగుతుంది.

8.8 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష

న్యూటన్ విశ్వగురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం విలువ $(6.673 \pm 0.003) \times 10^{-11}\, Nm^2\, kg^{-2}$

8.9. నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు విశదంగా జవాబులు వ్రాయండి.

1) న్యూటన్ విశ్వగురుత్వ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి విశదీకరించండి. న్యూటన్ ఈ సూత్రాన్ని ప్రతిపాదించుటకు దోహదం చేసిన ముఖ్యమైన అవిష్కరణలను పేర్కొనండి.

2) గురుత్వ స్థిరాంకాన్ని కనుగొనుటకు ప్రయోగాన్ని వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1) ఉనతాంశంతోనూ, అక్షాంశంతోనూ గురుత్వత్వరణం ఎలా మారుతుందో సంక్షిప్తంగా వివరించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) కావెండిష్ ప్రయోగంలో ప్రయోగ దత్తాంశం కింది విధంగా ఉన్నది. చిన్న గోళాల ద్రవ్యరాశులు 001 kgలు. చిన్న గోళాలను కలిపే తేలిక కడ్డీ పొడవు 0.5m. కడ్డీ చివరల చిన్న గోళాలు ఉన్నప్పుడు క్వార్ట్జ్ తీగ ఆవర్తన కాలము 769 s. పెద్ద గోళాల ద్రవ్యరాశులు 10.0 kgలు. గరిష్ఠ అపవర్తన కోణము 3.96×10^{-3} రేడియన్‌లు. చిన్న పెద్ద గోళాల కేంద్రాల మధ్య దూరం 0.1m. ఈ దత్తాంశం ఆధారంగా విశ్వగురుత్వ స్థిరాంకం విలువ కనుగొనండి.
(జవాబు $6.63 \times 10^{-11}\, N\, m^2\, kg^{-1}$)

2) 1 m దూరంలో నున్న సర్వ సమానమైన రెండు వస్తువుల మధ్య గురుత్వాకర్షణ బలము 0.5 N. వస్తువుల ద్రవ్యరాశులు ఎంత?
(జవాబు 8.658×10^4 kg)

3) 10^5 Kg బరువుగల ఒక ట్రక్ కేంద్రం నుండి 5m దూరంలో 4_0 kg బరువు గల ఒక బాలుడు ఉన్నాడు. ట్రక్ ద్రవ్యరాశి వలన బాలుని మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలమెంత?
(జవాబు 1.07×10^{-5})

4) m ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు మీద పనిచేసే గురుత్వాకర్షణ బలం 10N. m ద్రవ్యరాశిని M ద్రవ్యరాశితో ప్రతిక్షేపణ చేసినప్పు డు గురుత్వాకర్షణ బలం 25 N. M, m ద్రవ్యరాశుల నిష్పత్తి ఎంత? (జవాబు 2.5)

5) భూమికి చంద్రునికి గల మధ్య దూరం 3.84×10^5km. భూమి ద్రవ్యరాశికి చంద్రుని ద్రవ్యరాశికి గల నిష్పత్తి 81. భూమికి ఎంతదూరంలో నున్న వస్తువు మీద గురుత్వాకర్షణ బలం శూన్యంగా ఉంటుంది? (జవాబు 3.456 km)

6) ఒక గ్రహం యొక్క ఉపగ్రహం దాని చుట్టూ 5 దినముల కొకతూరి పరిభ్రమిస్తుంది. చంద్రుని కక్ష్య వ్యాసార్ధం 5×10^6 km. గ్రహం ద్రవ్యరాశి ఎంత? (జవాబు 39.67×10^{24} kg.)

7) ఏ ఉన్నతాంశం వద్ద గురుత్వ త్వరణం 5 ms^{-2} ఉంటుంది. భూ వ్యాసార్ధం 6.4×10^6 m.

(జవాబు 1568×10^6 m)

భాగం 9 గ్రహాలు, ఉపగ్రహాల గమనం కెప్లర్ సూత్రాలు

విషయక్రమం

9.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈభాగం గ్రహాల ఉపగ్రహ గమనాన్ని వివరిస్తుంది. మీరు గ్రహ గతులను అర్థం చేసుకొనడానికి అనువుగా

1) కెప్లర్ సూత్రాల ననుసరించి గ్రహాల గమన వివరణ ఉంది.
2) ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగం పరిమాణాత్మకంగా (Quantitatively) కనుగొనడం జరిగింది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1) నిత్యత్వ సూత్రాల ఆధారంగా కెప్లర్ నియమాలను రాబట్టగలరు.
2) భూమికి దగ్గరగా ఉన్న ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగాన్ని లెక్కగట్టగలరు.

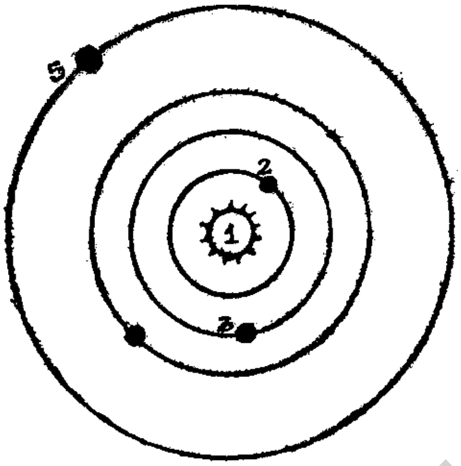
9.2 ప్రవేశిక

ఈభాగంలో గ్రహాల మరియు ఉపగ్రహాల గమనం కెప్లర్ సూత్రాల సమాయంతో వివరించాం. కెప్లర్ సూత్రాల నుండి భూమి చుట్టూ పరిభ్రమించే ఉపగ్రహం, కక్షీయ వేగానికి సమాసం రాబట్ట బడింది.

9.3 గ్రహాల ఉపగ్రహాల గమనం - సాధారణ వర్ణన

విశ్వము గతి వ్యవస్థ. ఇందులోని గెలాక్సీలు, నక్షత్రాలు, గ్రహ మండలాలు అన్నీ గమనంలో ఉంటాయి. విశ్వంలో ఏ వ్యవస్థ కూడా నిచ్చలస్థితిలో లేదు. అనాది నుంచి మానవుడు తన చుట్టూ గల ప్రకృతి రహస్య అన్వేషణలో జిజ్ఞాసువుగా ఉన్నాడు. ఖగోళ వస్తువుల గమనాలను గూర్చి తెలిపే శాస్త్రాన్ని ఖగోళశాస్త్రం అంటారు. మొట్టమొదట మన సూర్య మండలాన్ని గూర్చి తెలిసికొనుటకు ప్రయత్నాలు జరిగినాయి. క్రీస్తుపూర్వము 2వ శతాబ్దంలో టాల్‌మీ (Ptolemy) అనే శాస్త్రజ్ఞుడు భూ కేంద్రిక సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించాడు. ఈ సిద్ధాంతం ప్రకారం భూమి కేంద్రంగా సూర్యుడు, చంద్రుడు, నక్షత్రాలు, గ్రహాలు వివిధ సంశ్లిష్ట కక్ష్యలలో పరిభ్రమిస్తుంటాయి.

నికొలస్ కోపర్నికస్ భూమిని కూడా శుక్ర, కుజ, గురు గ్రహాల మాదిరిగనే ఒక గ్రహంగా భావించినాడు. ఇతడు సూర్యకేంద్రక సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించాడు. ఈ సిద్ధాంతం ప్రకారం సూర్యుడు కేంద్రంగా భూమి తన చుట్టూ తాను తిరుగుతూ సూర్యుని చుట్టు తిరుగుతుంది. సూర్యుడు నిశ్చలంగా ఉన్నట్లు భావించబడ్డాడు. భూమి తన చుట్టు తాను తిరుగట వలననే మనకు సూర్యుడు చంద్రుడు, నక్షత్రాలు తిరుగుతున్నట్లు దృశ్యమాన మవుతాయి. ఇవి భూమికన్నా చాలా దూరంలో ఉండుట చేత భూమికి వాటికి గల సాపేక్షదూరాలలో ఏ మాత్రము భేదము గోచరించదు. మిగతా గ్రహాలు కూడా సూర్యునిచుట్టూ భూమి మాదిరిగనే వివిధ కక్ష్యలలో పటము 9.1లో చూపినట్లు పరిభ్రమిస్తుంటాయని భావించినాడు.



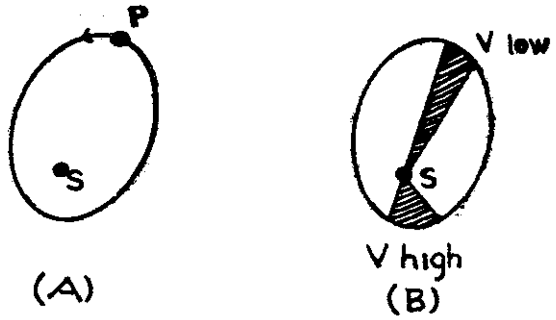
పటము 9.1 కోపర్నికస్ ఊహించిన సౌరకుటుంబం

1. సూర్యుడు 2. మెర్క్యురి 3 శుక్రుడు 4. భూమి 5. కుజుడు

సూర్యమండల గతిక ప్రకృతిని గూర్చి సరయిన అవగాహన టైకోబ్రాహి, జోహన్నెస్ కెప్లర్ పరిశోధనల వల్ల వీలయింది. 20 సంవత్సరాల కాలం గ్రహస్థానాలను టైకోబ్రాహి సంగ్రహపరచినాడు. ఈ దత్తాంశాన్ని కెప్లర్ క్రమరీతిలో విశ్లేషణ చేసినాడు. రికార్డు చేయబడిన భూమి కుజ గ్రహాల వివిధ స్థానాలను సూర్యునిచుట్టు ఏక కేంద్ర వృత్తాకార కక్ష్యలను సంధాన పరచుటకు ప్రయత్నించినాడు. కానీ గ్రహ స్థానాలు కక్ష్యలలో పొందు పరుపబడలేదు. కుజుని స్థానాల ఆధారంగా కుజుడు సూర్యునికి దగ్గరగా ఉన్నప్పు డు ఎక్కువ వేగంగాను, దూరంగా ఉన్నప్పుడు నెమ్మదిగాను పరిభ్రమిస్తున్నట్లు కెప్లర్ గమనించాడు. దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యకు సూర్యుడు ఏదో ఒక నాబిలో నున్నప్పు డు కుజుని స్థానాలను పొందు పరచినప్పుడు పరిశిలనా దోష పరిధిలో సరిగా సంధానమయినట్లు కెప్లర్ గ్రహించాడు. ఈ విశ్లేషణ ఆధారంగా కెప్లర్ సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాలు దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలలో పరిభ్రమిస్తున్నాయన్న సత్యాన్ని ఆవిష్కరించ గలిగాడు. టైకోబ్రాహి సంగ్రహ పరచిన గ్రహగతుల దత్తాంశాన్ని పూర్తిగా విశ్లేషణ చేసి కెప్లర్ గ్రహగతులను గూర్చి మూడు సూత్రాలు ప్రతిపాదించాడు.

1. గ్రహ పథము దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో ఉంటుంది. ఈ దీర్ఘ వృత్తానికి ఒక నాభిలో సూర్యుడు ఉంటాడు. దీనినే పటము 9.2a లో చూడవచ్చు. గ్రహాలు వృత్తాకార కక్ష్యలలో పరిభ్రమిస్తాయన్న కోపర్నికస్ భావన సరయినది కాదని ఈ సూత్రం ద్వారా తెలిసింది. కానీ శుక్రుడు భూమి నెప్ట్యూన్‌ల కక్ష్యలు వృత్తాకార కృతినుంచి కొద్ది మాత్రమే భిన్నంగా ఉంటాయి.

2. సూర్యుని గ్రహాన్ని కలిపే సరళరేఖ సమాన కాల వ్యవధులలో సమాన వైశాల్యాలను ప్రసర్పము చేస్తుంది. పటము 9.16 లో దీనిని చూడవచ్చు. ఈ సూత్రం ప్రకారం గ్రహాలు స్థిరవేగంతో పరిభ్రమించవని తెలుస్తుంది. గ్రహవేగం సూర్యునికి దగ్గరగా ఉన్నప్పు డు గరిష్టంగాను, దూరంగా ఉన్నప్పుడు కనిష్టంగాను ఉంటుంది.



పటము 9.2 (a) p గ్రహం పథం. s సూర్యుడు
(b) త్రిజ్యా సదిశరాశి సమానకాల వ్యవధులలో సమ వైశాల్యాలను పరిస్పర్శ చేయుట

3. గ్రహ ఆవర్తన కాల వర్గాన్ని ఆ గ్రహం సూర్యుని నుంచి గల సరాసరి దూర ఘనముతో భాగించిన వచ్చే సంఖ్య అన్ని గ్రహాలకు సమానమే అంటే

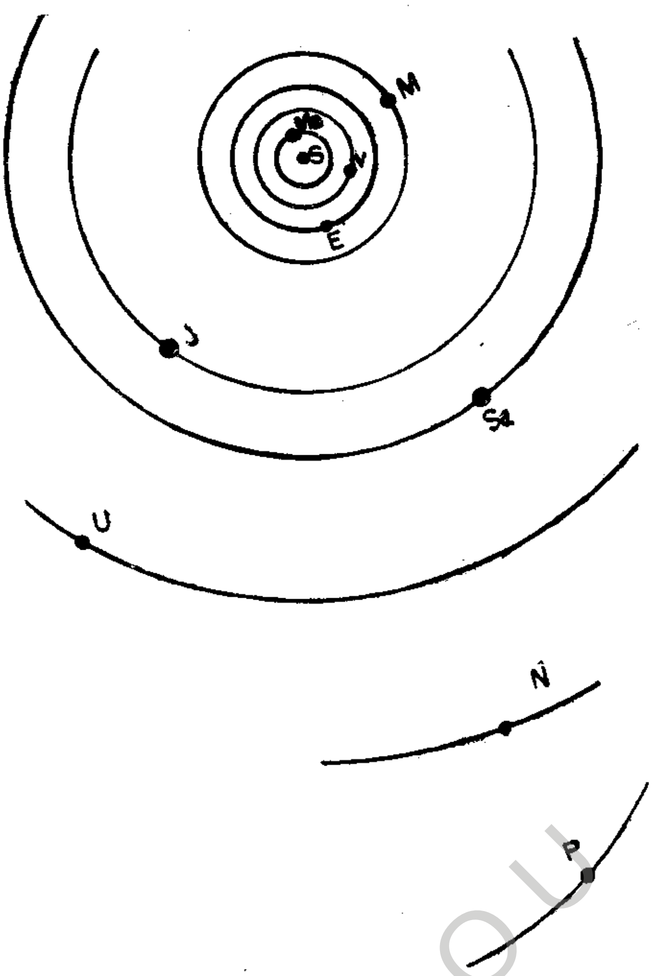
$\frac{T^2}{r^3}$ స్థిరము ఈ విలువ వివిధ గ్రహాలకు ఎలా ఉంటుందో పట్టిక 9.1లో చూడవచ్చు.

పట్టిక 9.1లో గ్రహాల అభిలక్షణాలు

గ్రహము	సూర్యునికి గ్రహానికి గల సరాసరి దూరం r ($10.^6$ Km)	ఆవర్తన కాలం T (Yrs)	$\frac{T}{r^3}$
మెర్క్యూరి	57.9	0.241	1.245
శుక్రుడు	108.1	0.615	1.252
భూమి	149.5	1.000	1.247
కుజుడు	227.8	1.881	1.249
గురుడు	777.8	11.862	1.246
శని	1426.0	29.458	1.247
యురేనస్	2869.0	84.015	1.245
నెప్ట్యూన్	4496.0	164.790	1.246
ప్లూటో	5899.0	247.700	1.246

కెప్లర్ గమన సూత్రాలు ఆధారంగా సూర్యుని చుట్టూ దీర్ఘ వృత్తాకృతిలో పరిభ్రమించు గ్రహగమనాలను పటము 9.3లో చూడవచ్చు.

చంద్రుడు భూమికి ప్రకృతి సిద్ధంగా ఉన్న ఉపగ్రహము. 27.3 దినములు ఆవర్తన కాలంలో చంద్రుడు భూమి చుట్టూ పరిభ్రమిస్తుంటాడు. వైజ్ఞానికంగాను, సాంకేతికంగాను జరిగిన పురోభివృద్ధి వలనను, రోదసీ యానంలో మానవుడు సాధించిన విజయాల వలన నేడు భూమి చుట్టూ స్థిర కక్ష్యలో పరిభ్రమించేలా కృత్రిమ ఉపగ్రహాలను ప్రవేశపెట్టగలుగుచున్నారు. గురు గ్రహానికి ప్రకృతి సిద్ధంగా 12 చంద్రులు ఉన్నారు. గ్రహాలచుట్టూ పరిభ్రమించే ఉపగ్రహాలు ప్రకృతి సిద్ధ మయినా కృత్రిమమయినా అవి న్యూటన్ ప్రతిపాదించిన గమన సూత్రాలు. విశ్వ గురుత్వ సూత్రములను పాటిస్తూనే గమనానికి లోనయి ఉంటాయి.



పటము 9.3 సౌరకుటుంబం. S - సూర్యుడు, Me - మెర్క్యురీ, V - శుక్రుడు, E - భూమి, M - కుజుడు, J - గురువు, S - శని, U - యురేనస్, N - నెప్ట్యూన్, P - ప్లూటో

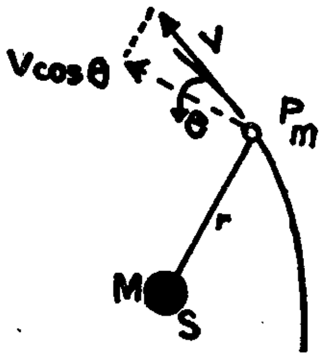
9.4 గ్రహగమనాలు – న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సూత్రము నిత్యత్వ సూత్రాలు ఆధారంగా విశదీకరించుట – కెప్లర్ సూత్రాల ఉత్పాదన

విశ్వగురుత్వ సూత్రము నిత్యత్వ సూత్రాలు ఆధారంగా గ్రహాల ఉపగ్రహాల గమన రీతులను సంపూర్ణంగా వర్ణించవచ్చు. ప్రతిగ్రహము సూర్యునిచుట్టూ ఇతర గ్రహాల ప్రమేయం లేకుండా స్వతంత్రంగా పరిభ్రమిస్తున్నదని అనుకొందాము. దీనికి కారణం ప్రతి రెండు గ్రహాల సరాసరి దూరం ఆ గ్రహాలు సూర్యుని నుంచి ఉన్న దూరానికి దాదాపు సమానంగా ఉంటాయి. కనుక ఈ గ్రహాల పరస్పర వైకల్ప ప్రభావాలు సూర్యుని వలన ఈ గ్రహాల పైగల ప్రభావంతో పోలిస్తే దాదాపు 10^6 వంతులు తక్కువగా ఉంటాయి. ఉదాహరణకు గురుగ్రహం వలన భూమి మీద వైకల్ప ప్రభావం సూర్యుని వలన భూమిపైగల ప్రభావానికి 10^{-4} వంతులు ఉంటుంది.

ద్రవ్యరాశి ఎక్కువ గనుక దాని వేగము తక్కువగా ఉంటుంది. ఇలాంటి సందర్భమే ఏదేని గ్రహం సూర్యుని చుట్టూ పరిభ్రమిస్తున్నప్పు డు ఏర్పడుతుంది.

9.4.1 కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం – కెప్లర్ రెండవ గమన సూత్రం

వ్యవస్థ మీద బాహ్యటార్క్‌లు పనిచేయుట లేదు కనుక వ్యవస్థ కోణీయ ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వంగా ఉండాలి. పటము 9.4లో చూపినట్లు సూర్యుని S చుట్టూ పరిభ్రమిస్తున్న P గ్రహం వేగం v అనుకొందాము.



పటము 9.4 సూర్యునికి చుట్టూ గ్రహం. ప్రక్షేప మార్గం

గ్రహం ద్రవ్యరాశి m అనుకొందాము. PS లను కలిపే వ్యాసార్థ సదిశరాశి r అనుకొందాము. సూర్యుని ద్రవ్యరాశి M అనుకొందాము. v దిశకు, వ్యాసార్ధ సదిశరాశి r కు గీచిన లంబరేఖకు గల మధ్య కోణాన్ని θ అనుకొందాము. వ్యాసార్ధ సదిశ రాశికి లంబంగా గల రేఖ వెంబడి గ్రహం యొక్క వేగాంశము v cos θ. S కేంద్రంగా పరిభ్రమిస్తున్న గ్రహం కోణీయ వేగం ω అయిన

$$\omega = \frac{v \cos \theta}{r} \tag{9.2}$$

కోణీయ ద్రవ్య వేగము L అయిన

$$L = mr^2\omega = \frac{mr^2 \, v \cos \theta}{r} \tag{9.3}$$

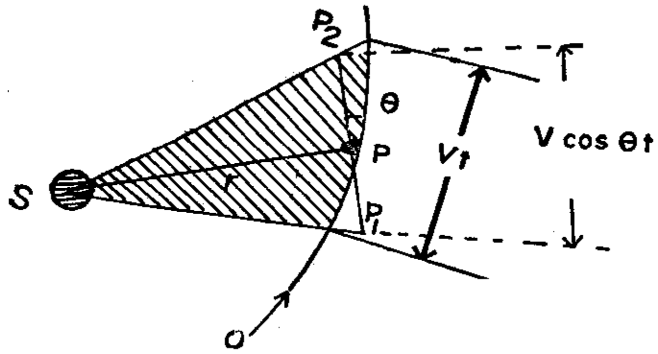
$$\therefore \; L = mr\, v \cos \theta \tag{9.4}$$

పటము 9.5లో వ్యాసార్ధ సదిశరాశి SP, t కాలంలో ట్రేస్ చేసిన వైశాల్యం A చూడవచ్చు. ఈ వైశాల్యము $S P_1 P_2$ త్రిభుజ వైశాల్యానికి సరిగా సమానము. చాలా తక్కువగా అంటే dt ఉన్నచో. సూర్యునిచుట్టూ పరిభ్రమించే గ్రహం దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో ఎక్కడ ఉన్నా వ్యాసార్ధ సదిశరాశి dt కాలంలో ట్రేస్ చేసే వైశాల్యం dA కి సమానంగా ఉటుంది. $A = \frac{1}{2}(v \cos \theta)\, t.\; r$ కనుక

$$dA = \frac{1}{2}(v \cos \theta)\; r \;\; dt \tag{9.5}$$

సమీకరణం 9.4 ప్రకారం

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\, r\, v\cos\phi = \frac{L}{2m} = \text{స్థిరము} \tag{9.6}$$



పటము 9.5 త్రిజ్యాసదిశరాశి t కాలంలో పరిక్షేపణ చేసిన వైశాల్యం

వ్యాసార్థ సదిశరాశి ప్రస్పరము (Sweep) చేసే వైశాల్యం రేటు స్థిరంగా ఉంటుంది. దీనినే కెప్లర్ రెండవ గ్రహ గమన సూత్రము అంటారు.

9.4.2. శక్తి నిత్యత్వం – కెప్లర్ మొదటి సూత్రం

భార వస్తువు నిశ్చలంగా ఉందని భావిస్తే వ్యవస్థ గతిజ శక్తి

$$K.E = \frac{1}{2} mv^2 \tag{9.7}$$

గురుత్వాకర్షణ వల్ల వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి

$$P.E = \frac{-GMm}{r} \tag{9.8}$$

వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి స్థిరంగా ఉంటుంది. గనుక

$$(1/2)\, mv^2 - 1\ \frac{GMm}{r} = E \tag{9.9}$$

$v = \dfrac{L}{mr \cos\theta}$ కనుక సమీకరణ 9.9 కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\frac{1}{2} m \frac{L^2}{m^2 r^2 \cos^2\theta} - \frac{GMm}{r} = E \tag{9.10}$$

లేదా

$$\frac{L^2}{2mr^2 \cos^2\theta} - \frac{GMm}{r} = E \tag{9.11}$$

లేదా

$$r^2 + \frac{GMm\, r}{E} - \frac{L^2}{2m\, E \cos^2\theta} = O \tag{9.12}$$

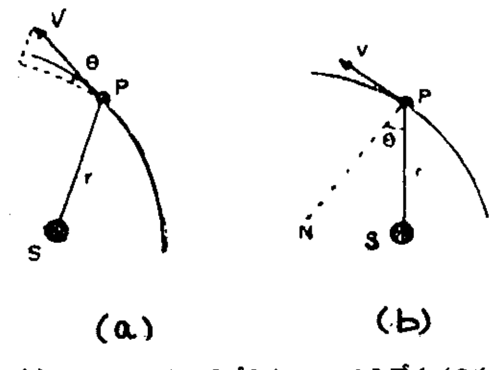
పై సమీకరణాన్ని r విలువ కనుగొనుటకు సాధిస్తే

$$r = \frac{1}{2}\left[\frac{-GmM}{E} - \frac{G^2m^2M^2}{E^2} + \frac{2L^2}{mE\cos^2\theta}\right] \tag{9.13}$$

r కు రెండు విలువలు ఉంటాయి. అవి

$$r_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{-GmM}{E} - \left(\frac{G^2m^2M^2}{E^2} + \frac{2L^2}{mE\cos^2\theta}\right)^{1/2}\right] \tag{9.14}$$

$$r_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{-GmM}{E} + \left(\frac{G^2m^2M^2}{E^2} + \frac{2L^2}{mE\cos^2\theta}\right)^{1/2}\right] \tag{9.15}$$

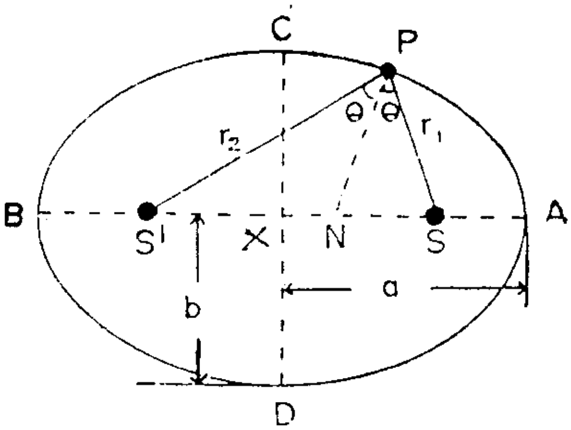


పటము 9.6 (a) త్రిజ్యాసదిశరాశికి గీసిన లంబానికి వేగ సదిశరాశి మధ్యగల కోణం θ
(b) త్రిజ్యా సదిశరాశికి కక్ష్యకు గీసిన లంబం N కి మధ్యగల కోణం θ సమానం

m, M, U, L cos θ విలువలకు సంబంధించి r కు r_1 r_2 రెండు విలువలు ఉంటాయి. అంటే ఒకే cos θ విలువ ఉండేలా θ రెండు విలువలు ఉంటాయి. పటము 9.6లో చూపినట్లు వ్యాసార్థ సదిశరాశి

దిశకు, Pవద్ద కక్ష్యకు లంబదిశకు గల మధ్య కోణము వేగ సదిశ రాశికి వ్యాసార్థ దిశ రాశికి లంబంగాగల దిశకు మధ్య గల కోణానికి సమానంగా ఉంటుంది. కక్ష్యలో P వద్ద లంబరేఖ pNకి అవతలి వైపున — θని లేదా అని సూచించే వ్యాసార్థ సదిశరాశి r_2 గా ఉంటుంది. దీనిని పటము 9.7 లో చూడవచ్చు. r_1 r_2 లు కలిపితే

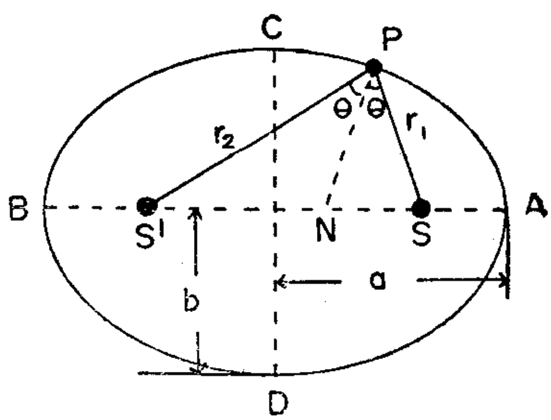
$$r_1 + r_2 = -\frac{G\,m\,M}{E} \qquad (9.16)$$



పటము 9.7 గ్రహగమనం - దీర్ఘవృత్తాకార కక్ష్య S, S^1, - అభికేంద్రాలు

రెండు వ్యాసార్థ సదిశరాశుల మొత్తము స్థిర విలువ కలిగి ఉంటుంది. వ్యాసార్థ సదిశరాశులు ధనాత్మకంగా ఉంటాయి కనుక U ఋణాత్మకంగా ఉండాలి. అంటే గతిజశక్తి < స్థితిజ శక్తి. రెండు స్థిర బిందువుల నుంచి ఏదేని ఒక బిందువు దూరాల మొత్తం ఆ బిందువు చలనంలో నున్న స్థిరంగా ఉండిచనో ఆ బిందువు పథం దీర్ఘ వృత్తాకృతిలో ఉంటుంది. అంటే వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి ఋణాత్మక విలువ కలిగి ఉన్నప్పుడు గ్రహం m యొక్క పథము దీర్ఘ వృత్తాకృతిలో ఉంటుంది. ఇదే కెప్లర్ మొదటి గమన సూత్రము.

గ్రహ కక్ష్యఆకృతి, పరిమాణము సూర్యుని చుట్టూ గ్రహం పరిభ్రమించే దీర్ఘ వృత్తము రెండు అక్షాల సౌష్ఠవతను కలిగి ఉంటుంది. ఈ రెండు అక్షాలు ఒకదాని కొకటి లంబంగా ఉంటాయి. ఇవి పటము 9.8లో చూపిన AB, CD రేఖలు, సూర్యుని చుట్టూ గ్రహం దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుతున్నప్పుడు గ్రహము A వద్ద ఉన్నప్పుడు θ విలువ శూన్యంగా ఉంటే గ్రహం C వద్దకు చేరినప్పుడు θ విలువ గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. గ్రహం B బిందువు వద్దకు వచ్చినప్పుడు θ విలువ శూన్యమవుతుంది. S,S^1ల గుండా వెళ్ళే దీర్ఘాక్షము A B విలువ వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి మీద ఆధారపడుతుంది. దీర్ఘాక్షము పొడవు 2 a అయిన



పటము 9.8 శక్తి E కి కోణీయ ద్రవ్యవేగం L కి 2a, 2b సంబంధం

$$2a = AS^1 + AS = AS^1 + BS^1 = r_1 + r_2 = -\frac{GMm}{E} \quad (9.17)$$

హ్రస్వాక్ష O పొడవు కోణీయ ద్రవ్యవేగము మీద వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి మీద ఆధారపడుతుంది. పటము 9.7 ప్రకారం

$$2b = 2[SC^2 - SX^2]^{1/2} \quad (9.18)$$

$$SC = SC + SC^1 = r_1 + r_2 = -\frac{GMm}{E}$$ కనుక

$$SC = -\frac{GMm}{2E} \quad (9.19)$$

$\theta = 0$ అయినప్పుడు $Ss^1 = r_2 - r_1$ $SX = \frac{SS_1}{2}$ కనుక

$$SX = \frac{r_2 - r_1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{G^2m^2M^2}{E^2} + \frac{2L^2}{mE}\right)^{1/2} \quad (9.20)$$

సమీకరణాలు 9.19 9.20 లను సమీకరణం 9.18లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$2b = \left[2\frac{G^2M^2m^2}{4E^2} - \frac{L}{4}\left(\frac{G^2m^2M^2}{E^2} + \frac{2L^2}{mE}\right)\right]^{1/2} \quad (9.21)$$

$$\therefore 2b = 2\left(-\frac{2L^2}{4mE}\right)^{1/2} \quad (9.22)$$

$$b = L\left(-\frac{1}{2mE}\right)^{1/2} \quad (9.23)$$

$$b = L - (-2mE)^{-1/2} \quad (9.24)$$

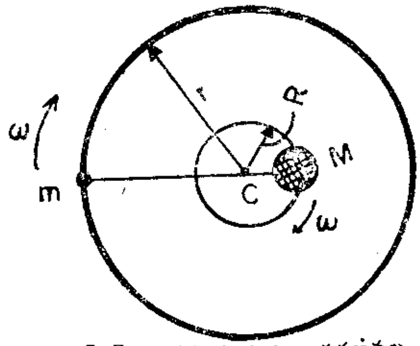
పై సమీకరణం ప్రకారం హ్రస్వాక్షం విలువ వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి మీద కోణీయ ద్రవ్య వేగము మీద ఆధారపడుతుంది. హ్రస్వాక్షం పొందే గరిష్ట విలువ దీర్ఘాక్షానికి సమానంగా ఉంటుంది. అలాంటి సందర్భాలలో దీర్ఘవృత్తం వృత్తాకృతిని పొందుతుంది. అప్పుడు

$$\text{గరిష్ట } (-2mE)^{\frac{-1}{2}} = \frac{GmM}{2E} \quad (9.25)$$

$$\therefore L\ \text{గరిష్ట} = Gm^2M\ (-2mE)^{-1/2} \quad (9.26)$$

9.4.3 కెప్లర్ మూడవ సూత్రము

సరళంగా ఉండేందుకు అనువుగా సూర్యుని చుట్టూ పరిభ్రమించే గ్రహ కక్ష్య వృత్తాకృతిలో నున్నదను కొందాము. గోళాకృతిలో గల సూర్యుని, గ్రహముల ద్రవ్యరాశులు వరుసగా M,m అనుకొందాము. ఈ రెండు పరస్పరం గురుత్వాకర్షణకు లోనయి వృత్తాకృతిలో పరిభ్రమిస్తున్నాయను కొందాము. ఈ జంట వస్తువుల వ్యవస్థ ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ఈ రెండు వస్తువులను కలిపే రేఖపై C వద్ద ఉందనుకొందాము. పటము 9.9లో చూపినట్లు C స్థానం mr = MR ఉండేలా ఉందదని అనుకొందాము. వ్యవస్థపై బాహ్యబలాలు పనిచేయనప్పుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని తీసికొందాము. M ద్రవ్యరాశి గల భార వస్తువు R వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార కక్ష్యలోను m ద్రవ్యరాశి గల గ్రహము r వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార కక్ష్యలోను పరిభ్రమిస్తాయి.



పటము 9.9 పరస్పర గురుత్వాకర్షణవల్ల రెండు వస్తువులు వృత్తాకారకక్ష్యలలో భ్రమణం

ఈ రెండు ద్రవ్యరాశులు ఒకే కోణీయ వేగం ωని కలిగి ఉంటాయి. ఇది జరగాలంటే ప్రతి వస్తువు మీద పనిచేసే గురుత్వ బలం అవసర మయిన అభి కేంద్ర త్వరణాన్ని కలగ చేయాలి. గురుత్వ బలాలు చర్య ప్రతిచర్య యుగళాలు గనుక అవి కేంద్ర బలాలు సమానంగా ఉండి వ్యతిరేక దిశలో పనిచేయాలి. అంటే $m\omega^2r = M\omega^2R$. $mr = MR$ కనుక $m\omega^2r = M\omega^2R$ అవుతుంది. ఒక వస్తువుపై పనిచేసే గురుత్వ బలం దానిపై పనిచేసే అభికేంద్ర బలానికి సమానమయినప్పుడే ఆ వస్తువు కక్ష్యలో తిరుగుతుంటుంది. కనుక

$$\frac{GmM}{(R+r)^2} = m_1\omega^2 r \tag{9.27}$$

M ≥≥ m అయినప్పుడు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుంచి M దూరం m దూరంకన్నా చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. ఇది భూమి సూర్యుడు వ్యవస్థకు వర్తిస్తుంది. కనుక సమీకరణం 9.27 లో R ని ఉపేక్షించవచ్చు.

$$\therefore GM_s = \omega^2 r^3 \tag{9.28}$$

ఇచ్చట సూర్యుని Ms ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తుంది. కోణీయ వేగం $\omega = \frac{2P}{T}$ కనుక

$$GMs = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r^3 \tag{9.29}$$

సమీకరణం 9.29 గ్రహగతులను తెలిపే మూల సమీకరణము. r దీర్ఘాక్షాన్ని సూచిస్తే సమీకరణం 9.29 దీర్ఘవృత్తాకార కక్ష్యలకు కూడా అనువర్తిస్తుంది. సమీకరణం 9.29ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_s} r^3 \tag{9.30}$$

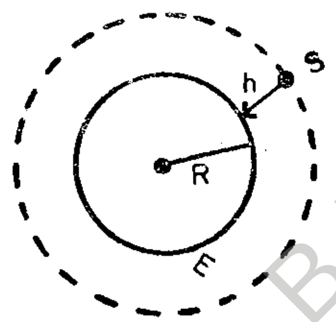
లేదా $T^2 \alpha r^3$ (9.31)

సమీకరణం 9.31 కెప్లర్ మూడవ గ్రహగమన సూత్రాన్ని సూచిస్తుంది. అంటే

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{T_3^2}{r_3^3} = \text{స్థిరము} \tag{9.32}$$

మాదిరిలెక్క-1 భూమి యొక్క కృత్రిమ ఉపగ్రహం భూమి నుంచి 5×10^5 m దూరంలో వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమిస్తున్నది. భూమి వ్యాసార్ధము 6.37×10^6m భూమి ద్రవ్యరాశి 5.98×10^{24} kg. G విలువ 6.67×10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}. ఉపగ్రహ ఆవర్త కాలాన్ని కనుగొనుము.

జవాబు :



పటము 9.10 భూమి చుట్టూ తిరుగుతున్న ఉపగ్రహం

పటము 9.10 లో చూపినట్లు భూకేంద్రం నుంచి ఉపగ్రహం దూరం $r = R + h$

$r = 6.37 \times 10^6 m + 5 \times 10^5 m$

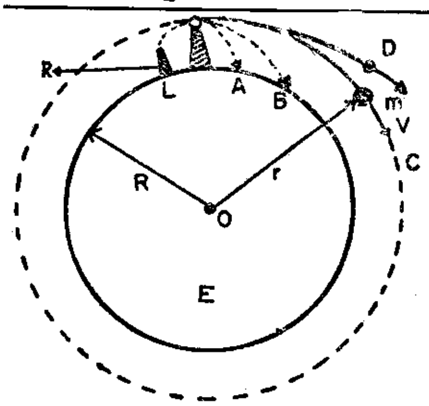
$= 6.87 \times 10^6 m.$

కెప్లర్ మూడవ గమన సూత్రం ప్రకారం ఉపగ్రహం ఆవర్తన కాలం T అయిన

$$T = \left(\frac{4\pi^2}{G\ M}\right) r^3 = \frac{4\pi^2\ 1 \times (6.87 \times 10^6)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}$$

$= 5.67 \times 10^3$ s.

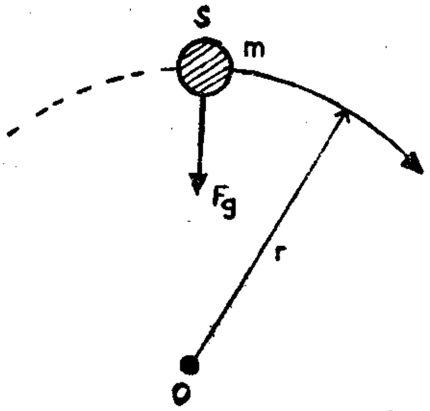
9.5 ఉపగ్రహాల గమనం



పటము 9.11 వంతెనపై నుంచి ప్రయోగించిన ప్రక్షేపకాలు R - రాకెట్

మనము రోదశీయుగంలో నివసిస్తున్నాము. రోదశి కేంద్రా స్థాపన, గ్రహాంతర రోదశీయానాము, ఉపగ్రహ వార్తా ప్రసార సాధనాలు మనకు సుపరిచతమైన విషయాలు. రోదశి నౌక భూమి చుట్టూ ఉపగ్రహంగా పరిభ్రమించుటకు భూమిని వదలినప్పుడు దాని తొలి గమన దిశ ఊర్ధ్వ ముఖంగా ఉంటుంది. రోదశినౌక కొంత ఎత్తుకు వెళ్ళిన తర్వాత నియంత్రిత పరికరాలను ఉపయోగించి దాని గమనం సమాంతరంగా ఉండేలా చేస్తారు. రోదశి నౌక భూమిచుట్టూ పరిభ్రమించాలంటే దాని టేక్ ఆఫ్

వేగం ఎంత ఉండాలి? అనె విషయము పటము 9.11 ఆధారంగా అర్థం చేసికోవచ్చు అనేక కిలోమీటర్లు ఎత్తున ఉన్న శిఖరము (Tower) పై భాగం నుంచి ప్రక్షేప కాలను సమాంతరంగా ప్రయోగించినామనుకొందాము. తొలివేగం తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ప్రక్షేపకం పరవలయాత్మక పథం A ద్వారా పయనిస్తుంది. ఎక్కువ తొలివేగం ఉన్నచో ఆ ప్రక్షేపకం పథం పథం B గా ఉంటుంది. కానీ అత్యధిక వేగంతో విడుదలయిన ప్రక్షేపకం భూమిపై పడునప్పుడు అది r వ్యాసార్ధం గల వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమిస్తుంది. ఈ వేగాన్ని కక్షీయ వేగం అంటారు. ఇంకా ఎక్కువ తొలివేగం గల ప్రక్షేపాలు దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమించడం గానీ, లేదా భూమ్యాకర్షణ క్షేత్రం నుంచి వెలుపలికి గానీ వెళ్ళుతుంది. ఉపగ్రహం వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమిస్తున్నప్పుడు దానిమీద పనిచేసే బలం పటము 9.12లో చూపినట్లు భూ కేంద్రం వైపుకు ఉద్దిష్టమయి (directed) ఉంటుంది.



పటము 9.12 ఉపగ్రహం మీద పనిచే సే బలదిశ. O భూకేంద్రం, S ఉపగ్రహం

ఉపగ్రహం వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుతున్నప్పుడు అవసరమయిన అభికేంద్ర బలం గురుత్వాకర్షణ వలన లభిస్తుంది. కనుక అభికేంద్రక బలం F_e, గురుత్వ బలం F_g కి సమానము.

$$F_e = \frac{mv^2}{r} = F_0 = \frac{GMem}{r^2} \qquad (9.33)$$

$$\therefore v^2 = \frac{GM_e}{r} \qquad (9.34)$$

సమీకరణం 9.34 ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగాన్ని తెలుపుతుంది. ఈ విశ్వంలో గల ఏ ఖగోళ వస్తువు చుట్టూ తిరిగే ఉపగ్రహానికైనా సమీకరణం 9.34 వర్తిస్తుంది. ఉపగ్రహం భూతలానికి దగ్గరగా పరిభ్రమిస్తున్నచో సమీకరణం 9.34లో r బదులు భూవ్యాసార్ధం R ని వాడవచ్చు. ఇలాంటి పరిస్థితులలో అభికేంద్ర బలం mg. ఇచ్చట g గురుత్వ త్వరణాన్ని సూచిస్తుంది.

$$\therefore mg = \frac{GM_e m}{R^2} \qquad (9.35)$$

ఇచ్చట $R = 6370$ km. $g = 9.8\ ms^{-2}$.

ఇప్పుడు

$$GM_e = g\ R^2 \qquad (9.36)$$

సమీకరణం 9.36ని సమీకరణం 9.24లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$v = \left(\frac{gR^2}{r}\right)^{1/2} \qquad (9.37)$$

పై సమీకరణ భూమి చుట్టూ పరిభ్రమించే ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగాన్ని సూచిస్తుంది.

మాదిరిలెక్క-2 : భూతలానికి 1000 km దూరంలో ఒక ఉపగ్రహం పరిభ్రమిస్తున్నది. భూవ్యాసం 6.37×10^6 m. భూమి ద్రవ్యరాశి 5.98×10^{24} kg. G విలువ $6.6537 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$. ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగాన్ని కనుగొనుము.

జవాబు :

ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగం v అయిన

$$v = \left(\frac{Gm}{r}\right)^{1/2} = \left(\frac{G\ M}{R+h}\right)^{1/2}$$

$$v = \left(\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{(6.37 \times 10^6 + 1 \times 10^6)}\right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{6.673 \times 10^{13} \times 5.98}{7.37 \times 10^6}\right)^{1/2}$$

$$\therefore\ v = \left(\frac{66.73 \times 5.98}{7.37}\right)^{1/2} 103 = 7.4 \times 10^3 S^{-1}$$

మాదిరిలెక్క-3 : గురుగ్రహానికి గల 12 చంద్రులలో ఒక చంద్రుడు (యురోపా) 7×10^8 m వ్యాసార్థం గల కక్ష్యని ఒకసారి చుట్టుటకు పట్టే కాలము 3.5 దినములు. భూమి యొక్క చంద్రుడు భూమి చుట్టూ ఒకసారి తిరుగటకు 27.3 దినములు తీసికొంటాడు. భూమి చంద్రుని కక్ష్యా వ్యాసార్థము 4.01×10^8 m. భూమి ద్రవ్యరాశి 5.98×10^{24} kg. గురుగ్రహం ద్రవ్యరాశి ఎంత?

జవాబు :

గ్రహం చుట్టూ తిరిగే చంద్రుని కక్ష్య వృత్తాకృతిలో నున్నదనుకొంటే గురుత్వాకర్షణ బలం అభికేంద్ర బలానికి సమానంగా ఉంటుంది.

$$\therefore\ \frac{G\ mM}{r^2} = \frac{m\ v^2}{r} = \frac{m}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \qquad (1)$$

M_E, $M^E{}_m$, M_J, $M_{J,m}$ లు వరుసగా భూమి, భూమి యొక్క చంద్రుడు, గురు గ్రహం, గురుగ్రహం చంద్రుల ద్రవ్యరాశులను సూచిస్తాయను కొందాము. భూ చంద్రుని కక్ష్యా వ్యాసార్థము r_{Em} గురుగ్రహ చంద్రుని కక్ష్యా వ్యాసార్థము r_{Jm} అనుకొందాము. భూమి చంద్రుని ఆవర్తన కాలము T_{Em} గురుగ్రహ చంద్రుని ఆవర్తన కాలం T_{Jm} అనుకొందాము. అప్పుడు

$$\frac{GM_J\ m_{Jm}}{r^2_{Jm}} = \frac{m_{Jm}}{r_{Jm}}\left(\frac{2\pi r_{Jm}}{T_{Jm}}\right)^2 \qquad (2)$$

$$\frac{GM_E\ m_{Em}}{r_{Em}} = \frac{M_{Em}}{r_{Em}}\left(\frac{2\pi r_{Em}}{T_{Em}}\right)^2 \qquad (3)$$

సమీకరణం 2ను సమీకరణం 3 తో భాగిస్తే

$$\frac{M_J}{M_E} = \left(\frac{T_{Em}}{T_{Jm}}\right)^2 \left(\frac{r_{Jm}}{T_{Em}}\right) \qquad \text{..... (4)}$$

$$\therefore\ M_J = M_E \left(\frac{T_{Em}}{T_{Jm}}\right)^2 \left(\frac{r_{Jm}}{T_{Em}}\right)^3$$

$$M_J = 5.98 \times 10^{24} \left(\frac{27.3}{3.5}\right)^2 \left(\frac{7 \times 10^8}{4.01 \times 10^8}\right)^3 = 1.935 \times 10^{27}\ \text{kg.}$$

మాదిరిలెక్క 4 : భూమికి 7×10^6m దూరంలో నున్న ఉపగ్రహం ఒక పరిభ్రమణం చేయుటకు 90 నిముషాలు తీసికొంటుంది. భూమిపైనున్న పరిశీలకుడు ఈ గ్రహం నిశ్చలంగా ఉన్నట్లు చూడాలంటే ఆ గ్రహాన్ని భూకేంద్రం నుంచి ఎత్త దూరంలో ఉండాలి.

జవాబు :

స్థిర ఉపగ్రహం ఈక్వటోరియల్ తలంలో పడమర నుంచి తూర్పుకు భూమి చుట్టూ 24 గంటల కొకసారి తిరగాలి. అప్పుడు ఆ ఉపగ్రహం భూమిచుట్టూ భూమి ఆత్మభ్రమణం చేసే రేటుకు సమానంగా తిరగుతుంది. కెప్లర్ మూడవ సూత్రం ప్రకారం

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$\therefore\ R_2^3 = R_1^3 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2.$$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం $R_1 = 7 \times 10^6 m$. $T_1 = 90 \times 60s$ $T_2 = 24 \times 60 \times 60s$.

$$\therefore\ R_2^3 = (7 \times 10^6)3 \left(\frac{24 \times 60 \times 60}{90 \times 60}\right)^2$$

$$R_2 = 3\sqrt{5488} \times 10^6 \text{ m} = 1.76 \times 10^7 \text{ m}.$$

9.6 సారాంశం

కెప్లర్ సూర్యుని చుట్టూ తిరిగే గ్రహాల గమనాలను మూడు సూత్రాల సహాయంతో వివరించాడు. ఈ సూత్రాలను కెప్లర్ నియమాలు అంటారు

1) ప్రతి గ్రహము సూర్యుని చుట్టూ దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో తిరుగుతుంటుంది. దీర్ఘ వృత్తం ఒక నాభిలో సూర్యుడు ఉంటాడు.
2) సూర్యుని గ్రహాన్ని కలిపే సదిశ త్రిజ్య సమానకాల వ్యవధులలో సమాన వైవాల్యాలున్న ప్రదేశాలను పర్యటిస్తుంది.
3) ప్రతి గ్రహము యొక్క కక్ష్యా వర్తన కాలం సూర్యుని నుంచి గ్రహానికి గల సరాసరి దైరం ఘనానికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

గ్రహం చుట్టూ పరిభ్రమించే వస్తువును ఉపగ్రహం అంటారు. ఉపగ్రహం కక్షీయ వేగం V.

$$V = \left(\frac{Gm}{r}\right)\frac{1}{2}$$

ఈ సమీకరణంలో M గ్రహ ద్రవ్యరాశిని, r ఉపగ్రహ కక్ష్యావ్యాసార్ధాన్ని సూచిస్తాయి.

9.7. నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) మన సౌరకుటుంబములోని గ్రహాల గమనాలను గూర్చిన సరి అయిన అవగాహన ఏర్పడడానికి దారితీసిన మౌలికమైన విజ్ఞానశాస్త్ర పరిశోధనాభివృద్ధిని గూర్చి వివరంచండి.
2) కెప్లర్ రెండవ, మూడవ గ్రహ గమన సూత్రాలను నిరూపించుటకు ఎలా తోడ్పడతాయో వివరించండి?

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలను వ్రాయండి.

1) కెప్లర్ గ్రహగమన సూత్రాలను నిర్వచించండి.
2) భూమికి సమీపంగా పరిభ్రమిస్తున్న ఉపగ్రహ కక్షీయవేగం $V = \frac{gR^2}{r}$ అని నిరూపించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. ఒక గ్రహం యొక్క ఉపగ్రహం దాని చుట్టూ 5 దినముల కొకతూరిపరిభ్రమిస్తుంది. చంద్రుని కక్ష్య వ్యాసార్ధం 5×10^6 km. గ్రహం ద్రవ్యరాశి ఎంత?(జవాబు 39.67×10^{24}kg)
2. భూమి మీద పరిశీలకునికి నిశ్చలంగా కనపడేలా కృత్రిమ ఉపగ్రహాన్ని భూమధ్యరేఖ తలంలో భూమి చుట్టూ కక్ష్యలో ప్రవేశపెట్టవలసినప్పు డు ఆ కక్ష్య వ్యాసార్ధ మెంత ఉండాలో కనుగొనండి. (జవాబు 4.22×10^7m)

3. చంద్రుని ఉపరితలానికి 100 km ఉన్నతాంశంలో కృత్రిమ ఉపగ్రహం ప్రవేశపెట్టబడినది. కృత్రిమ ఉపగ్రహ కక్షీయ వేగాన్ని దాని ఆవర్తన కాలాన్ని కనుగొనండి. చంద్రుని ద్రవ్యరాశి 7.825×10^{22} kg. వ్యాసార్ధం 1.738×10^{6}m. (జవాబు $1.634 \times 10^{3} ms^{-1}$, 1.964 hrs.)

4. గురుగ్రహ చంద్రులలో ఒకదాని ఆవర్తన కాలం 1.53×10^{5} s. చంద్రుని కక్ష్య వ్యాసార్థము గురుగ్రహ వ్యాసార్థానికి 5 రెట్లు ఉన్నది. గురుగ్రహ సాంద్రత కనుగొనండి.

(జవాబు 1050 kg m^{-3})

5. కుజ గ్రహానికి సూర్యునికి గల మధ్యదూరం భూమికి సూర్యునికిగల మధ్యదూరం కన్నా 1.524 రెట్లు ఎక్కువ. కుజగ్రహ ఆవర్తన కాలమెంత? (జవాబు 1.878 సంవత్సరాలు)

6. భూమికి 900 km ఎత్తులో పరిభ్రమిస్తున్న ఉపగ్రహం ఆవర్తన కాలమెంత? (జవాబు 196 s.)

భాగం –10 గురుత్వ క్షేత్రం, గురుత్వశక్మం

విషయక్రమం

10.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈభాగంలో గురుత్వ క్షేత్రం, గురుత్వ శక్మం అనే భావనలను చర్చించటం జరిగింది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1) బహుకణ వ్యవస్థ బంధన శక్తిని లెక్కకట్టగలరు.
2) గురుత్వక్షేత్రసత్వం దూరంతో తగ్గుతుందని తెలుసుకోగలరు.

10.2 ప్రవేశిక

ఈ భాగంలో గురుత్వ క్షేత్రం, గురుత్వ శక్మకం అనే భావనల వివరణ ఉంది. న్యూటన్ విశ్వగురుత్వాకర్షణ సూత్ర సహాయంతో గురుత్వ క్షేత్రంలోని స్థితిజ శక్తికి సమీకరణం రాబట్టబడింది.

10.3 గురుత్వ క్షేత్రం – క్షేత్ర సత్వం

ఏదేని రెండు వస్తువుల మధ్య ఆకర్షణ ఉంటుందని న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సూత్రం పేర్కొంటుంది. దీనికి కారణం ఒక వస్తువు మరొక వస్తువుపై బలాన్ని తనవైపు దిశాత్మకమయి ఉండేలా ఆపాదించుట చేతనే ఒక కణం వలన మరొక కణం మీద ఉండే బలం రెండు వస్తువులు విడివిడిగా దూరంగా ఉన్నా పనిచేస్తుంది. కనుక ఈ గురుత్వ బలం దూర చర్య (action at a distance) భావాన్ని కలుగ జేస్తుంది.

రెండు ద్రవ్యరాశి కణాల మధ్య గల ఆకర్షణను గురుత్వ క్షేత్ర భావన ఆధారంగా విశదీకరించ వచ్చు. ప్రతి వస్తువు తన చుట్టు ఉన్న ప్రదేశంలో ఒక విధమయిన మార్పును కలుగ జేస్తుంది. ఆ వస్తువు ప్రభావమున్న ప్రదేశంలో గురుత్వ క్షేత్రమేర్పడిందని అనుకోవచ్చు. ఈ క్షేత్రం వస్తువుల మీద ఆకర్షణ బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది. క్షేత్ర భావన దూర చర్య భావనకన్న అవగాహనాత్మకమయినది. రెండు వస్తువుల మధ్య ఉన్న గురుత్వాకర్షణలో క్షేత్రము మధ్యస్థ పాత్ర నిర్వహిస్తుంది. ఈ భావన వలన రెండు వస్తువుల మధ్య ఉన్న బలాన్ని తెలిసికొనుటకు అందులో ఒక వస్తువు వల్ల ఏర్పడిన క్షేత్ర స్వభావము తెలుసుకోవాలి. తరువాత క్షేత్రం వల్ల రెండో వస్తువు మీద ఉండే బలాన్ని తెలిసికోవాలి.

ద్రవ్యరాశి కణం వలన ఏర్పడే క్షేత్రాన్ని పరిమాణాత్మకంగా సూచించుటకు క్షేత్రం సత్వము I ని నిర్వచించాలి. గురుత్వ క్షేత్రంలో ఏదేనిబిందువు వద్ద ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే గురుత్వ బలాన్ని ఆ బిందువు వద్ద గురుత్వ క్షేత్ర సత్వంగా నిర్వచించవచ్చు. క్షేత్ర సత్వము సదిశరాశి. దీని దిశ గురుత్వ బల దిశతో ఏకీభవిస్తుంది.

భూ గురుత్వ క్షేత్రాన్ని పరిశీలిద్దాము. ఒక వస్తువును భూమికి దగ్గరగా తీసికొని వస్తే దానిమీద గురుత్వ బలం ఉంటుంది. ఈ బలం దిశ భూ కేంద్రం వైపుగా ఉంటుంది. దీని విలువ mg. ఇచ్చట m వస్తువు ద్రవ్యరాశి g గురుత్వ త్వరణము. భూమికి దగ్గరగా ఉన్న ప్రతి బిందువునూ ఆ బిందువువద్ద వస్తువుకు ఉండే గురుత్వ త్వరణం g తో ముడి పెట్టవచ్చు. కనుక g గురుత్వ క్షేత్ర సత్వాని నిర్వచిస్తుంది.

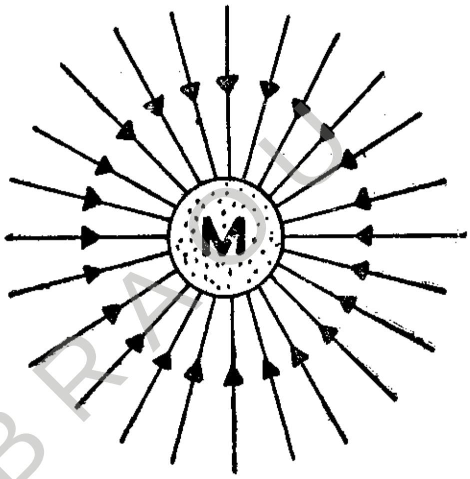
$$\therefore\ I = g = \frac{F}{m} \qquad (10.1)$$

న్యూటన్ విశ్వ గురుత్వ సూత్రం ప్రకారం.

$$F = \frac{GmM}{r^2} \qquad (10.2)$$

సమీకరణం 10 .2 ని సమీకరణం 10 .1లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$I = \frac{F}{m} = \frac{GM}{r^2} \qquad (10.3)$$



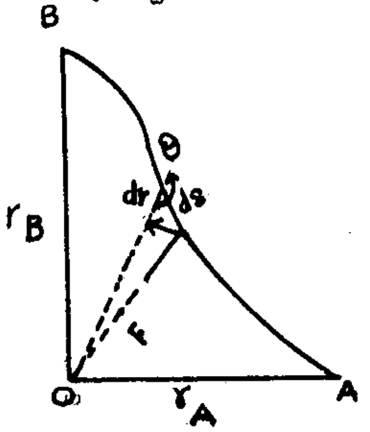
పటము 10 .1 గోళాకార ద్రవ్యరాశి M చుట్టూ భూమ్యాకర్షణ క్షేత్రం

భూగురుత్వ క్షేత్రాన్ని పటం 10 .1లో చూడవచ్చు. బాణపుగుర్తులు త్రిజ్యాత్మకంగా భూ కేంద్రం వైపునకు దిశాత్మకమయిన క్షేత్రాన్ని వివిధ బిందువుల వద్ద సూచిస్తాయి. భూ ఉపరి తలం వద్ద క్షేత్ర తీవ్రత గాఢంగా ఉంటుంది. భూ కేంద్రం నుంచి సమాన దూరంలో గల ఏ బిందువు వద్ద నయినా క్షేత్ర తీవ్రత సమాన విలువ కలిగి ఉంటుంది. దూరము పెరిగే కొద్దీ క్షేత్ర తీవ్రత తగ్గుతుంది. గురుత్వ క్షేత్రం సదిశ క్షేత్రము. ఒక నిర్దిష్ట పదార్థ వితరణ గల వస్తువు వల్ల ఏర్పడే గురుత్వ క్షేత్రంలోని ఏ బిందువు వద్ద అయినా కాలాన్ని బట్టి బల తీవ్ర మారదు. అందువల్ల గురుత్వ క్షేత్రాన్ని స్థిర క్షేత్రము అంటారు. ఉష్ణ వాహకత గల ఘన పదార్థంలో ఏర్పడే ఉష్ణోగ్రతా క్షేత్రం అదిశ క్షేత్రము. ఇది కాలంతో మారుతుంది. ఘన పదార్థం సమతా స్థితిలో నున్నప్పుడు ఈ క్షేత్రం స్థిరంగా ఉంటుంది.

క్షేత్ర భావన దూరచర్య భావనకన్న మౌలిక మైనది. గమనంలో నున్న విద్యుత్ చార్జ్ మధ్యగల బలాలను వర్ణించుటకు ఫారడే మొట్టమొదటి సారిగా క్షేత్ర భావనను ఉపయోగించినాడు. సాధారణ సాపేక్షతా సిద్ధాంత ప్రతిపాదనలో గురుత్వాకర్షణను తెలుపుటకు క్షేత్ర భావాన్ని ఐన్‌స్టీన్ ఉపయోగించినాడు.

10.4 గురుత్వ క్షేత్రంలో స్థితిజశక్తి – గురుత్వ శక్మం

పటము 10.2 లో చూపినట్లు O వద్ద M ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు గురుత్వ క్షేత్రంలో A బిందువు వద్ద m ద్రవ్యరాశి గల కణం ఉందనుకొందాము. ద్రవ్యరాశి M వల్ల ఏర్పడిన గురుత్వ క్షేత్రవు కేంద్రము O వద్ద ఉంట్యుంది. M. m ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి స్థిరంగా ఉంటుంది. O నుంచి r_A దూరములో A వద్ద ఉన్న ద్రవ్యరాశి m కొంత స్థితిజ శక్తిని కొంత గతిజశక్తిని కలిగి ఉంటుంది. A వద్ద ఉన్న m ద్రవ్యరాశి స్థితిజ శక్తిని సూచించే ప్రమేయాన్ని కనుగొనుటకు వీలుగా ఆ కణం A నుంచి B కి AB పథం వెంబడి కదలినప్పుడు జరిగిన పనిని లెక్క కట్టుదాము.



పటము 10.2 లో భూమ్యాకర్షణ క్షేత్రంలో కణం గమనం

AB పథం వెంబడి m ద్రవ్యరాశిని dsదూరం కదలించి నప్పు డు జరిగిన పని dw అయిన

$$dw = \vec{F}.\vec{ds} = Fds\cos\theta \qquad (10.4)$$

పటం 10.2 ప్రకారం

$$dr = ds\cos\theta \qquad (10.5)$$

$$\therefore dw = Fdr \qquad (10.6)$$

A నుంచి B కి ద్రవ్యరాశి m స్థానభ్రంశం చెందినప్పు డు జరిగిన మొత్తం పని w అయిన

$$w = \int_{r_B}^{r_A} Fdr \qquad (10.7)$$

వ్యవస్థంపై జరిగిన మొత్తం పని, A, B స్థానాల మీద మాత్రమే ఆధారపడుతుంది. కానీ ద్రవ్యరాశి పథం మీద ఆధారపడదు. ద్రవ్యరాశి m 'A' నుంచి B కి స్థానభ్రంశం చెందుట వలన జరిగిన పని తదనుగుణ్యంగా వస్తువు స్థితిజ శక్తిలో మార్పు కలుగుతుంది. ద్రవ్యరాశి స్థితిజ శక్తి A వద్ద U_A, B వద్ద U_B అయిన

$$W = U_A - U_B = -\int_{r_A}^{r_B} Fdr \qquad (10.8)$$

బలం F గురుత్వాకర్షణ బలం కనుక

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \qquad (10.9)$$

$$-w = U_B - U_A = \int_{r_A}^{r_B} \left(\frac{-GMm}{r^2}\right) dr \qquad (10.10)$$

$$-w = GMm \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \qquad (10.11)$$

$$-w = -GMm \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = GMm \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \qquad (10.12)$$

గురుత్వ క్షేత్రంలో ఏదైనా ఒక బిందువు P వద్ద వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తిని ఎంచుకొన్న నిర్దేశ బిందువు నుంచి ఆ బిందువు వద్దకు ఆ కణాన్ని కదల్చుటకు చేయవలసిన పనిగా నిర్వచించ వచ్చు. సౌలభ్యం కోసం ఎంచుకొన్న నిర్దేశ బిందువు నంత దూరంలో ఉందను కొందాము. అంటే A α వద్ద ఉన్నది. అప్పుడు $r_A = \alpha$ $r_B = r$ సమీకరణం 10 12 ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$U(r) - U(\infty) = U(r) - O$$
$$= -\frac{GMm}{r} \qquad (10.13)$$

పై సమీకరణంలో ఋణ సంజ్ఞ పరిమిత దూరంలో ఉన్న వస్తువు స్థితిజ శక్తి ఋణాత్మకంగా ఉంటుందని సూచిస్తుంది. ∞ వద్ద స్థితిజశక్తి శూన్యము. మధ్య దూరంగ తగ్గే కొద్దీ స్థితిజ శక్తి తగ్గుతుంది. అంటే ఏదేని కణం మీద భూమ్యాకర్షణ శక్తి ఆకర్షణీయంగా ఉంటుంది. ఏదేని కణం అనంత దూరం నుంచి భూమి వద్దకు కదలినప్పుడు భూమ్యాకర్షణ శక్తి వల్ల జరిగిన పని ధనాత్మకంగా ఉంటుంది. అంటే. U_r విలువ ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది.

సమీకరణం 10 .13 ప్రకారం M m కణాల స్థితిజ శక్తి వ్యవస్థ అభిలక్షణము. స్థితిజశక్తి వ్యవస్థ మొత్తానికి సంబంధించినది. M కదలినా m కదలినా వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తిలో మార్పు ఏర్పడుతుంది. సామాన్యంగా M అధిక భారాన్ని (సూర్యుడు) m అల్ప భారాన్ని (భూమి) కలిగి ఉన్నచో సమీకరణం 10 .13 ద్రవ్యరాశి m స్థితిజశక్తిని సూచిస్తుందని పేర్కొనవచ్చు. దీనికి కారణము స్థితిజ శక్తి మారినప్పుడు అది గతిజశక్తిగా రూపొందుతుంది. భారము ఎక్కువ గల ద్రవ్యరాశి M గతిజశక్తిలో మార్పు శూన్యంగా ఉంటుంది. కనుక వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తిలోని మార్పు అల్పభారంగల ద్రవ్యరాశి m గతిజశక్తిలో మార్పును కలుగజేస్తుంది. అందువలననే m ద్రవ్యరాశి స్థితిజ శక్తిని సమీకరణం 10 .13 సూచిస్తుందని అంటారు.

గురుత్వ క్షేత్రంలో ప్రమాణ ద్రవ్యరాశి స్థితిజ శక్తిని గురుత్వశక్మము అంటారు. గురుత్వ శక్మము V ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$V = \frac{U}{m} = \frac{-GM}{r} \qquad (10.14)$$

గురుత్వ శక్మము గురుత్వ క్షేత్రాన్ని కలిగించే వస్తువు ద్రవ్యరాశి M మీద, ఆ వస్తువు కేంద్రం నుంచి కణానికి గల దూరం మీద ఆధారపడుతుంది. గురుత్వ క్షే తీవ్రత మాదిరిగానే గురుత్వే శక్మము కూడా గురుత్వ క్షేత్ర ధర్మాన్ని సూచిస్తుంది. కానీ ఈ రెండు పరామితులకు కొద్ది బేధముంది. గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రత సదిశరాశి. గురుత్వ శక్మము అదిశరాశి.

స్థితిజ శక్తి ద్వారా బలాన్ని లెక్క కట్టవచ్చు. గోళీయ సౌష్ఠ స్థితజ శక్తి ప్రమేయానికి

$$F = \frac{-dv}{dr} = \frac{-d}{dr}\left(\frac{G\ M\ m}{r}\right) \qquad (10.15)$$

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \qquad (10.16)$$

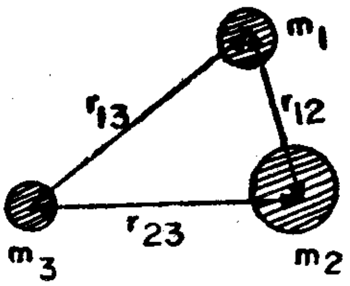
ఋణసంజ్ఞ బలంలో ఆకర్షణీయ మయినదని సూచిస్తుంది. ఇది త్రిజ్యా స్థానభ్రంశ సదిశ రాశికి వ్యతిరేక దిశలో అధే ముఖ్యంగా పనిచేస్తుంది.

10.5 అనేక వస్తువులున్న వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి

ఏదేని రెండు కణాలు r దూరంలో ఉన్నాయనుకొందాము. వాటి స్థితిజశక్తి U_r అయిన

$$U_r = -W_{\infty r} \tag{10.17}$$

పై సమీకరణములో w_∞ d r అ కణాలను అనంత దూరం నుంచి r దూరానికి తెచ్చుటకు గురుత్వాకర్షణ బలంవల్ల జరిగిన పనిని సూచిస్తుంది.



పటము 10.3
అనంతదూరంనుండి
తీసికొని వచ్చిన m_1, m_2, m_3
ద్రవ్యరాశుల ఆకృతి

m_1, m_2, m_3 కణాలు గల వ్యవస్థను తీసికొందాము. తొలి స్థితిలో ప్రతి రెండు కణాల మధ్య దూర అనుకొందాము. పటము 10.3లో చూపిన ఆకృతికి వ్యవస్థను తీసికొని వచ్చుటకు జరుగవలసిన పనిని లెక్కకట్టుదాము. గురుత్వ బలానికి వ్యతిరేకంగా అనంత దూరంలో గల m_1, m_2 కణాలు r_{12} దూరానికి తెచ్చులకు జరిగిన పని w_{12} అయిన

$$w_{12} = -\frac{G\, m_1\, m_2}{r_{12}} \tag{10.18}$$

అనంత దూరంనుంచి m_3ని m_1కి r_{13}దూరం, m_2కి r_{23} దూరం ఉండేలా తెచ్చి నామమనుకొందాము. m_1 వల్ల m_3 మీద ఉన్న గురుత్వార్షణ బలానికి వ్యతిరేకంగా చేయవలసిన పని w_{13} అయిన

$$w_{13} = -\frac{G\, m_1\, m_3}{r_{13}} \tag{10.19}$$

అలాగే m_2 వల్ల m_3మీద ఉన్న గురుత్వా బలానికి వ్యతిరేకంగా చేయవలసిన పని w_{23} అయిన

$$w_{23} = \frac{G\, m_2\, m_3}{r_{23}} \tag{10.20}$$

పటము 10.3లో చూపినట్లు వ్యవస్థ ఆకృతి ఏర్పడుటకు జరిగిన మొత్తం పని ఆ వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తికి సమానము.

$$-W = U = -\left(\frac{Gm_1m_2}{r_{12}} + \frac{G\,m_1\,m_3}{r_{13}} + \frac{G\,m_2\,m_3}{r_{23}}\right)$$

సమీకరణం ప్రకారం వ్యవస్థలోని కణాలను ఒక ఆకృతికి వచ్చేలా చేయుటకు జరుగవలసిన పని ఆ వ్యవస్థ ఆకృతి మీద ఆధారపడుతుంది. కాని తొలి అనంతదూరం నుంచి ఆ కణాలు అవసరమయిన ఆకృతికి తీసికొని రాబడిన విధానం మీద ఆధారపడదు. అందువలన స్థితిజ శక్తి వ్యవస్థకు అనుబంధించి ఉంటుందే గాని ఏ ఒక్క కణంమీద మాత్రము ఆధారపడదు.

వ్యవస్థలోని కణాలు వివక్తం చెంది అనంత దూరానికి వైదొలగుటకు అవసరమయిన శక్తి U_B ని కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

$$U_B = \left(\frac{Gm_1\,m_2}{r_{12}} + \frac{G\,m_1\,m_3}{r_{13}} + \frac{Gm_2\,m_3}{r_{23}}\right)$$

సమీకరణం పటము 10.3లో చూపిన కణ వ్యవస్థ బంధన శక్తిని సూచిస్తుంది.

మాదిరి లెక్క : భూమి సూర్యుడు వ్యవస్థ బంధన శక్తిని లెక్కకట్టుదాము. సరళతకు వీలుగా భూమి సూర్యుని చుట్టూ తిరుగుతున్నప్పుడు ఇతర గ్రహాల ప్రభావం ఉపేక్షణీయమని భావిద్దాము. అనంతదూరం నుంచి సూర్యుని భూమిని R_{ES} దూరానికి తెచ్చుటకు గురుత్వ బలానికి వ్యతిరేకంగా జరిగిన పని W_{ES} అనుకొందాము.

$$W_{ES} = \frac{GM_E\,M_S}{R_{Es}}$$

$m = 6 \times 10^{24}$ kg $m_s = 198 \times 10^{28}$kg $R_{ES} = 150 \times 10^9$m $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

$W_{ES} = -5281 \times 10^{33}$ J

ఋణసంజ్ఞబలం ఆకర్షణీయమని సూచిస్తుంది. అందుచేత గురుత్వ బలం వల్ల పని జరిగినది. భూమి సూర్యులను అనంత దూరానికి వేరు చేయాలంటే అంతే పని బాహ్య బలం వల్ల జరగాలి. భూమి సూర్యుని చుట్టూ తిరుగుతున్నందున దానికి గతిజశక్తి ఉంటుంది. దీని విలువ

భూమి సూర్యుడు వ్యవస్థ స్థితిజశక్తిలో సగటు ఉంటుంది. కనుక వ్యవస్థను విడగొట్టాలంటే W_{ES} లో సగము పని బాహ్యాబలం వల్ల జరిగిన చాలు. విడగొట్టబడిన తర్వాత భూమి సూర్యుడు నిశ్చల స్థితిలో ఉంటారని భావిస్తే సూర్యుడు భూమి బంధన శక్తి 2.64×10^{33}J అవుతుంది.

ద్రవ్యరాశి కణాలుగురుత్వాకర్షణ వల్ల ఒక ఆకృతిలో నిబద్ధమయి ఉన్నప్పుడు వ్యవస్థకు స్థితిజ శక్తి ఉంటుంది. వ్యవస్థ కణాల గురుత్వ క్షేత్రంలో వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి నిక్షిప్తమయి ఉంటుంది. కణ వ్యవస్థ ఆకృతిలో మార్పు వచ్చినా గురుత్వ క్షేత్రంలో మార్పు ఏర్పడినా వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తిలో మార్పు ఏర్పడుతుంది.

10.6 గ్రహాల, ఉపగ్రహాల గమనం – శక్తి ప్రాధాన్యత

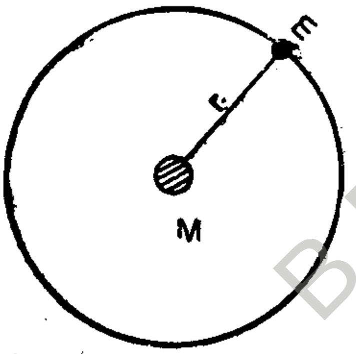
M ద్రవ్యరాశిగల వస్తువు చుట్టూ m ద్రవ్యరాశిగల E మరొక వస్తువు పరిభ్రమిస్తున్నదనుకొందాము. M సూర్యుడయినప్పుడు m ఏదేని గ్రహాన్ని సూచిస్తుందని, M గ్రహమయితే E ఉపగ్రహమవుతుందని అనుకొందాము. ద్రవ్యరాశి M జడత్వ నిర్దేశ చట్రములో నిశ్చలంగా ఉన్నదనుకొందాము. (గ్రహగమనానికి సూర్యుడు, ఉపగ్రహ గమనానికి భూమి నిశ్చలంగా ఉన్నట్లు భావించవచ్చు). పటము 10.4 లో చూపినట్లు E, M చుట్టూ r వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమిస్తున్నదనుకొందాము. వ్యవస్థ స్థితిజ శక్తి U (r) అయిన

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} \qquad (10.21)$$

M నిశ్చలంగా ఉంటుంది గనుక వ్యవస్థ గతిజశక్తి K అయిన

$$K = \frac{1}{2} m \ \omega^2 r^2 \qquad (10.22)$$

$$\frac{G\,M}{r} = \omega^2 r^2 \qquad (10.23)$$



పటము 10.4 M ద్రవ్యరాశిగల గ్రహం (సూర్యుని) చుట్టూ ఉపగ్రహం E (గ్రహం) గమనం కనుక సమీకరణం 10.22 ని కిందివిధంగా రాయవచ్చు.

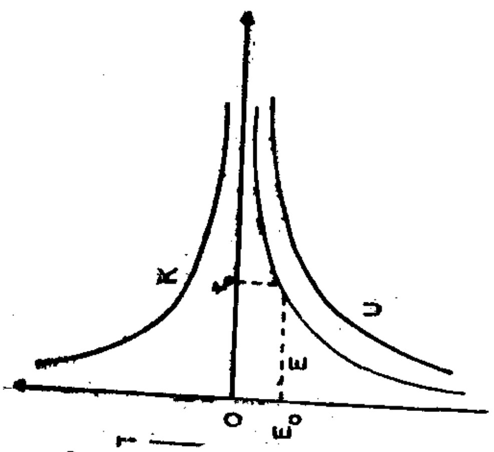
$$K = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} \qquad (10.24)$$

వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి E అయిన

$$E = K + U = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} \qquad (10.25)$$

$$E = -\frac{GMm}{2r}$$

సమీకరణం 10.25 ప్రకారం మొత్తం శక్తి స్థిరంగా ఉంటుంది. మరియు ఋణాత్మకంగా ఉంటుంది గతిజశక్తి ఎప్పటికి ఋణాత్మక విలువను పొందదు. r అనంతమయినప్పుడు గతిజశక్తి



పటం 10.5 చుట్టూ వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమిస్తున్న ద్రవ్యరాశి యొక్క K, U, E లు r తో మారే తీరు.

శూన్యవిలువను పొందుతుంది. స్థితిజ శక్తి ఎల్లప్పుడు ఋణాత్మక విలువను కలిగి ఉంటుంది. వ్యవస్థ వస్తువుల మధ్య అనంతదూరం ఉన్నప్పుడు స్థితిజ శక్తి శూన్యవిలువను పొందుతుంది. పటము 10.5లో పై విషయాలు చూడవచ్చు.

10.7 సారాంశం

ఏదేని రెండు వస్తువు మధ్యగల ఆకర్షణకు గురుత్వ క్షేత్రమే కారణము. r దూరంలోగల ఏదేని బిందువు వద్ద M ద్రవ్యరాశిగల వస్తువుపై పనిచేసే గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రత I.

$$I = \frac{Gm}{r^2}$$

గురుత్వ క్షే తీవ్రత దూరం పెరిగే కొద్దీ తగ్గుతుంది. కణ వ్యవస్థ బంధనశక్తి ఆ వ్యవస్థ నుంచి కణాలను వివక్తపరచుటకు అవసరమయిన శక్తికి సమానము.

10.8. నమూనా ప్రశ్నలు

I. కింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1) కణవ్యవస్థ బంధిత శక్తికి సమీకరణాన్ని రాబట్టండి. సూర్యుడు బంధన వ్యవస్థను తీసికొని వ్యవస్థ మొత్తం శక్తి స్థిరంగా ఉంటుందని నిరూపించండి.

II. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) 3m 5m భుజాలుగల లంబకోణ త్రిభుజ అంచులలో $m_1 = 10kg$, $m_2 = 20kg$, $m_3 = 30kg$ బరువులు గల ద్రవ్యరాశులు ఉన్నవి. ఈ వ్యవస్థ బంధన శక్తి ఎంతో కనుగొనుము.

(జవాబు 11.1×10^{-11} J.)

2) సూర్యుని కేంద్రం నుంచి 5×10^6m దూరంలో నున్న బిందువు వద్ద సూర్యుని వల్ల ఏర్పడే గురుత్వ క్షేత్ర తీవ్రత ఎంతో సూర్యుని ద్రవ్యరాశి 198×10^{28}kg.

(జవాబు 2.64×10^{13} N kg^{-1}.)

3) భూ కేంద్రం నుంచి 10^8 km దూరంలో గల బిందువు వద్ద గురుత్వ శక్మము ఎంత? భూమి ద్రవ్యరాశి 6×10^{24} Kg.

(జవాబు -4×10^6 J))

4) 100 kgలు ద్రవ్యరాశి గల కృత్రిమ ఉపగ్రహం భూమి నుంచి 10^4 km దూరంలో పరిభ్రమిస్తున్నది. ఈ వ్యవస్థ బంధన శక్తి ఎంత? భూమి ద్రవ్యరాశి 6×10^{24} kg భూవ్యాసార్ధము 6.4×10^6 km.

(జవాబు 3.125×10^9 J)

10.9 పదకోశం

దూరదర్శిని	:	దూరవస్తువులను చూచుటకు వాడే పరికరము.
సాపేక్ష సిద్ధాంతము	:	కాంతివేగంతో పయనించు కణాల గతి శాస్త్రాన్ని తెలిపే భౌతిక శాస్త్రంలోని ఒక విభాగము.
క్వాంటమ్ సిద్ధాంతము	:	సూక్ష్మకణాలకు సంబంధించిన భౌతిక శాస్త్ర విభాగము.
బ్రౌనియన్ చలనము	:	వాయువులు లేదా ద్రవ పదార్థాల పరమాణువులు లేదా అణువుల అనియత చలనము

అభికేంద్ర త్వరణము	:	భ్రమణంలో నున్న వస్తువు యొక్క కేంద్రాభిముఖత్వ కణమును అభికేంద్రత్వరణము అంటారు.
వ్యాసార్థ సదిశ రాశి	:	వృత్తాకార గమనంలో నున్న కణాన్ని ఆ వృత్తాకార కక్ష్య కేంద్రాన్ని కలిపే రేఖకు వ్యాసార్థ సదిశ రాశి అంటారు. దీనిని త్రిజ్యసదిశ రాశి అని కూడా అంటారు.
గతిజ శక్తి	:	చలనం వల్ల వస్తువుకు గల శక్తిని గతిజ శక్తి అంటారు.
స్థితిజ శక్తి	:	స్థితిని బట్టి వస్తువుకు గల శక్తిని స్థితిజ శక్తి అంటారు.
బంధన శక్తి	:	విడిపోకుండా కణాలను వ్యవస్థకే పరిమితం చేసే శక్తిని బంధన శక్తి అంటారు.

10.10 చదవదగిన గ్రంథాలు

1.	Resnick, R & Halliday, D.	Physics Part I	wiley Eastern Pvt. Ltd. New Delhi
2.	Serwary, R.A.	Concept Problems and solutions in general Physics	W.P. Saunders London
3.	Bueche, F	Technical Physics	Harper & Row Publishers, New York
4.	White, H.E.	Modern College Physics	East West Press Pvt. Ltd New Delhi
5.	Sears, F.W. & Zemansky, M.W.	College Physcis	Addison-wesley Publishing Co. Inc. London
6.	Taylor L.W.	Physics The pioneer science Vol. I	Dover Publications New York
7.	Zafiratos C.	Physics	John wesley & Sons. Inc. New York
8.	Hruwell G.P. & I egge. G.J F.	Physics - Matter Energy and the Unvierse	Eastwest Pres Pvt Ltd. New Delhi.
9.	Carr H.Y. & Weidher R.T.	Physcis from the ground up	Megraw Hill Book Co. New York.

ఖండం - 5 : అభిఘాతాలు

భాగం - 11 : ప్రచోదనం - ద్రవ్యవేగం. ఏకమితి, ద్విమితులలో స్థితి స్థాపక, అస్థితి స్థాపక అభిఘాతాలు.

విషయ క్రమం

11.1 ఉద్దేశాలు లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో స్థితిస్థాపక, అస్థితి స్థాపక అభిఘాతాలు వాటి విశ్లేషణ గురించి చర్చించటం జరిగింది.

స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు పరిమాణాత్మకంగాను, విశ్లేషణాత్మకంగాను వివరించటం జరిగింది. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1) స్థితి స్థాపక, అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాల మధ్య గల తారతమ్యాలను తెలుసుకుంటారు.
2) నిత్యత్వ సూత్రాల సహాయంతో ఏకమితీయ, ద్విమితీయ, అభిఘాతాల విశ్లేషణ చేయగలరు.

11.2 ప్రవేశిక

అభిఘాత ప్రక్రియలలో అభిఘాత కణాల మధ్య బలం అతి తక్కువకాలం పనిచేస్తుంది. అభిఘాతం తర్వాత అభిఘాతకణాల గమనం మారుతుంది. కణాల గమనాన్ని అభిఘాతం ముందు అభిఘాతం తర్వాత విశ్లేషణ చేసి అభిఘాత అన్యోన్య చర్యను పూర్తిగా అర్థం చేసికోవచ్చు. నిశ్చల స్థితిలోనున్న బిల్లియర్డ్ బంతిని మరొక బిల్లియర్డ్ బంతి ఢీకొంటే అతి తక్కువ కాల వ్యవధిలో జరిగే అభిఘాత సమయంలో గమనంలో నున్న బంతి నిశ్చల స్థితిలో నున్న బంతిమీద బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది. ఈ అభిఘాత సమయం, అభిఘాతం తర్వాత కణగమనాలను నిర్ణయిస్తుంది. అభిఘాత ప్రక్రియలలో పాల్గొనే కణాలకు ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రము శక్తి నిత్యత్వ సూత్రాలను అనువర్తించి అభిఘాత ప్రక్రియను విశ్లేషణ చేయవచ్చు.

అభిఘాత సమయంలో ఢీకొనే కణాలు విరూపణ చెందుతాయి. ఈ విరూపణ అభిఘాత కణాలు ఢీకొనే బలం మీద, అభిఘాత కోణం మీద అభిఘాత సమయం మీద ఆధారపడుతాయి. గోల్ఫ్ బంతిని గోల్ఫ్ క్లబ్ కొట్టినప్పుడు గోల్ఫ్‌క్లబ్ బంతిమీద బలాన్ని ప్రయోగిస్తుంది. అభిఘాత సమయంలో గోల్ఫ్ బంతి గోల్ఫ్‌క్లబ్ రెండూ విరూపణ చెందుతాయి. గోల్ఫ్ బంతి మీద పనిచేసే బలం అతి తక్కువ కాలం పనిచేస్తుంది. కనుక దీనిని ప్రచోదన బలం అంటారు.

కేంద్రకచర్యలు, కణాలు అభిఘాతం చెందినప్పుడు జరుగుతాయి. కేంద్ర చర్యలలో కణాలు ఒకదాని నొకటి స్పర్శించవచ్చు, స్పర్శించకపోనూ వచ్చు. అయినప్పటికి అభిఘాతం జరిగిందనే

అంటారు. బంగారు లేదా అల్యూమినియం కేంద్రకంతో α- కణం ఢీకొన్నప్పుడు వాటి మధ్య ఉన్న బలం స్థిర విద్యుత్ వికర్షణ బలము కనుక కేంద్రకము α- కణము అభిఘాత చర్యకు లోనయినప్పుడు ఒకదాని నొకటి ఢీ కొనవు. కాని అభిఘాత చర్య జరుగుతుంది. అభిఘాతం తర్వాత α- కణం వేగం కానీ వేరుగా ఉంటుంది. అధిక శక్తివంతమైన ప్రోటాన్ A_g^{107} కేంద్రకంతో ఢీకొంటే ఆ రెండూ ఒకదానికొకటి అభిఘాతం జరిగినప్పుడు స్పర్శిస్తాయి. ఇచ్చట అనేయన్య చర్యకు కారణ భూతమైన బలం గాఢ అల్ప వ్యాసక ఆకర్షణీయ కేంద్రక బలము. ఈ చర్యలలో సంయోజిత కేంద్రకం ఏర్పడుతుంది. ఇది తక్కువ కాల వ్యవధిలో (10^{-18}s)కొత్త కణాలుగా విడిపోతుంది.

$${}_1H^1 + A_g{}^{107} \dashrightarrow {}_2He^4 + P_d{}^{104} \quad (11.1)$$

ప్రాథమిక కణాల క్షయం కూడా అభిఘాత ప్రక్రియల మాదిరిగనే పరిగణించ వచ్చు. ఉదాహరణకు సిగ్మా కణము పయాన్, న్యూట్రాన్ కణాలుగా క్షయిస్తుంది.

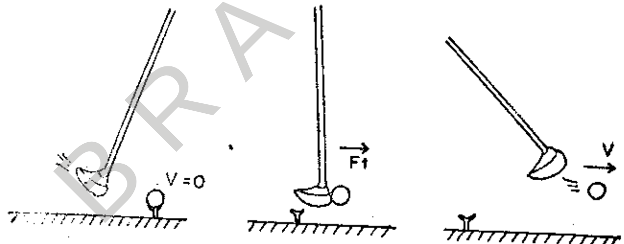
$$\Sigma^- \dashrightarrow \pi^- + n \quad (11.2)$$

విడిపోయిన కణాలు ఒక దానినొకటి స్పర్శిస్తే ఉత్క్రమ చర్య జరగుతుంది. ప్రాథమిక కణ క్షయంలో కణాలు స్పర్శించక పోయినా క్షయచర్యను అభిఘాత చర్యగా పరిగనించవచ్చు. క్షయచర్యకు నిత్యత్వ సూత్రాలను అనువర్తించి క్షయానికి పూర్వము క్షయానికి తర్వాత కణ వ్యవస్థధర్మాలను తెలిసికొన వచ్చును. ఈ పాఠంలో వివిధ రకాలయిన అభిఘాత చర్యలను గూర్చి తెలుసుకొందాము. అభిఘాతానికి పూర్వం కణాల తొలి గమనాన్ని గూర్చి సమాచారం తెలిసికొని అభిఘాత ప్రక్రియకు నిత్యత్వ సూత్రాలను అనువర్తించి అభిఘాతం తర్వాత కణ గమనాలు ఎలా ఉంటాయో తెలుసుకొందాము.

అవగాహన పరీక్ష

గోల్ఫ్‌బంతి, గోల్ఫ్ క్లబ్‌ల మధ్య సరస్పర చర్యల ప్రబోధనానికి ఒక ఉదాహరణ అని అనవచ్చును.

11.3 ప్రచోదనం – ద్రవ్యవేగం



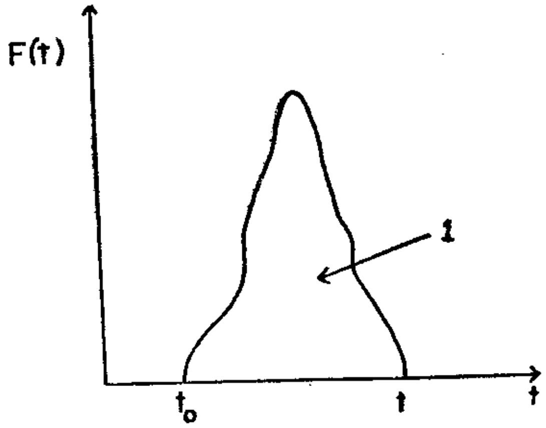
పటము 11.1 గోల్ఫ్‌క్లబ్‌తో కొట్టబడిన గోల్ఫ్ బంతి ప్రచోదితాన్ని పొందుతుంది.

సాధారణంగా ప్రచోదనము అభిఘాతానికి వర్తిస్తుంది. పటము 11.1లో చూపినట్లు ఒక బంతిని బాట్‌తో కొట్టితే బంతి ప్రచోదనాన్ని అనుభవిస్తుంది. ఒక వస్తువు మరొక వస్తువుతో అభిఘాతానికి గురయిందని అనుకొందాము. వస్తువుల స్పర్శాకాలం t, సరాసరి బల సదిశరాశి F అయిన ప్రచోదనం I ని కింది సమీకరణ ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\vec{I} = \vec{F} t \quad (11.3)$$

ప్రచోదనము సదిశరాశి. దీని దిశ బలదిశ వైపునే ఉంటుంది. రెండు కణాల మధ్య అభిఘాతం జరిగినప్పుడు ప్రచోదన బలం కాలంతో ఎలా మారుతుందో పటము 11.2 లో చూడవచ్చు. వక్రరేఖ కింది వైశాల్యము అభిఘాత ప్రక్రియలో ప్రచోదనాన్ని సూచిస్తుంది. న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ప్రకారం

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m(\vec{v_f} - \vec{v_i})}{t} \quad (11.4)$$



పటము 11.2 అభిఘాత ప్రక్రియ జరుగునపుడు ప్రచోదిత బలం కాలంతో మారేతీరు

v_i, v_f లు ద్రవ్యరాశి m గల కణం యొక్క తొలి (అభిఘాతానికి పూర్వ) తుది (అభిఘాతం తర్వాత) గమన వేగాలు. ప్రచోదనం Iని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\vec{I} = \vec{F}\, t = \frac{m(\vec{v_f} - \vec{v_i})}{t}\, t \qquad (11.5)$$

లేదా

$$\vec{I} = (m\vec{v_f} - m\vec{v_i}) \qquad (11.6)$$

సమీకరణ 11.6 ప్రకారం ఒక వస్తువు మీద ప్రచోదనాన్ని ప్రయోగిస్తే ఆ వస్తువు ద్రవ్యవేగంలోని మార్పు ప్రచోదనానికి సమానంగా ఉంటుంది.

మాదిరి లెక్క 1. సమాంతరంగా $50 ms^{-1}$ వేగంతో పయనించు 0.5kg బరువుగల బేస్‌బంతి బాట్‌తో కొట్టబడినది. బాట్‌ని వదలిని తర్వాత బేస్‌బంతి $100 ms^{-1}$ వేగంతో తొలిగమన దిశకు వ్యతిరేక దిశలో గమనానికి లోనయినది. బేస్‌బంతి బాట్ స్పర్శా కాలము $10^{-3}s$ బేస్‌బంతి ప్రచోదనాన్ని బలాన్ని కనుగొనండి.

జవాబు :

ప్రచోదనము $I = mv_f - mv_i$

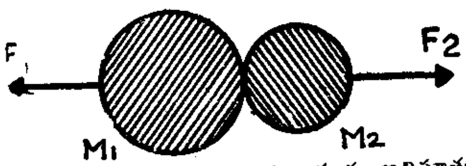
$= 0.5\, kg\, (-100-50)\, ms^{-1} = -75\, k_g\, ms^{-1}$

ప్రచోదన బలము $F = \frac{I}{t} = \frac{-75 k_g\, ms^{-1}}{10^{-3}s} = -75 \times 10^3\, k_g\, ms^{-2}$

$\therefore F = -75\, N$

11.4 అభిఘాతాలలో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం

పటము 11.3లో చూపిన m_1, m_2 ద్రవ్యరాశిగల వస్తువుల మధ్య అభిఘాతాన్ని అధ్యయనం చేద్దాము. అభిఘాత సమయంలో ఈ కణాలు ఒకదానిపై మరొకటి అత్యధిక బలాన్ని ప్రయోగిస్తాయి. ఏదేని కాలంలో m_2 వలన m_1 పై ప్రయోగించిన బలం F_1, m_1 వలన m_2 పై పయోగించిన బలం F_2 అనుకొందాము. న్యూటన్ మూడవ గమన సూత్రం ప్రకారం ఏదేని కాలం t



పటము 11.3 రెండు వస్తువుల మధ్య అభిఘాతం

వద్ద ఈ రెండు బలాలు పరిమాణంలో సమానంగాను దిశలో వ్యతిరేకంగాను ఉంటాయి. అభిఘాతం వల్ల m_1 కణం ద్రవ్యవేగంలో మార్పు $\Delta P1$ అయిన

$$\vec{\Delta P_1} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F_1}\, dt = \vec{F}\, \Delta t \qquad (11.8)$$

పై సమీకరణంలో $\vec{F_1}$ అభిఘాత సమయం $\Delta t = (t_f - t_i)$ లో F_1 యొక్క సరాసరి విలువని సూచిస్తుంది. అభిఘాత ఫలితంగా m_2 ద్రవ్యరాశిగల కణం ద్రవ్యవేగంలో మార్పు ΔP_2 అయిన

$$\vec{\Delta P_2} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F_2}\, dt = \vec{F_2}\, \Delta t \qquad (11.8)$$

$\vec{F_2}$ అభిఘాత సమయం $\Delta t = (t_f - t_i)$ లో $\vec{F_2}$ యొక్క సరాసరి విలువను సూచిస్తుంది.

అభిఘాతానికి లోనయే కణాల మీద బాహ్యాబలాలు పనిచేయకపోతే $\vec{\Delta P_1}, \vec{\Delta P_2}$ లు ప్రతి కణం యొక్క ద్రవ్యవేగంలో మొత్తం మార్పును సూచిస్తాయి. కాని ప్రతిక్షణంలో $F_1 = -F_2$ కనుక

$$\vec{\Delta P_1} = -\vec{\Delta P_2} \qquad (11.9)$$

రెండు కణాలు వివక్త వ్యవస్థగా పరిగణిస్తే మొత్తం ద్రవ్యవేగం

$$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2} \qquad (11.10)$$

అభిఘాత ఫలితంగా వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగంలో మార్పు శూన్యం. కనుక.

$$\vec{\Delta P} = \vec{\Delta P_1} + \vec{\Delta P_2} = 0 \qquad (11.11)$$

సమీకరణం 11.11 ప్రకారం వ్యవస్థపై బాహ్యబలాలు పనిచేయక పోతే అభిఘాతం వల్ల వ్యవస్థపై మొత్తం ద్రవ్యవేగంలో మార్పు ఉండదు. అంటే అభిఘాత ప్రక్రియలో ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వంగా ఉంటుంది.

అభిఘాత సమయంలో పనిచేసే ప్రచోదన బలాలు అంతర్‌బలాలు వీటివల్ల వ్యవస్థ మొత్తం ద్రవ్యవేగంలో మార్పు ఏర్పడదు. అభిఘాత చర్యకు పట్టే కాలము t అభిఘాతాన్ని పరిశీలించుటకు పట్టేకాలంకన్నా చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. వ్యవస్థపై పనిచేసే బాహ్యాబలాలు అభిఘాత సమయంలో ప్రచోదన బలాల కన్నా చాలా తక్కువ పరిమాణం కలిగి ఉంటాయి. అందువలన బాహ్యాబలాలను ఉపేక్షించవచ్చు. బేస్ బంతిని బాట్‌తో కొట్టినప్పుడుగాని, ఒక బిల్లియర్డ్ బంతి మరొక బిల్లియర్డ్ బంతిని ఢీకొన్నప్పుడు గానీ గురుత్వాకర్షణ బలం, ఘర్షణ బలం మొదలగు బాహ్యాబలాలు వ్యవస్థపై పనిచేస్తాయి. అభిఘాతసమయం తక్కువగా ఉంటే ఈ బాహ్యాబలాలు ప్రచోదన బలంతో పోలిస్తే చాలా తక్కువ పరిమాణం కలిగి ఉంటాయి. ఇలాంటి సందర్భాలలో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అభిఘాత ప్రక్రియకు ముందు తరువాత ఉన్న మొత్తం ద్రవ్యవేగాన్ని లెక్కకట్టడానికి ఉపయోగించవచ్చును.

11.5 స్థితిస్థాపక, అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు

అభిఘాతంలో గతిజశక్తి నిత్యత్వంగా ఉన్నదా లేదా అనే విషయాన్ని బట్టి అభిఘాతాలను విభజించవచ్చు. ఏదైనా అభిఘాతంలో ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వ మవుతుంది. గతిజశక్తికి నిత్యత్వమున్నప్పుడు అభిఘాతాన్ని స్థితిస్థాపక అభిఘాతం అంటారు. బిల్లియర్డ్ బంతుల అభిఘాతాలు, పరమాణు కేంద్రక ప్రాథమిక కణాల మధ్య అభిఘాతాలు దాదాపు స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు. ఇత్తడిపాత్ర భూమిపైన పడినపుడు ఆకారంలో మార్పును పొందుతుంది. వస్తువు ఆకారంలో మార్పు వచ్చినపుడు కొంత గతిజశక్తి నష్టం జరుగుతుంది. ఇది ఉష్ణరూపంలో వ్యాపిస్తుంది.

ఈ విధమైన అభిఘాతాన్ని పాక్షిక అస్థిస్థాపక అభిఘాతం అంటారు. తుపాకిగుండు లక్ష్యం మధ్య అభిఘాతం పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి ఉదాహరణగా తీసికోవచ్చు. ఉల్కా శేషము భూమితో అభిఘాతానికి లోనయితే అది భూమిలో పూడ్చి వేయబడుతుంది. ఇలాంటి అభిఘాతాన్ని అస్థితిస్థాపక అభిఘాతమంటారు. రెండు పుట్టీలు (Putty) అభిఘాతానికి గురయితే అవి ఒకదాని కొకటి అతుక్కొని ఒకే వేగంతో పయనిస్తాయి. ఇలాంటి అభిఘాతాన్ని పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతమంటారు. అస్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో గతిజశక్తి అంతా నష్టం చెందవలసిన పనిలేదు. నష్టమయిన గతిజశక్తి అభిఘాతకణాల విరూపణ రూపంలోగానీ, వ్యవస్థ ఉష్ణోగ్రత పెరుగుట ద్వారా గానీ బహిర్గతమవుతుంది. పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో గతిజశక్తి నష్టం, ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వంతో సమానంగా ఉంటుంది.

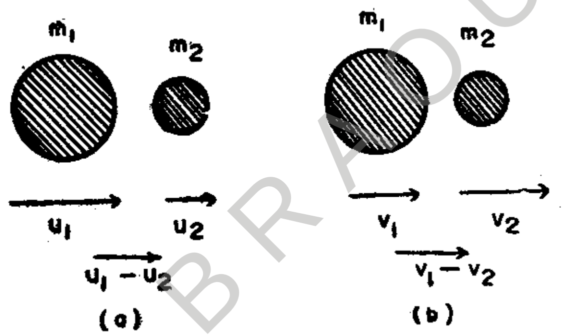
ప్రచోదిత బలాలు తెలియక పోయినా అభిఘాతం పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపకంగా గానీ లేదా పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపకంగా గానీ ఉండి, ఏక మితీయంగా ఉంటే అభిఘాతం తర్వాత కణాల గమనాన్ని కనుక్కోవచ్చు. ఏకమితీయ అభిఘాతానికి అభిఘాతం తర్వాత సాపేక్షగమనము అభిఘాతానికి ముందు ఉన్న సాపేక్ష గమనము ఒక రేఖ వెంబడి వుంటాయి. ప్రస్తుతం ఏకమితీయ అభిఘాత ప్రక్రియ గూర్చి విపులంగా చర్చిద్దాం.

అవగాహన పరీక్ష – 2 :

తుపాకీ గుండు, లక్ష్యాలమధ్య అభిఘాతం పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి ఉదాహరణా?

11.6 ఏకమితిలో అభిఘాతాలు

పరిభ్రమించని m_1, m_2 ద్రవ్యరాశులు గల రెండు నున్నటి గోళాలు వాటి కేంద్రాలను కలిపే సరళరేఖ వెంబడి చలిస్తున్నాయనుకొందాము. ఈ రెండు ఒకదానితో ఒకటి ఢీకొని, ఢీకొన్న తర్వాత



పటము 11.4 ఏకమితిలో రెండు గోళాల మధ్య అభిఘాతం

a) అభిఘాతం ముందు b) అభిఘాతం ర్వాత

పరిభ్రమణకు లోను కాకుండా అదే రేఖ వెంబడి పటము 11.4లో చూపినట్లు చలనానికి లోనయినాయని అనుకొందాము. అభిఘాత సమయంలో ప్రచోదిత బలాలు ఆ గోళాల తొలి గమన రేఖ వెండి పనిచేస్తాయి. అందుచేత తొలిగమనం కూడా అదే రేఖ వెంబడి ఉంటుంది. అభిఘాతానికి ముదు m_1, m_2 ల వేగాలు u_1, u_2 అభిఘాతం తర్వాత m_1, m_2 ల వేగాలు v_1, v_2 అనుకొందాము. అభిఘాత ప్రక్రియకు ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనుసరిస్తే అభిఘాతానికి పూర్వం కణాల మొత్తం ద్రవ్యవేగం అభిఘాతం తర్వాత కణాల మొత్తం ద్రవ్యవేగానికి సమానంగా ఉండాలి.

$$\therefore\ m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad (11.12)$$

అభిఘాతం స్థితిస్థాపక అభిఘాతం కనుక వ్యవస్థ గతిజశక్తికి కూడా నిత్యత్వ ముంటుంది.

$$\therefore\ 1/2\, m_1 u_1^2 + 1/2 m_2 u_2^2 = 1/2 m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2 \qquad (11.13)$$

సమీకరణం 11.12 ని కిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (u_2 - v_2) \qquad (11.14)$$

అలాగే సమీకరణం 11.13 ని కిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2) \quad (11.15)$$

సమీకరణం 11.15 ని సమీకరణం 11.14 తో భాగిస్తే

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2 \quad (11.16)$$

లేదా

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1 \quad (11.17)$$

సమీకరణం 11.17 ప్రకారం స్థితిస్థాపక ఏకమితీయ అభిఘాతంలో అభిఘాతం జరిగే ముందు ఒకదానినొకటి చేరటానికి కావలసిన సాపేక్షవేగం అభిఘాతం జరిగిన తర్వాత అవి విడిపోవటానికి అవసరమయే సాపేక్ష వేగానికి సమానము అభిఘాతం తర్వాత m_1, m_2 ల వేగాలు తెలుసికొనుటకు సమీకరణం 11.17 ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు,

$$v_2 = v_1 + u_1 - u_2 \quad (11.18)$$

సమీకరణం 11.18 ని సమీకరణం 11.14 లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_1 + u_1 - u_2 - u_2) \quad (11.19)$$

$$m_1u_1 - m_1v_1 = m_2v_1 + m_2u_1 - 2m_2u_2 \quad (11.20)$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_1 + 2m_2u_2 \quad (11.21)$$

$$v_1(m_1 + m_2) = (m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2 \quad (11.22)$$

$$\therefore v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \quad (11.23)$$

సమీకరణం 11.17 ప్రకారం

$$v_1 = v_2 + u_2 - u_1 \quad (11.24)$$

v_1 విలువను 11.14 లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$m_1(u_1 - v_2 - u_2 + u_1) - m(v_2 - u_2) \quad (11.25)$$

$$2m_1u_1 - m_1v_2 - m_1u_2 = m_2(v_2 - u_2) \quad (11.26)$$

పై సమీకరణాన్ని సూక్ష్మీకరిస్తే

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} u_2 \quad (11.27)$$

సమీకరణాలు 11.23, 11.27 ఆధారంగా కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలను గూర్చి పరిశీలించవచ్చు.

సందర్భం – 1 : ఢీకొనే కణాల ద్రవ్యరాశులు సమానమనుకొందాము. అంటే $m_1 = m_2$

$$\therefore v_1 = u_2 \quad (11.28)$$

$$v_2 = u_1 \quad (11.29)$$

కణాల వేగాల అభిఘాత సమయమయినప్పు డు తారుమారవుతాయి.

సందర్భం – 2 : ద్రవ్యరాశి m నిశ్చలస్థితిలో ఉందనుకొందాము. అంటే $u_2 = O$

$$\therefore v_1 = \frac{(m_1 - 0_2)}{(m_1 + m_2)} u_1 \quad (11.30)$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_2 \quad (11.31)$$

ఇప్పు డు $m_1 = m_2$ అయితే $v_1 = O$, $v_2 = u_1$ అవుతాయి అంటే మొదటికణం ఆగిపోతుంది. రెండవ కణం మొదటి కణం యొక్క ప్రప్రథమ వేగంతో పయనిస్తుంది.

సందర్భం – 3 : $m_2 >> m_1$, v_2 # $- u_1$, $v_2 = O$. లఘు ద్రవ్యరాశి గల కణం విరామస్థితిలో నున్న అధిక ద్రవ్యరాశి గల కణంతో ఢీకొంటే, లఘు ద్రవ్యరాశి కణం యొక్క వేగం దిశ మారుతుంది. అధిక ద్రవ్యరాశి గల కణం నిశ్చల స్థితిలోనే ఉంటుంది.

సందర్భం - 4 : $m_1 = m_2$ అయినప్పుడు $v_1 = u_1$, $v_2 = 2u_1$ అంటే నిశ్చలస్థితిలో ఉన్న లఘు ద్రవ్యరాశి గల కణాన్ని అధిక ద్రవ్యరాశి గల కణం ఢీకొంటే దాని వేగంలో ఏ మాత్రం మార్పు ఏర్పడదు. కానీ లఘు ద్రవ్యరాశి కణం రెండో కణం వేగానికి రెట్టింపు వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది.

ఏకమితిలో స్థితిస్థాపక అభిఘాత సిద్ధాంతాన్ని అనువర్తించి కేంద్రక రియాక్టర్‌లో మోడరేటర్ పదార్థం ఎలాంటి ధర్మాలు కలిగి ఉండాలో నిర్ణయించవచ్చు. రియాక్టర్‌లో యురేనియమ్ పరమాణువులు విచ్ఛిత్తి నొందినప్పుడు న్యూట్రాన్‌లు ఉత్పత్తి అవుతాయి. ఇవి వడి న్యూట్రాన్‌లు. వీటిని మందగతికి తెచ్చినప్పుడే మరలా యురేనియమ్ అణువుల విచ్ఛిత్తికి ఉపయోగించవచ్చు. మోడరేటర్ పదార్థంగా సీసాన్ని వాడితే కేంద్రకాలు భారంగా ఉంటాయి కనుక న్యూట్రానులు మోడరేటర్ మీద పడినప్పుడు అవి తొలివేగంతో ప్రతిక్షేపనానికి గురవుతాయి. నిశ్చల లక్ష్యాలు న్యూట్రాన్ కంటే తక్కువ ద్రవ్యరాశి గల కణాలయితే అభిఘాతం తర్వాత న్యూట్రాన్‌లు ప్రప్రథమంగా ఉన్న వేగంతో సాగిపోతాయి. నిశ్చల లక్ష్యాల ద్రవ్యరాశి న్యూట్రాన్‌ల ద్రవ్యరాశికి సమానంగా ఉంటే న్యూట్రాన్‌లు ముఖాముఖి వాటిని ఢీకొన్నప్పుడు వాటి వేగం దాదాపు శూన్య విలువకు తగ్గుతుంది. మోడరేటర్‌లో హైడ్రోజన్ పరమాణువులుంటే న్యూట్రాన్‌లు అభిఘాతానికి లోనయినప్పుడు వాటి వేగం తగ్గుతుంది. మోడరేటర్‌గా వాడే పదార్థాన్ని ఎంచుకొనేటప్పుడు అనేక ఇతర విషయాలను కూడా లెక్కలోకి తీసికోవాలి. ద్రవ్యవేగము, శక్తికి సంబంధించినంత వరకు తేలిక మూలకాలను ఎంచుకోవాలి అనే విసయము అభిఘాతాల విషయ పరిజ్ఞానం వల్ల రూఢి అవుతుంది. భారజలము, బెరిలియమ్, గ్రాఫైట్ లాంటి పదార్థాలను మోడరేటర్ పదార్థాలుగా రియాక్టర్‌లలో వాడుతారు.

అభిఘాతం అస్థితిస్థాపకమయినప్పుడు గతిజశక్తికి నిత్యత్వముండదు. తుదిగతిజశక్తి తొలిగతిజశక్తికన్నా తక్కువ ఉంటుంది. ఇలా నష్టపోయిన గతిజశక్తి ఉష్ణశక్తిగా కానీ, అభిఘాతకణాల నిరూపణ స్థితిజ శక్తిగా కానీ మారుతుంది. కానీ వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగము మొత్తం శక్తినిత్యత్వంగా ఉంటాయి.

అభిఘాతం పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపకమయితే అభిఘాతం తర్వాత కణాలు అతుక్కొని ఉంటాయి. అందువలన రెండు కణాలు ఒకే వేగంతో పయనిస్తాయి. ఈ వేగము v అనుకొందాము. అభిఘాత ప్రక్రియకు ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తిస్తే.

$$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)\, v \qquad (11.32)$$

u_1, u_2 విలువలను బట్టి v విలువ కనుగొనవచ్చును.

మాదిరిలెక్క - 1 : 0.05 kg, ద్రవ్యరాశిగల దృఢ గోళము 0.1 kg బరువుగల మరొక గోళంతో పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి లోనయినది. 0.05 kg ద్రవ్యరాశి తొలిస్థితిలో కుడివైపుగా $0.5\ ms^{-1}$ వేగంతో పయనిస్తున్నది. 0.1 kg ద్రవ్యరాశి తొలి స్థితిలో నిశ్చలంగా ఉండినది. అభిఘాతం తర్వాత రెండు ద్రవ్యరాశుల వేగాలను వాటి గతిజశక్తి విలువలను కనుగొనుము.

జవాబు :

అభిఘాత ప్రక్రియలో ద్రవ్యవేగం, గతిజశక్తి నిత్యత్వంగా ఉంటాయి కనుక m_1, m_2 ద్రవ్యరాశుల వేగాలు v_1, v_2 లు కింది సమీకరణాల ద్వారా సూచించవచ్చును.

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} u_1 \ : \ v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

లెక్కలో ఇచ్చిన దత్తాంశం ప్రకారం

$$m_1 = 0.05\ kg.\ m_2 = 0.1\ kg,\ u_1 = 0.5\ ms^{-1}$$

$$\therefore\ v_1 = \frac{(0.05 - 0.1)}{(0.05 + 0.1)} 0.5 = 0.17\ ms^{-1}$$

$$v_2 = \frac{2(0.05)}{(0.05+0.1)}\ 0.5 = 0.33\ ms^{-1}$$

m_1 గతిజశక్తి K_1, m_2 గతిజశక్తి K_2 అయిన

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1v_1^2 = 1/2(0.05)\ (-0.17)^2 = 0.00072\ J,$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2v_2^2 = 1/2(0.1)\ (0.33)^2 = 0.0054\ J.$$

మాదిరి లెక్క - 3 : 0.5 kg, 0.8 kg ద్రవ్యరాశులు పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి లోనయినాయి. అభిఘాతానికి పూర్వం 0.5 kg వేగం 10 ms^{-1}, 0.8 kg వేగం 5 ms^{-1} అయిన అభిఘాతం తర్వాత వాటి వేగమెంత ? అభిఘాతం వల్ల గతిజశక్తిలో నష్టమెంత ?

జవాబు :

పరిపూర్ణ అభిఘాత ప్రక్రియలో అభిఘాతం తర్వాత వ్యవస్థ వేగం v అయిన

$$V = \frac{m_1 u_2 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

లెక్కలో ఇచ్చిన దత్తాంశం ప్రకారం $m_1 = 0.5$ kg, $m_2 = 0.8$ kg, u_1 = loms$^-$, $u_2 = 5ms^{-1}$

$$\therefore \ v = \frac{0.5(10) + 0.8\ (5)}{0.5 + 0.8} = \frac{5+4}{13} = 6.92\ ms^{-1}$$

అభిఘాతానికి పూర్వం వ్యవస్థ గతిజశక్తి $k_i = 1/2\ m_1 v_1^2 + 1/2\ m_2 v_2^2$

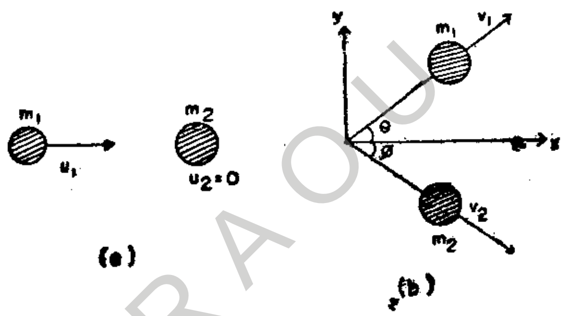
$$\therefore \ k_i = 1/2\ (0.5)\ (10)^2 + 1/2\ (0.8)\ (5)^2 = 25 + 10 = 35\ J$$

అభిఘాతం తర్వాత వ్యవస్థ గతిజశక్తి $k_f = 1/2\ (m_1 + m_2)\ v^2 = 1/2\ (0.5+0.8)\ (6.92)^2 = 31.1J$

గతిజశక్తిలో నష్టము = $k_i - k$ = 35-31.1 = 3.9 J

11.7 ద్వి మితిలో అభిఘాతాలు

ఢీకొనే కణాలు అభిఘాతానికి పూర్వం ఒక రేఖ వెంబడి చలించనప్పుడు అభిఘాతాలు



పటము 11.5 ద్విమితిలో అభిఘాతం

a) అభిఘాతం ముందు b) అభిఘాతం తర్వాత

ద్విమితీయంగా గానీ, త్రిమితీయంగా గానీ ఉంటాయి. ఇలాంటి అభిఘాత ప్రక్రియలో x, y, z దిశలలో మొత్తం ద్రవ్యవేగం నిత్యత్వంగా ఉండాలి. ప్రస్తుతం ద్విమితీయ అభిఘాతాలను గూర్చి చర్చిద్దాము. పటము 11.5 లో చూపినట్లు నిశ్చలంగా ఉన్న m_2 కణాన్ని m_1 కణం ఢీకొన్నదనుకొందాము. అభిఘాతం తర్వాత m_1, m_2 లు తొలి గమనదిశలో వరుసగా θ, Ø కోణం చేస్తూ చలనానికి లోనవుతాయి. వ్యవస్థ ద్రవ్యవేగాన్ని అంశాలుగా విభజిస్తే ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రం ప్రకారం x, y- దిశలలో అభిఘాతానికి పూర్వం వ్యవస్థ వేగం సమానంగా ఉండాలి. కనుక x- దిశలో

$$m_1 u_1 = m_1 v_1 \cos\theta + m_2 v_2 \cos Ø \qquad (11.33)$$

y - దిశలో

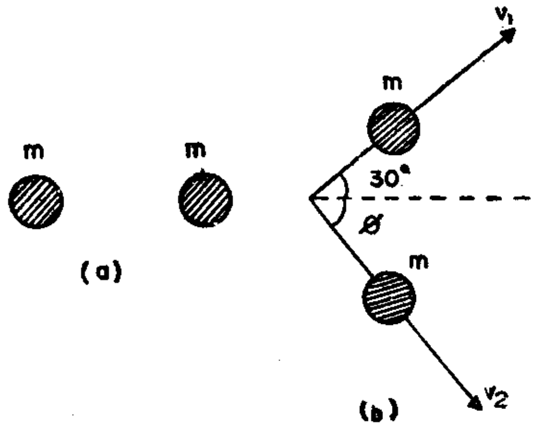
$$O = m_1 v_1 \sin\theta - m_2 v_2 \sin Ø \qquad (11.34)$$

అభిఘాతం పరిపూర్ణ స్థితి స్థాపక అభిఘాతమైతే వ్యవస్థకు గతిజశక్తి నిత్యత్వ సూత్రం కూడా వర్తిస్తుంది.

$$\therefore \frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad (11.35)$$

సమీకరణాలు 11.33, 11.34, 11.35 లలో v_1, v_1, v_2, θ, Ø లు తెలియని పరామితులు. వీటిలో ఏ రెండు పరామితులు తెలిసినా మిగతా మూడు పరామితులను పై సమీకరణాలు ఉపయోగించి కనుగొనవచ్చు.

మాదిరి లెక్క – 4 : $0.8\ ms^{-1}$ వేగంతో చలనంలో నున్న బిల్లియర్డ్ బంతి నిశ్చల స్థితిలోనున్న మరొక బిల్లియర్డ్ బంతిని అను స్పృశ కోణం చేస్తూ ఢీకొన్నది. అభిఘాతం తర్వాత మొదటి బంతి తొలిగమన దిశకు కోణం చేస్తూ పయనిస్తుంది. రెండవ బంతి మొదటి బంతి తొలి గమన దిశకు Ø కోణం చేస్తూ పటము 11.6లో చూపినట్లు పయనిస్తుంది. బంతులు రెండు సమాన ద్రవ్యరాశులు కలిగినవిగాను, అభిఘాతం స్థితిస్థాపక అభిఘాతముగను భావించి Ø విలువను, అభిఘాతం తర్వాత బిల్లియర్డ్ బంతుల వేగాలను కనుగొనుము.



పటము 11.6 బిల్లియర్డ్ బంతుల మధ్య అభిఘాతం

a) అభిఘాతం ముందు   b) అభిఘాతం తర్వాత

జవాబు :

x - దిశలో వ్యవస్థకు ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తిస్తే

$$m_1 u_1 = m v_1 \cos\theta + m\, v_2 \cos Ø \qquad (11.38)$$

y - దిశలో వ్యవస్థకు ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తిస్తే

$$O = m\, v_1 \operatorname{Sin}\theta - m\, v_2 \operatorname{Sin} Ø \qquad (11.39)$$

వ్యవస్థకు గతిజశక్తి నిత్యత్వ సూత్రాన్ని అనువర్తిస్తే

$$\frac{1}{2}\, m\, u_1^2 = m(v_1^2 + v_2^2) \qquad (11.40)$$

సమీకరణం 11.38ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$u_1 - v_1 \cos\theta = v_2 \cos Ø \qquad (11.41)$$

సమీకరణం 11.39ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$v_1 \operatorname{Sin}\theta = v_2 \sin Ø \qquad (11.42)$$

సమీకరణం 11.40 ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \qquad (11.43)$$

సమీకరణం 11.41ని , 11.42ల వర్గాలను కలిపితే

$$u_1^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos\theta = v_2^2 \qquad (11.44)$$

సమీకరణం 11.43 నుంచి v_1^2 విలువను సమీకరణం 11.44లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$u_1^2 + v_1^2 - 2u_1v_1 \cos\theta = u_1^2 - v_1^2 \qquad (11.45)$$

$$\therefore\ 2v_1^2 = 2u_1\, v_1 \cos\theta \qquad (11.46)$$

$$\therefore\ v_1 = u_1 \cos\theta \qquad (11.47)$$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం $u_1 = 0.8\ ms^{-1}$ $0 = 30°$

$$\therefore\ v_1 = 0.8\ ms^{-1} \cos 30 = 0.8v^{-1}\ X\ 0.8^{66}\ \text{-.m}\ 0.6928\ s^{1}$$

సమీకరణం 11.43 ప్రకారం $v_2^2 = u_1^2 - v_1^2$

$$\therefore\ v_2^2 = (0.8ms^{-1})^2 - (0.6928\ ms^{-1})^2 = 0.16\ ms^{-2}$$

$$\therefore\ v_2 = 0.4\ ms^{-1}$$

సమీకరణం 11.42 ప్రకారం

$$\frac{\sin \varnothing}{\sin \theta} = \frac{v_1}{v_2}$$

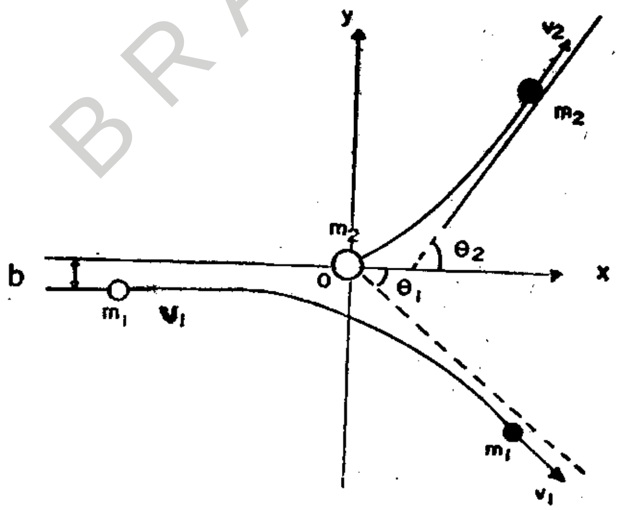
$$\therefore\ \sin \varnothing = \frac{v_1}{v_2} \sin \theta = \frac{0.6928}{0.4} \sin 30 = \frac{0.6928}{0.4} \times 0.5 = 0.866$$

$$\therefore\ \varnothing = \sin^{-1} 0.866 = 60^\circ$$

నిశ్చలస్థితిలో నున్న లక్ష్య కణం ప్రక్షేపక కణాల మధ్య అభిఘాతం ద్విమితీయము, పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపకముగా భావించి వీటి మధ్య అన్యోన్యచర్యను అధ్యయనం చేయవచ్చు.

కేంద్రక కణాలను లక్ష్య కేంద్రకాల వైపుకు ప్రయోగించి వాటి మధ్య జరిగే కేంద్రక చర్యలను ప్రయోగశాల నిర్దేశ చట్రంలో పరిశీలిస్తారు. ఇటువంటి అభిఘాతాలలో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వం మూలంగా ఢీకొనే కణాల ప్రత్యావర్తక రేఖలు నిర్దేశిత తలంలో గమనంలో ఉంటాయి. ఇలాంటి కేంద్రక కణ అభిఘాతాలలో తొలిగమనము రెండు కణాల కేంద్రములను కలిపే రేఖ వెంబడి ఉండనవసరం లేదు. వీటిమధ్యగల పరస్పర చర్య బలం విద్యుదయస్కాంత బలం లేదా గురుత్వ బలం లేదా కేంద్రీయ బలం కావచ్చు. కణాలు ఒకదానినొకటి స్పర్శించ నవసరము లేదు. పరిశీలన కాలం కన్న తక్కువ కాలంలో సమీప దూరానికి పరిమితమయి పనిచేసే గాఢ బలాల మూలంగా కణాల పూర్వ గమనం నుంచి అపవర్తనానికి లోనవుతాయి.

పైన వివరించినటువంటి అభిఘాత ప్రక్రియను పటము 11.7లో చూడవచ్చు. ప్రారంభంలో కణం గమనం రేఖకు, దానికి సమాంతరంగా లక్ష్య కణం ద్వారా వెళ్ళే రేఖకు గల మధ్యదూరము 'b' ని అభిఘాత పరామితి అంటారు. ఇది అభిఘాతం సూటిగా ఉన్నదీ లేనిదీ సూచిస్తుంది. b = 0 అయినప్పుడు అభిఘాతం ముఖాముఖిగా ఉంటుంది. ప్రక్షేపక కణం ద్రవ్యరాశి m_1 తొలి వేగం v_1 అనుకొందాము. నిశ్చల స్థితిలో నున్న లక్ష్య కణం ద్రవ్యరాశి m_2 అనుకొందాము. అభిఘాతం తర్వాత m_1, v_1 వేగంతో తొలిగమన దిశకు θ_1 కోణం చేస్తూ గమనానికి లోనయిందను



పటము 11.7 రెండు కణాల మధ్య అభిఘాతం, m_1 - కేంద్రకకణం m_2 - పరమాణు కేంద్రం

కొందాము. అలాగే m_2 ప్రక్షేపక కణతొలి గమనదిశకు θ_2 కోణం చేస్తూ v_2 వేగంతో గమనానికి లోనయిందనుకొందాము. x, y దిశలలో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని పై వ్యవస్థకు అనువర్తిస్తే

$$m_1 v_1 = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2 \qquad (11.48)$$

$$O = m_1 \theta_1 \sin \theta_1 - m_2 v_2 \sin \theta_2 \qquad (11.49)$$

అభిఘాతం పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతం కనుక వ్యవస్థ గతిజశక్తి నిత్యత్వముంటుంది. కనుక

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad (11.50)$$

సమీకరణాలు 11.48, 11.49, 11.50 లలో వ్యవస్థ తొలి పరిస్థితులు అంటే $m_1, m_2\, u_1$ లు మనకు తెలుసు. అభిఘాత ప్రక్రియను విశ్లేషణ చేయాలంటే $v_1, v_2, \theta_1, \theta_2$ పరామితులలో ఏదో ఒకటి తెలియాలి.

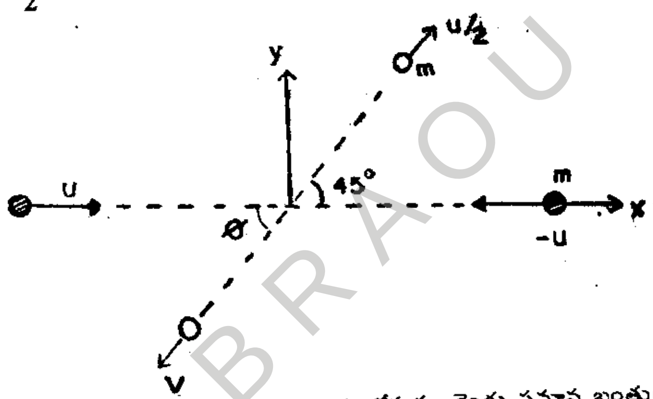
విల్సన్ మేఘు పేటికలో సంభవించే కేంద్రక కణ అభిఘాతాల ప్రయోగిక పరిశీలనలు లక్ష్య కణం ద్రవ్యరాశి పెరిగే కొద్దీ ప్రత్యావర్తక కణాల మధ్య కోణం పెరుగుతుందని సూచిస్తాయి. ప్రక్షేపకకణం, లక్ష్యకణం సమాన ద్రవ్యరాశి కలిగి ఉండిన పర్యావర్తక కోణం 90° ఉంటుంది. మాదిరిలెక్క లో బిల్లియర్డ్ బంతులు అభిఘాతం తర్వాత 90° కోణం చేస్తూ ప్రత్యావర్తనానికి లోనవుట గమనించవచ్చు.

మాదిరిలెక్క - 5 : పటము 11.8లో చూపినట్లు m ద్రవ్యరాశి సర్వసమానతులు గల రెండు బంతుల ఒక బల్లమీద ఎరుదెరుదు దిశలలో ఒకే తొలివేగం u తో దొర్లుచున్నవి. అభిఘాతం తర్వాత ఒక బంతి u/2 వేగంతో తొలిగమన దిశకు 45° కోణం చేస్తూ గమనానికి లోనయినది. రెండవ బంతి గమన దిశ, వేగం కనుగొనుము.

జవాబు :

x దిశలో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని వ్యవస్థకు అనువర్తిస్తే

$$mv - mu = \frac{mu}{2} \cos 45 - mv \cos \varnothing \qquad (11.51)$$



పటము 11.8 ద్విమితిలో వ్యతిరేక దిశలలో గమనంలోనున్న రెండు సమాన బంతుల మధ్య అభిఘాతం

ఇచ్చుట v రెండవ బంతి వేగము Ø గమన దిశా కోణం సూచిస్తాయి. సమీకరణం 11.51ని సూక్ష్మీకరిస్తే

$$v \cos \theta = \frac{1}{2} u \cos 45 \qquad (11.52)$$

y - దిశలో ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ సూత్రాన్ని వ్యవస్థకు అనువర్తిస్తే

$$O = m\frac{1}{2} u \sin 45 - mv \sin \varnothing \qquad (11.53)$$

పై సమీకరణాన్ని సూక్ష్మీకరిస్తే

$$v \sin \varnothing = \frac{1}{2} u \sin 45 \qquad (11.54)$$

సమీకరణం 11.54ని సమీకరణం 11.52తో భాగిస్తే

$$\frac{\sin \varnothing}{\cos \varnothing} = \frac{\sin 45}{\cos 45} \qquad (11.55)$$

పై సమీకరణం ప్రకారం Ø = 45° Ø విలువను సమీకరణం 11.54లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$v = \frac{1}{2} u$$

పటము 11.8ని గమనిస్తే లెక్కకు జవాబును సులభంగా ఊహించవచ్చు. అభిఘాతానికి పూర్వం కణాల మొత్తం ద్రవ్యవేగం శూన్యంగా ఉంటుంది. కనుక అభిఘాతం తర్వాత కూడా కణాల మొత్తం ద్రవ్యవేగం శూన్యంగా ఉండాలి. ఇది జరగాలంటే అభిఘాతం తర్వాత కణాలు రెండు ఎదురెదురు దిశలలో సమాన వేగాలతో గమనానికి లోనుకావాలి. అంటే రెండవ బంతి గమన దిశా కోణం 45° దాని వేగం u/2 ఉండాలి.

11.8 సారాంశం

అభిఘాతం జరిగేటప్పుడు వస్తువుల మీద పనిచేసే ప్రచోదనం ఆ కణాలమీద పనిచేసే సరాసరి బలము అభిఘాత కాలముల లబ్ధానికి సమానము. వస్తువు మీద ప్రచోదనం ప్రయోగించినపుడు వస్తువు ద్రవ్యవేగంలో ఏర్పడే మార్పు ప్రచోదనానికి సమానము. అభిఘాతం జరిగినప్పుడు అభిఘాతానికి లోనయే కణాల ద్రవ్యవేగము ఎల్లప్పుడు నిత్యత్వంగా ఉంటుంది.

అభిఘాతాలు రెండు రకాలు. అవి . 1. స్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు. 2. అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు. గతిస్థితి స్థాపక అభిఘాతంలో గతిజశక్తి విలువ మారదు. అంటే గతిజశక్తి నిత్యత్వంగా ఉంటుంది.

11.9 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

అవగాహన పరీక్ష 2

లక్ష్య పదార్థంలో తుపాకి గుండు చొచ్చుకొని పోయిన తరువాత లక్ష్య పదార్థంలో ఉండిపోతే అభిఘాతం పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతమవుతుంది.

11.10 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. నిశ్చలస్థితిలో నున్న బిలియర్డ్ బంతిని మరొక బిలియర్డ్ బంతి ఢీకొన్నది. నిత్యత్వ సూత్రాలనుపయోగించి అభిఘాతం తర్వాత బిలియర్డ్ బంతుల వేగాలు, వాటి పరిక్షేపణ కోణములకు బంతుల ద్రవ్యరాశులు తొలి వేగాలకు గల ప్రమేయాలను రాబట్టండి.

2. సమాన ద్రవ్యరాశులు గల రెండు గోళాలు ఒకే వేగంతో ఎదురెదురు దిశలలో పయనిస్తూ అభిఘాతానికి లోనయినాయి. అభిఘాతం తర్వాత రెండు ద్రవ్యరాశులు ఎదురెదురు దిశలలో సమాన వేగాలతో వెను తిరుగుతాయని నిరూపించండి.

3. అభిఘాత ఫలితాలు (1) రెండు కణాల ద్రవ్యరాశులు సమానంగా నున్నప్పు డు (2) ఏదో ఒక కణం అదిక ద్రవ్యరాశి కలిగి ఉండినప్పు డు (3) ఏదో ఒక కణం నిశ్చల స్థితిలో ఉన్నప్పు డు ఎలా ఉంటాయో వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు వ్రాయండి.

1. అభిఘాతంలో వ్యవస్థ ద్రవ్య వేగం నిత్యత్వంగా ఉంటుందని నిరూపించండి.

2. ఒక వస్తువుపై తాత్కాల బలం పనిచేసినప్పు డు దాని ద్రవ్యవేగంలో మారు ప్రచోదనానికి సమానమని నిరూపించండి.

3. స్థితిస్థాపక, అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలను వివరించి కొన్ని ఉదాహరణలివ్వండి.

4. ఏకమితిలో రెండు కణాలు అభిఘాతానికి గురైనపుడు అభిఘాతం తర్వాత కణవేగాలకు ప్రమేయాలను ఉత్పాదించండి.

5. రెండు కణాలు పరిపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి లోనయినాయి. అభిఘాతం తర్వాత కణాల వేగానికి ప్రమేయాన్ని ఉత్పాదించండి.

6. ద్విమితీయంలో కేంద్రక కణం కేంద్రకాల మధ్య అభిఘాత ప్రక్రియను విశదీకరించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. రెండు ద్రవ్యరాశులు పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి లోనయినాయి. మొదటి ద్రవ్యరాశి m, 100 ms^{-1} తొలివేగంతో +x దిశలో పయనిస్తున్నది. రెండవ ద్రవ్యరాశి 2m 80 ms^{-1} తొలివేగంతో - x దిశలో పయనిస్తున్నది. అభిఘాతం తర్వాత రెండు ద్రవ్యరాశుల తుది వేగాలను కనుగొనుము.

(v_1 = — 140 ms^{-1}, v_2 = + 40 ms^{-1})

2. 5ms^{-1} వేగంతో పయనిస్తున్న 0.05 kg ద్రవ్యరాశిగల బంతి ఒక గోడను ఢీకొని అదే వేగంతో వెనుదిరగినది. బంతి గోడను స్పర్శించి ఉండినకాలం 0.02s బంతిపై గోడవల్ల ప్రయోగింపబడిన సరాసరి బలమెంత ? (జ. 25N)

3. హైడ్రోజన్ పరమాణువు (m = l a m u) 10^3 ms^{-1} వేగంతో నిశ్చల స్థితిలో ఉన్న కార్బన్ పరమాణువు (m = 12 a m u) తో ముఖాముఖి అభిఘాతం చేసినది. ఈ అభిఘాతం పరిపూర్ణ స్థితిస్థాపక అభిఘాతము. అభిఘాతం తర్వాత హైడ్రోజన్ కార్బన్ పరమాణువుల వేగాలను కనుగొనుము.

I a.m.u = 1.66 x 10^{-27} kg.

(జ. vh = 0.846 X 10^3 ms^{-1}, vc = 0.154 X 10 ms^{-1})

4. నిశ్చల స్థితిలోనున్న బంతి N సరాసరి బలంతో 0.05 s కాలంలో కొట్టబడినది. బంతికి అనువర్తిమైన ప్రచోదనము ఎంత ? ప్రచోదనం తర్వాత బంతి ద్రవ్యవేగమెంత ?

(జ. 2.5 Ns; 2.5 kg ms^{-1})

5. m ద్రవ్యరాశిగల ఒక అణువు 50 ms^{-1} వేగంతో పయనిస్తూ నిశ్చల స్థితిలోనున్న అదే ద్రవ్యరాశిగల మరొక అణువుతో స్థితిస్థాపక అభిఘాతానికి లోనయినది. అభిఘాతం తర్వాత మొదటి అణువు తొలి గమన దిశకు 45° కోణం చేస్తూ చలనానికి లోనయినది. అభిఘాతం తర్వాత ఈ అణువుల వేగాలను లెక్క కట్టుము. పతన అణువు దిశకు ఏ కోణం చేస్తూ లక్ష్య అణువు ప్రత్యావర్తనానికి లోనయినదో కనుగొనుము.

(జ. v_1 = v_2 = 353.6 ms^{-1}, Ø = 45°)

భాగం - 12. అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం, పరమాణు అభిఘాతాలకు అనువర్తనాలు

విషయక్రమం

12.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం గురించి వివరణ ఉంది. వివిధ పరిస్థితులలో అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాన్ని ఎలా లెక్కకట్టగలరో ఉదహరించటం జరిగింది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత అభిఘాత ప్రక్రియ జరిగే సంభావ్యత అని వివరించగలరు.

12.2 ప్రవేశిక

పతన కణం లక్ష్య కణాన్ని ఢీ కొన్నప్పుడు కేంద్రకచర్య జరుగుతుంది. కేంద్రక కణాల మధ్య జరిగే అభిఘాత ప్రక్రియ విధానాన్ని అభిఘాత పరామితి b ఆధారంగా వర్ణించవచ్చు. అభిఘాత పరామితి b విలువ పతన కణం యొక్క విద్యుధావేశం ద్రవ్యరాశి, శక్తి, వచ్చు దిశల మీద లక్ష్యకణం యొక్క విద్యుదావేశం, ద్రవ్యరాశి మీద ఆధారపడుతుంది. అభిఘాత పరామితిని నిర్వచించేటప్పుడు లక్ష్య కణం నిశ్చలస్థితిలో నున్నదని భావించినాము. (సెక్షన్ 1.6 పటము 11.8 చూడుము). పతన కణం జాడకానీ, లక్ష్యకణం స్థానం గానీ ఖచ్చితంగ నిర్ణయించలేము. అభిఘాతంలో పాల్గొనే కణాలు పరమాణువులు లేదా ఉప పరమాణువులయిన పతన కణాన్ని లక్షకణాన్ని వివక్త కణాలుగా భావించి అభిఘాత ప్రక్రియను అధ్యయనం చేయుటకు వీలుకాదు. అభిఘాత ప్రక్రియను సాంఖ్యక పద్ధతిలో చేయవలసి ఉంటుంది. కేంద్రక చర్యలను వివరంగా పరిశీలించుటకు కేంద్రకచర్య జరుగుటను సూచించే సంభావ్యత పరిమాణాత్మకంగా తెలియాలి. ఇందుకు ముఖ్యంగా అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాన్ని ప్రమాణంగా తీసికొంటారు. కేంద్రకచర్యకు అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాన్ని కనుగొను విధానము కేంద్రకచర్యలను అర్థం చేసికొనుటలో దీని ప్రాముఖ్యతను ప్రస్తుతం అధ్యయనం చేద్దాము.

12.3 అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం

పరమాణు అభిఘాతాలకు సంబంధించిన అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాన్ని అంచనా వేయుటకు ముందుగా స్థూల కణాల మధ్య అన్యోన్య చర్యను పరిశీలించి దానికి సంబంధించిన అభిఘాత

మధ్యచ్ఛేదాన్ని అంచనా వేద్దాము. అధిక దూరంలో A వైశాల్యం గల గుట్టకొక ప్రక్క తుపాకి గుండ్లను క్రమరహితంగా వేలాడదీసినామను కొందాము. ప్రతి వళ్ళెం వైశాల్యం σ అనుకొందాము. వళ్ళాల సంఖ్య n అనుకొందాము. వళ్ళాలను గుండ్లు కొట్టే రేటు R_0 అనుకొందాము. వళ్ళాలు పగిలే రేటు R ని కింది సమీకరణ ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$R = R_0 \left(\frac{\sigma n}{A}\right) \tag{12.1}$$

అన్ని వళ్ళాల మొత్తం వైశాల్యాన్ని σ n సూచిస్తుంది.

$$\therefore \ \sigma = \frac{RA}{R_0 n} \tag{12.2}$$

R, R_0, A, n లను కొలిచి విలువ σ కనుగొనవచ్చు. σ ను గుండు వళ్ళెంపై చేసే అభిఘాత సంఘటన యొక్క మధ్యచ్ఛేదము అంటారు.

ప్రస్తుతం ప్రత్యేక తరగతికి చెందిన సంఘటన గూర్చి ఆలోచిద్దాము. వళ్ళాన్ని గుండు 10 భాగాలుగా చేసినామను కొందాము. ఈ తరగతి సంఘటనలకు చెందిన రేటు R_{10} ఇది వరకు వర్ణించిన సంఘటనల రేటు R కన్న తక్కువగా ఉంటుంది. ఇలాంటి సంఘటనలను తెలిపే అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం σ_{10} అయినే

$$\sigma_{10} = \frac{R_{10}A}{R_0 n} \tag{12.3}$$

సమీకరణం 12.3 ని పరిక్షించి చూస్తే σ_{10} వళ్ళెం వైశాల్యానికి సమానంగా ఉండదు అని వళ్ళెం జ్యామితీయ వైశాల్యానికన్నా చాలా తక్కువ విలువను కలిగి ఉంటుందని గమనించవచ్చు. σ_{10} వళ్ళెం పది భాగాలుగా విడిపోయే సంఘటన సంభావ్యతను సూచిస్తుంది. సంఘటన తీరును బట్టి ప్రతి సంఘటనకు ఒక అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాన్ని నిర్ణయించవచ్చు. ఈ మధ్యచ్ఛేద విలువలలో దేనికి వళ్ళెం జ్యామితీయ వైశాల్యంతో సంబంధం ఉండనక్కరలేదు. అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం సంఘటనలు సూచించే సంభావ్యతను మాత్రము సూచిస్తుంది.

σ_s - S type సంఘటనల సంభావ్యతను సూచిస్తుంది. σs ను క్రింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\sigma s = \frac{R_s A}{R_o{}^n} \tag{12.3a}$$

యిందులో R_s S type సంఘటనల సంఖ్యను σ_s S type సంఘటనల మధ్యచ్ఛేదాన్ని సూచిస్తాయి.

"t' మందము, 1 క్యూబిక్ మీటర్‌కు N కేంద్రాలు గల లక్ష్య పదార్థాన్ని రేకు రూపంలో తీసుకుందాం. అప్పుడు లక్ష్య పదార్థ ఏకాకం వైశాల్యంలో ఉన్న కేంద్రకాల సంఖ్య Nt అవుతుంది.

$$R = R_a \ Nt\ \sigma \tag{12.4}$$

అవుతుంది.

అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం σ కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

$$\sigma = \frac{R}{R_0\ nt} \tag{12.5}$$

R, R_0, N, t విలువలను కనుగొని σ విలువ లెక్కకట్టవచ్చు. ప్రమాణ కేంద్రక తల సాంద్రతగల లక్ష్యం మీద ప్రమాణ పతన కణఫ్లక్స్ పతనమయినప్పుడు ప్రమాణ ఘన పరిమాణంలో సెకనుకు జరిగే అభిఘాతాల సంఖ్యను అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదము అంటారు. మధ్యచ్ఛేదాలను బార్న్‌లలో కొలుస్తారు.

1 బార్న్ = 10^{-28} m^2.

అవగాహన పరీక్ష 1

అభిఘాత మధ్యచ్ఛేధం ప్రమాణ మేమిటి?

12.4 అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం – పరమాణు అభిఘాతానికి అనువర్తనం

కేంద్రక భౌతిక శాస్త్రంలో కణ అన్యోన్య చర్యను పరిశీలించుటకు చర్య ప్రక్రియ పరిశీలనకు అధిక శక్తికి త్వరణానికి గురి చేసిన కణాలను లక్ష్య పదార్థాలను ఢీకొనేలా చేసి ఫలితాలను విశ్లేషణ చేస్తారు. సంఘటన జరిగే రేటును కొలిచి ఆ సంఘటనకు అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాన్ని నిర్ధయిస్తారు. ఉదాహరణకు అల్యూమినియమ్ $_{13}Al^{27}$ లో తయారు చేసిన పలుచని పత్రాన్ని డ్యూట్రాన్‌లు $_1H^2$ తాడనం చేసినాయను కొందాము. డ్యూట్రాన్ శక్తిని బట్టి ఏదేని సంఘటన జరిగే సంభావ్యతను బట్టి అనేక సంఘటనలు జరుగుటకు వీలుంది. ఇవి

(1) పురోగమ అర్ధగోళంలోనికి డ్యూట్రాన్‌లు స్థితిస్థాపక పరిక్షేపణం చెందుట.

(2) తిరోగమ అర్ధగోళంలోకి డ్యూట్రాన్‌లు స్థితిస్థాపక పరిక్షేపణం చెందుట.

(3) గమన దిశకు 30°, 60° మధ్య డ్యూట్రాన్‌లు అస్థితిస్థాపక పరిక్షి పణం చెందుట.

(4) కింది వివరించిన కేంద్రక చర్యలు జరుగుట.

(i) $_{13}Al^{27} + {}_1H^2 \longrightarrow {}_{12}Mg^{25} + {}_2Hc^4$

(ii) $_{13}Al^{27} + {}_1H^2 \longrightarrow {}_{13}Al^{28} + H^1$

(iii) $_{13}Al^{27} + {}_1H^2 \longrightarrow {}_{14}Si^{28} + {}_on^1$

(iv) $_{13}Al^{27} + {}_1H^2 \longrightarrow {}_{11}Na^{24} + {}_1H^1 + {}_2He^4$

పైన వివరించిన ప్రతి సంఘటనకు ఒక మధ్యచ్ఛేదము σ ఉంటుంది. అవి σ, σ(αd), σ(p,d), σ(n,d), σ(p,σ_Ad). వీటిని స్థితి స్థాపక పరిక్షేపణ మధ్యచ్ఛేదము (σe), అస్థితిస్థాపక పరిక్షేపణ మధ్యచ్ఛేదము (σi), శోషణ మధ్యచ్ఛేదము (σα,d) అంటారు. ప్రాయోగికంగా మధ్యచ్ఛేదాన్ని సాధారణంగా సంఘటన జరిగే రేటును లెక్కకడతారు. nv, Nలను నిర్ణయించి సమీకరణం 12.5 ని ఉపయోగించి కనుగొంటారు. అన్ని రకాలయిన సంఘటనలకు కలసి వర్తించే మధ్యచ్ఛేదాన్ని మొత్తం మధ్యచ్ఛేదం σt అంటారు. ఇది వైయుక్తిక మధ్యచ్ఛేదాల మొత్తానికి సమానము.

సమీకరణం 12.4ను ఉపయోగించి కేంద్రకం జ్యామితీయ మధ్యచ్ఛేదం ఆధారంగా కేంద్రకచర్యకు వర్తించే మధ్యచ్ఛేదాన్ని ఉదాహరణగా లెక్కకట్టవచ్చు.

కేంద్రక వ్యాసార్ధము r అయిన

$$r = 1.1\ A^{1/3} \times 10^{-15} \tag{12.6}$$

పై సమీకరణంలో A పరమాణు ద్రవ్యరాశిని సూచిస్తుంది.

$$\sigma = \pi r^2 = \pi(1.1)^2 A^{2/3} \times 10^{-30}\ m^2 \tag{12.7}$$

మధ్యస్థ ద్రవ్యరాశి విలువగల కేంద్రకాన్ని తీసికొందాము. దీని A విలువ 125 ఉందనుకొందాము. అప్పుడు

$$\sigma = \pi(1.1)^2\ (125)^{2/3} \times 10^{-30}\ m^2 = 0.95 \times 10^{-28}\ m^2$$

లేదా σ = 0.95 Barns.

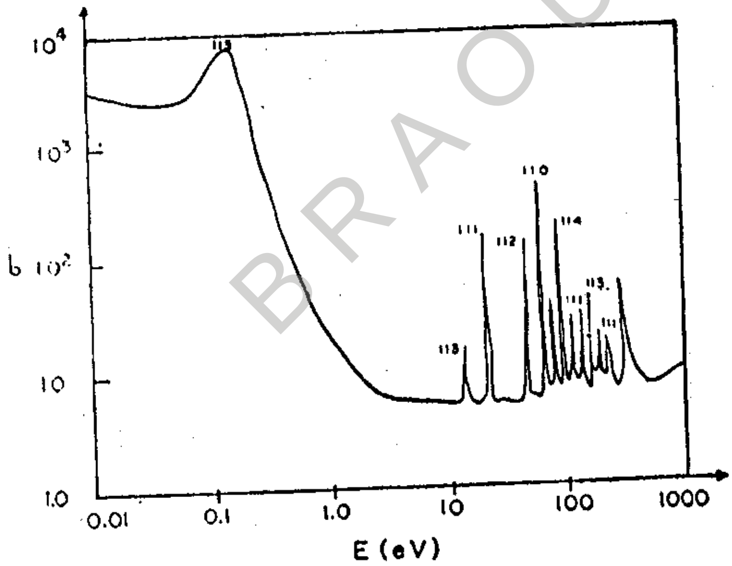
మధ్యచ్ఛేదాన్ని లక్ష్యం యొక్క వైశాల్యానికి సమానంగా భావించి జ్యామితీయ మధ్యచ్ఛేదాన్ని కనుగొన్నా అది కేంద్రక చర్యకు వర్తించే మధ్యచ్ఛేదాన్ని ఖచ్చితంగా సూచించారు. మధ్యచ్ఛేదవు ప్రాయోగిక ఉపయోగము నిర్దిష్ట పరిస్థితులలో జరిగే కేంద్రక సంఘటనలను సూచించుటలో ఉంటుంది. కేంద్రక మధ్యచ్ఛేద విలువలు భిన్న బార్న్ విలువ మొదలుకొని వందల వేల బార్న విలువలు కలిగి ఉంటాయి. ఈ విలువలు అనేక సందర్భాలలో జ్యామితీయ మధ్యచ్ఛేదం విలువ కంటే వేరుగా ఉంటుంది. ఒకే కేంద్రకానికి వివిధ కేంద్రక చర్యలకు వివిధ మధ్యచ్ఛేద విలువలు ఉంటాయి. ఈ మధ్యచ్ఛేద విలువలు ఆయా చర్యలు జరిగే సంభావ్యతను సూచిస్తాయి. కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలలో పరిక్షేపణ మధ్యచ్ఛేదం జ్యామితీయ మధ్యచ్ఛేదానికి అనుపాతంగా ఉంటుంది. పరిక్షేపణ మధ్యచ్ఛేదపు విలువలను ప్రాయోగికంగా కనుగొని వాటిని ఉపయోగించి లక్ష్య పదార్థాల కేంద్ర వ్యాసార్ధాలను లెక్కకట్టవచ్చు. ఇలాంటి చర్యకు ఉదాహరణగా 10 Mev కన్నా ఎక్కువ శక్తి గల

న్యూట్రాన్‌లు స్థితిస్థాపక పరిక్షేపణానికి లోనయే ప్రక్రియను తీసికొనవచ్చును. మధ్యస్థ కేంద్రకాలకు A 125) మొత్తం మధ్యచ్ఛేదం σ_t ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\sigma_t = 2\pi r^2 \tag{12.8}$$

లక్ష్యం నుంచి ప్రసారమయ్యే ఈ కణాలను కొలిచి తద్వారా σ, t ని లెక్కకట్టవచ్చు. ఈ విలువను ఉపయోగించి సమీకరణం 12 .8 ద్వారా r విలువ కనుగొనవచ్చును.

కేంద్రక చర్య ప్రాయోగిక పరిశీలన ఫలితాలను, నిర్దిష్ట ప్రయోగ పరిస్థితులలో జరిగే వివిధ చర్యల సంఖ్యను తెలుపుట ద్వారా సూచించవచ్చు. కేంద్రక చర్య ఫలితాలను వివిధ చర్యలకు సంబంధించిన మధ్యచ్ఛేదపు విలువలు తెలియ జేయుట ద్వారా సూచించవచ్చు. మధ్యచ్ఛేదపు విలువలు తెలుపుటలో ఒక ప్రాముఖ్యత గలదు. దీని విలువ పతన కణాల ఫ్లక్స్ మీద గానీ, లక్ష్య పదార్థ సాంద్రత మీదగానీ ఆధారపడదు. σ_x విలువ తెలిపినచో కేంద్రక పదార్థాన్ని పతన కణ ఫ్లక్స్‌కు నిర్దిష్టకాలు ఉద్భాసనం (expose) చేస్తే జరిగే చర్యల సంఖ్యను కనుగొనవచ్చు. ఇలాంటి సమాచారం ఎంతో ప్రాముఖ్యమయినది. ముఖ్యంగా కృత్రిమ రేడియో ధార్మిక కేంద్రకాల తయారీలో σ_x విలువలు ఎంతో ఉపయోగాన్ని కలిగి ఉన్నాయి. అందువలన మధ్యచ్ఛేద విలువలు కేంద్రక దత్తాంశాలన్నింటిలోను చాలా ముఖ్యమైనవి. మధ్యచ్ఛేద విలువ పతన కణ శక్తి మీద ఆధారపడుతుంది. తరచు వీటి విలువ పతన కణ శక్తి మారే కొద్దీ కొన్ని నిర్దిష్ట శక్తి విలువల వద్ద నిశిత శిఖరాలు ఏర్పడుతాయి. అంటే నిర్దిష్టకణ శక్తి విలువల వద్ద కేంద్రక చర్య జరిగే సంభావ్యత ఇతర శక్తి విలువల వద్ద కన్నా అధికంగా ఉంటుంది. కాడ్మియమ్ నుంచి వెళ్ళే న్యూట్రాన్‌ల శక్తి మారే కొద్దీ మధ్యచ్ఛేద విలువ ఎలా మారుతుందో పటము 12 .1 లో చూడవచ్చు.



పటము 12 .1 న్యూట్రాన్ పుంజం శక్తితో మధ్యచ్ఛేదం మారేతీరు. (కాడ్మియమ్ లక్ష్యం)

పటము 12 .1లో చూపిన σ విలువ స్థితి స్థాపక పరిక్షేపణ చర్యనుగానీ, అస్థితిస్థాపక పరిక్షేపణ చర్యను గానీ శోషణ ప్రక్రియ వల్ల న్యూట్రాన్ పుంజం నుంచి న్యూట్రాన్‌లు వైదొలగుట గానీ సూచిస్తుంది. శిఖరము వద్ద చూపిన సంఖ్య కేంద్రక చర్యలో పాల్గొనే కాడ్మియమ్ ఐసోటోప్‌ని సూచిస్తుంది. న్యూట్రాన్ పుంజం శక్తి 0.17ev వద్ద గాఢ శిఖరము మీద సూచించిన 113 కింది కేంద్రక చర్యకు వర్తిస్తుంది.

$$48cd^{113} + {}_0n^1 \longrightarrow 48\ cd^{114} + r \tag{12.9}$$

ఇచ్చట r గామా కిరణాన్ని సూచిస్తుంది. కాడ్మియమ్ యొక్క మందగతి న్యూట్రాన్ల శోషణ గాఢతకు కారణము σ విలువ 7600 బార్న్లుగల పై చర్యయే. ఇంతటి శోషణ సామర్థ్యము ఉండుట చేతనే కేంద్రక రియాక్టర్లో గొలుసుకట్టు చర్యలను నియంత్రితం చేయుటకు కాడ్మియమ్ కడ్డీలను ఉపయోగిస్తారు.

ఇంతవరకు వివరించిన ఉదాహరణలతను బట్టి కేంద్రక మధ్యచ్ఛేద దత్తాంశాన్ని ఎన్నో సందర్భాలలో ఉపయోగపడుతుందని తెలుస్తుంది. అందుచేతనే కేంద్రక చర్యలలో మధ్యచ్ఛేద విలువలు ప్రాముఖ్యతను సంతరించుకొన్నవి.

మాదిరి లెక్క–1 : పొలోనియమ్ రేడియో ధార్మిక జనకం నుంచి వెలువడే α- కణాలు 4×10^{-7}m మందంగల బంగారు పత్రంపై పతన మౌతున్నవి. వీటిలో 6.17×10^7 కణాలకు 1 చొప్పున తిరోగమన దిశలో పరిక్షేపణానికి లోనయినాయి. బంగారుపత్రంలో ప్రమాణ ఘనపరిమాణంలో గల బంగారు పరమాణువులు $3.9 \times 10^{28}/m^3$ తిరోగమన పరిక్షేపణ మధ్యచ్ఛేద విలువను కనుగొనుము.

జవాబు :

పరిక్షేపణానికి లోనయిన α - కణాల భిన్నము $= Nt\sigma$

$$\therefore \frac{1}{6.17 \times 10^6} = Nt\sigma = (5.9 \times 10^{+28} m^{-3})\ (4 \times 10^{-7} m)\sigma$$

$$\therefore \sigma = \frac{1}{6.17 \times 10^6 \times 5.9 \times 10^{28} \times 4 \times 10^{-7}} = 6.9 \times 10^{-28}\ m^2$$

$\therefore \sigma = 6.9$ బార్న్లు.

మాదిరిలెక్క–2 : 0.0005 m మందంగల బంగారు పత్రాన్ని 10^6 న్యూట్రాన్లు/m^2s ఫ్లక్స్గల ఉష్ణీయ న్యూట్రాన్లు 10 నిముషాల కాలం తాడనం చేసినాయి. $A_u^{197}(nr)A_u^{198}$ కేంద్రకచర్య వలన 2.7 దినములు అర్థ జీవితం గల A_u^{198} కేంద్రకం ఉత్పత్తి అయినది. బంగారు సాంద్రత 19.3×10^3 kg/m^3. పైచర్య మధ్యచ్ఛేదం $98.7 \times 10^{-28}\ m^2$ మీటరు చదరం గల పత్రంలో ఎన్ని Au^{198} పరమాణువులు ఉత్పన్నమయినాయో కనుగొనుము.

జవాబు :

కేంద్రచర్య మధ్యచ్ఛేదము $\sigma = \frac{R}{R_0 N t}$

ఇచ్చట R మీటరు చదరములో సెకనుకు జరిగే అభిఘాత సంఖ్యను R_0 ప్రక్షేపక ఫ్లక్స్ని N ప్రమాణ ఘన పరిమాణం గల లక్ష్యంలోని కేంద్రకాలను t లక్ష్యం మందాన్ని సూచిస్తాయి. లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం

$\sigma = 98.7 + 10^{-28}\ m^2$ nv10^6 న్యూట్రానులు/m^2s. $t = 0.005$ m

$\therefore N = \frac{6.02 \times 10^{23}}{197 \times 10^3}\ 193 \times 10^3 = 5.9 \times 10^{23}$ ప్రమాణ ఘనపరిమాణము

$R = R_0 N t \sigma$

$R = 10^6 \times 5.9 \times 10^{23} \times 98.7 \times 10^{-28} \times 0.005$

$R = 0.2912 \times 10^{11}$

10 నిముషాల కాలంలో ఉత్పన్నమయిన Au^{198} పరమాణువుల సంఖ్య

$= 0.2912 \times 10^{11} \times 10 \times 60 = 1.75 \times 10^{13}$ పరమాణువులు.

12.5 సారాంశం

అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదము అభిఘాత ప్రక్రియ జరిగే సంభావ్యతను తెలుపుతుంద. కేంద్రకచర్యకు సంబంధించిన అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం σ తో సూచిస్తారు.

$$\sigma = \frac{R}{R_0 Nt}$$

R అభిఘాత రేటును, R_0 ప్రక్షేపకాలు లక్ష్యాన్ని ఢీకొనే రేటును, N కేంద్రక సాంద్రతను t లక్ష్యం మందాన్ని సూచిస్తాయి.

12.6 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదాలను బార్న్‌లలో కొలుస్తారు. 1 బార్న్ విలువ 10^{-28} మీ^{2}. సమానం.

12.7 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం అంటే ఏమిటో వివరించండి? పరమాణు అభిఘాతానికి అభిఘాత మధ్యచ్ఛేద సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి.

2) కేంద్రక చర్యలలో అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం ప్రాముఖ్యతను చర్చించండి?

II. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) పడిన్యూట్రాన్ పుంజం 5.0 mg ద్రవ్యరాశిగల రేకు Cu^{65} మీద పతనమయినది. న్యూట్రాన్‌ని ప్రగ్రహణం చేసి Cu^{65}, Cu^{66} గ మారినది. ఇది రేడియో ధార్మికత కలిగినది. Cu^{66} Zn^{66} గా క్షీణించినది. రాగి పదార్థంనుంచి వెలువడే ఎలెక్ట్రాన్‌లను అధ్యయనం చేయుటద్వారా సెకనుకు 4.6×10^{11} న్యూట్రానులు ప్రగ్రహణానికి లోనవుతున్నట్లు వెల్లడయింది. లక్ష్యాన్ని ఢీకొనే న్యూట్రాన్ పుంజం తీవ్రత 11×10^{18} న్యూట్రాన్/m^2s. న్యూట్రాన్ ప్రగ్రహణ మధ్యచ్ఛేదాన్ని బార్న్‌లలో ఎంతో కనుగొనుము (జ. σ_r ప్రగ్రహణం = 90 బార్న్‌లు)

2) అల్యూమినియమ్ పత్రాన్ని మందగతి న్యూట్రాన్‌లు తాడనం చేస్తున్నాయి. కొన్ని న్యూట్రాన్‌లు అల్యూమినియమ్; ప్రగ్రహణం చేసి రేడియో ధార్మికత నొందింది. ఈ రేడియో ధార్మిక అల్యూమినియమ్ ఎలక్ట్రాన్‌ని ఉద్గారం చేస్తూ కింది చర్య ద్వారా క్షీణతకు లోనవుతుంది.

$$_0n^1 + _{13}Al^{27} \longrightarrow 14\ Si^{28} + 1^-$$

న్యూట్రాన్ ఫ్లక్స్ $3.0 \times 10^{16}/m^2s$. జరిగే విఘటనలు $4.2 \times 10^{11}/m^2$.

పై చర్య మధ్యచ్ఛేదం 0.23 బార్న్‌లు. లక్ష్యం యొక్క కేంద్రకతల సాంద్రత ఎంతో కనుగొనుము.

(జ. 6.08 x 1023 పరమాణువులు/m^2)

3) 800 ms^{-1} వేగంతో x- దిశలో పయనిస్తున్న నైట్రోజన్ అణువు ఆక్సిజన్ అణువుతో ముఖాముఖి అభిఘాతానికి లోనయినది. అభిఘాతం తర్వాత నైట్రోజన్ అణువు నిశ్చల స్థితికి వచ్చింది. ఆక్సిజన్ అణువు తొలి తుది వేగాలను లెక్క కట్టుము. నైట్రోజన్ అణువు ద్రవ్యరాశి 20a.m.u. ఆక్సిజన్ అణువు ద్రవ్యరాశి 32 a.m.u.

(జ. v_i = 50 ms—1 v_f 750 ms—1)

12.8 పదకోశం

కేంద్రకచర్య — కేంద్రక కణం పరమాణువుల మధ్య జరిగే అన్యోన్య చర్యను కేంద్రక చర్య అంటారు. ఈ చర్యలో ఉత్పాదిత

పరమాణువు ఉత్పాదిత కణం ఉంటాయి. ఉత్పాంత కణం పతన కణంగా గాని, లేదా కొత్త కణంగా గాని ఉండవచ్చు. ఉత్పాదిత పరమాణువు లక్ష్య పరమాణువుగా గాని, లేదా వేరే కేంద్రకంగా గాని ఏర్పడవచ్చు. కేంద్రక చర్యలో ద్రవ్యవేగం, శక్తి, నిత్యత్వంగా ఉంటాయి.

కేంద్రక బలము : కేంద్రక కణాలు కేంద్రకంలో బంధించి ఉంచే అల్ప వ్యాప్తి ఆకర్షణీయ బలము.

సమ్మేళన కేంద్రకము : లక్ష్య కేంద్రక పతన కణాన్ని శోషించుకొన్నప్పుడు సమ్మేళన కేంద్రకం ఏర్పడుతుంది. సమ్మేళన కేంద్రక నిర్మితి అన్ని కేంద్రక చర్యలలోను జరుగుతుంది. సమ్మేళన కేంద్రకం దాదాపు 10^{-8}s కాలంలో క్షీణత నొంది ఉత్పాదిత కేంద్రకం ఉత్పాదిత కణాలు ఏర్పడతాయి.

మితకారి పదార్థము : రియాక్టర్‌లలో వడి న్యూట్రానులను మందగతికి లోనుచేసే పదార్థాన్ని మితకరి పదార్థం అంటారు.

విచ్ఛిత్తి : న్యూట్రాన్ తాడనానికి గురయిన ఘోర కేంద్రకం దాదాపు రెండు సమాన ద్రవ్యరాశులు గల కేంద్రకాలుగా విఘటన చెంది కేంద్రక కణాలు, శక్తి ఉత్పాదన చేసే ప్రక్రియను విచ్ఛిత్తి అంటారు.

ఉదా : $_0n^1 + {}_{92}U^{235} \longrightarrow {}_{51}Sb^{133} + {}_{39}Yt^{95} + {}_2He^4 + 4\,{}_0n^1$.

lev (ఎలక్ట్రాన్ ఓల్టు) : ఎలెక్ట్రాన్ శక్మాన్ని ఎలక్ట్రాన ఓల్టు ఎంచుటకు అవసరమయిన శక్తిని ఎలక్ట్రాన ఓల్టు అంటారు. దీని విలువ 1×10^{-19} Jకు సమానము.

12.9 చదవదగిన గ్రంథాలు

1.	Resnick R & Halliday, D	Physics Part I	Wiley Easter Pvt. Ltd New Delhi.
2.	Bueche, F	Technical Physics	Harper & Row Publishers New York.
3.	White, H.E.	Modern College Physics	East West Press Pvt. Ltd New Delhi.
4.	Kaplan, I.	Nuclear Physics	Addison-Wesley Publishing Co. London.
5.	Serwary, R.A.	Concepts-Problems and Solutions in General Physics.	W.B. Saurders Co. London.

ఖండం - 6 : డోలనాలు

భాగం-13 సరళహరాత్మక చలనం.

విషయక్రమం

13.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో సరళ హరాత్మక చలన అభిలక్షణాల గురించి వివరణ ఉంది.

1) సరళ హరాత్మక చలనంలో ఉన్న కణం స్థితిజ శక్తి పరిమాణాత్మక వివరణ.
2) సరళ హరాత్మక - దోలక సమీకరణం పరిష్కారం (సమీకరణ)

13.2 ప్రవేశిక

సమాన కాల వ్యవధులలో పునరావృతమయ్యే చలనాన్ని ఆవర్తన చలనం లేదా హరాత్మక చలనం అంటారు. సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాల చలనం, భూమి చుట్టూ చంద్రుని చలనం ఆవర్తన చలనానికి ఉదాహరణలు. ఆవర్తన చలనంలో ఉండే కణం ఒకే మార్గం వెంబడి అటూ ఇటూ చరిస్తే దానిని దోలన చలనం అంటారు. దైనందిన జీవితంలో దోలన చలనానికి చాలా ఉదాహరణలున్నాయి. లఘులోలకపు గుండు చలనం, ఒక స్ప్రింగ్ కొనకు వేలాడ గట్టిన ద్రవ్యరాశిని లాగి వదలినప్పుడు దాని చలనం దోలన చలనానికి ఉదాహరణలు. ఇవన్నీ యాంత్రిక దోలనాలు. రేడియో తరంగాలు, దృశ్య కాంతిలో కంపించే విద్యుత్ అయస్కాంత క్షేత్రాలు ఉంటాయి. అణువులలోని పరమాణువులకు కూడ దోలనాలు చేస్తాయి.

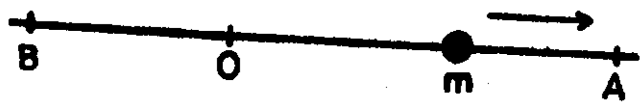
దోలనాలు భౌతిక శాస్త్రంలో వివిధ సందర్భాలలో సంభవించినప్పటికి వాటి మూల సమీకరణాలు, నిర్మాణంలో ఒకే మాదిరిగా ఉంటాయి. అందువల్ల దోలన చలన స్వభావం, లక్షణాలను గురించి తెలుసుకోవడం చాలా ఉపయోగకరం.

13.3 హరాత్మక చలనం

ముందు చెప్పినట్లుగా పునరావృతమయ్యే (ఆవర్తన) చలనాన్ని హరాత్మక చలనం అంటారు. ఒక డోలనానికి లేదా ఒక పూర్తి భ్రమణానికి పట్టే కాలాన్ని డోలనావర్తన కాలం (T) అంటారు. ఒక సెకన్‌లో చేసే డోలనాల సఖ్యను పౌనఃపున్యం (f) అంటారు.

$$f = 1/T \tag{13.1}$$

పౌనఃపున్యానికి MKS ప్రమాణం కంపనాలు/సకను లేదా హెర్ట్జ్. మనం ముందుగా యాంత్రిక డోలనాలను గురించి తెలిసికొందాము. ఒక కణం సరళరేఖ వెంబడి రెండు అవధుల మధ్య పటం 13.1లో చూపినట్లు కంపిస్తుందనుకొందాము.



పటం 13.1 O సమతా స్థితి స్థానంగా A, B బిందువుల మధ్య డోలనాలు చేస్తున్న m ద్రవ్యరాశి గల కణం.

కణంపై పనిచేసే బలం శూన్యమయిన స్థానాన్ని నిశ్చల స్థానం అంటారు.

కణం వేగం, త్వరణం, దానిపై పనిచేసే బలం, దిశ, పరిమాణాలలో ఆవర్తనంగా మారుతాయి.

నిశ్చల స్థానంలో హరాత్మక చలనంలో ఉన్న కణం స్థితిజశక్తి కనిష్ఠంగా ఉంటుంది. కణాలపై పనిచేసే బలం శూన్యమయినప్పుడు స్థితిజశక్తి శూన్యమవుతుందని భాగం 2 లో తెలుసుకున్నాం.

ఏ స్థానంలోనైనా కణాలపై పనిచేసే బలాన్ని స్థితిజశక్తి (U) ప్రమేయంగా క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

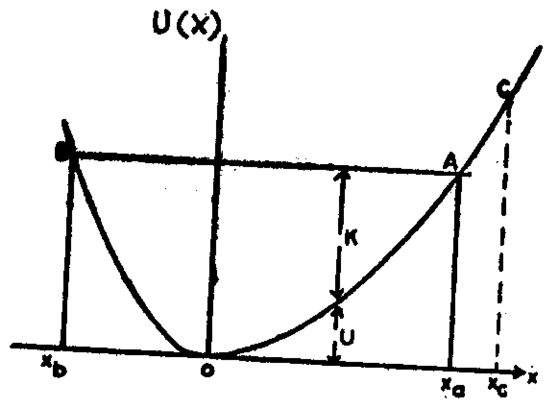
$$F = -\frac{du}{dx} \tag{13.2}$$

ఇది పునఃస్థాపక బలం. ఇది కణానికి నిశ్చల స్థానం దిశలో త్వరణం కలిగిస్తుంది. కంపించే కణానికి మొత్తం యాంత్రిక శక్తి

$$E = K + U \tag{13.3}$$

K గతిజశక్తి, U స్థితిజశక్తి. ఘర్షణ బలాలు వంటి బలాలు పనిచేయనప్పుడు మొత్తం శక్తి స్థిరంగా వుంటుంది.

పటము 13.2 లో స్థితిజశక్తి (U), x ప్రమేయంగా చిత్రించ బడింది.



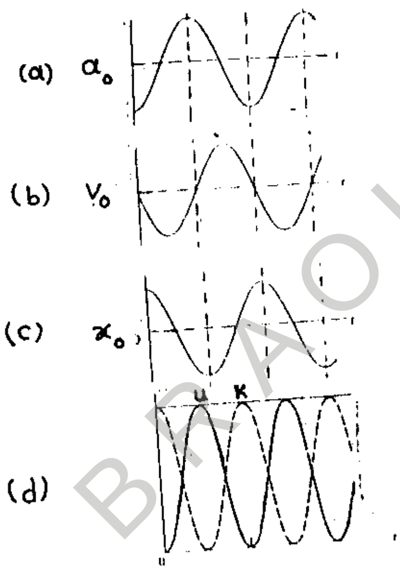
పటం 13.2 సరళ హరాత్మక చలనంలో సమతాస్థితి నుంచి స్థానం ప్రమేయంగా (X) స్థితిజ శక్తి (U) మారేతీరు.

ఏ బిందువు దగ్గరైనా వక్రం వాలు, ఆ బిందువు వద్ద పనిచేసే బల పరిమాణాన్ని తెలుపుతుంది. ($F = -\frac{du}{dx}$ కావున)

నిశ్చల స్థానం O దగ్గర వాలు శూన్యం, నిశ్చల స్థానం దగ్గర బలం శూన్యం. కాబట్టి ఇది మనం ఊహించినదే.

మొత్తం శక్తి E అనుకొందాం. ఈ శక్తికి సంబంధించిన నిరూపకం స్థితిజశక్తి వక్రాన్ని A,B బిందువులలో ఖండిస్తుందనుకొందాం. A,B లకు సంబంధించిన X నిరూపకాలు (x_a, x_b) కణానికి అవధులు అవుతాయి. కణం ఈ అవధులను దాటి పోలేదు. దీనికి కింది విధంగా వివరించవచ్చు.

కణం C అనే బిందువు ($x_c > x_b$) దగ్గర ఉందనుకొందాం. ఆ బిందువుకు సంబంధించిన స్థితిజ శక్తి మొత్తం శక్తి కన్న ఎక్కువగా ఉంటే, సమీకరణం (13.3) నుండి గతిజశక్తి ఋణాత్మకం. ఇది అసాధ్యం. మొత్తం శక్తి E, అవధి స్థానాలను నిర్ణయిస్తుంది. వివిధ శక్తులకు వివిధ హద్దులు ఉంటాయి. ఈ అవధి బిందువులను turning points అంటారు. ఎందువలననగా ఈ బిందువుల వద్ద కణాల కొద్దిసేపు ఆగి వచ్చిన పథంగుండా వెనుకకు మరలి పోతాయి. సాధారణంగా x_a, x_b లు సమానంగా ఉండనవసరం లేదు.



పటం 13.3 a, b, c, d, Caption

అవగాహన పరీక్ష 1

హెర్ట్జ్ (Hertz) దేనికి ప్రమాణం

13.4 సరళ హరాత్మక డోలకం

ముందు విభాగంలో u కు ప్రత్యేక రూపం లేకుండా సాధారణంగా తీసికొని చర్చించాం. భౌతిక శాస్త్రంలో ప్రాముఖ్యం ఉన్న సందర్భాన్ని ఇప్పుడు చర్చిద్దాం.

కంపించే కణం స్థితిజ శక్తి

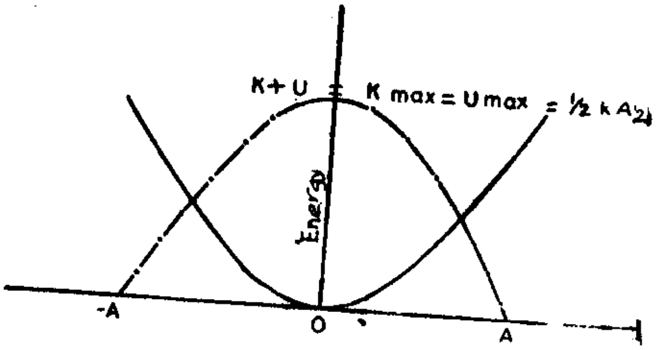
$$u(x) = \frac{1}{2} kx^2 \qquad (13.4)$$

k స్థిరాంకం

$$\therefore F(x) = -\frac{du}{dx} = -kx$$

ఈ సందర్భంలో కణాన్ని సరళ హరాత్మక డోలకం అంటారు. కణం చలనం సరళ హరాత్మకం. (13.5)

ఈ సందర్భంలో స్థితిజశక్తి వక్రం y- అక్షం వెంబడి సౌష్టవంగా ఉంటుంది. (పటము 13.4) ఇది సమీకరణం (13.4) నుండి విశదమవుతుంది. అవధి స్థానాలు (limiting positions) నిశ్చల స్థానం నుండి సమాన దూరంలో ఉంటాయి. ($x_a = x_b$)



పటము 13.4 Caption

బలస్థిరాంకం k ఉండి, x దూరం సాగదీసినా లేదా సంపీడనం చెందిన ఆదర్శ స్ప్రింగ్ స్థితిజశక్తిని సమీకరణం 13.4 ఇస్తుంది. భాగం 2లో ఆదర్శ స్ప్రింగుకు, హూక్ సూత్రం ప్రకారం, బల సమీకరణం $F(x) = -kx$ వర్తిస్తుందని చూశాం. ఈ సమీకరణం 13.5 ఒకటే.

అందువల్ల ఆదర్శ స్ప్రింగ్‌కు వేలాడదీసిన m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు సరళ హరాత్మక డోలకానికి ఒక ఉదాహరణ. ఈ వస్తువు ఘర్షణ లేని క్షితిజ సమాంతర తలంపై స్వేచ్ఛగా కదులుతుంది.

స్వల్ప కోణీయ భ్రంశం గల లఘు డోలకం, ప్రేరణి L, కెపాసిటర్ C ఉన్న విద్యుద్డోలయం సరళహరాత్మక డోలకాలకు ఇతర ఉదాహరణాలు.

సంక్లిష్ట చలనాలను అనేక సరళహరాత్మక చలనాల సమ్మేళనంగా విశ్లేషించవచ్చు. సాంప్రదాయక క్వాంటం భౌతిక శాస్త్రములలోని అనేక దృగ్విషయాలను అర్థం చేసికోవడానికి సరళ హరాత్మక చలనం-అధ్యయనం ఆధారమవుతుంది.

13.5 సరళ హరాత్మక చలన సమీకరణం

సమీకరణం 13.5కు న్యూటన్ రెండో గమన సూత్రాన్ని అన్వయిస్తే

$$F = \text{ద్రవ్యరాశి} \times \text{త్వరణం} = m\frac{d^{2}x}{dt^2}$$

$$\therefore m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^{2}x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (13.6)$$

ఇది సరళ హరాత్మక చలనానికి అవకలన సమీకరణం.

ఏ క్షణంలోనైనా వస్తువు ఉనికి తెలుసుకోవలెనంటే, ఈ సమీకరణాన్ని సాధించాలి.

పై సమీకరణానికి పరిష్కారం (13.7)

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

అనుకొందాం, ఇందులో A, ω, δ, లు స్థిరాంకాలు, అప్పుడు (13.8)

$$\frac{d^{2}x}{dt^{2}} = -\omega^{2} A(\cos \omega t+\delta) = -\omega^{2}x$$

సమీకరణాలు 13.6, 13.8 నుండి

$$\omega^{2} = \frac{k}{m}$$

అయేటట్లు ω ను తీసికొంటే $x = A\cos(\omega t+\delta)$ సరళ హరాత్మక డోలకపు చలన సమీకరణానికి పరిష్కార మవుతుంది.

13.5.1 ω కు భౌతిక ప్రాముఖ్యం

ఏదైనా క్షణం t వద్ద స్థానభ్రంశం x అనుకొందాం. సమీకరణం 13.7 నుండి

$$x^{2} = A\cos(\omega t + \delta)$$

కాలాన్ని (t) $\frac{\omega^{2}\pi}{\omega}$ ఎక్కువ చేస్తే స్థానభ్రంశం x_2

$$x_{2} = A\cos\left(\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right)$$

$$= A\cos(\omega t+2\pi + \delta)$$

$$= A\cos(\omega t+ \delta = x_{1})$$

అంటే $\frac{2\pi}{2\omega}$ కాలం తరువాత ప్రమేయం మరలా తన మొదటి విలువనే పొందుతుంది. అందువల్ల $\frac{2\pi}{\omega}$ చలనపు ఆవర్తన కాలం (T) అవుతుంది. కాని $\omega^{2} = k/m$ (సమీకరణం 13.9) కాబట్టి

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

సమీకరణం 13.6 తో నిర్వచించిన హరాత్మక చలనాలన్నిటికి ఒకే ఆవర్తన కాలముంటుంది. అది k, m ల మీద మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది.

$$\text{డోలన పౌనఃపున్యం } f = \frac{1}{T}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (13.10)$$

లేదా $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

13.5.2 A కు భౌతిక ప్రాముఖ్యం

నిశ్చల స్థానం నుంచి స్థాన భ్రంశపు గరిష్ట పరిమాణాను $A\cos(\omega t+\delta)$ యొక్క గరిష్ట విలువ తెలుపుతుంది. స్థాన భ్రంశం గరిష్ట పరిమాణం ±A అవుతుంది. అంటే A (= x_{max}) చలనపు కంపన పరిమితి. కొసైన్ ప్రమేయానికి గరిష్ట విలువలు +1, -1 కాబట్టి స్థానభ్రంశానికి గరిష్ట పరిమాణము +A, —A అవుతుంది. వివిధ కంపన పరిమితులుగల చలనాలు సమీకరణం 13.8కు పరిష్కారంగా ఉండవచ్చు. అయితే వాటికి ఒకే పౌనఃపున్యం ఉంటుంది.

సరళహరాత్మక చలన పౌనఃపున్యం కంపన పరిమితిపై ఆధారపడదని గమనించాలి.

13.5.3 δ ప్రాముఖ్యం

δ ను చలనపు దశ అంటారు. ఇది కణ చలనాన్ని నిర్ణయిస్తుంది. రెండు చలనాలకు ఒకే కంపన పరిమితి, పౌనఃపున్యం ఉన్నప్పటికీ వాటి దశలో తేడా ఉండవచ్చు.

$\delta = 0$ అయితే $x = A \cos \omega t$ అవుతుంది. ఇప్పుడు $t = 0$ అయితే స్థానభ్రంశం గరిష్ఠమై కంపన పరిమితి (A) కి సమానమవుతుంది. $\delta = -\pi/2$ అయితే

$x = A \cos (\omega t - \pi/2) = A \sin \omega t$ అవుతుంది. ఇప్పుడు $t = 0$ అయితే స్థానభ్రంశం శూన్యమవుతుంది.

δ ను దశ స్థిరాంకం అంటారు.

కంపన పరిమితి (A), దశ స్థిరాంకం (δ) విలువలు డోలకపు ఆరంభస్థానం, వేగం మీద ఆధారపడి ఉంటాయి.

13.6 సరళహరాత్మక చలనంలోని మూలరాసులు కాలంతో మారే తీరు

(i) స్థానభ్రంశం $x = A \cos (\omega t + \delta)$;

$x_{max} = A$ (13.11)

(ii) వేగం

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin (\omega t - \delta)$$

Vx పరిమాణం $= \omega A$ (13.12)

(iii) త్వరణం $\vec{a} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos (\omega t + s)$ (13.13)

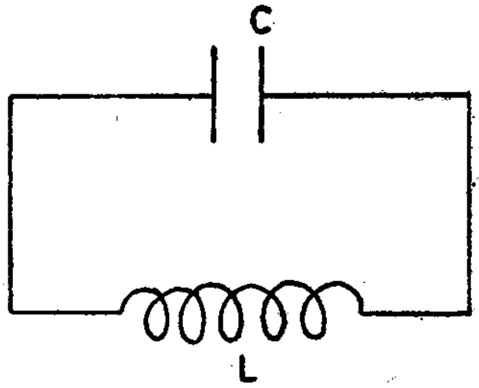
వరుస స్థానంలో నెం.	భౌతిక చరరాశి	గరిష్ఠ స్థానభ్రంశం వద్ద	నిశ్చల
1.	స్థానభ్రంశం (x)	గరిష్ఠం (A)	శూన్యం
2.	వేగం $(\vec{v})$	శూన్యం	గరిష్ఠం (ω A)
3.	త్వరణం $(\vec{a})$	గరిష్ఠం (ω^2 A)	శూన్యం
4.	స్థితిజశక్తి (U)	$\frac{1}{2}KA^2$	శూన్యం
5.	గతిజశక్తి (K)	శూన్యం	$\frac{1}{2}KA^2$
6.	మొత్తం యాంత్రిక శక్తి (E)	$\frac{1}{2}KA^2$	$\frac{1}{2}KA^2$

సమీకరణం 13.8 భౌతిక భావనను కింది విధంగా తెలుపవచ్చు.

కణం చలనంలోని ఏ బిందువు దగ్గరైనా త్వరణం, ఒక నిశ్చల స్థానం వైపు ఉంటూ నిశ్చల స్థానం నుండి కణం స్థానభ్రంశానికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటే ఆ కణం చలనాన్ని సరళహరాత్మక చలనం అంటారు.

పైన వివరించినది సరళ హరాత్మక చలనానికి యాంత్రిక ఉదాహరణ.. ఏ భౌతిక రాశికైనా (స్థానభ్రంశమే ఉండనవసరం లేదు) కాలంలో మార్పును సమీకరణం 13.6 వంటి సమీకరణం సూచిస్తే ఆ రాశి చలనం సరళ హరాత్మక మవుతుంది.

ఉదాహరణకు ప్రేరణి (L), కెపాసిటర్ C ఉన్న విద్యుద్వలయాన్ని తీసికొందాం. (పటం 13.5)



పటము 13.5

కెపాసిటర్ ను కొంతవరకు ఆవేశపరచి, ప్రేరణి ద్వారా ఉత్సర్గపరచామనుకొందాం. విద్యుత్ ఉత్సర్గానికి అవకలన సమీకరణాన్ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = O$$

Q ఏ క్షణంలోనైనా ఆవేశం పై సమీకరణం, సమీకరణం 13.6 రూపంలో ఉండి x స్థానంలో Q, ω^2 స్థానంలో $\frac{1}{LC}$ ఉన్నాయి.

$$\therefore \ w = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

లేదా

$$\text{పౌనఃపున్యం} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

కండెన్సర్ పైన తెలిపిన పౌనః పున్యంతో ఆవర్తనంగా ఆవేశం చెంది ఉత్సర్గమవుతూ ఉంటుంది. ఈ దృగ్విషయాన్ని కండెన్సర్ డోలయమాన ఉత్సర్గం అంటారు. ఇది విద్యుత్ డోలనాలకు ఒక ఉదాహరణ.

13.7 సరళ హరాత్మక చలనానికి రేఖాత్మక వివరణ

ఒక బిందువు P, A, వ్యాసార్థం ఉన్న వృత్త పరిధిపై ఏకరీతి కోణీయవేగం ωతో చలిస్తుందనుకొందాము.

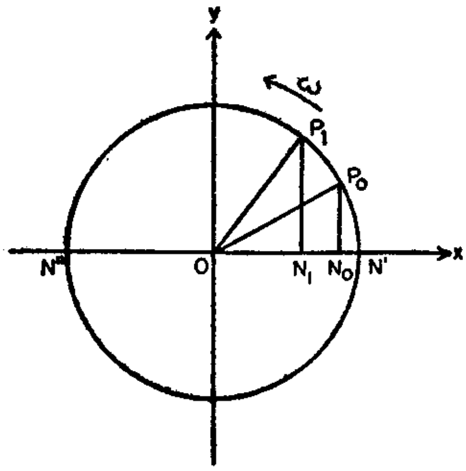
వృత్త కేంద్రాన్ని నిరూపకాల మూలం (origin of coordinates)గా తీసికొందాము. x అక్షం ఒక వ్యాసం అవుతుంది. (పటం 13.6)

కాలం $t=0$ అయినపుడు బిందువు స్థానం P_0 అని వ్యాసార్థం X - అక్షంతో δ కోణం చేస్తుందనీ అనుకొందాం. X అక్షంపై P_0 యొక్క ప్రక్షేపణం No. t కాలం తరువాత బిందువు స్థానం P_1 ప్రక్షేపణం N_1 అనుకొంటే t కాలంలో కోణీయ భ్రంశం

$$= P_0 O P_1 = \omega t$$

(i) O నుండి స్థానభ్రంశం $= x = OM$

$$= OP_1 \cos \angle P_0 O P_1 = A\cos(\omega t+\delta)$$



పటము 13.6

(ii) N_1 వేగం $= P_1$ వేగానికి X - అంశం

$= v \sin(\omega t+\delta)$

కాని ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో →

$V = A\omega$

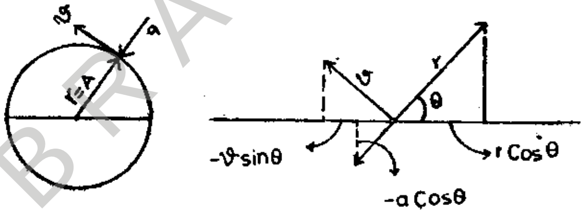
$\therefore$ N_1 వేగ పరిమాణము $= \omega A \sin(\omega t+\delta)$

(iii) N_1 త్వరణం $=$ P త్వరణానికి X - అంశం

కాని P త్వరణం $\frac{V^2}{A} = \omega^2 A$ కేంద్రంవైపు ఉంటుంది.

$\therefore$ N_1 త్వరణ పరిమాణం ..... $\omega^2 A \cos(\omega t+\delta)$

వివిధ రాశుల దిశలను పటము 13.7 లో తెలుపుతుంది.



పటము 13.7

P బిందువు ఏకరీతి వృత్తాకార మార్గం వెంబడి చలిస్తుంటే దాని ప్రక్షేపణం N, N', N'' మధ్య ముందుకు వెనుకకు చలిస్తుంది. (ON' = ON'' = A)

N యొక్క స్థాన భ్రంశం, వేగం, త్వరణాల విలువలను సమీకరణాలు (13.11) (13.12) (13.13)లతో పోలిస్తే, N చలనం సరళ హరాత్మకమని మనకు తెలుస్తుంది.

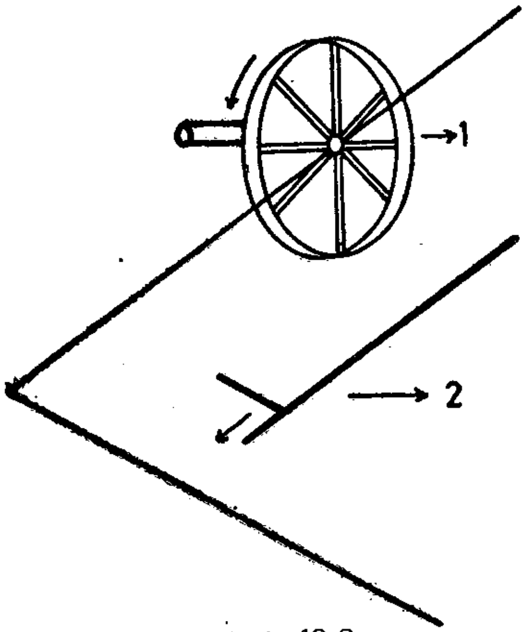
X - అక్షం పై ప్రక్షేపణానికి బదులుగా Y - అక్షంపై ప్రక్షేపణాన్ని తీసికొంటే సమీకరణం కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$Y = A \sin(\omega t+\delta) = A \cos(\omega t+\delta-\pi/2)$

ఇది కూడా సరళహరాత్మక చలనమే. కాని ముందు తెలిపిన చలనంలో దశాభేదం $\pi/2$ ఉంటుంది.

అందువల్ల వృత్త వ్యాసంపై వృత్తాకార చలనం, ప్రక్షేపణం సరళహరాత్మక మవుతుంది.

దీనిని కింది విధముగా చూపించవచ్చు.



పటము 13.8

దూరంగా వున్న కాంతి జనకం మార్గంలో ఒక చక్రాన్ని (1) తలంలో దానినీడ ఒక సరళరేఖగా (2) ఉండేటట్లు (పటం 13.8) ఉంచినామనుకొందాము. చక్రం ఉపరితలానికి అమర్చిన సూదినీడ, చక్రంపైనున్న బిందువు ప్రక్షేపణం (నీడ తలంలో)ను తెలుపుతుంది. చక్రం స్థిర వడితో భ్రమించినపుడు సూది, చక్రంరేఖ ఆ నీడ తలంలో, సరళ హరాత్మక చలనం చేస్తూ ముందుకు వెనుకకు కంపిస్తుంది.

పటం 13.6లో P బిందువు చలించే వృత్తాన్ని నిర్దేశవృత్తమనీ, P బిందువును నిర్దేశ బిందువనీ అంటారు. మనం కింది విషయాలను గమనిస్తాం.

(i) నిర్దేశ వృత్తం వ్యాసార్థం, సరళ హరాత్మక చలన కంపన పరిమితికి సమానం.

(ii) నిర్దేశ బిందువు కోణీయ వేగం $\omega = 2\pi f$ అవుతుంది. f సరళ హరాత్మక పౌనఃపున్యం.

13.8 పరస్పరం లంబదిశలో ఉన్న రెండు సరళ హరాత్మక చలనాల సమ్మేళనం

ఒకే పౌనఃపున్యం కల రెండు సరళ హరాత్మక చలనాలు. ఒకటి X - దిశలో, రెండవది Y - దిశలో ఒక బిందువుపై ఒకేసారి పనిచేస్తున్నాయని అనుకొందాం. అప్పుడు బిందువు స్థానభ్రంశ చలనం x, y దిశలలో కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

$$x = A \, Cos\,(\omega t+\delta_1)$$
$$y = B \, Cos\,(\omega+\delta_2)$$

(i) దశ స్థిరాంకాలు సమానమైనప్పుడు, $(\delta_1 = \delta_2 = \delta)$

$$x = A \cos(\omega t+\delta)$$
$$y = B \cos(\omega t+\delta)$$
$$\therefore \; y = \frac{B}{A} X$$

ఇది సరళ రేఖ సమీకరణం. సరళరేఖ వాలు $\left(\frac{B}{A}\right)$. కావున ఫలిత చలనం సరళ రేఖ వెంబడి ఉంటుంది. సరళరేఖ వాలు రెండు కంపన నిష్పత్తికి సమానం. ఇప్పుడు రెండు కంపనపరిమితులు సమానమైతే, ఫలిత చలనం, రెండు అక్షాలతో సమానకోణం (45°) చేస్తున్న రేఖ వెంబడి ఉంటుంది.

(ii) దశ స్థిరాంకాల మధ్య భేదం $\pi/2$ అయినప్పుడు ($\delta_1 = \delta_2 = \pi/2$)

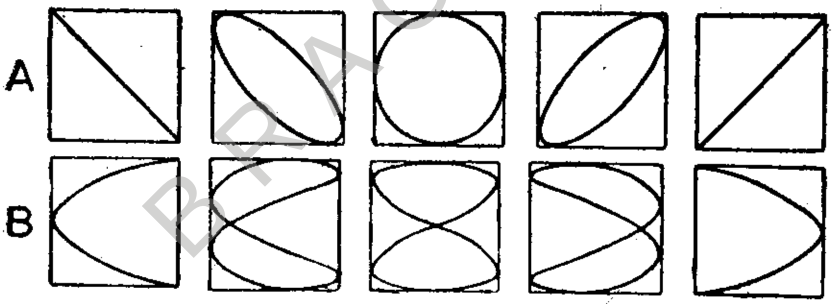
$$
\begin{aligned}
x &= A\cos(\omega t+\delta_1)\\
y &= B\cos(\omega t+\delta_1)\\
&= B\cos(\omega t+\delta_1-\pi/2)\\
&= B\sin(\omega t+\delta_1)
\end{aligned}
$$

ఇక్కడ $y = 0$ అయినప్పుడు $x = x_{max}$, $x = 0$ అయినప్పుడు $y = y_{max}$ అవుతుంది. ఫలిత చలనం దీర్ఘవృత్తం వెంబడి ఉంటుంది. ఇప్పుడు కంపన పరిమితులు సమానమైతే ఫలిత చలనం వృత్తం అవుతుంది.

సాధారణంగా ఒకే పౌనఃపున్యం కలిగి పరస్పరం లంబదిశలో ఉన్నరెండు సరళ హరాత్మక చలనాల ఫలితచలనం దీర్ఘవృత్తం వెంబడి ఉంటుంది. సరళరేఖ, వృత్తాలు దీర్ఘవృత్తం యొక్క ప్రత్యేక సందర్భాలు.

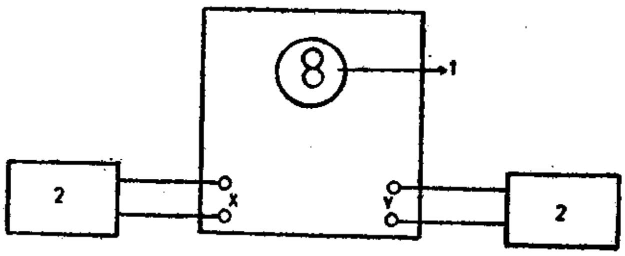
దీర్ఘవృత్తం ఆకారం, దిశ రెండు హరాత్మక చలనాల కంపన పరిమితుల నిష్పత్తి మీద వాటి దశాభేదం $\delta_1-\delta_2$ మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. చలనం దిశ (సవ్య లేదా అపసవ్య) దశలో ముందున్న అంశం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.

రెండు చలనాల పౌనః పున్యాలు వేరు వేరుగా ఉన్నప్పుడు బిందు చలన పథానికి వేరు వేరు ఆకారాలు ఉంటాయి. ఈ ఆకారాలను లిస్సజాన్ చిత్రాలు (Lissajou's Figures) అంటారు. ప్రతి చలనం కంపన పరిమితి, పౌనఃపున్యం, రెండు చలనాల మధ్య దశాభేదం తెలిసినపుడు చిత్రాన్ని రేఖాత్మకంగా నిర్మించవచ్చు. కొన్ని చిత్రాలను పటం 13.9లో చూపినాము.



పటము 13.9 లిస్సజాన్ చిత్రాలు

ఈ చిత్రాలను డోలనదర్శిని సహాయంతో ప్రదర్శించవచ్చు.



పటము 13.10

ఈ పరికరంలో పరస్పరం లంబదిశలో ఉండే రెండు విద్యుత్‌క్షేత్రాలు ఎలెక్ట్రాన్‌ల మీద పనిచేయడం వల్ల అవి ఆవర్తనం చెందుతాయి. రెండు సరళ హరాత్మక విద్యుత్ డోలనాలను డోలన దర్శని X - Y పలకలకు ఇస్తారు. డోలనాల కంపన పరిమితి, దశ మార్చడం వల్ల వివిధ ఆకారాలు (లిస్సజాస్ చిత్రాలు) ప్రతిదీప్త తెరపై లభిస్తాయి. (పటం 13.10)

ఒకే తలానికి డోలనాలు పరిమితం కాకుండ ఉండేట్లు లోలకాన్ని ఊపడం వల్ల యాంత్రికంగా ఈ లిస్సజాస్ చిత్రాలను పొందవచ్చు.

ఒకే పౌనఃపున్యంతో పరస్పరం లంబదిశలో ఉన్న రెండు సరళ హరాత్మక చలనాల సమ్మేళనం, కాంతి అధ్యయనంలో ముఖ్యమైన పాత్ర వహిస్తుంది.

మాదిరిలెక్క-1

3 మీ. పొడవుగల స్ప్రింగ్‌కు 1 కి.గ్రా. ద్రవ్యరాశిని వేలాడ గట్టినప్పుడు అది నిశ్చలస్థానం నుంచి 40 సెం.మీ. సాగుతుంది. ఇప్పుడు ద్రవ్యరాశిని 10 సెం.మీ. కిందికి లాగి వదిలారు. స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశిని లెక్కలోకి తీసుకోకుండా (a) స్ప్రింగ్ బల స్థిరాంకం (b) డోలనావర్తన కాలం (c) పౌనఃపున్యం (d) దశాకోణాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

1 కిగ్రా ద్రవ్యరాశి భారము = 9.8 న్యూ

ఈ భారతం వల్ల స్ప్రింగ్ విస్తారం = 40 సెం.మీ. = 0.4 మీ.

a) బలస్థిరాంకం $k = \frac{9.8}{0.4} = 24.5$ న్యూ/మీ

b) డోలనావర్తన కాలం $T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{24.5}}$

$= \frac{2\pi}{4.95} = 1.27$ సె

c) పౌనఃపున్యం $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.27} = 0.787$ కంపనాలు/సె

d) $t = 0$ అయినప్పుడు $x = -10$ సెం.మీ.

అంటే $t = 0$ అయినప్పుడు $\cos(\omega t + \delta) = -1$

$\therefore \cos\delta = -1$

$\delta = \pi$

మాదిరిలెక్క-2

సరళ హరాత్మక చలనంలో ఉండే ఒక వస్తువుకు గరిష్ఠవడి (maximum speed) 0.5 మీ/సె దాని సహజ పౌనఃపున్యం 1.66 కంపనాలు/సె. దాని కంపన పరిమితి (b) గరిష్ఠ త్వరణాన్ని కనుక్కోండి.

జవాబు :

వస్తువు గరిష్ఠ వడి $= \omega A = 0.5$ మీ/సె

సహజ పౌనఃపున్యం $= f = 1.66$ కంపనాలు /సె

$\therefore$ కంపన పరిమితి $A = \frac{0.5}{2\pi X 1.66} = 0.048$ మీ

b) గరిష్ఠ త్వరణం $= \omega^2 A = (2\pi f)^2 A$

$= (2\pi x 1.66)^2 (0.048)$

$= 5.21$ మీ/సె^{2}

13.9 సారాంశం

సరళ హరాత్మక డోలకం గతిజశక్తి $U = \frac{1}{2}Kx^2$కు సమానం. K స్థిరరాశి, x స్థానభ్రంశాన్ని సూచిస్తాయి. $x=A \cos(\omega t+\delta)$ అనే సమీకరణం సరళహరాత్మక డోలకపు చలన సమీకరణానికి పరిష్కారము. $A \cos(\omega t+\delta)$లో A కంపన పరిమితిని, ω కోణీయ వేగాన్ని, δ దశని సూచిస్తాయి. గరిష్ఠస్థాన భ్రంశము వద్ద గతిజశక్తి విలువ శూన్యంగాను, స్థితిశక్తి విలువ గరిష్ఠంగాను, ఉంటాయి. సమతాస్థితి వద్ద స్థితిజ శక్తి శూన్యంగాను, గతిశక్తి గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. పరస్పరంప లంబదిశలో ఉన్న రెండు సరళ హరాత్మక చలనాల సమ్మేళనం వల్ల ఫలిత చలనం ఒక వక్రం వెంబడి వుంటుంది. వక్ర ఆకారం, సరళ హరాత్మక చలనాల కంపన పరిమితి, దశాభేదం పై ఆధారపడి ఉంటుంది. వివిధ ఆకారాలను లిస్సజాన్ చిత్రాలు అంటారు. సరళరేఖలు, వృత్తాలు, దీర్ఘవృత్తాలు ఈ చిత్రాలలోని ప్రత్యేక సందర్భాలు.

13.10 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష

హెర్ట్జ్ పౌనఃపున్యానికి ప్రమాణము ఒక సెకనులో వెళ్ళే తరంగాల సంఖ్యకు సమానము.

13.11 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. సరళ హరాత్మక చలనం సూత్రాన్ని తెలిపే అవకలన సమీకరణాన్ని రాబట్టి సాధించండి.
2. సరళహరాత్మక చలనంలో కాలంతోపాటు కింది పరిమాణాలు (రాసులు) ఏ విధంగా మారతాయి ? (a) స్థానభ్రంశం (b) వేగం (c) త్వరణం (d) స్థితిజశక్తి (e) గతిజశక్తి. ఈ మార్పులను రేఖాచిత్రరూపంలో చూడండి.
3. సమాన పౌనఃపున్యాలు గల రెండు సరళ హరాత్మక చలనాలు ఒకదానికొకటి లంబదశలో ఉన్నప్పు డు కలిగే ఫలిత ప్రభావాన్ని చర్చించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. హరాత్మక చలనం, సరళహర్మాక చలనాలను ఎలా గుర్తిస్తారు.
2. $X = A \cos(\omega t+\delta)$సమీకరణంలోని A, ω, δ ల భౌతిక ప్రాముఖ్యాన్ని వివరించండి.
3. నిత్యత్వబలాలు పనిచేయడం లేదని భావించి ఒక సరళ హరాత్మక డోలకం యొక్క మొత్తం యాంత్రికశక్తి స్థిరమని, కంపన పరిమితి యొక్క వర్గానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుందని చూపండి.
4. ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం, సరళహరాత్మక చలనానికి గల అనురూపాన్ని వివరించండి.
5. లిస్సజాన్ చిత్రాలనగానేమి ?

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. (a) 15 గ్రా. ద్రవ్యరాశిగల ఒక కణం X అక్షం వెంబడి సరళహరాత్మక చలనం చేస్తున్నప్పు డు ఏదేని కాలం t వద్ద దాని స్థానాన్ని తెలిపే సమీకరణాన్ని రాయండి. దాని సమయస్థితి స్థానం $x0 = 10$ సెం.మీ. వద్ద, చలనం యొక్క కంపన పరిమితి 5 సెం.మీ. ఉందనుకొందాం. అది ఒక వలయాన్ని చుట్టి రావడానికి 5 సె.లు తీసికొంటుంది.

   (b) ఆ కణం మీద పనిచేసే బలానికి ఒక సమీకరణాన్ని రాయండి.

(c) ఏ 'x' విలువల వద్ద త్వరణం గరిష్ఠంగా ఉంటుంది.

(జవాబు : (a) $x = 10+5 \sin\pi t$ (b) $F = -75 \sin\pi t$ (c) 10 cms (d) 5.15 cms)

2. ఒక గడియారంలోని బాలన్స్‌చక్రం 0.5 సె.లలో రేడియన్ల కోణీయ కంపన పరిమితితో కంపిస్తుంది. దీని నుండి క్రింది వానిని కనుక్కోండి. (a) గరిష్ఠ కోణీయ వేగం, (b) స్థానభ్రంశం దాని కంపన పరిమితిలో సగమున్నపుడు కోణీయ వేగం (c) దాని స్థానభ్రంశం ఉన్నప్పు డు కోణీయ త్వరణం

(జవాబు : (a) రేడియన్లు/సె (b) 34 రేడియను/ (c) 120 రేడియన్లు/సె^{2})

3. స్ప్రింగ్ త్రాసు యొక్క స్కేలు పొడవు 6 అంగుళాలుండి 'O' నుండి 33 పౌనుల వరకు గుర్తించబడియున్నది. ఒక వస్తువును దాని నుండి నిలువుగా వ్రేలాడదీసి 1.5 కంపనాలు/సె.లలో డోలనం చెందే విధంగా అమర్చి ఉంచితే దాని బరువెంతనో లెక్కించండి.

రచన : డా. యస్. రాఘవన్

భాగం – 14 : అవరుద్ధ హరాత్మక డోలనాలు

విషయ క్రమం

14.1 ఉద్దేశాలు లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో సరళ హరాత్మక డోలకం చలనం పై అవరోధ బల (damping force) ప్రభావం గురించిన చర్చ, అనునాద భావన వివరణ ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

(a) విమోటన లోలకం (b) గురులోలకాల డోలనా వర్తన కాలాన్ని లెక్క కట్టగలరు.

14.2 ప్రవేశిక

ఆదర్శ హరాత్మక డోలనం గురించి క్రిందటి భాగంలో చర్చించాము, కంపన పరిమితి (A) స్థిరంగా ఉండటం గమనించాము. ఒక లఘులోలకం గాని, స్ప్రింగ్‌కు తగిలించిన ద్రవ్యరాశి గాని, L.C. వలయం గాని కంపింప చేసినపుడు, అది ఒకే కంపన పరిమితితో నిరవధికంగా కంపిస్తూ ఉండాలి. కాని మామూలుగా ఇది జరగదని మనకు తెలుసు. ఘర్షణ బలాలు డోలకంపై పనిచేయడం వల్ల కొంతసేపటికి కంపనాలు ఆగిపోతాయి. ఘర్షణ వల్ల హరాత్మక డోలకం చలనం అవరుద్ధమవుతుంది.

14.3 అవరుద్ధ హరాత్మక డోలకం

హరాత్మక డోలకాన్ని తీసుకుందాం. ఘర్షణ బలాలు పనిచేసినపుడు, డోలకం చలనం అవరుద్ధ మవుతుంది. గాలి నిరోధం వలన ఘర్షణ బలం ఏర్పడుతుంది. ఇది వేగంపై ఆధారపడుతుంది. ఘర్షణ బలం ఋణాత్మక వేగానికి (—V) అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది. లేదా - Vకి సమాన మవుతుంది. b ధనాత్మక స్థిరాంకం, అందువల్ల ఫలితబలం పునఃస్థాపక బలం, నిరోధక బలాల మొత్తానికి సమానం.

$$\text{ఫలిత బలం} = kx - bv$$

$$= -kx - b\frac{dx}{dt} \quad \left(V = \frac{dx}{dt} \text{ కాబట్టి}\right)$$

న్యూటన్ రెండో గమన సూత్రం ప్రకారం

ఫలిత బలం = ద్రవ్యరాశి × త్వరణం = $m\frac{d^2x}{dt^2}$

$$\therefore -Kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = 0 \qquad (14.1)$$

b విలువ తక్కువగా ఉంటే పై సమీకరణం పరిష్కారం ఈ విధంగా చూపించవచ్చు.

$$x = A_e^{-bt\backslash 2n}\cos(\omega t+\delta) - \qquad (14.2)$$

దీనిలో $\omega^1 = 2\pi f^1 = \sqrt{\frac{K}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$ (14.3)

పై సమీకరణంలో b = O అయితే, అంటే నిరోధక బలం పనిచేయనప్పు డు

$\omega^1 = \sqrt{K/m}$ అవుతుంది. ఇది అవరుద్ధం కాని (Undamped) చలనం పౌనఃపున్యం.

A = Cos ($\omega t+\delta$) అవుతుంది. ఇది అవరుద్ధం కాని డోలకం చలనానికి పరిష్కారం. ఘర్షణ ప్రభావం వలన కంపన పరిమితి, పౌనఃపున్యం రెండూ మారుతాయి.

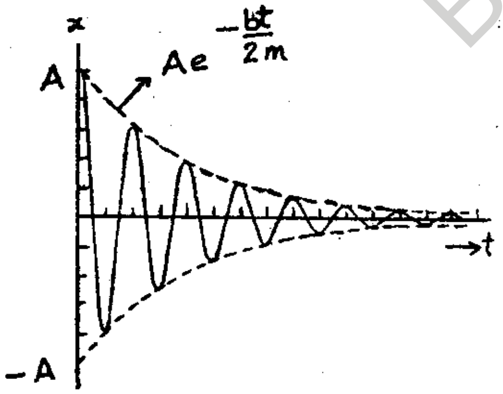
(i) సమీకరణం (14.3) నుండి $\omega^1 < \omega$ కావున పౌనఃపున్యం తగ్గుతుంది.

(ii) కంపన పరిమితి కాలంతో తగ్గుతుంది. సమీకరణం (14.2) నుండి దీని విలువ $A_e^{-bt/2m}$ అవుతుంది.

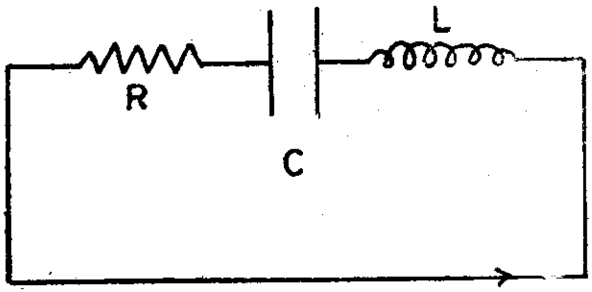
కంపన పరిమితి తన మొదటి పరిమాణంలో 1/e వంతుకు తగ్గడానికి పట్టేకాలం (τ)ను డోలకం సగటు జీవితకాలం అంటారు. ఘర్షణ చాలా ఎక్కువగా ఉన్నప్పు డు $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 \to \frac{K}{m}$

సమీకరణం (14.3) ప్రకారం ω^1 విలువ కల్పితం అవుతుంది. ఈ సందర్భంలో చలనం డోలయమానం కాకుండా అధికంగా అవరుద్ధమవుతుంది.

$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \frac{K}{m}$ అయినపుడు కూడా వస్తువు డోలనం చేయడం సందిగ్ధ అవరోధితం (Critically damped) చెందుతుంది. అవరుద్ధ చలనంలో డోలకం శక్తి ఘర్షణ వల్ల క్రమంగా వ్యర్థమవుతుంది.



పటము 14.1 (a)



పటం 14.1 (b)

వం 14.1 లో స్థానభ్రంశాన్ని కాలం ప్రమేయంగా చూపాం. ఇందులో కంపన పరిమితి క్రమంగా తగ్గుతుంది. దీనికి విరుద్ధంకాని అవరుద్ధంగా కాని చలనంలో (పటం 14.2) కంపన పరిమితిస్థిరంగా ఉంటుంది.

LC వలయంలో విద్యునిరోధము (R); యాంత్రిక డోలనాలలో ఘర్షణకు సారూప్యము.

LCR వలయాలు (పటం 14.2) విద్యుదావేశంలో మార్పులను తెలిపే సమీకరణాన్ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$L\frac{d^2Q}{dt2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = Q \qquad (14.4)$$

ఈ సమీకరణం (14.2)ను పోలివుంది. Q స్థానంలో x, m స్థానంలో R, K స్థానంలో 1/c ఉన్నాయి. యాంత్రిక డోలకం పరిష్కారాన్ని తగు విధంగా మార్చి, సమీకరణం (14.4)కు పరిష్కారాన్ని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$Q = Q_{mc}\ \exp(-Rt/ZL) \cos(\omega t+\delta) \qquad (14.5)$$

ఇందులో

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad (14.6)$$

అవగాహన పరీక్ష :

అవరుద్ధ డోలకం సగటు జీవితకాలం అనగా ఏమి?

14.4 బలాత్కృత డోలనాలు–అనునాదము

మనం ఇంతవరకు, అవరుద్ధమైన, అవరుద్ధంకాని సహజ కంపనాలు (యాంత్రిక, విద్యుత్) గురించి తెలుసుకొన్నాం.

డోలాయమాన బాహ్యబలం వస్తువుపై పనిచేస్తే ఏం జరుగుతుందో చూద్దాం. బాహ్యబలాన్ని చోదిత బలం అంటారు. చోదిత బలకోణీయ పౌనఃపున్యం ω_e అయితే చోదిత బలాన్ని $F_e \cos \omega_e t$ అని వ్రాయవచ్చు.

$\omega_e = 2\pi f_e$ అవుతుంది.

సాధారణంగా కణంపై అవరోధం (damping) ఉన్నదనుకొంటే కణంపై పనిచేసే ఫలిత బలం

$-Kx - b\frac{dx}{dt} + F_e \cos \omega_e t$ అవుతుంది.

న్యూటన్ రెండవ గమన సూత్రం ప్రకారం, ఫలితబలం $m\frac{d^2x}{dt^2}$ కు సమానం కావాలి అప్పుడు

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt_1} + Kx = F_e \cos \omega_e t \qquad (14.7)$$

ఈ సమీకరణానికి పరిష్కారం

$x = \frac{F_e}{G}\sin(\omega_e t - \delta)$ అని చూపవచ్చును. (14.8)

దీనిలో $G = \sqrt{m^2(\omega_e{}^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega_e{}^2}$ (14.9)

$$\cos\delta = \frac{b\omega_e}{G} \qquad (14.10)$$

సమీకరణం (14.8) నుండి సహజ పౌనఃపున్యం (ω_e)తో కంపిస్తుందని తెలుస్తుంది. ఇటువంటి డోలనాలను బలాత్కృత డోలనాలు అంటారు. వయోలిన్, సితార్, వీణ వంటి సంగీత వాద్యాలలో కంపించే తీగల వలన ధ్వని జనిస్తుంది. గాలి చొరబడడానికి, వీలుగా ఉండే బోలు చెక్కపెట్టెకు తంత్రులను గట్టిగా అమర్చటం వల్ల కంపనాలు వర్ధనం చెందుతాయి. పెట్టెలోని గాలి సహజ పౌనఃపున్యంతో కంపిస్తుంది. ఇది బలాత్కృత డోలనాలకు ఒక ఉదాహరణ.

సౌలభ్యం కోసం అవరుద్ధం కాని చలనాన్ని తీసుకొంటాం అప్పుడు సమీకరణం 14.9 నుండి

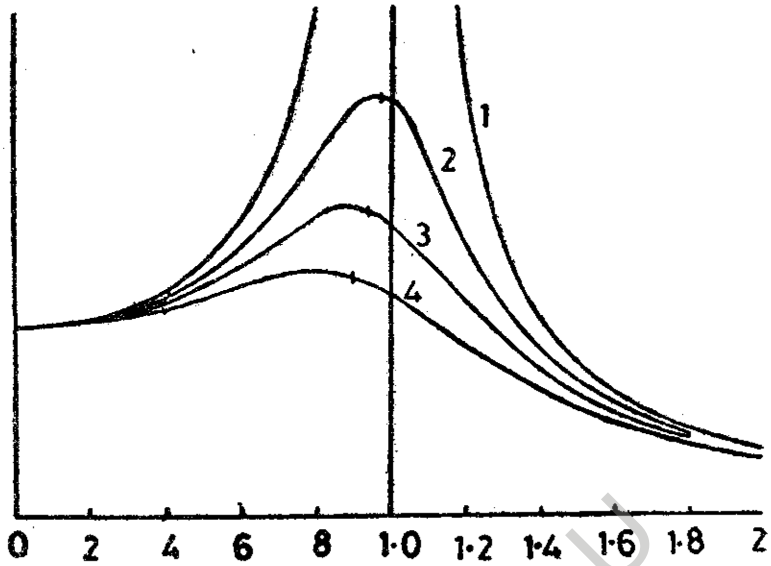
$$G = m(\omega_e^2 - \omega^2) \qquad (14.11)$$

అవుతుంది. ω_e, ω మధ్య తేడా చాలా ఎక్కువగా ఉంటే G ఎక్కువవుతుంది $\frac{F_e}{G}$ విలువ తగ్గుతుంది.

అంటే ఫలిత చలన కంపన పరిమితి (సమీకరణం 14.8లో $\frac{F_e}{G}$) తక్కువగా ఉంటుంది.

చోదిత పౌనఃపున్యం, ω_e సహజ పౌనఃపున్యం సమీపిస్తే G విలువ అతి తక్కువై శూన్యాన్ని చేరుకుంటుంది. కంపన పరిమితి $\frac{F_e}{G}$ అనంతం అవుతుంది.

సాధారణంగా కొంత అవరోధం ఎప్పుడూ ఉంటుంది. అందువలన కంపన పరిమితి చాలా ఎక్కువ అవుతుందే కాని అనంతం కాదు. ఒక నిర్దిష్ట పౌనఃపున్యానికి కంపన పరిమితి గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. ఈ పరిస్థితిని అనునాదం అంటరు. ఆ పౌనఃపున్యాన్ని అనునాద పౌనఃపున్యం అంటారు.



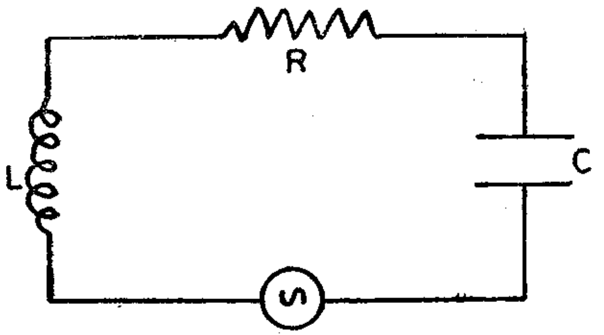
పటము 14.2

పటం 14.3లో చలనం కంపన పరిమితిని చోదక బల పౌనఃపున్యం ప్రమేయంగా గ్రాఫ్ ద్వారా, bకు నాలుగు విలువలతో చూపినాము.

వక్రము (1) కి b = 0 అవరుద్ధం కాలేదు. (2), (3) వక్రాలకు b విలువ పెరుగుతుంది. **వక్రము (4)కు నిరోధం ఎక్కువగా ఉంటుంది. నిరోధకం లేనపుడు సహజ పౌనఃపున్యాన్ని లంబ రేఖలో** చూపాం. b విలువ తగ్గే కొద్దీ, గరిష్ట కంపన పరిమితికి సంబంధించిన అనునాద శిఖరం (resonant peak) క్షితిజలంబరేఖకు దగ్గరగా జరుగుతుంది.

1. అనువాద పౌనఃపున్యం, అనునాదం కాని సహజ పౌనఃపున్యానికి విరుద్ధంగా ఉంటుందని
2. తక్కువగా అవరుద్ధం చెందినపుడు అనునాద పౌనఃపున్యం అవరుద్ధం కాని (Undamped) పౌనఃపున్యానికి దగ్గరగా ఉంటుందని తెలుస్తుంది.

సాధారణంగా అనునాద పౌనఃపున్యాన్ని అవరుద్ధం కాని సహజ పౌనః పున్యంగా తీసుకుంటాము.



పటము 14.3

విద్యుత్ వలయాలలో కూడా బలత్కృత 'డోలనాలు - అనునాదం తటస్థిస్థాయి. కండెన్సర్ ప్రేరణి (inductance), నిరోధకము (L C R) ఉన్న విద్యుత్ వలయానికి $E = E_m \cos \omega_e t$ అనే ఏకాంతర విద్యుత్చ్చాలక బలాన్ని ప్రయోగిస్తే, వలయానికి అన్వయించే అవకలన సమీకరణాన్ని కింద చూపినట్లు వ్రాయవచ్చు.

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{c} = E_m \cos(\omega_e t - Q) \qquad (14.12)$$

ఈ సమీకరణం (14.7) సమీకరణాన్ని పోలి వుంది. అందువల్ల సమీకరణాలు (14.8,14.9,14.10) తగు విధంగా మార్చి కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$Q = \frac{E_m}{G} \operatorname{Sin}(\omega t - \varphi) \qquad (14.13)$$

దీనిలో $$G = \sqrt{\left(\omega_e^2 L - \frac{I}{c}\right)^2 + R^2 \omega_e^2} \qquad (14.14)$$

$$\operatorname{Cos} \varphi = \frac{R\,\omega_e}{G} \qquad (14.15)$$

14.5 కోణీయ హరాత్మక చలనం

ఒక అక్షం నుండి వేలాడదీసిన వస్తువుపై కోణీయ స్థాన భ్రంశానికి అనుపాతంలో ఉన్న పునఃస్థాపక బలభ్రామకం పనిచేస్తుంది. అప్పు డు

$$I = -k\theta \qquad (14.16)$$

ఈ సమీకరణం ఋజుమార్గ సరళ హరాత్మక చలన సమీకరణం $F = -kx$ను పోలివుంది.

పునఃస్థాపక బలం స్థానంలో పునఃస్థాపక బలభ్రామకం, స్థానభ్రంశం (x) స్థానంలో కోణీయ భ్రంశం (Ø) ఉన్నాయి. ఋజుమార్గ చలనానికి (స్థానాంతర గతి) కోణీయ చలనానికి (భ్రమణగతి) గల పోలికను కింది పట్టికలో చూపినాము.

	స్థానాంతర గతి		భ్రమణగతి	
1.	స్థానభ్రంశం	X	కోణీయ భ్రంశం	θ
2.	వేగం	$v = \frac{dx}{dt}$	కోణీయవేగం	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
3.	త్వరణం	$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	కోణీయ త్వరణం	$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
4.	ద్రవ్యరాశి	m	జడత్వభ్రామకం	I
5.	బలం	$F = m\frac{d^2x}{dt^2}$	బలభ్రమకం	$\tau = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

సమీకరణం 14.16ను క్రిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta$$

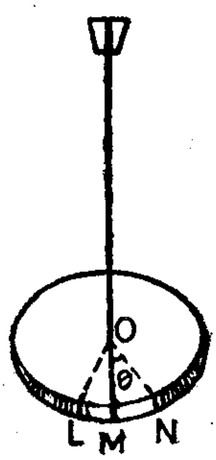
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{K}{I}\theta = \omega^2 \theta \qquad (14.17)$$

ఈ సమీకరణం కోణీయ సరళహరాత్మక చలనానికి వర్తిస్తుంది. దీని డోలనావర్తనకాలం.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \qquad (14.18)$$

14.6 విమోటన లోలకం

గుండ్రటి బిళ్ళ (disc)ను సన్నని తీగతో వ్రేలాడదీస్తారు. తీగబిళ్ళ కేంద్రానికి తగిలించి ఉంది. తీగ రెండోకొన గట్టి ఆధారానికి బిగించి ఉంది. నిశ్చల స్థానంలో బిళ్ళ కేంద్రం నుంచి M బిందువుకు ఒక రేఖ గీచి ఉంది. బిళ్ళను క్షితి సమాంతర తలంలో ఈ రేఖ M నుంచి N కు వచ్చేట్లు తిప్పితే, తీగ మెలి పడుతుంది. మెలి పడిన తీగ బిళ్ళపై టార్క్‌ను ప్రయోగించి దానిని మొదటి స్థానానికి మళ్ళించడానికి ప్రయత్నిస్తుంది. పునఃస్థాపక టార్క్ T కొద్దిపాటి మెలికకు కోణీయ స్థానభ్రంశాని (θ)కి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.



పటము 14 .4

హుక్ సూత్రం ప్రకారం $T = -K\theta$

K తీగ విమోటన స్థిరాంకం తీగ, స్థితి స్థాపక ధర్మాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఇది ఒక రేడియన్ పురి కల్పించడానికి అవసరమైన బలభ్రామకానికి సమానం. పై సమీకరణం సమీకరణం ఒకటే దీనికి పరిష్కారం

$$\theta = \theta_m \text{Cos } (\omega t+\delta) \qquad \text{....(14.19)}$$

దీనిలో θm కంపన పరిమితి

డోలనావర్తన కాలం $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$

పైన తెలిపిన ఏర్పాటును విమోటన లోలకం అంటారు. ఇక్కడ K తీగ విమోటన స్థిరాంకం, I బిళ్ళ జడత్వ భ్రామకం విమోటన లోలకం డోలనావర్తన కాలాన్ని కనుక్కుంటే

1) లంబ అక్షం పరంగా బిళ్ళ జడత్వభ్రామకం తెలుసుకొని విమోటన స్థిరాంకాన్ని కనుక్కొన వచ్చును.

2) తీగ విమోటన స్థిరాంకం తెలుసుకొని, లంబ అక్షం పరంగా బిళ్ళ జడత్వభ్రామకం తెలుసుకోవచ్చు.

భ్రమించే వస్తువు గుండ్రటి బిళ్ళగానే ఉండనవసరం లేదు. ఏ ఆకారంలో నైనా ఉండవచ్చు. కాని మనకు భ్రమణాక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకం తెలియాలి.

14.7 గురులోలకం

దృఢ వస్తువు, దాని గుండా పోయే ఒక అక్షంచుట్టూ క్షితిజ లంబ తలంలో తిరిగేటట్లు అమరి ఉంటే దానిని గురు లోలకం (భౌతిక లోలకం) అంటారు.

O గుండా పోయి క్షితి సమాంతర అక్షం చుట్టూ క్షితిజ లంబతలంలో తిరిగేటట్లు అమర్చిన దృఢ వస్తువును పటము 14 .6 చూపిస్తుంది. నిశ్చల స్థితిలో వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం G ఆధారం O కు నిటారుగా కింద d దూరంలో ఉంది. వస్తువు ద్రవ్యరాశి M, O గుండా పోయే అక్షం పరంగా వస్తువు జడత్వ భ్రామకం I.

నిశ్చల స్థానం నుంచి గురు లోలకాన్ని పక్కకు లాగినపుడు, వస్తువు మీద పునఃస్థాపక బలభ్రామకం (restoring torque) పనిచేసి దానిని నిశ్చల స్థానానికి తేవడానికి ప్రయత్నిస్తుంది.

ఈ సందర్భంలో G వద్ద పనిచేసే గురుత్వబలం స్పర్శీయ అంశం $Mg \text{ Sin } \theta$, పునఃస్థాపక బలభ్రామకాన్ని కలిగిస్తుంది.

కంపిస్తుంది. ఇది బలాత్కృత డోలనాలు చోదిత బల పౌనఃపున్యం వస్తువు సహజ పౌనః పున్యాన్ని సమీపించినపుడు కంపన పరిమితి చాలా ఎక్కువ అవుతుంది. కంపన పరిమితి గరిష్ఠంగా ఉన్నప్పటి పౌనఃపున్యాన్ని అనునాద పౌనఃపున్యమని అంటారు. ఈ దృగ్వి షయాన్ని అనువాదమని అంటాము.

విమోటన, గురులోలకం డోలనావర్తన కాలాలు వరుసగా $2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$, $2\pi\sqrt{\frac{I}{dgM}}$ ఉంటాయి. I ఆధారబిందువు గుండా పోయే అక్షం పరంగా కంపించే వస్తువు జడత్వ భ్రామకాన్ని M ద్రవ్యరాశిని, K తీగ విమోటన స్థిరాంకం, d వస్తువు ద్రవ్యరాశికి కేంద్రానికి, ఆధారానికి మధ్యగల దూరాన్ని సూచిస్తాయి.

14.9 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

కంపన పరిమితి మొదటి పరిమాణంలో $\frac{1}{e}$ వంతుకు తగ్గడానికి పట్టేకాలాన్ని (τ) ను డోలకం సగటు జీవిత కాలం అంటారు.

అవగాహన పరీక్ష 2

గరులోలకంలో డోలనకేంద్రం , ఆధారబిందువు ఒకదానికొకటి వినిమయంగా ఉంటాయి. కారణం రెండు బిందువులను పరస్పరం మార్చగల్గడమే డోలన కేంద్రం వద్ద లోలకాన్ని వ్రేలాడదీసినపుడు కూడా డోలన కాలంలో మార్పు ఉండదు.

14.10 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. అవరుద్ధ హరాత్మక డోలకానికి ఫలిత గమనం డోలాయమానం ఉండటానికి ఒక నియమాన్ని ఉత్పాదించండి.
2. కోణీయ హరాత్మక చలనానికి అవకలన సమీకరణాన్ని రాయండి. ఆవర్తనకాలానికి సమీకరణాలను ఉత్పాదించండి. (a) విమోటన లోలకం (b) భౌతిక లోలకం

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. అనునాద పౌనఃపున్యమనగానేమి? అవరుద్ధం కాని సహజ పౌనఃపున్యం అనునాద పౌనఃపున్యాలు సమానంగా ఉంటాయి. ఒకవేళ సమానంగా ఉండకపోయినట్లయితే ఎప్పు డు సమానమవుతాయో వివరించండి.
2. "ఆధారబిందువు, డోలనాకేంద్రం - పరస్పరం వినియమాలు" వివరించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. 2 కి.గ్రా. ద్రవ్యరాశి 0.3 మీ వ్యాసమున్న ఒక గోళం ఒక తీగకు కట్టి ఉంది. తీగ టార్క్ స్థిరాంకం 6.0×10^{-3} న్యూటన్-మీ/రేడియన్ ఉంటే స్వల్ప స్థానభ్రంశాలకు కోణీయ డోలనావర్తనాన్ని కనుక్కోండి. (స్వల్ప ద్రవ్యరాశి M, వ్యాసార్ధం R ఉన్న గోళం యొక్క భ్రమణజడత్వం $2/5\ MR^2$)
2. 1.5 మీ పొడవున్న కడ్డీ స్వేచ్ఛగా క్షితిజ సమాంతర అక్షానికి ఒక చివర వ్రేలాడుతూ డోలనాలు చేస్తున్నదనుకుందాం. దాని డోలనావర్తన కాలాన్ని కనుక్కోండి.

రచన : ఆ. యస్. రాఘవన్

ఖండం - 7 : స్థితిస్థాపక యానకంలో తరంగాలు

భాగం - 15 పురోగమన తరంగాలు

విషయక్రమం

15.1 ఉద్దేశాలు లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో తరంగచలన వివరణ ఉంది. మీరు చదివి తెలుసుకొనడానికి అనువుగా వివిధ రకాలైన తరంగాల విశ్లేషణ, తరంగ సమీకరణ గుణాత్మక ఉత్పాదన ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత త్రాటిపై ప్రయాణిస్తున్న తిర్యక్ తరంగాల వేగాన్ని గణించగలరు.

15.2 ప్రవేశిక

మనం ఇక్కడ విరూపకరణీయ స్థితిస్థాపక యానకంలో తరంగాలను గురించి తెలుసుకొందాం. వీటిని యాంత్రిక తరంగాలు అంటారు. యాంత్రిక తరంగానికి ధ్వని ఒక ఉదాహరణ. యాంత్రిక తరంగాల చలనం క్రింది విధంగా ఉంటుంది.

స్థితిస్థాపక యానకంలోని కొంత భాగం, దాని సమతాస్థితి నుంచి స్థానభ్రంశం చెంది కంపిస్తున్నదనుకోండి. యానకం స్థితిస్థాపక ధర్మాలననుసరించి ఈ అలజడి ఒక పొర నుంచి వేరొక పొరకు వ్యాపిస్తుంది. అప్పుడు ఆ పొర కంపించటం ప్రారంభిస్తుంది. ఈ విధంగా అలజడి యానకం చలించదు. యానకంలోని వివిధ బిందువులు వాటి సమతాస్థితి స్థానాల నుంచి కంపిస్తాయి. యానకం స్థితిస్థాపక ధర్మాల వల్ల అలజడి వ్యాపిస్తుంది. కనుక యాంత్రిక తరంగాల ప్రసారానికి యానకం అవసరమని తెలుస్తున్నది. యాంత్రిక తరంగాల రూపంలో ప్రసారమయ్యే ధ్వని శూన్యంలో వినబడదని మనకు తెలిసిన విషయమే.

యానకంలో తరంగ వడిని (1) యానకం స్థితిస్థాపక ధర్మాలు. (2) యానకం జడత్వాన్ని బట్టి నిర్ణయించ వచ్చు. యాంత్రిక తరంగాలకు మాత్రమే యానకం అవసరమని అంటాము. కొన్ని తరంగాలు పదార్థాలలో ఏర్పడే యాంత్రిక తరంగాల వంటివి కావు. వీటిలో ఏర్పడే అలజడులు పదార్థ కణాల చలనం వల్ల ప్రసరించవు. ఈ అలజడులు విద్యుదయస్కాంత క్షేత్రాల కంపనాల వల్ల ఏర్పడినవి. ఈ తరంగాలు శూన్యంలో కూడ ప్రసారిస్తాయి.

15.3 వివిధ తరంగాలు :

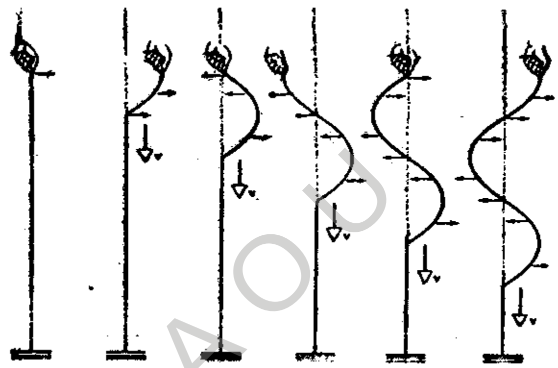
తరంగాలు, తిర్యక్ తరంగాలనీ, అనుదైర్ఘ్య తరంగాలనీ రెండు రకాలు. వాటి అభిలక్షణాలను కింద వివరించాం.

15.3.1 తిర్యక్ తరంగాలు

ఈ తరంగ చలనంలో పదార్థంలోని కణాలు తరంగం ప్రయాణం చేసే దిశకు లంబంగా కంపిస్తాయి. ఒక నిటారు స్ప్రింగ్ కొనను ముందుకు, వెనుకకు క్షితిజ సమాంతరంగా చేతితో కదిపితే స్ప్రింగ్ వెంబడి తరంగం ప్రయాణిస్తుంది. (పటము 15.1) స్ప్రింగ్ లోని కణాలు తరంగ ప్రసార దిశకు లంబంగా కంపిస్తాయి. ఇది తిర్యక్ తరంగానికి ఒక ఉదాహరణ. కాంతి తరంగాలలో విద్యుత్, అయస్కాంత క్షేత్రాల కంపనాలు తరంగ ప్రసార దిశకు లంబంగా ఉంటాయి. అందువల్ల కాంతి తరంగాలు తిర్యక్ తరంగాలే.

15.3.2 అనుదైర్ఘ్య తరంగాలు

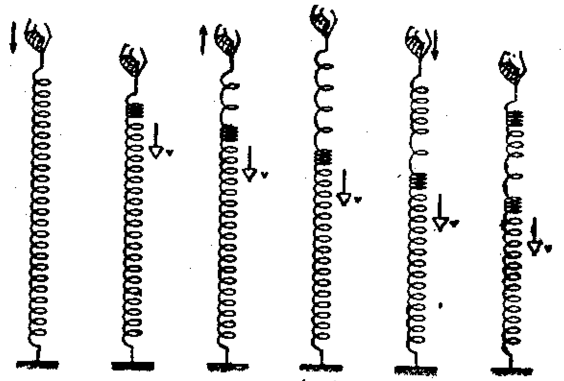
ఈ తరంగ చలనంలో తరంగ ప్రసారదిశకు సమాంతరంగా కణాలు కంపిస్తాయి. ఈ సందర్భంలో స్ప్రింగ్‌చుట్లు ముందుకు, వెనుకకు తరంగ ప్రసార దిశలో కంపిస్తాయి.



పటము 15.1

వాయువులోని ధ్వని తరంగాలు, అనుదైర్ఘ్య తరంగాలు, తరంగ చలనంలోని చాలా విషయాలు వాటి ధర్మాలు-వ్యతికరణ, వివర్తనం, అధ్యారోహణ సూత్రం - తిర్యక్, అనుదైర్ఘ్య తరంగాలకు ఒకటిగానే ఉంటాయి.

తిర్యక్ తరంగాలకు మాత్రమే ధృవణమనే ప్రత్యేక ధర్మం ఉంటుంది. అనుదైర్ఘ్య తరంగాలు ధృవణం చెందవు. కొన్ని తరంగాలకు తిర్యక్, అనుదైర్ఘ్య తరంగాల లక్షణాలు ఉంటాయి. వాటిని 'తిర్యక్ అంశాలు'గాను 'అనుదైర్ఘ్య అంశలు'గాను విభజించవచ్చు.



పటము 15.2

15.4 ప్రయాణం చేసే తరంగాలు (Travelling waves)

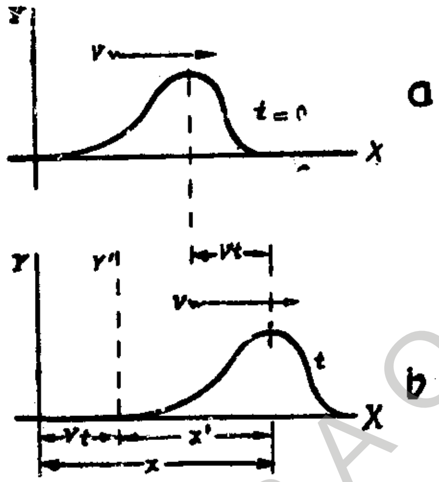
ఒక తాడు వెంబడి ప్రయాణం చేస్తున్న తిర్యక్ స్పందనాన్ని పరిశీలిద్దాం. తాడును x - దిశలు సాగదీస్తారు. $t=0$ అయినప్పు డు స్పందన ఆకారాన్ని :

$$y = f(x) \tag{15.1}$$

అనే సమీకరణంతో సూచించవచ్చు. ఈ సమీకరణంలో y తిర్యక్ భ్రంశం. తాడు కొననుండి ఏ బిందువు దూరాన్నయినా x తెలుపుతుంది. $t=0$ అయినప్పు డు తాడు మీద స్పందన ఆకారాన్ని పటము 15.3 (a) చూపిస్తుంది. కాలక్రమేణా అ స్పందన ఆకారంలో మార్పులేకుండా తీగమీద ప్రయాణం చేస్తుంది. తరంగం సెకనులలో కుడివైపుకు vt దూరం ప్రయాణం చేస్తుంది. (v తరంగం వేగం-స్థిరాంకం). అప్పు డు వక్రానికి సమీకరణం –

$$y = f(x) \tag{15.2}$$

పై సమీకరణం 15.1ను పోలి ఉంది. తరంగ ఆకారంలో మార్పులేదు. పటము 15.3(b) ఈ విషయాన్ని తెలుపుతుంది.



పటం 15.3 (a & b)

$$x^{I} = x - vt$$

$$\therefore\ y = f(x+vt) \tag{15.3}$$

ఎడమవైపు ప్రయాణం చేసే తరంగానికి కింది సమీకరణం వ్రాయవచ్చు.

$$y = f(x+vt) \tag{15.4}$$

పై సమీకరణాలు, ఏ ఆకారంలో ఉన్న తరంగాలకైనా వర్తించే సామాన్య సమీకరణాలు. మనం ఇక్కడ తాడు మీద తిర్యక్ తరంగాలను తీసుకున్నా, ఈ చర్చ అనుదైర్ఘ్య తరంగాలకు వర్తిస్తుంది.

మనం ఇప్పు డొక విశేష తరంగ ఆకారాన్ని పరిగణిస్తాం. దీని ప్రాముఖ్యం భౌతిక శాస్త్రంలో చాలా ఎక్కువ. తరంగం ఆకారం $t=0$ వద్ద కింది సమీకరణంచే సూచించవచ్చు.

$$y = f(x) = y_m \operatorname{Sin}\frac{2\pi}{\lambda}\ x \tag{15.5}$$

తరంగం ఆకారం సైన్ వక్రం అవుతుంది. గరిష్ఠ స్థానభ్రంశం y_m సైన్ వక్రపు కంపన పరిమితి అవుతుంది.

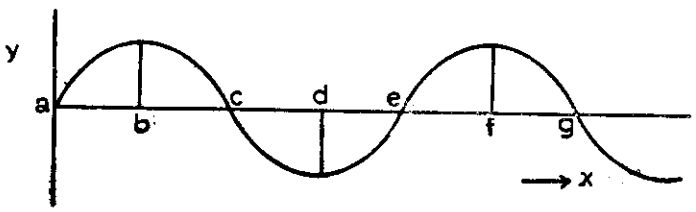
తరంగం కుడివైపుకు v వేగంతో ప్రయానిస్తున్నదనుకొందాం. కనక t కాలం వద్ద తరంగానికి సమీకరణ

$$y = f(x-vt) = y_m \operatorname{Sin}\frac{2\pi}{\lambda}\ (x-vb) \tag{15.6}$$

పై సమీకరణం నుండి తిర్యక్ స్థానభ్రంశం (i) బిందువు స్థానం (x) మీద (ii) కాలం (t) మీద ఆధారపడుతుందని తెలుస్తున్నది.

15.4.1 నిర్ణీతకాలం (t) వద్ద దూరంతో (x) స్థానభ్రంశం మార్పు :

మనం ఇక్కడ తాడులోని వివిధ కణాల స్థాన భ్రంశాలను నిర్ణీత కాలం (t) వద్ద తెలుసుకోవాలి. సమీకరణం (15.6) లో t ని స్థిరాంకంగా తీసుకొని y ని x ప్రమేయంగా చిత్రిస్తే పట 15.4లు చూపినట్లు సైన్ వక్రం వస్తుంది.



పటం 15.4

x_1 దగ్గర స్థానభ్రంశం y_1 అనుకొంటే

$$y_1 = y_m \sin\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt_1)$$

$x_1 + \lambda$ దగ్గర స్థానభ్రంశం y_2 అయితే

$$y_2 = y_m \sin\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 + \lambda - vt)$$

$$= y_m \sin\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) = y^1.$$

అదేవిధంగా $x_1+2\lambda$, $x_1+3\lambda$ దూరాల వద్ద స్థానభ్రంశం ఒకే విలువ (y_1) తో ఉంటుంది. λ ను తరంగ దైర్ఘ్యం అంటారు. అది ఒకే దశలో వున్న రెండు వరస బిందువుల మధ్య దూరాన్ని తెలుపుతుంది.

తరంగం λ (తరంగదైర్ఘ్యం) దూరం ప్రయాణం చేయడానికి కావలసిన కాలం ఆవర్తన కాలం T కనుక

$$\lambda = vT \qquad (15.7)$$

ఈ విలువను సమీకరణం 15.6లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$y = y_m \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{vt}{\lambda}\right)$$

$$= y_m \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \qquad (15.8)$$

15.4.2 నిర్ణీత స్థానం వద్ద కాలం (t) తో కణం స్థానభ్రంశం మార్పు :

తాడు కొన నుంచి x దూరంలో ఉన్న కణాన్ని తీసుకొందాం. కాలం t, వద్ద స్థానభ్రంశం y అనుకొంటే

$$y_1 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t_1}{T}\right)$$

(t + T) కాలం వద్ద స్థానభ్రంశం

$$y_2 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t_1 + T}{T}\right)$$

$$= y_m \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t_1}{T}\right) = y_1$$

ఈ స్థానభ్రంశాల t_1 కాలం వద్ద స్థానభ్రంశంతో సమానంగా ఉంది. అదేవిధంగా (t_1+2T), (t_1+3T)...... వద్ద కూడా స్థానభ్రంశానికి ఒక విలువ (y_1) ఉంటుందని స్పష్టమవుతుంది. అంటే కణం స్థానభ్రంశాలు T, 2T, 3T ..... కాలాల వద్ద ఒకే విలువతో ఉంటాయి.

ఇంకోవిధంగా చెప్పాలంటే కణం T ఆవర్తన కాలంతో కంపిస్తుంది. ఇదేవిధంగా అన్ని కణాలు ఒకే ఆవర్తన కాలంతో కంపిస్తాయి. తాడు వెంబడి తరంగం ప్రయాణం చేస్తుంటే తాడులోని కణాలు తరంగ ప్రసార దిశకు లంబంగా పైకి, కిందికి చలిస్తాయి. పటము 15.4 కింది విషయాలను తెలుపుతుంది. కణం a వద్ద నిశ్చల స్థితిలో ఉన్నప్పుడు, b వద్ద కణానికి ధనదిశలో గరిష్ఠ స్థాన భ్రంశం ఉంటుంది. c వద్ద కణం నిశ్చల స్థితిలో ఉంటే d వద్ద కణానికి ఋణదిశలో గరిష్ఠ స్థానభ్రంశం ఉంటుంది. వివిధ కణాలకు వివిధ కంపన దశలు ఉంటాయి.

a, c ల వద్ద ఉండే కణాలు ఒకే దశలో ఉంటాయి. అదే విధంగా b, f ల వద్ద c, g ల వద్ద ఉండే కణాలు ఒకే దిశలో ఉంటాయి. ఒకే దశలో ఉండే రెండు వరస బిందువుల మధ్య దూరం తరంగ దైర్ఘ్యం

తరంగ సంఖ్య $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ కోణీయ పౌనఃపున్యం $\omega = \frac{2\pi}{T}$ అని నిర్వచిస్తే

$$\frac{\omega}{K} = \frac{\lambda}{T} = v$$

పై విలువలను సమీకరణం 15.8లు ప్రతిక్షేపిస్తే

$$y = y_m \sin(kx - \omega t) \tag{15.9}$$

తాడులో x-స్థానం వద్ద ఒక కణానికి వేగ, త్వరణాలను కనుక్కొందాం.

$$\text{వేగం } u = \frac{dy}{dt} = -y_m \omega \cos(kx - \omega t)$$

(x స్థిరాంకంగా తీసుకున్నాం కనక ఇక్కడ పాక్షిక అవకలనాలను ఉపయోగిస్తాం. కణ వేగం (u) విలువ, తరంగ వేగం విలువ (v) ఒకటే కాదని గమనించాలి).

$$\text{కణం త్వరణం } = a = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$= -y_m \omega^2 \sin(k^2 - \omega t)$$

$$= -\omega^2 y \tag{15.10}$$

అంటే త్వరణం స్థానభ్రంశానికి అనులోమానుపాతంలో ఉండి, వ్యతిరేక దిశలో ఉంటుంది.

ఇది సరళ హరాత్మక చలన అభిలక్షణం.

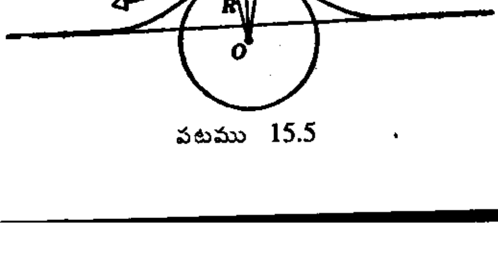
అందువల్ల సమీకరణం 15.9 తెలిపే జ్యావక్రియ (Sinusoidal) తరంగంలో వివిధ కణాలు, వాటి సమతాస్థితి స్థానాల నుంచి, ఒకే పౌనఃపున్యంతో సరళ హరాత్మక చలనంలో ఉంటాయి. కాని వాటి దశలు వేరుగా ఉంటాయి. దశా భేదం కణాల స్థానాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

15.5 తాడులో తిర్యక్ తరంగ వడి

యానకం అభిలక్షణాలు తెలిస్తే యానకంలో తరంగ వడి కనుక్కోవచ్చు. సాగదీసిన తీగలో తిర్యక్‌యతరంగ వడిని గణిద్దాం.

తీగ వెంబడి ఎడమనుంచి కుడికి v వడితో ప్రయాణం చేసే తరంగాన్ని తీసుకొందాం. తీగలోని తన్యత F.

తీగ చలించదు కాని తరంగ స్పందన తీగ వెంబడి ప్రయాణిస్తుందని మనకు తెలుసు. మొత్తం తంత్రిని అదే వేగం (v) తో ఎడమనుండి కుడికి కదల్చినామని ఊహిస్తే గాలిలో తరంగ స్పందనం స్థిరంగా నిలుస్తుంది. తీగలోని కణాలు స్పందనం ద్వారా పరుసగా పోతాయి.



పటము 15.5

స్పందనంలో Δl పొడవు గల ఒక చిన్న భాగాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఇది R వ్యాసార్ధం గల వృత్త వ్యాసాన్ని ఏర్పరుస్తుందనుకొందాం. తన ఏకాంక పొడవు ద్రవ్యరాశి μ అయితే, ఈ చిన్నభాగం ద్రవ్యరాశి $\mu\Delta l$ అవుతుంది. తనలోని స్పర్శీయ తన్యతను క్షితిజ సమాంతర, నిలువు అంశాలుగా విభజించవచ్చు. పటము (15.5)

క్షితిజ సమాంతర అంశాలు ($F\cos\theta$) సమానం, వ్యతిరేకంగా ఉన్నందువల్ల రద్దు అవుతాం

నిలువు అంశాలు ($F \sin \phi$) ఒకే దిశలో పని చేస్తాయి. మొత్తం నిలువు బలం $2F \sin \theta$.

θ విలువ స్వల్పం గనుక $\sin \theta \approx \theta$ అని వ్రాస్తే

$$2F \sin \theta = 2F\theta = 2F\left(\frac{\Delta l/2}{R}\right) = \frac{F\Delta l}{R}$$

ఈ బలం తీగ కణాలకు O దిశలో అభికేంద్ర త్వరణాన్ని సరఫరా చేస్తుంది.

కాని R వ్యాసార్ధం గల వృత్తంపై వేగంతో గమించే $\mu\Delta l$ ద్రవ్యరాశి మీద పనిచేసే అభికేంద్రబలం $\mu\frac{\Delta l v^2}{R}$ బలానికి గల రెండుతుల్యరాశుల నుండి

$$F\frac{\Delta l}{R} = \mu\frac{\Delta l v^2}{R}$$

$$\therefore v^2 = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (15.11)$$

తరంగ వడి తీగలోని తన్యత, ఏకాంక పొడవు ద్రవ్యరాశి మీద ఆధారపడుతుంది. ఈ రెండురాశులు యానకం స్థితి స్థాపకత, పదత్వం నుండి నిర్ధారింప బడినది.

మితుల పద్ధతి ద్వారా సమీకరణం 15.11ను ఋజువు చేయవచ్చు. సమీకరణం 15.11లో ఎడమవైపు రాశులకు మితులు = వేగానికి మితులు = LT^{-1}

తన్యతకు మితులు $F = MLT^{-2}$

ఏకాంక పొడవుద్రవ్యరాశి మితి $= ML^{-1}$

$\therefore \frac{F}{\mu}$ మితులు $= T^{-2}L^2$

15.11 సమీకరణంలో కుడివైపు రాశులకు మితులు = LT^{-1}

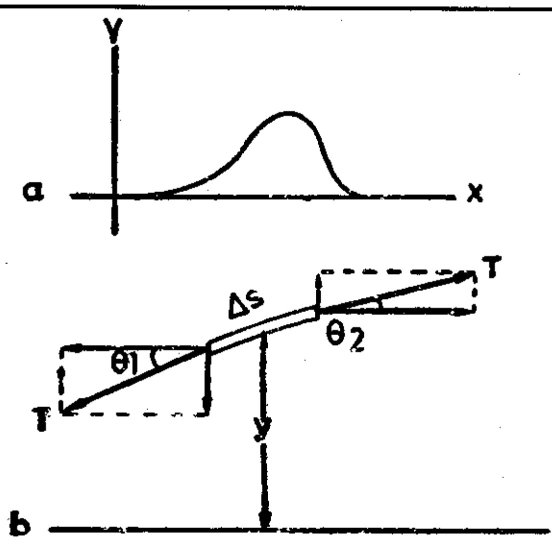
అందువల్ల సమీకరణం 15.11లు కుడివైపు, ఎడమవైపు రాశులకు మితులు సమానం.

15.6 సాగదీసిన తీగకు తరంగ సమీకరణం

తీగలు ప్రయాణం చేసే తరంగానికి అవకలన సమీకరణాన్ని ఉత్పాదిస్తాం. X-అక్షరం తీగ సమతా స్థితిని తెలుపుతుందనుకొందాం

విరూపణం చెందిన తీగ ఆకారం పటము 15.6(a) లో చూపినట్లు ఉంటుంది.

స్థానభ్రంశం చాల స్వల్పమను కొందాం. Δl పొడుగున్న చిన్న ఖండాన్ని (పటము 15.6(b) లో పెద్దదిగా చూపాం) తీసుకొందాం. ఖండం చివరలలో తన్యత (F) ను x, y అంశాలుగా విభజిద్దాం.



పటము 15.6 (a) పటము 15.6 (b)

ఫలిత x అంశబలం $= F\cos\theta_2 - F\cos\theta_1$

ఫలిత y అంశబలం $= F\sin\theta_2 - F\sin\theta_1$

θ_1, θ_2 లు చాల స్వల్పములయితే ఫలిత X అంశబలం శూన్యం అవుతుంది.

స్వల్పకోణాలకు $\sin\theta = \tan\theta$

$\therefore$ ఫలిత y అంశం $F(\sin\theta_2 - \sin\theta_2) = F(\tan\theta_2 - \tan\theta_1)$

$$= F\Delta(\tan\theta)$$

$$y = F\Delta\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad \left(1 \quad \tan\theta = \frac{dy}{dx}\right)$$

$\Delta\left(\frac{dy}{dx}\right)$ మూలక (ఖండం) చివరల వాలులో తేడా తెలుపుతుంది. ఏకాంక పొడవుగల తీగ ద్రవ్యరాశి μ అనుకొంటే, మూలకం పొడవు $\Delta 1$ ను దాని x అంశం Δx చే గుణిస్తే

చిన్న ఖండం ద్రవ్యరాశి $= \mu\Delta x$

న్యూటన్ రెండో సూత్రం ప్రకారం

$$F\Delta\left(\frac{dy}{dx}\right) = \mu\frac{\Delta x d^2y}{dt^2}$$

$$F\frac{\Delta}{\Delta x}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \mu\frac{dy^2}{dt^2}$$

$$\frac{Lt}{\Delta x \longrightarrow 0}\frac{\Delta}{\Delta x}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$$= \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\therefore F\frac{d^2y}{dx^2} = \mu\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu}{F}\frac{d^2y}{dt^2} \qquad (15.12)$$

ఇది తరంగ చలనానికి అవకలన సమీకరణం

15.7 తరంగ సమీకరణానికి సమతల తరంగ పరిష్కారం

యానకంలో x- దిశలో v స్థిర వేగంతో చలించే సమతల తరంగాన్ని $\phi(x-vt)$ అని వ్రాయవచ్చు. మనం ఇప్పు డు సమీకరణం 15.12 కు పరిష్కారం కింది విధంగా ఉంటుందని చూపుదాం.

$$y = \phi(x-vt)$$

$x - vt = u$ అనుకొంటే

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d\phi}{dx} = \frac{d\phi}{du}\frac{du}{dx}$$

$$= \frac{d\phi}{d\mu} \quad \left(\frac{du}{dx} = 1 \text{ కాబట్టి}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2\phi}{du^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d\phi}{du}\frac{du}{d_1} = -v\frac{d\phi}{dt} \quad \left(\therefore \frac{du}{dt} = -v\right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2 \times \frac{d^2\phi}{du^2}$$

సమీకరణాలు 15.13, 15.14 ను తరంగ సమీకరణం (15.12)లో ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$\frac{d^2\phi}{du^2} = \frac{\mu}{F}\frac{d^2\phi}{du^2} \times V^2 \qquad (15.16)$$

అంటే $v = \sqrt{F/\mu}$ (15.16)

ఇది సాగదీసిన తీగలో తిర్యక్ గరంగ వడికి సూత్రం. సమీకరణం 15.11కు సమానం.

అందువల్ల $y = \phi(x - vt)$ తరంగ సమీకరణానికి ఒక పరిష్కారం. తరంగాన్ని సాధారణంగా $y = y_m \operatorname{Sin}(kx - \omega t)$ అని వ్రాయవచ్చు. ఈ సమాసం సమీకరణం 15.12కు పరిష్కారం అవుతుందేమో చూద్దాం.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2 y_m \operatorname{Sin}(kx - \omega t)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y_m \operatorname{Sin}(kx - \omega t)$$

ఈ విలువలు సమీకరణం 15.12 లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$-k^2 y_m \operatorname{Sin}(kx - \omega t) = -\frac{\mu}{F}\,\omega^2\, y_m \operatorname{Sin}(kx - \omega t)$$

$$\frac{\omega}{k} = \sqrt{F/\mu}$$

కాని $\frac{\omega}{k} = v$

$$\therefore\ v = \sqrt{F/\mu}$$

15.8 సామాన్య తరంగ సమీకరణం

మనం ఇంతవరకు తీగలోని ఏకమితీయ తరంగానికి తరంగ సమీకరణాన్ని గురించి పరిశీలించాం. దీనినే మూడు స్థితులలో ప్రయాణించే అన్ని రకాల తరంగాలకు సాధారణీకరించవచ్చు.

X, Y, Z నిరూపకాలు t ప్రమేయమైన U అనే రాశిని కింది సమీకరణాన్ని వ్రాయవచ్చు.

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2u}{dt^2}$$

ఇది తరంగ సమీకరణం, v తరంగ వేగం, మాక్స్‌వెల్ సమీకరణాల నుంచి ఉత్పాదించిన విద్యుదయస్కాంత తరంగ సమీకరణం. దీనికి ఒక ఉదాహరణ, దీనిలో U, విద్యుత్ సదిశ (E) లేదా అయస్కాంత సదిశ (H) తరంగ వేగం శూన్యంలో కాంతి వేగంగా మారుతుంది.

15.9 సారాంశం

యానకంలో ఒక బిందువునుండి మరొక బిందువునకు శక్తి బదిలీ అయ్యే ప్రక్రియను తరంగ చలనం అంటారు. తరంగ గమనం పునరావృతమవుతుంది. తిర్యక్ తరంగాలలో యానకంలోని కణాలు తరంగ ప్రసార దిశకు లంబంగా కంపిస్తాయి. అనుదైర్ఘ్య తరంగాలలో కణాలు తరంగ ప్రసార దిశకు సమాంతరంగా కంపిస్తాయి. తరంగ పౌనఃపున్యం, తరంగ దైర్ఘ్య లబ్ధం తరంగ వేగాన్ని యిస్తుంది. ఒకే దిశలో ఉన్న రెండు వరుస బిందువుల మధ్య దూరము తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని సూచిస్తుంది. ఏకాంక కాలంలో ఉత్పన్నమైన తరంగాల సంఖ్య పౌనఃపున్యం (f) కు సమానము.

15.10 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) తరంగాల లక్షణాలను తెలపండి.

బిందువు వద్ద t కాలం వద్ద స్థానభ్రంశం (y) కి సమాసాన్ని రాబట్టండి.

2) తీగతన్యత తీగ రేఖీయ సాంద్రతలపరంగా ఒక తీగ ఏర్పరచే తిర్యక్ తరంగాల వేగానికి సమాసాన్ని రాబట్టండి. మితుల పరంగా ఆ సమాసాన్ని సరిచేయండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) యానకంలో తరంగ ప్రసరణ విధానాన్ని వివరించండి.

2) తిర్యక్, అనుదైర్ఘ్య తరంగాల మధ్య తేడాలను గుర్తించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) 500 Hz పౌనఃపున్యమున్న ఒక తరంగం దిశ వేగం 350 మీ/సె.

a) 60° దశలో లేకుండా ఎంత దూరంలో ఉంటాయి.

b) 10^3 సె. కాలంలో రెండు స్థాన భ్రంశాల మధ్య ఒక బిందువువద్ద దశాభేదం ఎతం?

(జవాబు : (a) 12 సెం.మీ. (b) 180° సెం.మీ.)

రచన. డా. యస్. రాఘవన్

భాగం – 16 అధ్యారోపణ సూత్రం, వ్యతికరణం

విషయక్రమం

16.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో అధ్యారోపణ సూత్ర పరిశీలన, వ్యతికరణం ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత తరంగాల అధ్యారోపణ వల్ల వ్యతికరణ జరిగినప్పుడు ఫలిత కంపన పరిమితి వ్యక్తిగత తరంగాల కంపన పరిమితుల మీదనే కాక వాటి దశాంతరంపై ఆధారపడి ఉంటుందని తెలుసుకుంటారు

16.2 ప్రవేశిక

ఈ భాగంలో రెండు లేక మూడు తరంగాల అధ్యారోపణ పరిశీలన ఉంది. స్థిర తరంగాల ధర్మాలు చర్చించడం జరిగింది.

16.3 అధ్యారోపణ సూత్రం

యానకంలో తరంగ ప్రసారాన్ని గురించి ఇదివరకటి భాగంలో తెలుసుకున్నాం. రెండు కాని అంతకన్న ఎక్కువ గాని తరంగాలు ఒకే యానకంలో ప్రయాణించినప్పుడు, వివిధ తరంగాల వల్ల ప్రతి కణానికి స్థానభ్రంశం ఉంటుంది. ఏదేని సమయంలో కణం యొక్క ఫలిత స్థానభ్రంశం, వ్యక్తిగత తరంగాల స్థానభ్రంశాల సదిశ మొత్తానికి సమానం. అంటే ప్రతి తరంగం ఇతర తరంగాలు లేనప్పటి వలె ప్రవర్తిస్తుంది. దీనిని అధ్యారోపణ సూత్రం అంటారు.

ఈ సూత్రం తరంగ చలనాల సమీకరణం రేఖీయంగా ఉన్నప్పుడే వర్తిస్తుందని గమనించవలసిన ముఖ్య విషయం.

స్థితి స్థాపక యానకాలలో స్థితిస్థాపక అవధులలో హుక్ సూత్రం వర్తిస్తుంది. అంటే వికృతి పునఃస్థాపక బలానికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది. దీనిని సరళ సమీకరణంగా వ్రాయవచ్చు. అందువల్ల అధ్యారోపణ సూత్రం వర్తిస్తుంది. స్థితి స్థాపక అవధులు దాటిన తరువాత హుక్ సూత్రం పనిచేయదు. కనుక అధ్యారోపణ సూత్రం వర్తించదు. విద్యుదయస్కాంత తరంగాలకు, విద్యుత్ అయస్కాంత క్షేత్రాల మధ్య సంబంధం రేఖీయంగా ఉంటుంది. అందువల్ల అధ్యారోపణ సూత్రాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

అఘాత తరంగాలకు (Shock waves), తరంగ చలన సమీకరణం వర్గ సమీకరణ కాబట్టి అధ్యారోపణ సూత్రం వర్తించదు.

అధ్యారోపణ సూత్రం అనువర్తించే సందర్భాలలో ఏదైన ఒక సంశ్లిష్ట తరంగాన్ని అనేక సరళ తరంగాల సమ్మేళనంగా భావించవచ్చు. " ఏ ఆవర్తన చలనమైనా సరళ హరాత్మక చలనాల సంయోగంగా భావించవచ్చు" నని ఫ్రెంచ్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు ఫూరియర్ సూచించాడు. ఫూరియర్ సిద్ధాంతం (Fouries theorem) ప్రకారం సంశ్లిష్ట ఆవర్తన చలనాలను విశ్లేషించవచ్చు.

16.4 తరంగాల వ్యతికరణం

రెండు లేదా అంతకంటె ఎక్కువ తరంగాల అధ్యారోపణం వల్ల వ్యతికరణ జరుగుతుంది. ఒకే దిశలో ప్రయాణించే రెండు ఏకమితీయ తరంగాలను తీసుకొందాం. ఈ తరంగాలు ఒకే పౌనఃపున్యం, కంపన పరిమితి కలిగి కొంత దశాబేధంతో ఒకే వేగంతో ప్రయాణిస్తున్నాయను కొందాం. రెండు తరంగాల చలన సమీకరణాలను కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$y_1 = A \sin (kx-\omega t-\phi) \quad (16.1)$$

$$y_2 = A \sin (kx-\omega t) \quad (16.2)$$

ఫలిత చలనానికి సమీకరణం

$$y = y_1+y_2 = A (\sin (kx-\omega t-\phi) + \sin (kx-\omega t)$$

$$= A \left(2 \sin (kx-\omega t-\phi/2) \cos \frac{\phi}{2}\right)$$

$$= 2 A \cos\frac{\phi}{2} \left(\sin kx-\omega t - \frac{\phi}{2}\right) \quad (16.3)$$

పై సమీకరణాన్ననుసరించి పలిత తరంగం,

1. సైన్ తరంగం
2. పౌనఃపున్యం, మూల తరంగాల పౌనఃపున్యానికి సమానంగా ఉంటుంది.
3. కంపన పరిమితి $2A \cos\frac{\phi}{2}$
4. మూల తరంగాలతో దశాబేధం $\frac{\phi}{2}$ ఉంటుంది.

ϕ విలువ అత్యల్పమైతే ఫలిత తరంగం కంపన పరిమితి 2A

$$\left(\cos\frac{\phi}{2} \approx \cos\theta\right) = 1 \text{ కాబట్టి}$$

ఇప్పు డు రెండు ప్రత్యేక సందర్భాలను గూర్చి చర్చిద్దాం.

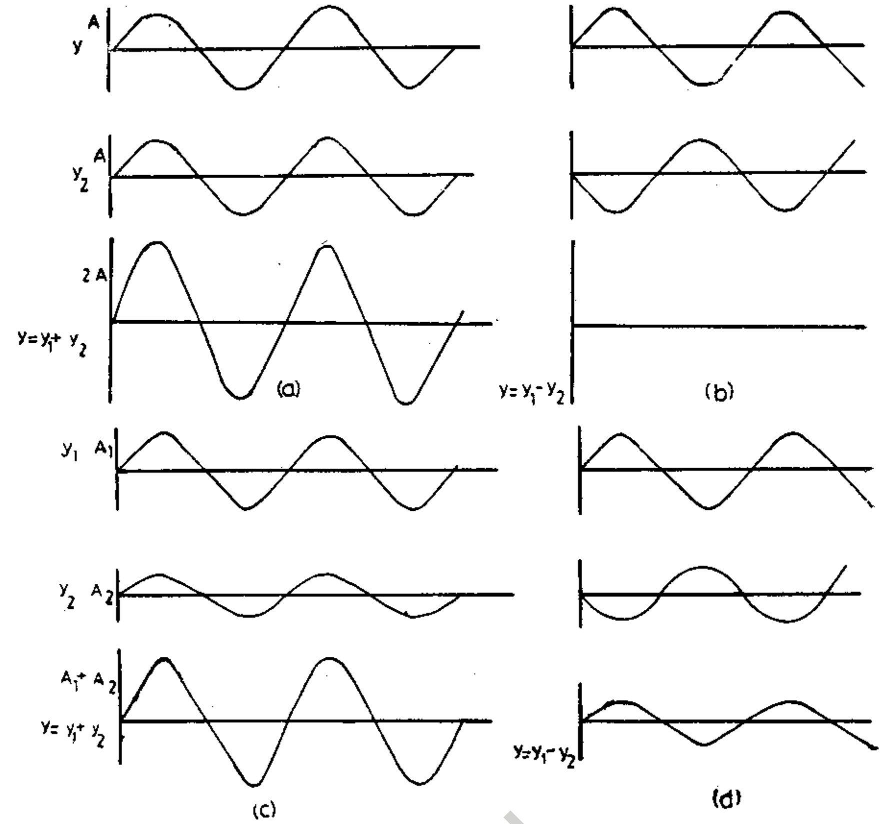
1. $\phi = 0$ అయినప్పు డు, ఫలిత కంపన పరిమితి 2A అవుతుంది. రెండు తరంగాలు నిర్మాణాత్మకంగా వ్యతికరణం చెందుతాయి. నిర్ణీత సమయంలో పలిత తరంగం పటము 16.1 (a) లో చూపినట్లు ఉంటుంది.
2. $\phi = 180°$ అయితే ఫలత కంపన పరమితి శూన్యమవుతుంది. ($2A\cos\phi = 0, \phi = 180$ కాబట్టి) తరంగాలు వినాశాత్మకంగా వ్యతికరణ చెందుతాయి. తరంగం పటము 16.1(b) లో చూపినట్లు ఉంటులది.

రెండు తరంగాల కంపన పరిమితులు అసమానంగా ఉన్న ఫలిత తరంగం సైన్ తరంగంగా ఉంటుంది. ఫలిత కంపన పరిమితి.

1. $\phi = 0$ అయితే రెండు తరంగాల కంపన పరిమితుల మొత్తానికి $(A_1 + A_2)$ సమానం.
2. $\phi = 180$ అయితే రెండు తరంగాల కంపన పరిమితుల బేధానికి $(A_1 \sim A_2)$ సమానం.

ఈ తరంగాలను పటము 16.1 (c), 16.1 (d) లో చూపినాము.

దీనిని బట్టి ఫలితనలన కంపన పరిమితి, వ్యక్తిగత తరంగాల కంపన పరిమితుల మీదనే కాక వాటి దశాంతరం (Phase difference) పై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఇది చాలా ముఖ్యమైన విషయం.



పటం 16.1 (a), (b), (c), (d)

16.5 స్థిర తరంగాలు

తీగలో ప్రయాణించే ఏకమితీయ తరంగాన్ని తీసికొందాం. అది స్ప్రింగుకు బిగించిన ఆధారం వద్ద పరావర్తనం తరంగం ఏర్పడుతుంది. పతన పరావర్తన తరంగాలు అధ్యారోపణ సూత్రం ప్రకారం వ్యతికరణం భౌతిక భావనలు గురించి తెలుసుకొందాం. ఎడమనంచి కుడికి (x- ధన దిశలో) ప్రయాణించే తరంగ సమీకరణం

$$y_1 = A \sin (kx - \omega t) \qquad (16.4)$$

కుడి నుంచి ఎడమకు ప్రయాణించి పరావర్తన తరంగ సమీకరణం

$$y_2 = A \sin (kx+\omega t) \qquad (16.5)$$

పతన, పరావర్తన తరంగాలకు కంపన పరిమితి పౌనఃపున్యం వేగం ఒకటే, రెండు తరంగాల మధ్య దశాంతరం లేదనుకుంటే, ఫలిత స్థానభ్రంశం

$$y = A \sin (kx - \omega t) + A \sin (kx+\omega t)$$

$$y = 2A \sin kx . \cos \omega t \qquad (16.6)$$

పై సమీకరణం స్థిర తరంగ లక్షణాలను సూచిస్తుంది.

సమీకరణం (16.6) ను పరీక్షిస్తే కింది విషయాలు తెలుస్తాయి.

i) ఒక నిర్ణీత బిందువువద్ద ఉన్న కణం, పౌనఃపున్యంతో సరళ హరాత్మక చలనం చేస్తుంది.

ii) వివిధ కణాల కంపన పరిమితి, కణం స్థానంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. దీని విలువ 2 A Sinkx.

కంపన పరిమితికి కింద వివరించిన సందర్భాలలో గరిష్ట విలువ 2 A ఉంటుంది.

$$kx = \pi/2, \; 3\pi/2, \; 5\pi/2, \; \ldots\ldots\ldots$$

లేదా $x=\frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda,$ ...... $\left(K = \frac{2\pi}{\lambda} \right.$ కాబట్టి $\left. \right)$

యానకంలోని ఈ బిందువులను ప్రస్పందన స్థానాలు (antinodes) అంటారు.

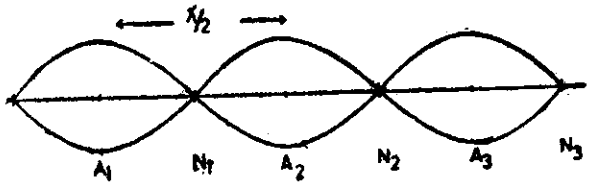
కింద వివరించిన సందర్భాలలో కంపన పరిమితి శూన్యమవుతుంది.

$$kn = \pi, 2\pi, 3\pi \quad ....$$

లేదా $x = \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2},$ ....

ఈ బిందువులను అస్పందన స్థానాలు (nodes) అంటారు.

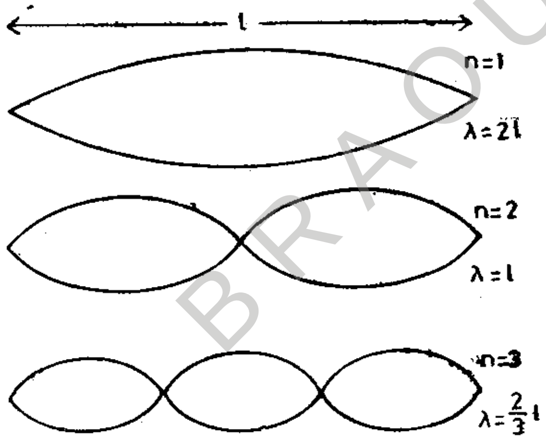
రెండు వరస ప్రస్పందన లేదా అస్పందన స్థానాల మధ్య దూరం $\frac{\lambda}{2}$కు సమానం.



పటం 16.2

దీనిని బట్టి,

ప్రయాణించే తరంగాలలో i) యానకంలోని అన్ని కణాలు ఒకే కంపన పరిమితితో కంపిస్తాయి. ii) అన్ని కణాలు, వాటి గరిష్ట స్థాన భ్రంశాలను ఒకేసారి చేరుకోలేవు (iii) అలజడి, (శృంగాలు, ద్రోణులు) V వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది.



పటం 16.3

స్థిర తరంగాలలో

i) యానకంలోని వివిధ కణాలు, వివిధ కంపన పరిమితులతో కంపిస్తాయి. కంపన పరిమితి కణం ఉనికిపై ఆధారపడుతుంది. (ప్రస్పందన స్థానాల వద్ద కణాలకు గరిష్ట కంపన పరిమితి, అస్పందన స్థానాల వద్ద కనిష్ఠ కంపన పరిమితి ఉంటుంది).

ii) అన్ని కణాలు, వాటి గరిష్ట స్థాన భ్రంశాలను ఒకేకాలంలో కలిగి ఉంటాయి.

iii) తరంగం స్థిరంగా ఉంటుంది.

పతన పరావర్తన తరంగ చలన సమీకరణాలు (సమీకరణాలు 16.4, 16.5) వ్రాసేటప్పుడు, రెండు తరంగాల కంపన పరిమితులు సమానమనీ, వాటి మధ్య దశాంతరం లేదని అనుకున్నాం.

పరావర్తనం సంపూర్ణమైనప్పుడే, రెండు కంపన పరిమితులు ఒకటిగా ఉంటాయి. సాధారణంగా పరావర్తనం వెంట పాక్షిక ప్రసారం ఉంటుంది. అందువల్ల పరావర్తన తరంగం కంపన పరిమితి పతన తరంగ కంపన పరిమితి కంటె తక్కువగ ఉంటుంది.

తరంగం ఆధారం వద్ద పరావర్తనం చెందినప్పుడు పతన పరావర్తన తరంగాల మధ్య దశాభేదం 180° ఉంటుందని చూపించవచ్చు. ఉదాహరణకు రెండు ఆధారాల మధ్య లాగి ఉంచిన తీగను తీసుకుందాం. తీగలో స్థిర తరంగాలను ఏర్పరచవచ్చు. దృఢంగా ఉండే ఆధారాల దగ్గర స్థానభ్రంశం శూన్యమవుతుంది. అందువల్ల అక్కడ అస్పందన స్థానాలేర్పడతాయి. రెండు కొనల మధ్య ఎన్ని అయినా అస్పందన స్థానాలు ఉండవచ్చు.

రెండు వరుసల అస్పందన స్థానాల మధ్య దూరం $\lambda/2$ కాబట్టి 1 పొడవుగల తీగలో n అర్ధ తరంగాలు ఉండవలె n పూర్ణాంకం.

అంటే $l = \frac{n\lambda}{2}$

లేదా $\lambda = \frac{2l}{n}$

కాని $l = vt;\ v = \sqrt{F/\mu}$

∴ తీగ పౌనఃపున్యం

$$f = \frac{n}{2l}\sqrt{F/\mu} \qquad (16.7)$$

$(n = 1,2,3, \ldots\ldots\ldots)$

కంపించే వ్యవస్థకు బాహ్యచోదక బలాన్ని అందిస్తే అది ఆగకుండా కంపిస్తూ ఉంటుంది. బాహ్యచోదక బల పౌనఃపున్యం కంపించే వ్యవస్థ సహజ పౌనఃపున్యాలలో ఏదైనా ఒక దానితో ఏకీభవిస్తే ఆ వ్యవస్థ ఎక్కువ కంపన పరిమితిలో కంపిస్తుంది. అప్పుడు వ్యవస్థ బాహ్యప్రచోదనంతో అనునాదం చెందిందంటాం.

సమీ 16.7 లో $n = 1$ అయితే

$$f_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{F/\mu}$$

దీనిని వ్యవస్థ ప్రధాన పౌనఃపున్యం అంటారు. $n = 2, 3, 4$ ...... అయినప్పుడు ఏర్పడే పౌనఃపున్యాలను అతిస్వరాలు అంటారు.

పై సమీకరణ నుండి సాగదీసిన తీగ పౌనఃపున్యం,

i) F, μ లు స్థిరంగా ఉంటే కంపించే తీగ పొడవుకు విలోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

ii) l μ లు స్థిరంగా ఉంటే, తీగలోని తన్యతా వర్గమూలానికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

iii) l, F లు స్థిరంగా ఉంటే, తీగ ప్రమాణ పొడవుకు గల ద్రవ్యరాశి వర్గమూలానికి విలోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

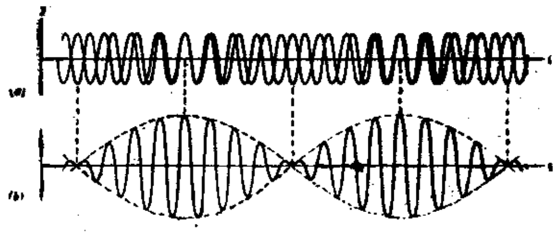
ఈ మూడు సూత్రాలను తీగల తిర్యక్ కంపన సూత్రాలు అంటారు. ఈ సూత్రాలను ప్రాయోగికంగా ఋజువు చేయవచ్చు.

16.6 విస్పందనాలు

పౌనఃపున్యాలలో తేడా స్వల్పంగా ఉండే రెండు తరంగాలు ఒకే ప్రదేశంలో, ఒకే దిశలో ప్రయాణం చేస్తున్నాయను కొందాము. ప్రతి కణం తరంగ పౌనఃపున్యంతో కంపిస్తుంది. తరంగాల వల్ల ఒక బిందువు దగ్గర కలిగే స్థానభ్రంశాలను కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$y_1 = A\cos 2\pi f_1 t$$
$$y_2 = A\cos 2\pi f_2 t \qquad (16.8)$$

f_1, f_2 లు పౌనఃపున్యాలు



పటం 16.4

అధ్యారోపణ సూత్రం ప్రకారం ఫలిత స్థానభ్రంశం

$$y = y_1 + y_2 = A(\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t)$$

$$= 2A\left(\cos 2\pi\left(\frac{f_1-f_2}{2}\right)t\right)\left(\cos 2\pi\left(\frac{f_1+f_2}{2}\right)t\right)$$

పై సమీకరణం నుండి పలిత తరంగపు పౌనఃపున్యం

$$f = \frac{f_1 - f_2}{2}$$

దాని పరిమితి $\frac{f_1-f_2}{2}$ పౌనఃపున్యంతో మారుతూ ఉంటుంది. $2\pi\frac{(f_1-f_2)t}{2}$ విలువ +1 కాని —1 కాని అయినప్పు డు పరిమితి గరిష్ఠ విలువను పొందుతుంది. అంటే పరిమితి ప్రతి ఆవృత్తంలోను రెండుసార్లు గరిష్ఠమవు తుంది. ఈ దృగ్విషమాన్ని విస్పందనాలు అంటారు. విస్పందనాల పౌనఃపున్యం తరంగ పరిమితి పౌనఃపున్యానికి రెట్టింపు ఉంటుంది. అంటే సెకనుకు విస్పందనాల సంఖ్య $f_1 - f_2$.

సెకనుకు 7 విస్పందనాల వరకు మనం వినగలము.

స్థిర తరంగాలకు, విస్పందనాలు ఏర్పడడానికి కింద చూపిన విషయాలలో సారూప్యత ఉంది.

రెండు సందర్భాలలో ఫలిత తరంగ కంపన పరిమితి స్థిరం కాదు. స్థిర తరంగాలు ప్రదేశంలోని వివిధ బిందువులలోని కణాలకు వివిధ కంపన పరిమితులు ఉంటాయి. కంపన పరిమితి ప్రదేశంలో బిందువు ఉనికిపై ఆధారపడుతుంది. అందువల్ల దీనిని ప్రదేశంలో వ్యతికరణం అంటారు. విస్పందనాలలో ప్రదేశంలోని నిర్ణీత బిందువు వద్ద కణం పరిమితి కాలంతో మారుతుంది.

(పరిమితి - $2A\cos\frac{(f_1-f_2)t}{2}$) దీనిని కాలంతో వ్యతికరణం అంటారు.

16.7 సారాంశం

రెండు లేదా అంతకన్న ఎక్కువ తరంగాలు అధ్యారోపితమైనప్పు డు ప్రతి తరంగం ఇతర తరంగాలు లేనప్పు డు ఎలా ప్రవర్తిస్తాయో వాటితో కూడినప్పుడు కూడా అలాగే ప్రవర్తిస్తాయి. దీనిని అధ్యారోప P సూత్రం అంటారు.

ప్రయాణం చేసే తరంగం పరావర్తనం చెందినప్పు డు స్థిరతరంగం ఏర్పడుతుంది. కంపన పరిమితి గరిష్ఠంగా ఉన్న బిందువులను ప్రస్పందన స్థానాలని, కంపన పరిమితి శూన్యంగా ఉన్న స్థానాలను అస్పందన స్థానాలని అంటారు. రెండు వరుసల ప్రస్పందన లేక అస్పందన స్థానాల మధ్య దూరం తరంగ దైర్ఘ్యంలో సగం ఉంటుంది.

16.8 నమూనా ప్రశ్నలు

I. కింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) విస్పందనాల దృగ్విషయాన్ని వివరించండి. విస్పంద పౌనఃపున్యానికి సమాసాన్ని రాబట్టండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1) అధ్యారోపణ సూత్రం అన్ని సందర్భాలలో వర్తిస్తుందా? ఈ సూత్రం వర్తించాలంటే తరంగాలు ఏ పరిస్థితుల్లో వర్తిస్తుందో తెలపండి. ఉదాహరణగా ఈ సూత్రాన్ని పాటించని తరంగాలను పేర్కొనండి.

2) పురోగమన, స్థిర తరంగాల మధ్య తేడాలను తెలపండి.

3) నిర్మాణాత్మకర వ్యతికరణ, వినాశాత్మక వ్యతికరణంలను వివరించండి?

4) విస్పందనాలను కాలంతో వ్యతికరణం అంటారు వివరించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1) రెండు జ్యావక్రీయ చలనాలు ఒకే పౌనఃపున్యంతో, ఒకే దిశలో ప్రయాణిస్తున్నాయి. వాటి కంపన పరిమితులు వరుసగా 6 సెం.మీ., 8 సెం.మీ. లు ఉన్నాయి. కాని దశలో ఈ రేడియన్లతో భేదపరుస్తున్నాయి. అపుడు దాని ఫలిత చలనానికి సంబంధించిన కంపన పరిమితిని నిర్ణయించండి?

(Ans .10 సెం.మీ.)

రచన డా. యస్ రాఘవన్

భాగం - 17 డాప్లర్ ఫలితం

విషయక్రమం

17.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగం డాప్లర్ ఫలితం అనే దృగ్విషయాన్ని వివరిస్తుంది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1) ధ్వనిజనకం, పరిశీలకుని మధ్య సాపేక్ష చలనం ఉన్నప్పు డు ధ్వని పౌనఃపున్యంలోని మార్పు (వివరించ గలరు) కు గల కారణాన్ని విశ్లేషించ గలరు.
2) డాప్లర్ ఫలితాన్ని ఉపయోగించి భూ ఉపగ్రహ వేగాలను వాటి నుండి ప్రసారమయ్యే పౌనఃపున్యంలోని మార్పును లెక్కించ గలరు.

17.2 ప్రవేశిక

ఈభాగంలో డాప్లర్ ఫలిత దృగ్విషయ వివరణ ఉంది. డాప్లర్ ఫలితాన్ని తొలుత C.J. డాప్లర్ (1803 - 1853) అనే శాస్త్రజ్ఞుడు గమనించాడు. డాప్లర్ ఫలితాన్ని, డాప్లర్ ఫలితం అన్ని తరంగాలకు వర్తిస్తుంది. ధ్వని తరంగలలోనే కాక కాంతి తరంగాలలో కూడా డాప్లర్ పలితాన్ని గమనించ గలం.

17.3 డాప్లర్ ఫలితం అంటే ఏమిటి?

స్థావర (Statioanry) ధ్వని జనకం వైపు కదులుతున్నప్పు డు మనం వినే ధ్వని స్థాయి, మనం నిశ్చలంగా ఉన్నప్పు డు వినే స్థాయి కన్నా ఎక్కువగా ఉంటుంది. మనం స్థావర జనకానికి దూరంగా కదిలినప్పు డు వినే ధ్వని స్థాయి, నిశ్చలంగా ఉన్నప్పు డు వినే స్థాయి కన్నా తక్కువగా ఉంటుంది. అట్లాగే మనం నిశ్చలంగా ఉండి, మన వైపునకు గాని, మనకు దూరంగా గాని జనకం కదలుతున్నప్పుడు వినే ధ్వని స్థాయిలో మార్పు ఉంటుంది. శ్రోతకు దగ్గరవుతున్నప్పు డు ఉండే రైలు ఈల స్థాయి, రైలు అతనిని దాటి దూరమవుతున్నప్పుటి కన్నా ఎక్కువగా ఉంటుంది.

కంపించే శృతిదండాన్ని ఒక గోడవైపుకు త్వరగా జరిపితే, మనకు వివిధ పౌనఃపున్యాల రెండు స్వరాలు వినబడుతాయి. మొదటిది నేరుగా శృతిదండం నుంచి వినిన స్వరం. శృతిదండం పరిశీలకుని నుండి దూరంగా జరిగితే ధ్వనిస్థాయి తగ్గుతుంది. గోడవద్ద పరావర్తనం చెందిన తరంగం వల్ల రెండవ స్వరం వినబడుతుంది. ఈ ధ్వని స్థాయి ఎక్కువ అవుతుంది. ఈ రెండు స్వరాల పౌనఃపున్యం ఒకటే కాబట్టి, ఆ తరంగాల అధ్యారోపణం వల్ల విస్పందనాలు వినిపిస్తాయి.

పరిశీలకునికి, జనకానికి మధ్య గల సాపేక్ష చలనం వల్ల వినిపించే ధ్వని పౌనఃపున్యంలోని మార్పును "డాప్లర్ ఫలితం" అంటారు.

స్థిరంగా ఉన్న జనకం వైపు ఒక పరిశీలకుడు V_0 వేగంతో కదులుతుంటే అతడు వినే ధ్వనిస్థాయి f కంటె ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఒక సెకనులో పరిశీలకుని చేరే తరంగాల సంఖ్య

$$f^1 = \frac{v_0}{\lambda} + \frac{v}{\lambda} = \frac{v+v_0}{\lambda} \qquad \text{(V - యానకంలు ధ్వని వేగం)}$$

$$= \left(\frac{v+v_0}{v}\right) f :$$

పరిశీలకుడు స్థిరంగా ఉన్న జనకం నుంచి V_0 వేగంతో దూరంగా పోతుంటే అతనిని ఒక సెకనులో జనకం నుంచి వెలువడే f తరంగాల కన్న $\frac{v_0}{\lambda}$ తక్కువ తరంగాలు చేరుతాయి.

$$\therefore f^1 = \frac{v-v_0}{\lambda}$$

$$= f\left(\frac{v-v_0}{\lambda}\right)$$

ఇప్పుడు పరిశీలకుడు స్థిరంగా ఉండి జనకం పరిశీలకుని వైపు V_s వేగంతో కదులుతూంది. పరిశీలకుని చేరే తరంగం యొక్క

తరంగ దైర్ఘ్యం $\lambda^1 = \frac{v-v_s}{f}$

పరిశీలకుని చేరే ధ్వని పౌనఃపున్యం $f^1 = \frac{v}{\lambda^1}$

$$= \frac{v}{v-v_s}$$

$$f^1 = f\left(\frac{v}{v-v_s}\right)$$

కదిలే జనకానికి ముందు దిశలో స్థిరంగా ఉండే పరిశీలకుడు వినే ధ్వని పౌనఃపున్యం జనకం పౌనఃపున్యం కంటె హెచ్చుగా ఉంటుంది. జనకం స్థిరంగా ఉండే పరిశీలకుని నుండి V_s వేగంతో దూరంగా పోతుంటే పరిశీలకుని చేరే తరంగం తరంగ దైర్ఘ్యం

$$\lambda^1 = \frac{v+v_s}{f}$$

$\therefore$ పరిశీలకుడు వినే ధ్వని పౌనఃపున్యం

$$f^1 = \frac{v}{\lambda^1} = f\left(\frac{v}{v+v_s}\right)$$

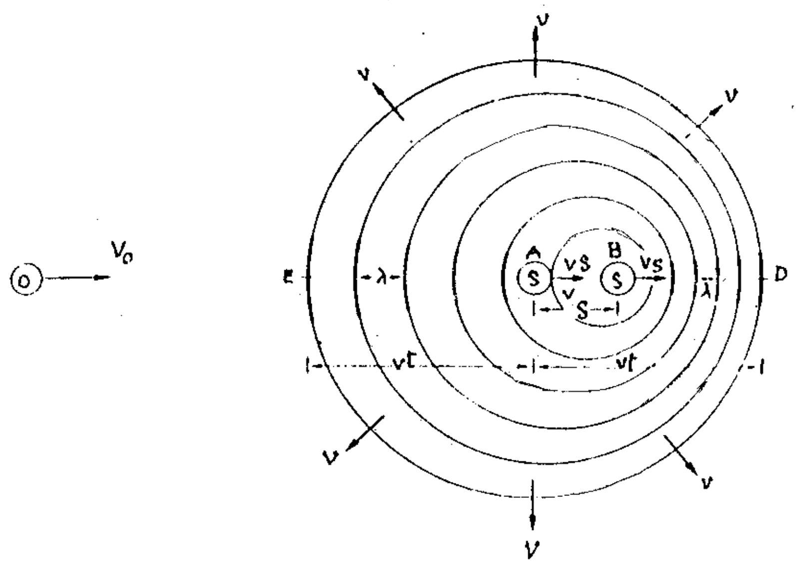
కదిలే జనకానికి వెనుకవైపు స్థిరంగా ఉంటే పరిశీలకుడు వినే ధ్వని పౌనఃపున్యం, జనకం పౌనఃపున్యం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

17.4 పౌనఃపున్యంలో మార్పు

డాప్లర్ ప్రభావంలోని పౌనఃపున్యంలో మార్పును కింది విధంగా గణించవచ్చు.

పరిశీలకుడు, జనకం వారిద్దరిని కలిపే రేఖ వెంట కదులుతున్నాయను కుందాం. పరిశీలకుని వేగం (V_0), జనకవేగం (V) ఇది ఒక ప్రత్యేక సందర్భం. పరిశీలకుని దిశ నుండి జనకం స్థానానికి వేగం దిశ ధనాత్మకం అనుకుందాం. ధ్వని వేగం దిశ ఎప్పుడూ ధనాత్మకమే.

పరిశీలకుడు పటము 17.1లో చూపినట్లు జనకానికి ఎడమవైపు ఉన్నాడు. అందువల్ల వేగాలు V, V రెండూ ధనాత్మకమే.



పటము 17.1

జనకం t=0 కాలంలో A బిందువు వద్ద వుంది. t కాలం తరువాత Bను చేరింది. t=0 కాలంలో ఉద్గారం చెందిన తరంగ రూపాన్ని బాహ్యావృత్తం 1 చూపుతుంది. ఇది A కేంద్రం Vt వ్యాసార్ధంగా గల గోళం. తరంగ వేగం యానకంపై ఆధారపడుతుంది. కాని కదిలే జనకం నుండి వెలువడి నందున మారదు. జనకం నుండి వెలువడిన తరువాత జనకం స్థానం ప్రభావం తరంగాగ్రం చలనంపై ఉండదు.

t కాలంలో జనకం కదిలిన దరం = Vt

$$EA = AD$$

t = 0 కాలంలో జనకంను వదిలిన తరంగాగ్ర కదలిన దూరం = Vt

పటం 17.1 నుండి EB = EA+AB— $(V+V_S)\,t$ (17.1)

BD= AD — AB $(V - V_S)\,t$ (17.2)

t కాలంలో వెలువడిని తరంగాల సంఖ్య = ft

(f జనకం నుంచి వెలువడిన ధ్వని పౌనఃపున్యం)

ఈ తరంగాలు జనకం ముందు BD దూరంలో గుమికూడి ఉంటాయి. జనకం వెనక EB దూరంలో వ్యాపించి ఉంటాయి.

జననానికి ముందు తరంగ దైర్ఘ్యం

$$\lambda^1 = \frac{BD}{N} = \frac{(v-v_S)t}{ft} = \frac{v-V_S}{f} \qquad (17.3)$$

జనకానిని వెనుక తరంగ దైర్ఘ్యం

$$l1 = \frac{EB}{N} = \frac{v+V_S}{f} \qquad (17.4)$$

కదిలే పరిశీలకుని చేరే తరంగ వేగం = $(V+V_O)$

పరిశీలకుడు వినే పౌనఃపున్యం f^1 = వేగము f తరంగ దైర్ఘ్యం

$$= \frac{(v+V_O)}{(v+V_S)} \; /f$$

$$f^1 = \frac{(v+V_O)}{(v+V_S)} \times f \qquad (17.5)$$

సమీకరణ 17.5 నుండి ప్రత్యేక సందర్భాలను గణించవచ్చు.

ఒక ప్రత్యేక సందర్భాన్ని పరిశీలిస్తాం.

ధ్వని పౌనఃపున్యం f = 1060 హెర్ట్జ్

ధ్వని వేగం V = 1000 మీ/సె.

i) స్థిరంగా ఉన్న జనకం వైపు 100 మీ/సె. వేగంతో కదులుతున్న పరిశీలకుడు వినే పౌనఃపున్యం

$$f_1 = f\frac{(V+V_0)}{V} = 1100 \text{ హెర్ట్జ్}$$

ii) స్థిరంగా ఉన్న పరిశీలకుని వైపు 100 మీ/సె. వేగంతో జనకం కదులుతూ ఉంటే పరిశీలకుడు వినే పౌనఃపున్యం

$$f^1 = f\left(\frac{v}{v - v_s}\right) = 1111 \text{ హె.}$$

iii) స్థిరంగా ఉన్న జనకం నుండి పరిశీలకుడు 100 మీ/సె. వేగంతో దూరంగా కదలుతున్నప్పుడు పరిశీలకుడు వినే పౌనఃపున్యం =

$$f^1 = f\left(\frac{v - v_0}{v}\right) = 900 \text{ హె.}$$

iv) స్థిరంగా ఉన్న పరిశీలకుని నుండి జనకం 100 మీ/సె వేగంతో దూరంగా కదలుతున్నప్పుడు పరిశీలకుడు వినే పౌనఃపున్యం

$$f^1 = f\left(\frac{v}{v+v_s}\right) = 909 \text{ హె.}$$

పై ఉదాహరణ నుండి మనం కింది విషయాలు గమనిస్తాం. స్థిర జనకాన్ని పరిశీలకుని సమీపిస్తున్నప్పుడు, స్థిరంగా ఉన్న పరిశీలకుని జనకం సమీపిస్తున్నప్పుడూ పరిశీలకుడు వినే ధ్వని పౌనఃపున్యం పెరుగుతుంది. (1,2 సందర్భాలు). పరిశీలకుడు, జనకం ఒక దాని నొకటి సమీపించే వేగాలు సమానంగా ఉన్నా పరిశీలకుడు వినే పౌనఃపున్యాలు మాత్రం ఒకటే కాదు. ఇది గమనించవలసిన ముఖ్య విషయం.

అదేవిధంగా స్థిరంగా ఉన్న జనకం నుండి పరిశీలకుడు దూరంగా కదలుతున్నప్పుడూ, స్థిరంగా ఉన్న పరిశీలకుని నుండి జనకం దూరంగా కదలుతున్నప్పుడూ, పౌనఃపున్యం తగ్గుతుంది. (సందర్భాలు 3,4) ఈ సందర్భాలలో కూడ పరిశీలకుడు లేదా జనకం ఒక దాని నుండి మరొకటి దూరంగా పోతున్నప్పుడు వేగం ఒకటిగా ఉన్నా పరిశీలకుడు వినే ధ్వని పౌనఃపున్యాలు ఒకటే కాదు.

కాని యానకంలో ధ్వని వేగంతో పోల్చినప్పుడు, పరిశీలకుడు లేదా జనకం గమన వేగం చాలా తక్కువగా ఉంటే పరిశీలకుడు వినే ధ్వని పౌనఃపున్యాలు 3, 4 సందర్భాలలో, ఒకటిగా ఉంటాయి. దీనికి కింది విధంగా చూపించవచ్చు.

పరిశీలకుని లేదా జనకం వేగాన్ని u అనుకొందాం.

అంటే $V_0 = V = u$.

2వ సందర్భాన్ని తీసుకొంటే

$$f1 = f\left(\frac{v}{v - u}\right)$$

$$= f\left(\frac{1}{1-\frac{u}{v}}\right) = f\left(1 - \frac{u}{v}\right)^{-1}$$

$$= f\left(1+ \frac{u}{v} + \left(\frac{u}{v}\right)^2 \ldots\right) \qquad (176)$$

V తో పోల్చినప్పుడు u స్వల్పంగా ఉంటే $\frac{u}{v} << 1$ అందువల్ల $\frac{(u)^2}{v}$ను, ఇతర ఎగువ ఘాతాలను వదలి వేయవచ్చు.

$$f' = f\left(1 + \frac{u}{v}\right) = f\frac{(u + v)}{v}$$

ఇదీ సందర్భము 1లోని పౌనఃపున్యం ఒకటే

ఇదే విధంగా 3, 4 సందర్భాలకు వివరించవచ్చు.

17.5 కాంతిలో డాప్లర్ ఫలితం

డాప్లర్ ఫలితం ధ్వని తరంగాలకు మాత్రమే పరిమితం కాదు. అది సాధారణంగా అన్ని తరంగాలకు వర్తిస్తుంది. కాంతి తరంగ రూపంలో ప్రసరిస్తుంది. కాబట్టి డాప్లర్ ఫలితాన్ని కాంతి తరంగాలలో కూడ గమనించవచ్చు. కాంతి వేగం చాలా ఎక్కువ కావు, హెచ్చు వేగాల కల ఖగోళీయ లేదా పరమాణు జనకాలు మాత్రమే డాప్లర్ ఫలితాన్ని చూపుతాయి. ఒక పరమాణువు భూమి మీద ఉన్నా నక్షత్రం మీద ఉన్నా కాంతి తరంగ పౌనఃపున్యాలు ఒకటే. ఖగోళ వస్తువులలోని మూలకాల నుంచి వచ్చే కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం భూమి మీద అవే మూలకాల నుంచి వచ్చే కాంతి దైర్ఘ్యం ఎక్కువగా ఉంటుంది. మరికొన్ని ఇతర నక్షత్రాలలోని మూలకాల నుంచి వచ్చే కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం తక్కువగా ఉంటుంది. అందువల్ల ఖగోళ వస్తువులు (నక్షత్రాలు), భూమి వైపు లేదా భూమికి దూరంగా కదులుతున్నాయని చెప్పవచ్చు. వాటి వేగాలను, కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యంలో మార్పును బట్టి కనుక్కోవచ్చు.

ప్రయోగశాలలోని వాయు ఉత్సర్గనాళం (discharge tube) లో పరమాణువులు సాపేక్షంగా, అత్యధిక వేగాలతో, అన్ని దిశలలోను కదులుతూ ఉంటాయి. అటువంటి జనకాల నుంచి ఉద్గారమైన కాంతిలో అనేక తరంగ దైర్ఘ్యాలుంటాయి. వేడి వాయువుల నుంచి ఉద్గారమయ్యే వికిరణం లోని విస్తరణ (broadening) డాప్లర్ ఫలితము

ధ్వనికీ, కాంతికీ సంబంధించిన డాప్లర్ సమీకరణాలలో కొద్ది తేడా ఉంది. ధ్వనిలో పౌనఃపున్యం మార్పును నిర్ణయించేది కేవలం పరిశీలకుడు, జనకం మధ్య గల సాపేక్ష చలనం కాదు. మనం పైన చూచినట్లు సాపేక్ష గమనం ఒకటే అయినా, కదులుతున్నది పరిశీలకుడా లేదా జనకమా అన్న దానిని బట్టి పౌనఃపున్యం మారుతుంది. ధ్వని తరంగం ప్రసారమవుతున్న యానకానికి సాపేక్షంగా V_0, V_S లను కొలుస్తారు. కనుక యానకం తరంగ వడిని నిర్ణయిస్తుంది. కాంతి ప్రసరణ విషయంలో యానకం లేదు. జనకం లేదా పరిశీలకునికి సాపేక్షంగా కాంతి వడి ఒకటే. దీనికి వస్తువుల మధ్య గల సాపేక్ష గమనంతో సంబంధం లేదు. ఇది విశేష సాపేక్షతా సిద్ధాంతం (Special theory of relativity) యొక్క ఒక మూల ఉపపాదనం (basic postulate). అందువల్ల కాంతి విషయంలో జనకం, పరిశీలకుల మధ్య గల సాపేక్ష గమనం మీద మాత్రమే పౌనఃపున్యంలో మార్పు ఆధారపడి ఉంటుంది.

డాప్లర్ ప్రభావానికి ఆసక్తి గలిగించే ఉదాహరణ, విమానం లేదా కారు వంటి చలించే వాహనాలలోని రాడార్ తరంగాల పరావర్తనం, వస్తువు జనకం వైపు గమనిస్తే పరావర్తన తరంగాల తరంగ దైర్ఘ్యం ఎక్కువ అవుతుంది. జనకం నుండి దూరంగా గమనిస్తుంటే తరంగ దైర్ఘ్యం తగ్గుతుంది. గమించే (జలాంతరామి) సబ్‌మెరైన్ (Submarine) నుంచి వెలువడే జలాంతర్గ ధ్వని తరంగాలు పరావర్తనం చెందినప్పు డు ఇదే విధంగా జరుగుతుంది. డాప్లర్ ఫలితాన్నుండి భూ ఉపగ్రహాల వేగాలను, వాటి నుండి ప్రసారమయ్యే తరంగాల పౌనఃపున్యంలో మార్పును బట్టి కనుక్కోవచ్చు.

17.6 సారాంశం

పరిశీలకునికి, జనకానికి మధ్య గల సాపేక్ష చలనం వల్ల వినిపించే ధ్వని పౌనఃపున్యంలోని మార్పును డాప్లర్ ఫలితం అంటారు.

భూ ఉపగ్రహం వేగాలను, వాటినుండి ప్రసారమయ్యే రేడియో తరంగాల పౌనఃపున్యంలోని మార్పును బట్టి లెక్కిస్తాయి.

17.7 సమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1) డాప్లర్ ఫలిత దృగ్విషయాన్ని వర్ణించి, వివిధ సందర్భాలలో స్పష్టంగా వివరించండి?

II. క్రింది ప్రశ్నకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1) కాంతి, ధ్వనులలో డాప్లర్ ఫలిత తేడాలను తెలపండి.

III. క్రింది సమస్యను సాధించండి :

1) 0.6 మీ.ల వ్యాసార్థం గల వృత్తంలో 540 Hz ల పౌనఃపున్యం గల ఈల 15 రేడియన్/సె.ల కోణీయ వేగంతో తిరుగుచున్నది. ఆ వృత్త కేంద్రం నుండి దూరంగా నున్న విరామంగా నున్న వినగలుగు అతి తక్కువ, అతి ఎక్కువ పౌనఃపున్యాలను లెక్కించండి. (గాలిలో శబ్దవేగం = 348 మీ/సెం.)

(జవాబు : 554Hz లు, 526 Hz)

రచన డా. యస్. రాఘవన్

భాగం - 18 ఘన పదార్థాల స్థితి స్థాపక ధర్మాలు

విషయ క్రమం

18.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో స్థితి స్థాపకత అనే భావన వివరణ ఉంది.

మీరు చదివి అర్థం చేసుకొనడానికి అనువుగా ప్రతిబలం, వికృతి వాటి మధ్య గల సంబంధాల వివరణ ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1) స్థితిస్థాపక గుణకాలను నిర్వచించగలరు.
2) వివిధ స్థితి స్థాపక గుణకాల మధ్య గల సంబంధాలను వివరించ గలరు.
3) స్థితిస్థాపక గుణకాలకు పదార్థాల బలానికి గల సంబంధాన్ని వివరించ గలరు.

18.2 ప్రవేశిక

ఘన పదార్థాల స్థితి స్థాపక ధర్మాలు వైజ్ఞానిక, సాంకేతిక రంగాలలో ప్రాముఖ్యత వహిస్తాయి. వీటిని కొలచి పరమాణువుల లేదా అయానుల మధ్యగల బలాలలకు సంబందించిన సమాచారాన్ని పొందవచ్చు. ఘనస్థితిలోని బంధన స్వభావాన్ని అర్థం చేసుకోవటానికి ఈ సమాచారం ముఖ్యము.

స్థితి స్థాపక ధర్మాలు పదార్థాల యాంత్రిక ప్రవర్తనను వర్ణిస్తాయి. అందువలన ఇంజినీరింగు ఉత్పాదనలో వీటి కొలతల ప్రాముఖ్యత ఉంది.

పదార్థాలలో అణువుల మధ్య దూరం ఒక ప్రత్యేక విలువ కంటె ఎక్కువగా ఉంటే వాటి మధ్య ఆకర్షణ బలాలు రూపొందుతాయి. ఈ ప్రత్యేకమైన దూరాన్ని సమతా దూరము అంటారు. అణువుల మధ్యదూరం సమతాదూరం కంటె తక్కువ అయితే అవి వికర్షించుకొంటాయి. సమతాస్థితిలో ఆకర్షణ వికర్షణ బలాలు సంతులనం చేసుకొంటాయి.

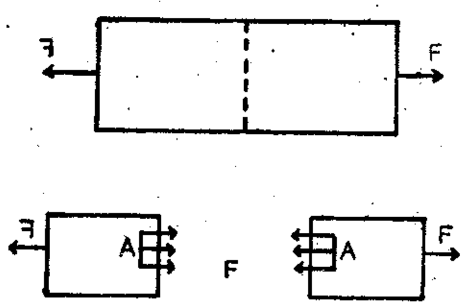
ఒక కడ్డీని సాగతీసినప్పుడు, బాహ్యబలాలు పరమాణువుల ద్వారా కడ్డీ పొడవునా ప్రసారమవుతాయి. అంతర్ పరమాణు దూరం ఎక్కువ అవుతుంది. ఫలితంగా పరమాణువుల మధ్య ఆకర్షణ బలాలు రూపొందుతాయి. ఈ బలాలు కడ్డీని దాని అసలు పొడవును పొందేలా ప్రయత్నిస్తాయి. కడ్డీని సంపీడనానికి గురిచేస్తే, పరమాణువుల మధ్య దూరం తగ్గి అవి వికర్షించుకొంటాయి. ఈ వికర్షణ బలాలు కడ్డీ దాని అసలు పొడవును పొందేలా ప్రయత్నిస్తాయి. పరమాణువుల మధ్య రూపొందే ఈ ఆకర్షణ, వికర్షణ బలాలు; బాహ్య బలాలు లేనప్పుడు వస్తువును దాని అసలు పరిమాణము; ఆకృతి తిరిగి పొందేలా చేస్తాయి. ఈ ధర్మాన్ని స్థితిస్థాపకత అంటారు.

ఆదర్శ పరిస్థితులలో బాహ్య బలాలు తొలగిన వెంటనే పదార్థాలు వాటి యదాస్థితిని చేరుతాయి. ఇట్టి ప్రవర్తనను సంపూర్ణస్థితిస్థాపకత అంటారు. సాగదీసిన రబ్బరు బాండ్, వంచిన లోహపు కడ్డీ కాని వానిపై ప్రయోగించిన బాహ్యబలాలను తొలగించినపుడు అవి వాని పూర్వపు ఆకారాన్ని (పరిమాణము) లేక రూపు తిరిగి పొందుతాయి. కావున యివి స్థితిస్థాపక పదార్థాలు.

సీసపు పట్టీని వంచవచ్చు కాని బాహ్యబల నిర్మూలన తర్వాత పట్టీ తన అసలు స్థితిని తిరిగి పొందదు; వంగి ఉండటమే దానికి హాయి. అందువలన సీసము స్థితిస్థాపక పదార్థము కాదు. బాహ్యబల ప్రభావంతో ఆకారంలో కాని సైజులో కాని మార్పును పొంది, అవి తొలగిన వెంటనే తమ యథాస్థితిని చేర ప్రయత్నించని పదార్థాలను ప్లాస్టిక్కులు అంటారు. ప్రకృతిలో సంపూర్ణమైన స్థితిస్థాపక పదార్థాలుకాని పూర్తి ప్లాస్టిక్కులు కాని లభ్యమవవు. చాల పదార్థాలు ఈ రెండు అవధులకు మధ్య ఉంటాయి. క్వార్ట్జ్ తంతువు దాదాపు సంపూర్ణ స్థితిస్థాపక పదార్థమని చెప్పవచ్చు. అందువలన దీనిని అవలంబన తీగగా వాడుతారు.

18.3 ప్రతిబలం వికృతి

ఇది వరలో చెప్పినట్లు బాహ్యబలాల ప్రభావంలో వస్తువుల కణాలు పరస్పర స్థానభ్రంశం చెందుతాయి. ఫలితంగా ప్రతిచర్యాబలాలు రూపొందుతాయి. ఈ ప్రతిచర్యా బలాలు బాహ్యబలాలను వ్యతిరేకిస్తాయి. ఈ రెండు బలాలూ పరిమాణంలో సమంగా ఉంటాయి. వ్యతిరేక దిశలలో పనిచేసే సమాన బలాల ప్రభావంలో గల ఏకరీతి మధ్యచ్ఛేదముగల కడ్డీ నొక దానిని



పటము 18.1

పటము 18.1 తెలుపుతుంది. ఈ పరిస్థితులలో కడ్డీ తన్యతలో ఉందంటాము. పటములో చుక్కలగీత కడ్డీకి లంబదిశలోని ఒక మధ్యచ్ఛేదాన్ని సూచిస్తుంది. కడ్డీలోని అన్నిభాగాలూ సమతాస్థితిలో ఉన్నాయి. అందువలన చుక్కలతో సూచించిన ఛేదానికి కుడివైపున ఉన్న కడ్డీభాగము

ఎడమ భాగాన్ని F బలంతో లాగుతుంది. ఇదే విధంగా ఎడమభాగం కుడిభాగాన్ని అదే బలంతో లాగుతుంది. ఈ లాగుడు బలాలు వైశాల్యం A మీద సమంగా విస్తరణ చెంది ఉంటాయి. ప్రమాణ వైశాల్యంమీద పనిచేసే ప్రతి చర్య బలాన్ని ప్రతిబలం (σ')గా నిర్వచిస్తారు.

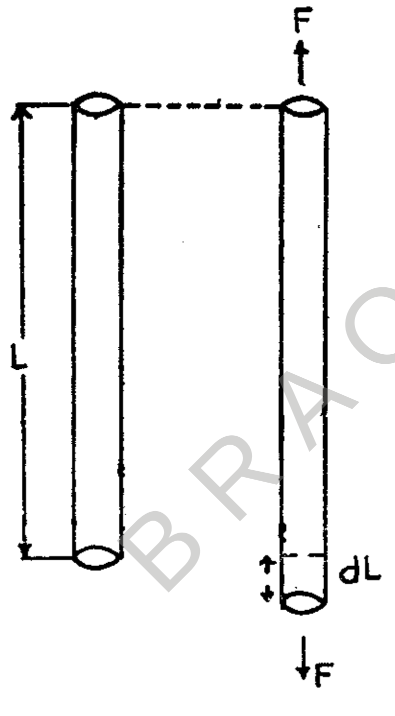
$$\sigma^1 = F/A \tag{18.1}$$

వస్తువులో మార్పును నిర్ణయించేది ప్రతిబలమే. మొత్తం బలం కాదు. ప్రతిబలాన్ని Nm^{-2} (న్యూటన్/మీటర్^{2})లో సూచిస్తారు.

వస్తువులలో కలిగే మార్పును వికృతి అంటారు. వికృతి పరిమాణంలో కాని ఆకృతిలో కాని లేదా రెండింతోను గాని జరిగే మార్పు కావచ్చు.

18.4 వివిధ రకాల ప్రతిబలాలు, వికృతులు

సాధారణంగా మూడు రకాల ప్రతిబలాలను నిర్వచిస్తాము. వీటిని పటము 18.2 సహాయంతో వివరించవచ్చు.



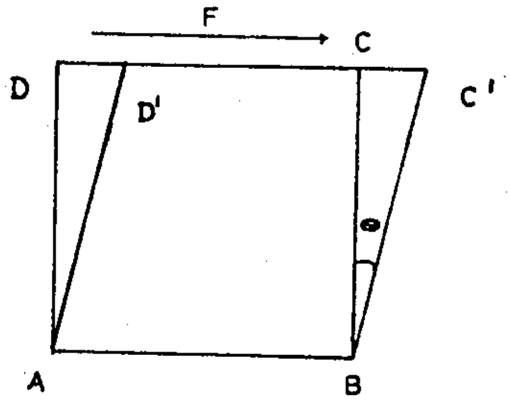
పటం 18.2 (a)

18.4.1 తన్యత ప్రతిబలము

పటము 18.2(a)లో చూపిన వస్తువులో దైర్ఘ్యవృద్ధిని వ్యతిరేకించే ప్రతిబలాన్ని తన్యత లేదా అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలం అంటారు. బలం F వల్ల దానిబలం L నుంచి పెరుగుతుంది. dL/Lను తన్యత వికృతి అంటారు.

తన్యత ప్రతిబలం = F/A

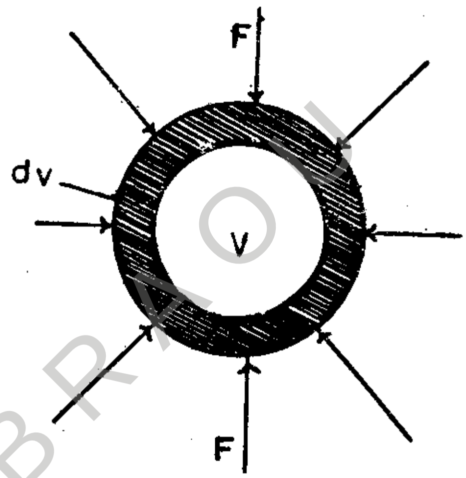
తన్యత వికృతి = dL/L



పటము 18.2 (b)

18.4.2 విరూపణ వికృతి

పటము 18.2(b)లో చూపినట్లు ఘనముఖము ABCD యొక్క పై భాగం CD మీద స్పర్శరేఖీయబలం F పనిచేస్తోందను కొందాం. ABCD ABC'D'గా మారుతుంది. ఘనము ఆకారము మారుతుంది. ఈ సందర్భంలో జనించే ప్రతిబలాన్ని విరూపణ ప్రతిబలం అంటారు. పటములో θను రూపణ వికృతి అంటారు.



పటము 18.2 (c)

18.4.3 ద్రవస్థైతిక ప్రతిబలం

పటము 18.2(c) లో చూపిన ఘనం పరిమాణము V. దానిమీద పీడనం P పనిచేస్తోంది. ఫలితంగా జనించే ప్రతిబలాన్ని ఆయత ప్రతిబలం అంటారు. ఘన పరిమాణంలోని మార్పు dV అయితే ఆయతవికృతి dV/V.

18.5 హుక్ సూత్రము – స్థితిస్థాపక గుణకాలు

ఒక తీగను సాగతీస్తూపోతే ఒక అవధి తరువాత బాహ్యబలాన్ని తీసివేసిన తర్వాత కూడ అది తన అసలుస్థితిని తిరిగిపొందదు. అది శాశ్వతంగా వికృతి చెందుతుంది. ఈ అవధిని స్థితిస్థాపక అవధి అంటారు.

ప్రతి బలానికీ, వికృతికి గల సంబంధాన్ని పరిశీలించి రాబర్ట్‌హుక్ ఒక సూత్రాన్ని ప్రతిపాదించాడు. దానిని హుక్ సూత్రము అంటారు. ఈ సూత్రం : స్థితిస్థాపక అవధిలో, ప్రతిబలం వికృతి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.

$$ప్రతిబలం \ \alpha \ వికృతి$$

$$లేదా \ \frac{ప్రతిబలం}{వికృతి} = స్థిరరాశి \qquad (18.2)$$

పై సమీకరణంలోని స్థిరరాశిని స్థితిస్థాపక గుణకము అంటారు. వివిధ స్థితిస్థాపక గుణకాలను ఇప్పుడు నిర్వచిద్దాము.

18.5.1 యంగ్ గుణకము (Y):

తన్యత లేదా అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలానికి దానికి సంబంధించిన వికృతికి గల నిష్పత్తిని యంగ్ గుణకము అంటారు. పొడవు L, మధ్యచ్ఛేదము వైశాల్యం A గల కడ్డీని తన్యతా బలానికి F గురి చేసినప్పుడు దాని పొడవు dl పెరుగుతుంది. అప్పుడు

$$y = \frac{F/A}{dL/L} = \frac{FL}{A\,dL} \qquad (18.3)$$

దానిని Nm^{-2} లో వ్యక్తపరుస్తారు.

18.5.2 దృఢతా గుణకము (n)

పటము 18.2b లో విరూపణ విరూపణ F/A వికృతి θ దృఢతా గుణకం

$$n = \frac{విరూపణప్రతిబలం}{విరూపణవికృతి} = \frac{F}{A\theta} \qquad (18.4)$$

18.5.3 ఆయత గుణకం (k)

పటము 18.2c లో ఘన పరిమాణం V గల వస్తువు మీద ఏకరీతి పీడనం P పనిచేస్తోంది. ఫలితంగా దాని ఘనపరిమాణం dV తగ్గుతుంది.

$$ఆయత \ గుణకం \ (k) = \frac{ఆయతప్రతిబలం}{ఆయతవికృతి}$$

$$= -\frac{P}{dV/V} = \frac{-PV}{dV} \qquad (18.4)$$

పీడనం ఎక్కువయినప్పుడు ఘన పరిమాణం తగ్గుతుందని పై సమీకరణంలోని రుణ సంజ్ఞ సూచిస్తుంది.

$$సంపీడ్యత \ (\beta) = \frac{1}{k} \qquad (18.5)$$

18.5.4 పాయిజాన్ నిష్పత్తి (σ)

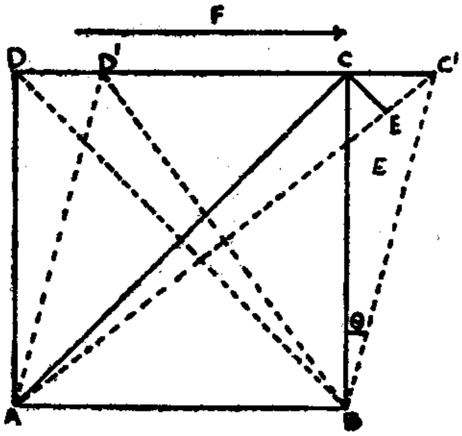
ఒక వస్తువు పొడవు పెరిగినప్పుడు అది పార్శ్వీయసంకోచానికి గురి అవుతుంది. పార్శ్వీయ, అనుదైర్ఘ్య వికృతల నిష్పత్తిని పాయిజాన్ నిష్పత్తి అంటారు.

$$\sigma = -\frac{పార్శ్వీయవికృతి}{అనుదైర్ఘ్యవికృతి}$$

(18.6) అనుదైర్ఘ్య వికృతి ధన సంజ్ఞ కలిగి ఉంటే పార్శ్వీయ వికృతి రుణ సంజ్ఞ కలిగి ఉంటుందని పై సమీకరణం లోని రుణ సంజ్ఞ సూచిస్తుంది.

18.6 అనుదైర్ఘ్య వికృతి : విరూపణ వికృతి

అనుదైర్ఘ్య వికృతికీ, విరూపణ వికృతికి గల సంబంధాన్ని ఇప్పుడు పరిశీలిద్దాము. ఒక ఘనము యొక్క మధ్యచ్ఛేదాన్ని (ABCD) పటము 18.3 చూపుతుంది. AB కదలకుండా



పటము 18.3

C నుంచి AC మీదకు ఒక లంబాన్ని గీయాలి. θ విలువ తక్కువ కనుక. ∠CC'E విలు ఉంటుంది. లంబకోణ త్రిభుజం ECC' లో

$$EC' = CC'\cos 45 = \frac{CC'}{\sqrt{2}}$$

అదే విధంగా ΔABC లో

$$AC = \sqrt{2}\ .\ BC$$

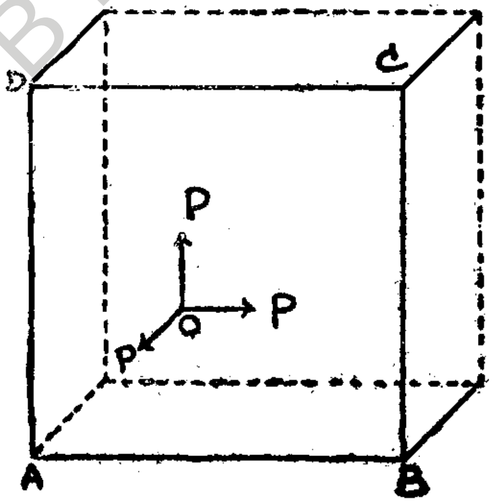
అనుదైర్ఘ్య వికృతి $\quad e = \frac{Ed}{AC} = \frac{CC'}{\sqrt{2}}\ \frac{1}{\sqrt{2}BC} = \frac{1}{2}\ \frac{CC'}{BC}$ కానీ ΔBCC'లో

$$\tan\theta = \theta = CC'/BC$$

$$\therefore e = \frac{\theta}{2} \quad \text{లేదా} \quad \theta = 2e$$

అంటే విరూపణ వికృతి = 2 (అనుదైర్ఘ్య వికృతి)

18.7 ఆయత వికృతి – అనుదైర్ఘ్య వికృతి



పటము 18.4

పటము 18.4లో ప్రమాణ ఘనము చూపబడింది. అన్ని దిశలలోను సమమైన తన్యతకు అయినప్పుడు దాని పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు ఒకే విధంగా పెరుగుతాయి. అనుదైర్ఘ్య వికృతి e అ ఘనము యొక్క నూతన పరిమాణము.

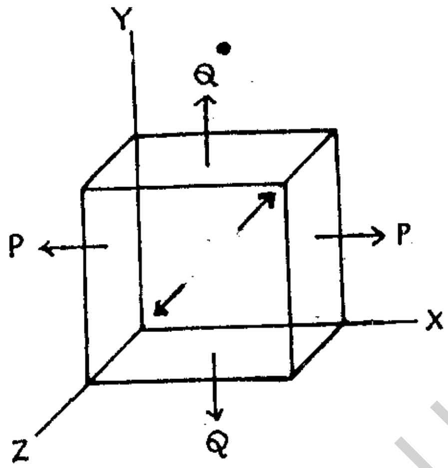
$(1+e)^2 \approx 3e$ (e చిన్నది కాబట్టి e^2, e^3లను పరిగణించ పనిలేదు)

ఆయత వికృతి $1+3e-1 = 3e$

$\therefore$ ఆయత వికృతి = 3 × అనుదైర్ఘ్య వికృతి (18.8)

18.8 y,n మరియు σ ల మధ్య సంబంధం

పటము 18.5లో ప్రమాణ ఘనం ABC $DD_1 C^1B^1A^1$ని చూడవచ్చు.



పటము 18.5

ప్రధానాక్షాలు OX,OY,OZలకు సమాంతరంగా తన్యతాబలాలు P,Q,R పనిచేస్తున్నాయి. తన్యతబలం P,OX కు సమాంతరంగా AA'D'D, BB'C'C తలాల మీద పనిచేస్తోంది. బలం Q, CC'D'D, BB'A'A తలాల మీద పనిచేస్తోంది. బలం R, ABCD, మరియు A'B'C'D' తలాల మీద పనిచేస్తోంది. ఘనం తలాలు ప్రమాణ వైశాల్యం గలవి కాబట్టి P,Q,Rలు ఆయా దిశలలో పనిచేసే ప్రతిబలాలాలకు పరిమాణంలో సమంగా ఉంటాయి.

తన్యతాబలం అది పనిచేసే దిశలో దైర్ఘ్యవృద్ధిని ఆదిశకు లంబంగా ఉండేదిశలలో సంకోచాన్ని కలుగ చేస్తుంది. ఉదాహరణకు OX దిశలో పనిచేసే ప్రతిబలం P, అదే దిశలో P/Y వికృతిని కలుగచేస్తుంది. అది OY, OZ దిశలలో — σP/Y సంకోచాన్ని కూడ కలుగచేస్తుంది. ఇదే విధంగా ప్రతిబలాలు Q,Rలు కలుగచేసే వికృతులను పట్టిక 18.1 సూచిస్తుంది.

పట్టిక 18.1

ప్రతిబలం	వికృతిదిశ OX	OY	OZ
P OX దిశలో	P/Y	$-\sigma P/Y$	$-\sigma P/Y$
Q OY దిశలో	$\frac{-\sigma Q}{Y}$	$\frac{Q}{Y}$	$\frac{-\sigma Q}{Y}$
R OX దిశలో	$\frac{-\sigma R}{Y}$	$\frac{-\sigma R}{Y}$	$\frac{R}{Y}$
P, Q, R లు ఒకేసారి పనిచేస్తే	$\frac{P}{Y}-\frac{\sigma}{y}(Q+R)$	$\frac{Q}{Y}-\frac{\sigma}{Y}(P+R)$	$\frac{R}{Y}-\frac{\sigma}{Y}(P+R)$

18.8.1 Y,K ల మధ్య సంబంధం

Y,k ల మధ్య సంబంధం P = Q = R అయినప్పుడు ఘనము అన్ని దిశలలోను ఒకే వికృతిని పొందుతుంది. అప్పుడు ఏ దిశలోనైనా అనుదైర్ఘ్య వికృతి

$$e = \frac{P}{Y} - \sigma\frac{(P+P)}{Y} = \frac{P}{Y}(1-2\sigma) \qquad (18.9)$$

$$\text{ఆయత వికృతి} = 3e = \frac{3P}{Y}(1-2\sigma)$$

$$\text{ఆయత గుణకం } (k) = \frac{P}{\text{ఆయతవికృతి}} = \frac{PY}{3P(1-2\sigma)}$$

$$= \frac{Y}{3(1-2\sigma)}$$

లేదా $Y = 3k(1-2\sigma)$ (18.10)

18.8.2 Y, n ల మధ్య సంబంధం

R = O, P = —Q (P-తన్యత, Q-సంకోచబలం) అయినప్పుడు మనం పట్టిక 18.2లో చూపిన వికృతులకు లోనవుతుంది.

పట్టిక 18.2

వృతి బలం	వికృతి/దిశ		
	OX	OY	OZ
Q = P along OX	$\frac{P}{Y}$	$-\frac{\sigma P}{Y}$	$-\frac{\sigma P}{Y}$
Q = — P along OY	$-\frac{\sigma Q}{Y} = \frac{\sigma P}{Y}$	$\frac{Q}{Y} = \frac{-P}{Y}$	$-\frac{\sigma Q}{Y} = \frac{\sigma P}{Y}$
R = O along Z	0	0	0
	$\frac{P}{Y}(1+\sigma)$	$-\frac{P}{Y}(1+\sigma)$	Zero

విరూపణ వికృతి $\theta = 2e$ కాబట్టి

$$\theta = \frac{2P}{Y}(1+\sigma) = \frac{P}{n}$$

$$\therefore Y = 2n(1+\sigma) \qquad (18.11)$$

18.8.3 k,n ల మధ్య సంబంధము

సమీకరణాలు (18.10), (18.11)ల నుంచి లభిస్తుంది.

$$\sigma = \frac{3k - 2n}{2(3k+n)} \qquad (18.12)$$

18.9 స్థితిస్థాపక గుణకాలు – పదార్థాల బలము

కొన్ని పదార్థాల స్థితిస్థాపక గుణకాలను పట్టిక 18.3లో ఇవ్వడమైనది. వీటిలో జీవశాస్త్ర పదార్థాలు కూడా ఉన్నాయి. వీటి తన్యత, సంపీడన బలాలను కూడ ఉదహరించడమైనది. తన్యతకు కాని సంపీడనానికి కాని గురిచేసినప్పుడు పదార్థాలు పగలటానికి కావలసిన కనీస ప్రతిబలాలను ఇవి సూచిస్తాయి.

పట్టిక 18.3

పదార్థము	స్థితిస్థాపక స్థిరాంకాలు (10^{10} Nm^{-2})			బలము తన్యత 10^8 Nm^{-2}	సంపీడన
	Y	n	k		
అల్యూమినియమ్	7.1	2.1	7.7	2.0	3.5
రాగి	12	4.5	14	3.4	-
గాజు	7	2	4	0.7	3.5
ఇనుము	19	6	14	3.1	-
ఉక్కు	21	8.3	18	5.2	-
గ్రనైట్	5.0	-	-	-	20
కలప	1.0	-	-	-	1.0
రబ్బర్	10^{-4}	-	-	-	-
ఎముక	1.6 (తన్యత) 0.8 (సంపీడన			1.0	18
కొలజన్	0.1			0.6	

జీవులు అనేక ఘన పదార్థాలను, అర్థఘన పదార్థాలను ఉత్పత్తి చేస్తాయి. ఎముకలు, వళ్ళు, గోళ్ళు కార్టిలేజ్ వీటికి ఉదాహరణలు. వీటిలో చాల పదార్థాలు భిన్నజాతీయమైనవి. సంశ్లిష్ట స్వభావం గలదు.

పట్టిక 18.3లోని దత్తాంశాన్ని పరిశీలిస్తే లోహాల స్థితిస్థాపక గుణకాలకు జీవపదార్థాల గుణకాలకు మధ్య తేడా విశదమవుతుంది. లోహాలు స్ఫటికాల సముదాయాలు, స్ఫటిక నిర్మతిలోగల హెచ్చు క్రమం వల్ల లోహాల స్థితి స్థాపక గుణకాల విలువలు హెచ్చుగా ఉంటాయి. జీవపదార్థాలలో క్రమం లోపిస్తుంది. అందువలన వీటి గుణకాల విలువలు తక్కువ.

పట్టిక 18.3 ఎముకల యంగ్ గుణకానికి రెండు విలువలు ఏర్పడ్డాయి. ఎముక మీద తన్యతను ప్రయోగించి కొలచిన గుణకం విలువ 1.6 యూనిట్‌లు, సంపీడనం చేసి కొలచిన దాని విలువ 0.8 యూనిట్‌లు. అంటే సంపీడన వికృతి వల్ల కలిగే వికృతి తన్యత వల్ల కలిగే దాని కంటే రెండు రెట్లు అన్నమాట. దీనికి కారణం ఈ పదార్థాల భిన్న జాతీయతే. ఎముక: కొలజెన్, హైడ్రాక్సీ వటిక్ స్ఫటికాల సముదాయము. ఎముకకు తన్యత బలం కొలజన్ వల్ల, సంపీడన బలము స్ఫటికాల వల్ల లభిస్తాయి. ప్రతిలీకృత కాంక్రీట్‌లో జరిగే ఫలితమే ఇక్కడ సంభవిస్తోంది. వ్యక్తిగతంగా కాంక్రీట్‌కు ఎక్కువ సంపీడన బలం ఉంటుంది. కాని దాని తన్యత బలం తక్కువ ప్రబలీకృత కాంక్రీట్‌లోని ఉక్కు కడ్డీల వల్ల దానికి తన్యత బలం ఎక్కువ అవుతుంది. ఇదే పద్ధతి ప్రకారం రబ్బరుకు మసిని కలిపి టైర్‌లను తయారు చేసి కణాలు రబ్బర్ అణువులను కలిసి రబ్బర్ యొక్క సాగే గుణాన్ని తగ్గిస్తాయి. ఈ విధంగా దాని తన్యత ప్రతి బలం ఎక్కువ అవుతుంది. 50 శాతం మసిగల రబ్బర్ బలం శుద్ధరబ్బర్ బలానికి 16 రెట్లు ఉంటుంది.

మాదిరి లెక్కలు

1. 1.3m పొడవు, 0.0003m వ్యాసముగల ఒక తీగ 0.6 kg ద్రవ్యరాశి వల్ల 0.00132m సాగుతుంది. ఫలిత ప్రతి బలాన్ని, యంగ్ గుణకాన్ని లెక్కకట్టండి.

పరిష్కారము :

$$\text{ప్రతిబలం} = \frac{0.6\ \text{kg} \times 9.8\ \text{m sec}^{-2}}{\pi\,(0.00015)^2} = 8.32 \times 10^7\ \text{Nm}^{-2}$$

$$\text{వికృతి} = \frac{0.00132}{3} = 0.00044$$

$$\text{యంగ్ గుణకము} = \frac{\text{ప్రతిబలం}}{\text{వికృతి}} = \frac{8.32 \times 10^7}{4.4 \times 10^{-4}} = 18.91 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$$

2. ఒక పదార్థపు దృఢతాగుణకము $.22 x 10^{10} Nm^{-2}$ దాని యంగ్ గుణకము $7.9 x 10^{10} Nm^{-2}$ ఆ పదార్థపు పాయిజాన్ నిష్పత్తని లెక్కకట్టుము.

జవాబు :

$$Y = 2n(1+\sigma)$$

లేదా $\sigma = \frac{Y}{2n} - 1$

$$= \frac{7.9 \times 10^{10}}{2 \times 2.9 \times 10^{10}} - 1$$

$$= 0.36$$

18.10 సారాంశం

బాహ్యబలాల ప్రభావం వల్ల వస్తువులు తమ పరిమాణంలో కాని, ఆకృతిలో కాని, మార్పును నిరోధించి బాహ్యబలాలు ఈ ధర్మాన్ని స్థితిస్థాపకత అంటారు.

ప్రమాణ వైశాల్యం మీద పనిచేసే ప్రతిచర్య బలాన్ని ప్రతిబలం అంటారు. ప్రతిబలం వల్ల కలిగే విరూపణను వికృతి అంటారు.

స్థితిస్థాపక అవధులలో ప్రతిబలం వికృతికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. ప్రతిబలము వికృతుల నిష్పత్తిని స్థితిస్థాపక గుణకము అంటారు.

అనుదైర్ఘ్య ప్రతిబలానికి సంబంధించిన గుణకం యంగ్ గుణకం (λ) అని, విరూపణకు సంబంధించిన గుణకం విరూపణ గుణకం (n) అని, ఆయత ప్రతిబలం వల్ల ఆయత గుణకం (k) అంటారు.

లోహాల స్థితిస్థాపక గుణకం, జీవపదార్థాల స్థితిస్థాపక గుణకాల కన్నా ఎక్కువగా ఉంటాయి.

18.11 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. ఘనపదార్థాల స్థితిస్థాపక గుణకాలను కలిపే సమాసాన్ని రాబట్టండి.

II. క్రింది ప్రశ్నకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. పాయిజాన్ నిష్పత్తి విలువల అవధులు ఏవి ?

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి ?

1. 50 సెం.మీ. పొడవు, 5 గ్రా.ల ద్రవ్యరాశిగల ఒక స్టీల్ పియానో తీగను 400 న్యూటన్ తన్యతతో సాగతీసి ఉంది.

(a) ప్రాథమిక కంపన విధానంలో దాని పౌనఃపున్యమెంత ?

(b) 10,000 Hzలవరకు పౌనఃపున్యం శబ్దాన్ని వినగల వ్యక్తి వినగలుగు అతి పెద్ద అతిస్వరం సంఖ్య ఎంత ? (జవాబు : (a) 200Hzలు (b) 49వ అతిస్వరం)

ఖండం - 8 : వ్యతికరణం

భాగం – 19 : హైగన్స్ సూత్రం, పరావర్తన, వక్రీభవన దృగ్విషయ విశదీకరణ, సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం

విషయక్రమం

19.1 ఉద్దేశ్యాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో కాంతికణ, కాంతి తరంగ సిద్ధాంతాల పరంగ కాంతి ద్వంద్వ స్వభావం వివరణ ఉంది. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1. హైగన్స్ సూత్రం సహాయంతో పరావర్తన వక్రీభవన నియమాలను రాబట్టగలరు.
2. కాంతి ఏ పరిస్థితులలో సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం చెందగలదో వివరించగలుగుతారు.

19.2 ప్రవేశిక

ఏదేని యానకంలో శక్తి మార్పిడి పదార్థం స్థానాంతర గమనం వల్లగానీ లేదా యానక పదార్థం కదలకుండా తరంగ చలనం వల్లగానీ జరుగుతుంది. ఆనకట్ట నుంచి ప్రవహించే నీరు, కొద్ది దూరం నుంచి విసరిన రాయివల్ల గాజు కిటికీ అద్దం పగలటం, టర్బైన్ రేకులపై నీరు పడినప్పుడు అవి విరగడటం మొదలైనవి శక్తి మార్పిడి నేరుగా జరిగే ప్రక్రియలకు ఉదాహరణలుగా పేర్కొనవచ్చు. ధ్వని శక్తి తరంగ చలనం ద్వారా ఒకచోటు నుంచి మరొక చోటికి అందివ్వబడుతుంది. ఈ ప్రక్రియలో యానకంలోని అణువులు తమ మధ్యమ స్థానం నుంచి కంపనానికి లోనయి నప్పుడు వాటి ప్రక్కనున్న అణువులకు శక్తి అందివ్వడం జరుగుతుంది. తద్వారా శక్తి మార్పిడి జరుగుతుంది. ఇక్కడ యానకంలోని అణువులు స్థానభ్రంశానికి లోనుకావు.

కాంతి జనకం నుంచి కాంతి ప్రసరణ క్రియను వివరించడానికి కణమయ సిద్ధాంతాన్ని తరంగ సిద్ధాంతాన్ని శాస్త్రజ్ఞులు ప్రతిపాదించారు. 1673లో సర్ ఐజాక్ న్యూటన్ కణమయ సిద్ధాంతాన్ని, 1678లో హైగన్స్ తరంగ సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించారు. అప్పటి నుంచి ఎందరో శాస్త్రజ్ఞులు ఈ సిద్ధాంతాలు ఋజుత్వాన్ని ప్రాయోగికంగా పరిశీలించడం జరిగింది. హుక్, హైగన్స్, డెస్కార్టెస్, ఆయిలర్ మొదలగు శాస్త్రజ్ఞులు తరంగ సిద్ధాంతాన్ని బలపరిస్తే న్యూటన్, లాప్లాస్ కణమయ సిద్ధాంతాన్ని బలపరిచారు.

దీప్తివంతమైన వస్తువు నుంచి ఉద్గారమయ్యే కాంతి కంటికి కనపడని, అధికవేగం గల కణాల సముదాయంగా కణమయ సిద్ధాంతం పేర్కొంటుంది. ఈ అదృశ్య కణాల పరిమాణాన్ని బట్టి కాంతి రంగు మారుతుంది. ఈ అదృశ్య కణాలు పదార్థంలో అణువుల మధ్య కాంతి వేగంతో పయనిస్తాయి. ఇవి పారదర్శక పదార్థం మీద పతనమయినప్పుడు పరావర్తనానికి పదార్థంలో ప్రసరణకు లోనవుతాయి.

తరంగ సిద్ధాంతం ప్రకారం కాంతి జనకం నుంచి కాంతి తరంగ రూపంలో ప్రసరిస్తుంది. తరంగ ప్రసరణకు ఏదేని యానకం అవసరం గనుక అంతరాళం అంతటా ఈథర్ అనే పరికల్పిత పదార్థం నిండి ఉన్నదని శాస్త్రజ్ఞులు భావించారు. కాంతి తరంగాలు కంటిమీద పడినప్పుడు ఉత్తేజితం చెంది, దృష్టి సంవేదనం కలుగుతుంది.

కణమయ తరంగ సిద్ధాంతాలలో ఏది సరైనది అనే విషయం ముఖ్యంగా ఈ సిద్ధాంతాలు ప్రాయోగిక దృగ్విషయాలను విపులీకరించినప్పుడు తేటతెల్లమవుతుంది. కణమయ సిద్ధాంతం ఆధారంగా కాంతి ఋజుమార్గంలో ప్రయాణించడం పరావర్తనం, వక్రీభవనం విక్షేపణాన్ని విపులీకరింపవచ్చు. కాని ఈ సిద్ధాంతం ఆధారంగా వ్యతికరణాన్ని, వివర్తనాన్ని ధ్రువణాన్ని విపులీకరించడానికి వీలుకాదు. తరంగ సిద్ధాంతం ఆధారంగా పరావర్తనం, వక్రీభవనం, విక్షేపణాన్ని విపులీకరించవచ్చునని హైగన్స్ నిరూపించారు. కాంతి ఋజు మార్గప్రసరణను, వ్యతికరణాన్ని థామస్ యంగ్, ఫ్రెనల్ అనే శాస్త్రజ్ఞులు కాంతిని తరంగరూపంగా భావించి విపులీకరించారు.

గాలిలో కన్నా నీటిలో కాంతి వేగం తక్కువగా ఉంటుందనే దృగ్విషయాన్ని ఫోకాల్ట్ మరియు మైకెల్‌సన్ అను శాస్త్రజ్ఞులు ప్రాయోగికంగా నిరూపించారు. ఇది సాధ్యమవాలంటే కాంతిని తరంగ రూపంలోనే భావించాలి. కణమయ రూపంగా భావించినచో నీటిలో కాంతి వేగం ఎక్కువగా ఉండాలి. పై నిరూపణ ఆధారంగా తరంగ సిద్ధాంతం బహుళ ప్రచారానికి శాస్త్ర సమ్మతానికి చోటు చేసికొన్నది. కానీ, ఫోటో విద్యుత్ ఫలితం కనుగొనుట ద్వారా కాంతి కణరూపంలో ఉంటుందన్న భావనకు బలం చేకూరింది. క్వాంటం సిద్ధాంతం ప్రకారం కాంతి శక్తి కణరూపంలో వెలువడుతుందని వీటిని ఫోటాన్ అని పిలుస్తారు. ఫోటాన్ శక్తిని $h\nu$గా సూచిస్తారు. ఇచ్చట h ప్లాంక్ స్థిరాంకము, ν కాంతి తరంగ పౌనఃపున్యం, క్వాంటం సిద్ధాంతం ఆధారంగా ఫోటో విద్యుత్ ఫలితాన్ని విశదీకరించవచ్చు. ఫోటో విద్యుత్ ఫలిత ప్రాయోగిక దృగ్విషయాలను తరంగ సిద్ధాంతం ఆధారంగా విపులీకరించుటకు వీలుకాదు.

కాంతిని కణరూపంగా భావించినప్పుడు కొన్ని దృగ్విషయాలను, తరంగ రూపంగా భావించినప్పుడు కొన్ని దృగ్విషయాలను విపులీకరించవచ్చుననే విషయం ఇంతవరకు వివరించిన విషయాల ద్వారా అర్థమవుతుంది. ఈ ద్వంద్వ భావన నేడు శాస్త్రజ్ఞులు అందరూ అంగీకరించిన విషయమే. కొన్ని సమయాలలో కాంతిని ఫోటాన్‌లుగాను, మరికొన్ని సందర్భాలలో తరంగాలుగాను భావించాలి. ఈ పాఠంలో హైగన్స్ ప్రతిపాదించిన తరంగ సిద్ధాంతాన్ని గూర్చి తద్వారా పరావర్తన, వక్రీభవన దృగ్విషయాలను ఎలా విపులీకరించ వచ్చో తెలుసుకొందాము.

19.3 హైగన్స్ సూత్రము

తరంగ సిద్ధాంతం ప్రకారం సమదైశిక యానకంలో ఉన్న బిందుజనకం నుంచి కాంతి తరంగ రూపంలో అన్నివైపులకు వెలువడుతుంది. ఈ తరంగాలు ఏక కేంద్ర వృత్తాకృతిలో అన్ని వైపులకు సమంగా వ్యాప్తి చెందుతాయి. ఈ కాంతి తరంగాలు $3x10^8$ ms^{-1}వేగంతో పయనిస్తాయి. కాంతి జనకం కేంద్రంలో ఉన్నప్పుడు కాంతి తరంగాలవల్ల ఏర్పడే అలజడి గోళం యొక్క తలంలోగల అన్ని కణాలకు ఏకకాలంలో అందచేయబడుతుంది. అలాంటి గోళాన్ని తరంగాగ్రము అంటారు. అంటే ఒకే దశగల బిందువుల పథాన్ని తరంగాగ్రంగా నిర్వచించవచ్చు. తరంగాగ్రరూపం కాంతి జనకం దూరం మీద, కాంతి జనకం ఆకృతిమీద ఆధారపడుతుంది.

(i) గోళాకార తరంగాగ్రము

గోళాకార తలం మీద అన్ని కణాల ఒకే దశలో కంపనానికి లోనవుతుంటాయి. ఈ గోళాకార తలం యొక్క కొద్దిభాగాన్ని తరంగాగ్రంగా భావించవచ్చు.

(ii) స్థూపాకార తరంగాగ్రము

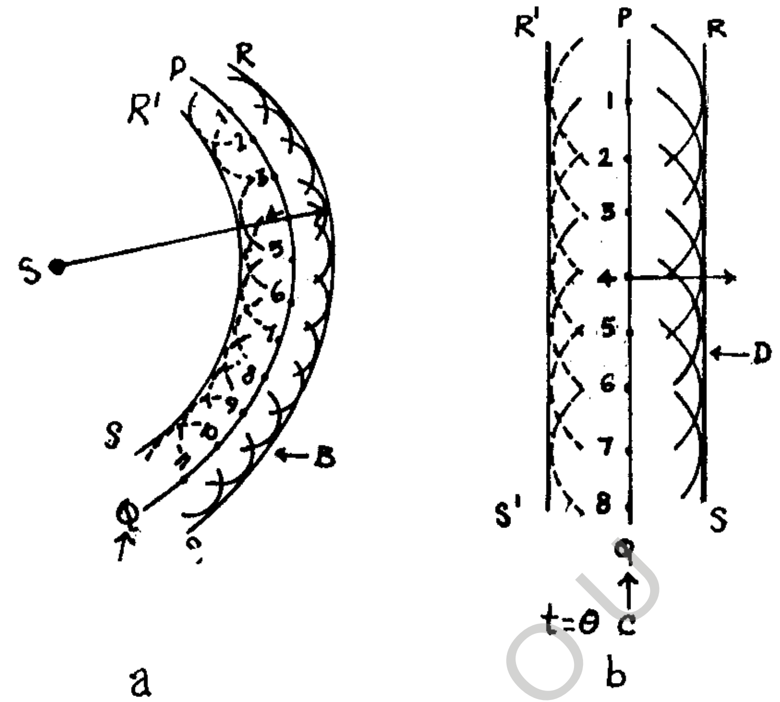
కాంతి జనకం రేఖీయంగా ఉన్నప్పుడు సమదైశిక యానకంలో తరంగాగ్రం స్థూపాకారాకృతిని పొందుతుంది. స్థూపాకార తలంలో అన్ని కణాలు ఒకేదశలో కంపనానికి గురౌతుంటాయి.

(iii) సమతల తరంగాగ్రము

సమతల తరంగాగ్రం సమతలాకృతిలో ఉంటుంది. దీనిలోని అన్ని కణాలు ఒకే దశలో కంపిస్తుంటాయి. కాంతిజనకం అనంత దూరంలో గల గోళాకార తరంగాగ్రం, స్థూపాకార తరంగాగ్రం

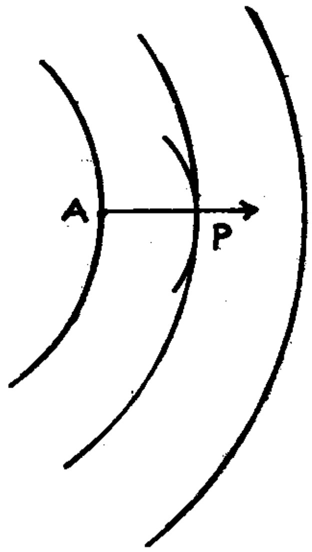
సమతల తరంగాగ్రంగా ఉంటాయి.

ఏదేని కాలంలో తరంగాగ్ర రూపం కాంతి జనకం నుంచి దాని దూరం తెలిసిన మరే క్షణంలో నయినా దాని రూపాన్ని, దూరాన్ని హైగన్స్ సూత్రం ఆధారంగా జ్యామితీయంగా కనుగొనవచ్చును. హైగన్స్ సూత్రం ప్రకారం తరంగాగ్రంలోని అన్ని కణాలను బిందు రూపకాంతి జనకాలుగా భావించవచ్చు. ఈ బిందురూప కాంతి జనకాలనుంచి గోళాకార గౌణతరంగికాలు ఉత్పన్నమవుతాయి. t కాలం తర్వాత, గౌణతరంగికల శీర్షతలాల స్పర్శరేఖ తరంగాగ్ర నూతనాకృతిని తెల్పుతుంది.



పటము 19.1

పటము 19.1లో చూపిన విధంగా కాంతి జనకం S నుంచి నిర్దేశితమైన తరంగాగ్రాన్ని తీసికొందాము. కాలం t = o అయినప్పుడు తరంగాగ్రం PQని చేరిందని అనుకొందాము. హైగన్స్ సూత్రం ప్రకారం ఈ తరంగాగ్రంలోని ప్రతికణం గౌణ జనకాలుగా పనిచేసి వాటినుంచి గోళాకార తరంగికలు వెలువడుతాయి. t కాలం తర్వాత 1, 2, 3, 4 ... బిందువులు కేంద్రాలుగా గోళాకార తరంగ శ్రేణులు ఏర్పడుతాయి. ఈ గోళాల వ్యాసార్ధాలు ct విలువను కలిగి ఉంటాయి. ఇచ్చట c కాంతి తరంగ వేగము ఈ తరంగికల తలాల స్పర్శరేఖ RS నూతన తరంగాగ్రాన్ని సూచిస్తుంది. పటము 19.1 a, 19.1 b లను పరిశీలిస్తే గోళాకార తరంగాగ్రాలు గోళాకారంలోను, సమతల తరంగాగ్రాలు సమతలాకృతిలోను కాంతివేగంతో పయనిస్తాయని తెలుస్తుంది. హైగన్స్ సూత్రం ఆధారంగా నిర్మితమయ్యే నూతన తరంగాగ్రాలు త్రిమితీయంగా ఉంటాయి. ఈ త్రిమితీయాకృతి గల తరంగాగ్రాలు పేపరు తలంలో వ్యతిచ్ఛేదన చెందినప్పుడు ఎలా ఉంటాయో ఆ విధంగా పటము 19.1లో చూపినాము. తరంగిక తలంనందు స్పర్శరేఖ స్పర్శించే కొద్ది భాగం మాత్రమే తరంగాగ్రం ఏర్పడడానికి దోహదం చేస్తుందని హైగన్స్ సూత్రం సూచిస్తుంది. పటం 19.లో చూపినట్లు కాంతికోణాన్ని తరంగిక కేంద్రం నుంచి గీచిన సరళరేఖ OA సూచిస్తుంది. పటం 19.1a లో చూపిన విధంగా నూతన తరంగాగ్రం RS ఏర్పడేటప్పుడు తరంగాగ్రం R^1S^1 కూడా ఏర్పడటానికి వీలుంది. R^1S^1 తరంగాగ్రం PQ నందలి గౌణ కాంతి జనకాల నుంచి తరంగికలు తిరోగామి దిశలో పయనించుట ద్వారా ఏర్పడుటకు వీలుంది. కాని తరంగికల తీవ్రత అన్ని దిశలలోను సమరీతిలో ఉండదని, పురోగామి దిశలో అది గరిష్ఠంగాను, తిరోగామి దిశలో కనిష్ఠంగాను అనగా శూన్య విలువను కలిగి ఉంటుందని ఊహించినప్పుడు తరంగాగ్రం RS మాత్రమే ఏర్పడుతుంది. తరంగాగ్రం R^1S^1 ఏర్పడటానికి వీలు లేదు. వైగాట్, కిర్‌కాఫ్ శాస్త్రజ్ఞులు తరంగిక తీవ్రత OAతో θ కోణం చేయుచున్న

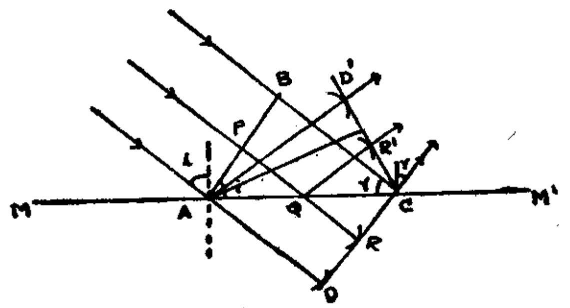


పటము 19.2

ఏదేని దిశలో $\frac{(1+\cos\theta)}{2}$ కు అనుపాతంలో ఉంటుందని సూచించారు. దీని ప్రకారం పురోగామి దిశలో $\theta = 0°$ కనుక తరంగిక తీవ్రత గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. అలాగే తిరోగామి దిశలో $\theta = 180°$ కనుక తరంగిక తీవ్రత శూన్యం విలువను ఉంటుంది. హైగన్స్ సూత్రం అన్ని రకాల తరంగ దృగ్విషయాలకు (ఉదా : శబ్ద తరంగాల) అనువర్తిస్తుంది. హైగన్స్ సూత్రం ఆధారంగా పరావర్తన, వక్రీభవన దృగ్విషయాలను ఎలా వివరించ వచ్చో ప్రస్తుతం తెలుసుకుందాం.

19.4 హైగన్స్ సూత్రము – పరావర్తన సూత్రాలు

హైగన్స్ సూత్రం ఆధారంగా పరావర్తన దృగ్విషయాన్ని ఎలా విశదీకరించవచ్చో తద్వారా పరావర్తన సూత్రాలను ఎలా రాబట్టవచ్చో అధ్యయనం చేద్దాము. పటము 19.3లో చూపినట్లు MM^1 అను సమతల పరావర్తన తలాన్ని తీసికొందాము. MM^1 తలంపై సమతల తరంగాగ్రం AB, $t = 0$ అయినప్పుడు A వద్ద పతన మవుతున్నదనుకొందాము. కాంతివేగం C అనుకొందాము. తరంగాగ్రం అంచు B, t కాలంలో Cని చేరిందను కొందాము. పరావర్తన తలం లేనిచో పతన తరంగాగ్రం AB, CD



పటం 19.3

స్థానాన్ని చేరి ఉంటుంది. కానీ MM^1 ఉన్నందు వలన తరంగాగ్రం AB పురోగమించే కొద్దీ AC మధ్యగల కణాలు గౌణతరంగికల జనకాలుగా ప్రవర్తిస్తాయి. t కాలం తర్వాత ఏర్పడే పరావర్తన తరంగాగ్రాన్ని హైగన్స్ సూత్రం ఆధారంగా నిర్మించవచ్చు.

తరంగాగ్రం MM^1 తలాన్ని మొదట A అనే బిందువు వద్ద స్పర్శిస్తుంది. ఈ బిందువు గౌణ తరంగిక క్రమంగా ప్రవర్తిస్తుంది. ఈ గౌణ తరంగిక యానకంలో వ్యాపిస్తుంది. తరంగాగ్రం నందలి B

బిందువు నుంచి తరంగిక Cని చేరేకాలం t లోగా A నుంచి బయలుదేరిన తరంగిక $BC = ct$ వ్యాసార్థాన్ని పొందుతుంది. A కేంద్రంగా ct వ్యాసార్థం గల వృత్తాన్ని గీచి, దానికి స్పర్శరేఖగా C^1 నుంచి CD^1 నిగీచిన CD^1, t కాలం తర్వాత పరావర్తన తరంగాగ్రాన్ని సూచిస్తుంది.

సమతల తరంగాగ్రం ABలో P అనే బిందువును తీసికొందాము. BCకి సమాంతరంగా PQR ఉన్నదను కొందాము. QR, QR^1 లు Q నుంచి CD, CD^1 లకు గీచిన లంబరేఖలు $\angle QCD^1 = \angle AD^1C = 90°$. $\angle QCR^1$ $\angle ACD^1$ కనుక QCR^1, ACD^1 త్రిభుజాలు సదృశ త్రిభుజాలుగా వుంటాయి. కనుక

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR^1}{AD^1} \tag{19.1}$$

మరియు $\angle QRC = \angle ADC = 90°$, $\angle QCR = \angle ACD$ కనుక QCR, ACD త్రిభుజాలు కూడా సదృశ త్రిభుజాలే. కాబట్టి

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR^1}{AD^1} \tag{19.2}$$

సమీకరణం 19.1, 19.2 లను పోల్చితే

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR}{AD} \tag{19.3}$$

$AD = ct = AD = BC$ కనుక సమీకరణం 19.3 ప్రకారం

$$QR^1 = QR \tag{19.4}$$

సమీకరణం 19.4 ప్రకారం Q బిందువు నుంచి ఉత్పన్నమయిన తరంగిక తరంగాగ్రం CD^1ని R^1 వద్ద స్పర్శిస్తుందని తెలుస్తుంది. ఇదే విధంగా AC మధ్యగల ఏ బిందువు నుంచి బయలు దేరిన తరంగిక కూడా తరంగాగ్రాన్ని స్పర్శిస్తుంది. కనుక C^1D^1 పరావర్తన తరంగాగ్రం అవుతుంది.

త్రిభుజము ABC, త్రిభుజము AD^1C లలో AC ఉమ్మడి భుజము $BC = AD^1$ మరియు $\angle ADC =$ $\angle ABC = 90°$. కనుక త్రిభుజము ABC త్రిభుజము AD^1C లు సర్వ సమానములు. కనుక

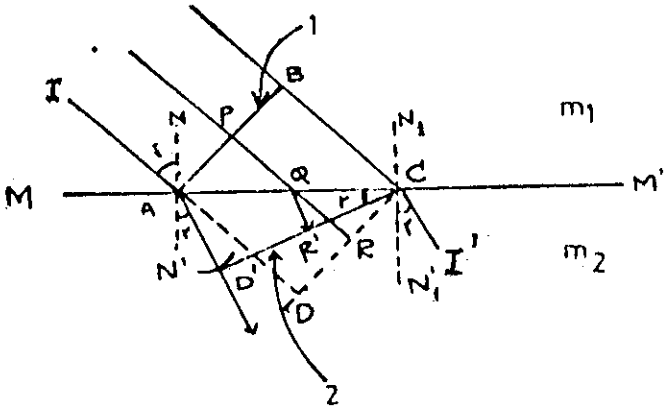
$$\angle BAC = \angle ACD \ \angle ACD \quad \text{.... (19.5)}$$

అంటే $\angle i = \angle r$. కనుక పతనకోణము, పరావర్తన కోణములు సమానములు. పరావర్తన దృగ్విషయంలో ఈ సూత్రం పాటింపబడుతుంది.

19.5 హైగన్స్ సూత్రము – వక్రీభవన సూత్రాలు

పటము 19.4లో చూపినట్లుగా రెండు పారదర్శక యానకాలను (గాలి, గాజు) వేరు చేయుచున్న వక్రీభవన తలం MM^1 ని తీసికొందాము. కాంతివేగం గాలిలో C_1, గాజులో C_2 అను కొందాం MM'తలంపై పతనమయ్యే తరంగాగ్రం APB అనుకొందాము. కాలము $t = O$ అయినప్పుడు APB తరంగాగ్రం MM'ని A వద్ద స్పర్శిస్తుంది. కనుక $t = O$ అయినప్పుడు A గౌణ తరంగిక జనకంగా పని చేస్తుంది. తరంగాగ్రం అంచు B, C ని చేరటానికి పట్టే కాలము t అనుకొందాము. అప్పుడు $BC = c_1t$ అవుతుంది. వక్రీభవన తలం MM లేని పక్షంలో తరంగాగ్రం APB స్థానము t కాలంలో CRD అవుతుంది. కానీ వక్రీభవన తలం ఉన్నందున తరంగాగ్రం APB పురోగమించే కొద్దీ A,C మధ్యగల బిందువులు వరుసగా గౌణ తరంగిక జనకాలుగా ప్రవర్తిస్తాయి.

t కాలం తర్వాత C నుంచి తరంగిక ఆరంభం అయ్యే సమయానికి A నుంచి బయలు దేరిన తరంగిక యానకంలో $AD' = C_2t$ విలువ గల వ్యాసార్థాన్ని పొంది ఉంటుంది. ఈ తరంగిక తలానికి A నుంచి గీచిన స్పర్శరేఖ CD అనుకొందాము. ఇప్పుడు CD వక్రీభవన తలం సందలి బిందువు Q ని కలుపుతూ గీచిన సరళరేఖ PQR, BCకి సమాంతరంగా ఉందనుకొందాము. QR వరుసగా Qనుంచి CD,



పటము 19.4

CD' లకు గీచిన లంబరేఖలు అనుకొందాము. ఇప్పుడు $\angle QR'C = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle QCR = \angle ACD'$ కనుక త్రిభుజము QCR' త్రిభుజము ACD' లు సదృశ త్రిభుజాలుగా ఉంటాయి. కనుక

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR'}{AD'} \qquad (19.7)$$

$\angle QRC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle ACR = \angle ACD$ కనుక త్రిభుజాలు QRC, AC'D లు కూడా సదృశ త్రిభుజాలే. అందువలన

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR}{AD} \qquad (19.8)$$

సమీకరణం 19.7 ను సమీకరణం 19.8తో పోల్చితే

$$\frac{QR'}{AD'} = \frac{QR}{AD} \qquad (19.9)$$

అవుతుంది.

$$\therefore\ QR' = \frac{AD'}{AD}\,QR \qquad (19.10)$$

లేదా

$$\frac{AD}{AD'} = \frac{QR}{QR'} = \frac{c_1 t}{c_2 t} = \frac{c_1}{c_2} \qquad (19.11)$$

సమీకరణం 19.11 ఆధారంగా, A నుంచి బయలుదేరిన గౌణ తరంగిక వ్యాసార్థం AD' అయితే, QD', Q నుంచి బయలు దేరిన గౌణ తరంగిక వ్యాసార్థాన్ని చూస్తుంది. అంటే Q నుంచి బయలుదేరిన తరంగిక CD', R' వద్ద స్పర్శిస్తుంది. అలాగే AC' మధ్య గల ఏ బిందువు నుంచి బయలుదేరిన తరంగిక కూడా t కాలం తర్వాత CD' ని స్పర్శిస్తాయి. కనుక CD', A, C' మధ్యగల బిందువుల నుంచి బయలుదేరిన గౌణ తరంగికల ఉమ్మడి అచ్ఛాదనను సూచిస్తుంది. అందుచేత హైగన్స్ సూత్రం ప్రకారం CDను వక్రీభవన తరంగాగ్రాన్ని సూచిస్తుంది.

పటము 19.4 ప్రకారం

$$\angle IAN + \angle NAB = 90^\circ = \angle NAB + \angle BAC \qquad (19.12)$$

కనుక $\angle IAN = \angle i = \angle BAC$

అదేవిధంగా

$$\angle N'CI + \angle N_1'CR = 90 = \angle N'CR' + \angle R'CQ \qquad (19.14)$$

లేదా

$$\angle r = \angle R'CQ = \angle ACD \qquad (19.15)$$

త్రిభుజము ABC, త్రిభుజము ACD' ల నుంచి

$$\frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } r} = \frac{\text{Sin } \angle BAC}{\text{Sin } \angle ACD'} = \frac{BC/AC}{AD'/AC} = \frac{BC}{AD'} \qquad (19.16)$$

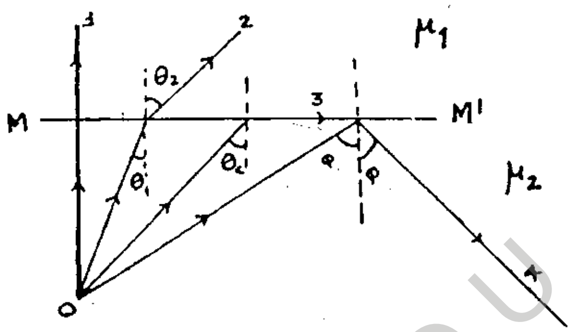
లేదా

$$\frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } r} = \frac{c_1 t}{c_2 t} = \frac{c_1}{c_2} \quad \mu_{21} \qquad (19.17)$$

సమీకరణం 19.17 వక్రీభవన సూత్రాన్ని సూచిస్తుంది. ఇచ్చట μ_{21} యానకం 1 ననుసరించి యానకం 2 యొక్క వక్రీభవన గుణకము.

19.6 సంపూర్ణంతర పరావర్తనము – అనువర్తనాలు

కాంతి తరంగాల సాంద్రతర యానకం నుంచి విరళయానకం లోనికి పయనించు సందర్భాలలో మాత్రమే సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం చెందడానికి వీలవుతుంది. పటము 19.5లో చూపినట్లు



పటము 19.5

సాంద్రతర యానకంలో O బిందువు వద్ద కాంతి జనకం ఉదంనుకొందాం. సాంద్రతర యానకం వక్రీభవన గుణకం μ_1, విరళయానకం వక్రీభవనం గుణకం μ_2 అనుకొందాము. ఈ రెండు యానకాలను వేరుచేయు తలం MM^1 అనుకొందాము. O నుంచి MM^1 కు లంబంగా పతనమయ్యే కాంతి కిరణం అదే దిశలో రెండవ యానకంలో కూడా ప్రసరిస్తుంది. దీనిని పటము 19.6తో సూచించినాము. MM^1 తలం మీద పతనమయ్యే కాంతి కిరణం పతన కోణం θ_1 అయిన అది వక్రీభవన తలానికి పతన బిందువు వద్ద గీచిన లంబానికి θ_2 కోణం చేస్తూ వక్రీభవన కిరణం విరళయానకంలో పయనిస్తుంది. వక్రీభవన సూత్రం ధారంగా

$$\frac{\text{Sin}\theta_2}{\text{Sin}\theta_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \qquad (19.18)$$

$\mu_2 > \mu_1$ కనుక పరావర్తన కోణం θ_2 కన్న అధికంగా వుంటుంది. కాంతి జనకం నుంచి MM^1 తలానికి పతనమయ్యే పతన కిరణం యొక్క పతనకోణం పెరిగే కొద్ది వక్రీభవన కోణం కూడా పెరుగుతుంది. పతన కోణం θ_3 అయినప్పు డు వక్రీభవన కోణం వక్రీభవన తలాన్ని అనుస్పర్శిస్తుంది. దీనిని కిరణము 3గా పటము 19.6లో సూచించినాము. ఇచ్చట వక్రీభవన కోణం 90°. వక్రీభవన కిరణం వక్రీభవన తలాన్ని అనుస్పర్శిస్తూ వెళ్ళేలా పతనమయ్యే కాంతి కిరణ పతన కోణాన్ని సందిగ్ధకోణం అంటారు. సందిగ్ధకోణం కంటె ఎక్కువ పతనకోణం గల ఏ కాంతి కిరణం కూడా MM^1 తలం మీద పతనమయినప్పుడు అది వక్రీభవనానికి లోనుకాదు. అదే యానకంలోనికి పరావర్తనం చెందుతుంది. కిరణం 4 దీనిని సూచిస్తుంది. ఈ ప్రక్రియనే సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం అంటారు. స్నెల్ నియమాన్ని బట్టి

$$\frac{\text{Sin } 90}{\text{Sin } \theta_c} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \qquad (19.19)$$

గాజు, గాలి, యానకాలకు

$$\sin \theta_c = \frac{1.00}{1.50} = 0.667 = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

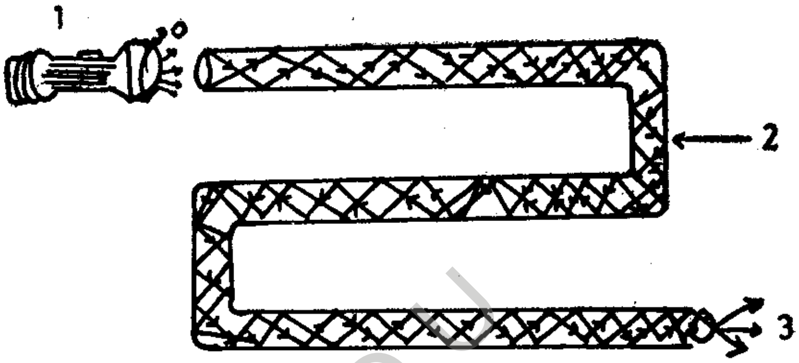
$$\therefore \ \theta_c = \sin^{-1} 0.667 = 41.8^\circ$$

గాజు గాలి యానకాలను వేరుచేయు ఉమ్మడి తలంమీద కాంతి కిరణం 31.8° కంటె ఎక్కువ కోణం చేస్తూ పతనమయినప్పు డే అది సంపూర్ణాంతర పరావర్తనానికి లోనవుతుంది.

అవగాహన పరీక్ష

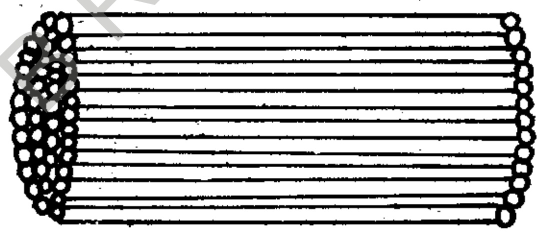
సంపూర్ణాంతర పరావర్తన దృగ్విషయాన్ని గమనించడానికి కావలసిన పరిస్థితు లేవి?

సంపూర్ణంతర పరావర్తన దృగ్విషనువర్తనాలు అనేకం కలవు. గాజుతోగానీ పారదర్శకమైన ప్లాస్టిక్ (acrylic plastic)తోగానీ, తయారుచేసిన కడ్డీలకు ఒక అంచులో కాంతి కిరణాలను సందిగ్ధకోణం కంటె ఎక్కువ కోణం చేస్తూ పతనమయ్యేలా చేయుటద్వారా కాంతిని ఒక చోటినుంచి మరొక చోటికి ప్రసారం చేయవచ్చు. ఈ ప్రక్రియలో కాంతి తీవ్రతలో నష్టం తక్కువగా ఉంటుంది. కడ్డీ అంచుల వద్ద కాంతికిరణం సంపూర్ణాంతర పరావర్తనానికి లోనవుతూ కడ్డీ ఆకార రేఖవెంబడి పయనిస్తుంది.



పటము 19.6

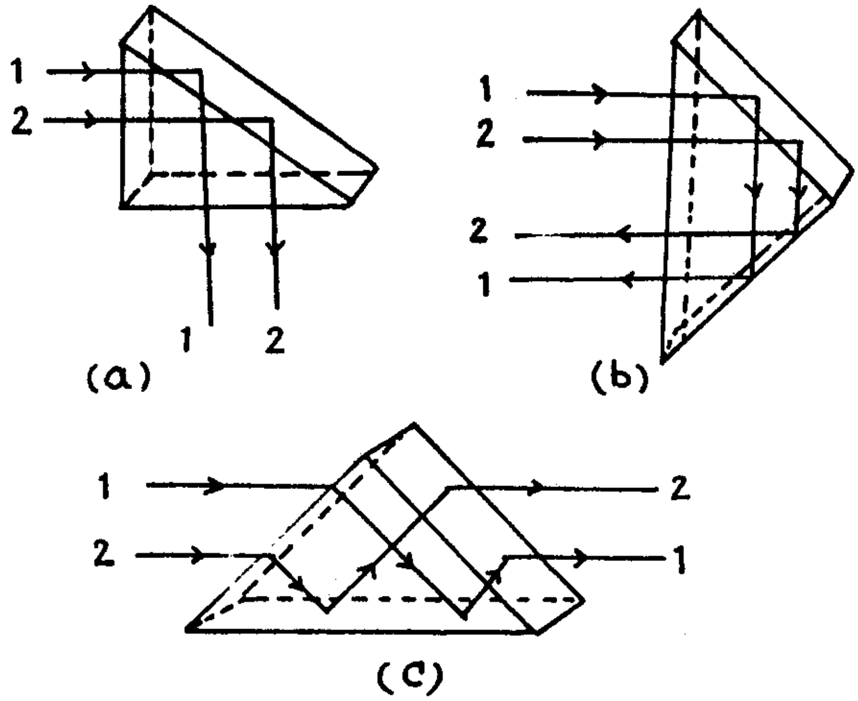
పటము 19.6లో చూపిన విధంగా కడ్డీ వంపుగా ఉన్ననూ కాంతిని ఒక అంచునుంచి మరొక అంచుకు ప్రసరింపజేయవచ్చు ప్రత్యేకంగా తయారు చేసిన పారదర్శక కడ్డీలను కాంతి దర్శినులుగా ఉపయోగించవచ్చును. ఈ కడ్డీల ద్వారా కాంతి మాత్రమే ప్రసరింపజేయవచ్చు. కానీ, ప్రతిబింబాలను



పటము 19.7

ప్రసారం చేయుటకు పటము 19.7లో చూపినట్లుగా ఒకదాని కొకటి సమాంతరంగా అమర్చిన గాజు తంతువుల సముదాయాన్ని వాడవలసి ఉంటుంది. ఇచ్చట ప్రతి తంతువు ప్రతిబింబంలోని కొద్ది భాగాన్ని మాత్రమే ప్రసారం చేస్తుంది. గాజు తంతువుల సముదాయం ఒక చివర చిత్రాన్ని ఉంచినప్పు డు చిత్రంలోని ఒక్కొక్క భాగం నుండి బయలుదేరిన కాంతి కిరణం ఒక్కొక్క తంతువుగుండా ప్రసరిస్తుంది. తద్వారా తంతు సముదాయం చివర ప్రతిబింబాన్ని చూడవచ్చు. ప్రతిబింబాలను ప్రసారం చేయుటకు దృశాతంతువుల ద్వారా తయారు చేసిన పరికరాన్ని తంతుదర్శిని అంటారు. వైద్య శాస్త్రంలోను, పరిశ్రమలలోను తంతు దర్శిని ఉపయోగాలు ఎన్నో కలవు. రోగి నోటిసందలి అనువుగాని భాగాలను దంతవైద్యుడు తంతుదర్శిని నుపయోగించి సులువుగా పరిశీలించగలడు.

కడుపులోని భాగాన్ని చూడడానికి ఉపయోగించే గ్యాస్ట్రోస్కోప్, కందర తంతువులను, చర్మకణాజలాన్ని రక్తనాళాలను పరిశీలించుటకు వాడే హైపోడర్మిక్ సూది తంతు దర్శిని కోవకు చెందిన పరికరాలే.



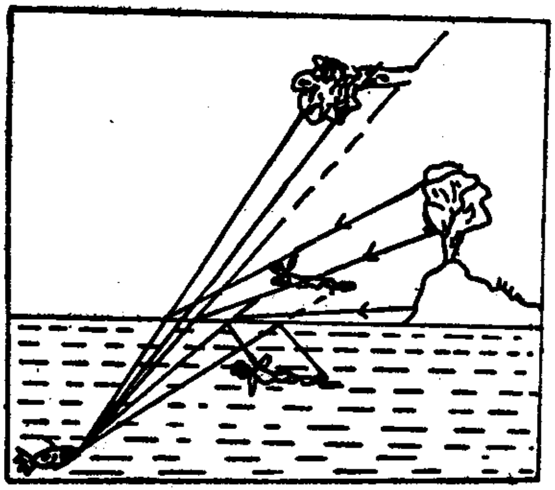
పటము 19.8

యంత్రాలలో సామాన్యంగా చూడడానికి అందుబాటులో లేని ప్రదేశాలను పరిశీలించడానికి, టర్బైన్ బ్లేడ్‌లను, బాయినర్ గొట్టాలను కేంద్రక రియాక్టర్‌ల వివిధ భాగాలను పరిశీలించడానికి తంతు దర్శినులను ఉపయోగించవచ్చు.

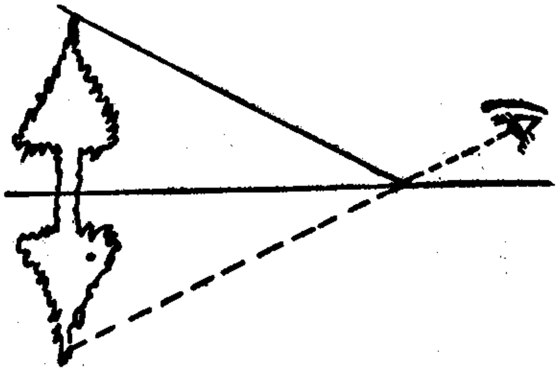
సంపూర్ణాంతర పరావర్తన దృగ్విషయం ఆధారంగా నిర్మించిన సంపూర్ణ పరావర్తన పట్టకాలను దృశాసాధకాలలో వాడుతారు. పటము 19.8లో ఇలాంటి పట్టకాలు కొన్నింటిని చూడవచ్చు.

నీటి అడుగున ఉన్న చేప కంటికి బయటి ప్రపంచం ఎట్లా కనబడుతుందో సంపూర్ణాంతార పరావర్తన, దృగ్విషయం ఆధారంగా కనుగొనవచ్చు.

పటము 19.9లో చూపిన విధంగా నీటిలో ఈదుచున్న ఈతగాడు చేపకంటికి నీటిపై భాగాన తేలియాడు తున్నట్లు, నీటి ఒడ్డున ఉన్న చెట్లు గాలిలో తేలియాడుతున్నట్లు కనబడుతాయి. అట్లాగే ఉదయిస్తున్న, అస్తమిస్తున్న సూర్యుడు ఆకారంలో కొంత ఎత్తున ఉన్నట్లు చేప కంటికి



పటము 19.9



పటము 19.10

గోచరిస్తుంది. ఎడారులలో ఏర్పడే ఎండమావులు సంపూర్ణాంతర పరావర్తన ప్రక్రియవలననే. ఉష్ణోగ్రతవల్ల భూమికి సమీపంగా ఉండే గాలి వేడెక్కి పై భాగంలో ఉండే గాలి పొరలకన్న తేలికగా ఉంటుంది. కనుక భూమికి దగ్గరగా ఉండే పొరలు విరళ యానకంగా ఉంటాయి. అందువలన పటము 19.10లో చూపినట్లు చెట్ల నుంచి కోణాలు సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం చెంది ప్రతిబింబం తలక్రిందులుగా ఏర్పడినట్లు మన కంటికి గోచరిస్తుంది. అందుచేతనే దూరంగా నీరు ఉందేమోనన్న భ్రమకలుగుతుంది.

19.7 సారాంశం

కాంతికణ సిద్ధాంతం, కాంతి తరంగ సిద్ధాంతం, కాంతి ప్రసరణను వివరిస్తాయి. కాంతికి ద్వంద్వ స్వభావము ఉంది. హైగన్స్ సిద్ధాంత ప్రకారం తరంగాగ్రం నందలి ప్రతిబిందువు గౌణ తరంగాల జనకాలుగా పనిచేస్తాయి. కాంతి సాంద్రతర యానకం నుండి విరళ యానకంలోనికి ప్రయాణించినపుడు సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం చెందటాన్ని చూడగలం.

19.8 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

1. కాంతి సాంద్రతరయానకం నుండి విరళయానకంలోనికి ప్రయాణించాలి.
2. సాంద్రతర యానకంలోని పతనకోణం, రెండు యానకాల సందిగ్ధ కోణంకన్నా ఎక్కువగా ఉండాలి.

19.9 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. ఏ నియమాలు పాటించినపుడు సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం జరుగుతుందో వివరించండి. సంపూర్ణాంతర పరావర్తన ప్రక్రియ ఆధారంగా కొన్ని అనువర్తనాలను పేర్కొనండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. తరంగ ప్రసారం సమతల, గోళాకార, స్థూపాకార తరంగాగ్రాలుగా జరగగలదని చూపండి.
2. పరావర్తన దృగ్విషయాన్ని హైగన్స్ తరంగ సిద్ధాంతం ఆధారంగా వివరించండి.
3. వక్రీభవన ప్రక్రియను హైగన్స్ తరంగ సిద్ధాంత ద్వారా ఎలా విపులీకరిస్తారో తెలపండి.

III. క్రింది లెక్కను సాధించండి.

గాజునీరు యానకాల వక్రీభవన గుణకాలు వరుసగా 1.5, 1.33 అయిన గాజు యానకం నుంచి నీటి లోనికి కాంతి కిరణాలు ప్రసరించు సందిగ్ధకోణం ఎంతో కనుగొనండి. (62° 28)

భాగం–20 : వ్యతికరణ వ్యూహంతీవ్రత, పలుచని పొరలనుండి వ్యతికరణం

విషయక్రమం

20.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో వ్యతికరణ దృగ్విషయ వివరణ ఉంది. మీరు చదివి అర్థం చేసుకొనడానికి అనువుగా శాశ్వత వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడటానికి పాటించవలసిన షరతులు రాబట్టటం జరిగింది. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత సబ్బుబుడగలు, నీటి ఉపరితలంపై తేలియాడే తైలపదార్థం పై కనిపించే ఉజ్వల రంగులకు కారణాలు వివరించగలుగుతారు.

20.2 ప్రవేశిక

తరంగ చలనం రెండు రకాలుగా జరుగుతుంది. ఇవి అనుదైర్ఘ్య తరంగ చలనం, తిర్యక్ తరంగ చలనం, అనుదైర్ఘ్య తరంగ చలనంలో యానకంలోని కణాలు ప్రసారదిశలో తమ మధ్యమ స్థానం కేంద్రంగా కంపనానికి లోనవుతాయి. తిర్యక్ తరంగ చలనంలో యానకంలోని కణాల ప్రసార దిశకు లంబదిశలో తమ మధ్యమ స్థానం కేంద్రంగా కంపనానికి లోనవుతాయి. కాంతి ప్రసరణకు వివరించుటకు తరంగ సిద్ధాంతాన్ని ప్రతిపాదించినవుడు హైగన్స్ కాంతి తరంగాలకు అనుదైర్ఘ్య తరంగాలుగా భావించారు. ఈ ప్రాతిపదిక హైగన్స్ పరావర్తన వక్రీభవన, ద్వివక్రీభవన దృగ్విషయాలకు విపులీకరించగలిగాడు. కానీ కాంతి కిరణం ఋజుమార్గంలో పయనించే దృగ్విషయాన్ని కాంతి తరంగాలు అనుదైర్ఘ్య తరంగాలుగా భావించిన విపులీకరించుటకు వీలుకాదు. ఫ్రెనెల్, యంగ్ అను శాస్త్రజ్ఞులు కాంతి మార్గంలో పయనించి ప్రక్రియను వివరించగలిగారు. వ్యతికరణ దృగ్విషయం ఏ తరంగ ప్రక్రియకైనా అనువర్తిస్తుంది. కాంతి తరంగాల వలన వ్యతికరణ దృగ్విషయాన్ని ఎలా పరిశీలించవచ్చు ప్రస్తుతం అధ్యయనం చేద్దాము.

20.3 వ్యతికరణ దృగ్విషయము

x- అక్షం వెంబడి ధనదిశలో ప్రసరిస్తున్న కాంతి తరంగాలను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

లేదా $y = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \upsilon t\right)$ (20.2)

లేదా $y = A \operatorname{Sin}(kx - \omega t)$ (20.3)

పై సమీకరణంలో $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = 2\pi\upsilon$, A, λ, T, x, υ, ω, kలు వరుసగా తరంగ కంపన పరిమితిని, తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని తులనావర్తకకాలాన్ని, స్థానభ్రంశాన్ని, పౌనఃపున్యాన్ని, కోణీయ పౌనఃపున్యాన్ని, తరంగ సదిశరాశిని సూచిస్తాయి.

ఏదేని బిందవువద్ద కాంతితీవ్రత ఆ బిందవువద్ద కాంతి తరంగ కంపన పరిమితి వర్గానికి అనుపాతంలో ఉంటుంది. $2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$ పదము దశా కోణాన్ని సూచిస్తుంది. ఏదేని బిందువు వద్ద రెండులేక అంతకంటె ఎక్కువ తరంగాలు ఏకకాలంలో కలిస్తే ఎలాంటి ఫలితాలు ఏర్పడతాయో ముందుగా తెలుసుకొందాము.

ఒక పౌనఃపున్యం, కంపన పరిమితి గల రెండు తరంగాలు X అక్షం వెంబడి ధనాత్మక దిశలో ఒకే వేగంతో పయనిస్తున్నాయని అనుకొందాము. ఈ రెండు తరంగాల దశాభేదం φ అనుకొందాము. వీటిని కింది సమీకరణాల ద్వారా సూచింపవచ్చు.

$$Y_1 = Y_m \operatorname{Sin}(k_x - \omega t - \phi) \quad (20.4)$$

$$Y_2 = Y_m \operatorname{Sin}(k_x - \omega t) \quad (20.5)$$

ఇచ్చట Y_m తరంగాల కంపన పరిమితిని సూచిస్తుంది. అధ్యారోహణ సూత్రం ఆధారంగా వివిధ తరంగాలవల్ల ఏదైనా ఒక బిందువువద్ద ఏర్పడే ఫలితస్థానభ్రంశం ఒక్కొక్క తరంగంవల్ల విడివిడిగా ఆ బిందువువద్ద ఏర్పడే స్థానభ్రంశాల బీజీయ మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుంది. ఈ సూత్రం ఆధారంగా ఫలిత తరంగాన్ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$y = y_1 + y_2 = y\ (\operatorname{Sin}(kx - \omega t - \phi) + \operatorname{Sin}(kx - \omega t)) \quad (20.6)$$

త్రికోణమితి ఫలితం.

$$\operatorname{Sin} A + \operatorname{Sin} B = 2 \operatorname{Sin} \frac{A+B}{2} \operatorname{Cos} \frac{A-B}{2} \quad (20.7)$$

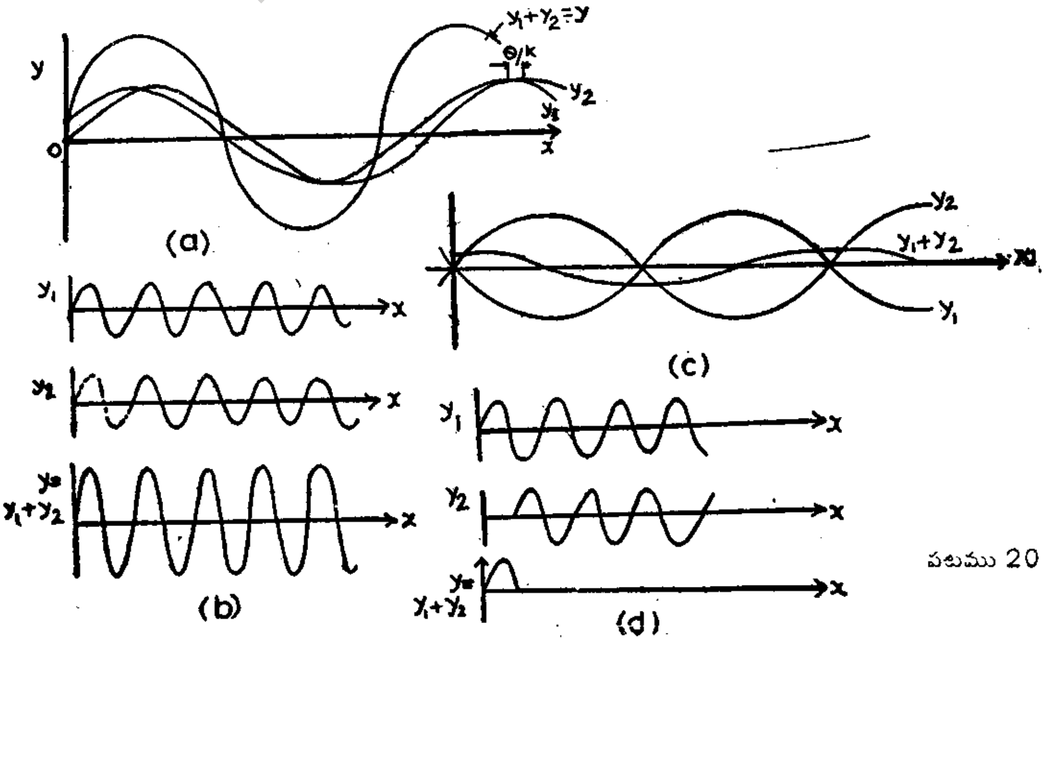
ఆధారంగా సమీకరణం 20.6 ను కిందివిధంగా సూచించవచ్చు.

$$y = y\ (2 \operatorname{Sin}(kx - \omega t - \phi/2) \operatorname{Cos} \phi/2) \quad (20.8)$$

లేదా

$$y = (2y_m \operatorname{Cos} \phi/2)\ /\ (kx - \frac{\omega t}{\phi/2}) \quad (20.9)$$

ఫలిత తరంగం పౌనఃపున్యం అధ్యారోహణానికి లోనయిన తరంగాల పౌనఃపున్యానికి సమానంగా ఉంటుంది: కానీ దీని కంపన పరిమితి $2Y_m \operatorname{Cos} \phi/2$గా ఉంటుంది. దశాభేదం φ అయినప్పు డు ఫలిత

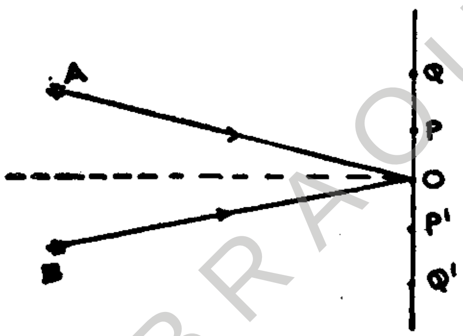


పటము 20.1

తరంగ కంపన పరిమితి $2y_m$ అవుతుంది. అధ్యారోహణానికి సరైన రెండు తరంగాలు ఏ బిందువు వద్దనైనా ఒకేదశలో ఉంటాయి. ఒక తరంగం యొక్క శృంగం ద్రోణి రెండవ తరంగం శృంగం ద్రోణిలతో ఏకీభవిస్తాయి. ఇలా జరిగినప్పుడు తరంగాలు రెండు. నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణకు లోనయినాయని చెప్పవచ్చు. దశాభేదం $\phi = 180^\circ$ ఉన్నప్పుడు ఫలిత తరంగ కంపన పరిమితి శూన్య విలువను పొందుతుంది. అంటే ఒకదాని ద్రోణి రెండవదాని శృంగంతోను, ఏకీభవిస్తాయి. అలాంటప్పుడు రెండు తరంగాలు వినాశక వ్యతికరణకు లోనయినాయని అంటారు. దశాభేదం $\phi 1 \simeq 0$ (పటం 20.1(a)) $\phi = 0$ లేక 2π పటం (20.1(b)) $\phi \simeq \pi$ పటం (20.1(c)) $\phi \simeq \pi$ పటం (20.1(d)) ఉన్నప్పుడు రెండు తరంగాలు ఎలా వ్యతికరణ చెందుతాయో పటము 20.1లో చూడవచ్చు.

పటము 20.1 పరిశీలిస్తే, శాశ్వత వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడాలంటే ఒకే పౌనఃపున్యం, దాదాపు సమానమైన కంపన పరిమితి ఏకాలంలో తీసికొన్నా నిర్దిష్ట దశాభేదం ఉన్న రెండు కాంతి తరంగ జనకాలు అవసరమని తెలుస్తుంది. ఇలాంటి కాంతి జనకాలనే సంబద్ధ కాంతి జనకాలు అంటారు.

20.2లో చూపినట్లు సర్వసమానమైన కాంతి తరంగాలు వేరు వేరు మార్గాలలో పయనిస్తు ఒక బిందువు వద్ద కలిసినపుడు కలిగే వ్యతికరణ ఫలితాలను తెరమీద చూడవచ్చు. A, Bలు సర్వసమానమైన కాంతి తరంగ జనకాలు. OA, OBకి సమానం గనుక ఈ రెండు కాంతి తరంగాలు O వద్ద చేరినప్పుడు వాటిమధ్య పథభేదం శూన్యం గనుక O వద్ద కాంతి తీవ్రత గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. O నుంచి ఇరువైపుల తెరపైన బిందువులను పరిగణిస్తే రెండు తరంగ శ్రేణులమధ్య పథభేదం మారుతూ ఉంటుంది. P, P^1 బిందువుల వద్ద పథభేదం $\lambda/2$ ఉన్నదనుకొందాము. అంటే దశాభేదం π అవుతుంది. ఈ బిందువుల వద్ద ఫలిత బలం తరంగ స్థానభ్రంశం శూన్యమవుతుంది. అంటే తరంగాలు రెండు ఇచ్చట వినాశక వ్యతికరణానికి లోనియి ఫలితంగా P, P^1 చీకటి బిందువులుగా మనకు గోచరిస్తాయి.



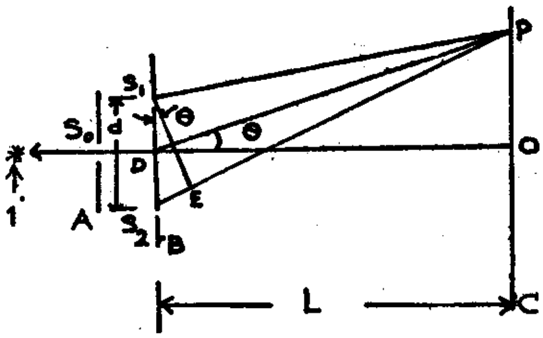
పటము 20.2

Q, Q^1 బిందువుల వద్ద రెండు తరంగ శ్రేణులమధ్య పథభేదం λ అయితే అక్కడ దశాభేదం 2π అవుతుంది. ఫలితంగా తరంగాలు నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణకు లోనవుతాయి. ఈ బిందువులు కాంతి వంతంగా గోచరిస్తాయి. ఏ బిందువు వద్దనయినా రెండు తరంగాలమధ్య పథభేదం $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$ అయితే అవి నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణకు, పథభేదం $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2$ అయితే వినాశక వ్యతికరణకు లోనవుతాయి. తెరమీద Oకి ఇరువైపుల క్రమానుగతిలో ఏకాంతర వెలుగు చీటి బిందువులు ఏర్పడుతాయి. వీటినే వ్యతికరణ పట్టీలు అంటారు. ఈ ప్రక్రియనే వ్యతికరణమని అంటారు.

20.4 యంగ్ ప్రయోగము, సిద్ధాంత వివరణ

కాంతి తరంగాలు వ్యతికరణ చెందుతాయని 1801లో మొట్టమొదట ప్రయోగాత్మకంగా నిరూపించిన శాస్త్రజ్ఞుడు థామస్ యంగ్, ఆ కాలంలో కాంతితరంగ సిద్ధాంతానికి ప్రయోగాత్మక ఋజువుగా ఇది ప్రబల నిదర్శన మయినందున ఈ ప్రయోగం ఎంతో ప్రాముఖ్యతను సంతరించుకున్నది.

నీటిలో అమర్చుతారు. శ్రుతిదండాలు కంపింప జేసినప్పుడు సూదులు కేంద్రాలుగా తరంగాలు నీటి ఉపరితలంమీద ప్రసరిస్తాయి. ఇవి వ్యతికరణం చెంది వ్యతికరణ వ్యూహం పటం 20.4లో చూపిన మాదిరి ఏర్పడుతుంది.



పటం 20.4

యంగ్ ప్రయోగ ఫలితాలను పరిమాణాత్మకంగా విశ్లేషణ చేద్దాము. పటము 20.4లో చూపినట్లు జంట చీలికల మధ్య దూరం d అనుకొందాము. కాంతి జనకం ఏకవర్ణ కాంతి జనకంగాను దాని తరంగదైర్ఘ్యం λ అని అనుకొందాము. B, C తెరల మధ్య దూరం L అనుకొందాము. తెర C మీద ఏదేని బిందువు Pని గ్రహిద్దాము. ఇది వెలుగు బిందువుగా ఉండాలంటే, జంట చీలికల నుండి వెలువడే కాంతి తరంగాల P వద్ద ఒకే దశను కలిగి ఉండాలి. అంటే S_2, S_1ల నుంచి Pని చేరే కాంతి పథాల భేదం తరంగ దైర్ఘ్యానికి పూర్ణాంకగుణకంగా ఉండాలి. కనుక

$$S_2P - S_1P = S_2E = n\lambda \qquad (20.10)$$

ఇచ్చట λ పూర్ణాంకము. దీని విలువ 0, 1, 2 ...... ఉంటుంది. S_2E పథభేదాన్ని సూచిస్తుంది. జంట చీలికల మధ్య దూరం d, BC తెరల మధ్య దూరం L కన్న చాలా తక్కువగా ఉన్నచో S_1E, S_2P కి లంబంగా ఉంటుంది. ఇలా ఉన్నప్పుడు $\angle S_2S_1E = \angle PDO$. ఈ కోణాన్ని θగా పటము 20.4లో చూపినాము. త్రిభుజము S_1S_2E ని తీసికొన్నచో

$$\frac{S_2E}{S_1S_2} = \sin\theta \qquad (20.11)$$

కనుక

$$S_2E = S_1S_2 \sin\theta = d \sin\theta \qquad (20.12)$$

త్రిభుజం PDOని తీసికొంటే

$$\tan\theta = \frac{OP}{OD} = \frac{x}{L} \qquad (20.13)$$

θ విలువ చాలా తక్కువగా ఉన్నట్లయితే $\tan\theta = \sin\theta$ అవుతుంది. కనుక

$$\sin\theta = \frac{x}{d} \qquad (20.14)$$

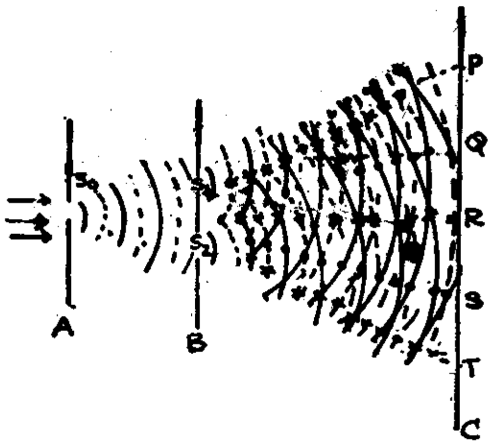
పై సమీకరణంలో x , O నుంచి Pకి గల మధ్యదూరాన్ని తెలుపుతుంది. సమీకరణాలు 20.12, 20.14ననుసరించి

$$S_2E = \frac{xd}{L} \qquad (20.15)$$

వెలుగు పట్టీలు : తరంగాలు నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణకు లోనయినప్పుడు వెలుగు పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణం జరగాలంటే పథభేదం తరంగ దైర్ఘ్యానికి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉండాలి. P వెలుగు పట్టీగా ఉండాలంటే

$$S_2E = \frac{xd}{L} = n\lambda \qquad (20:16)$$

యంగ్ ప్రయోగపు ఏర్పాటును పటము 20.3లో చూడవచ్చు. ఇచ్చట సూర్యకాంతి తెర A లో ఏర్పరచిన సూదిమొన రంధ్రం S_0 మీద పడునట్లు ఏర్పాటు చేయబడినది. S_0 నుంచి వెలువడే కాంతి ప్రసరిస్తూ తెర B లో ఏర్పరచిన సూదిమొన రంధ్రాలు S_1, S_2 ల మీద పతనమవుతుంది. S_1, S_2లు కాంతి జనకాలుగా పనిచేస్తాయి. S_1, S_2ల నుంచి ప్రసారితమయ్యే కాంతి తరంగాలు అతి పాతం చెందుటద్వారా వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడుతుంది. దీనిని తెర C మీద చూడవచ్చు. థామస్ యంగ్ కాంతివంతమైన వివిధ రంగులను పట్టీలను, చీకటి పట్టీలను తెరమీద గమనించాడు. సూర్యకాంతికి బదులు ఏకవర్ణ కాంతిని S_1, S_2 సూదిమొన రంధ్రాలను బదులుగా చీలికలను ఉపయోగించినచో సమాన ఎడము ఉన్న వెలుగు చీకటి పట్టీలుగల వ్యతికరణ వ్యూహాన్ని తెరమీద చూడవచ్చు.



పటము 20.3

యంగ్ ప్రయోగంలో సూదిమొన రంధ్రాలు జ్యామితీయ నీడలను ఏర్పరచవు. ఇవి కేవలం హైగన్స్ తరంగికల జనకాలుగా మాత్రమే పనిచేస్తాయి. హైగన్స్ సూత్రం ప్రకారం S_0 బిందు జనకంగా పనిచేసే గోళాకార తరంగాగ్రాలను ప్రసారం చేస్తుంది. ఈ గోళాకార తరంగాగ్రం S_1, S_2 సూదిమొన రంధ్రాలమీద పడినప్పుడు S_1, S_2 లు బిందుజనకాలుగా పనిచేస్తాయి. S_1, S_2 ల నుంచి బయల్పడిన గోళాకార కాంతి తరంగాలు తెర C మధ్య ప్రదేశంలో ప్రసరితమవుతాయి. దీనిని పటము 20.3లో గమనించవచ్చు. S_1, S_2లు S_0 నుంచి సమాన దూరంలో ఉన్నందున అవి S_0 నుంచి వెలువడే ఒకే కాంతి తరంగంలో ఉద్దీపనం చేయబడుతాయి. కనుక S_1, S_2 కాంతి జనకాలు సంబంధంగా ఉంటాయి. అంటే S_1, S_2లనుంచి వెలువడే కాంతి తరంగాలు ఒకే పౌనఃపున్యం, ఒకే కంపన పరిమితి ఏ కాలంలోనైనా నిర్దిష్ట దశాభేదాన్ని కలిగి ఉంటాయి. ఏదేని బిందువు వద్ద తీవ్రత ఆ బిందువు వద్ద S_1, S_2 నుంచి బయలుదేరిన తరంగాల దశాభేదాల మీద ఆధారపడుతుంది. తెర C మీద వ్యతికరణ పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. తెరమీద T లాంటి బిందువుల వద్ద చేరే రెండు తరంగ శ్రేణుల శృంగాలు, ద్రోణులు ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవించి ఉంటాయి. కనుక నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణం జరిగి ఆ బిందువులు వెలుగు పట్టీలుగా కనబడుతాయి. అలాగే S లాంటి బిందువు వద్ద చేరే రెండు తరంగశ్రేణులలో ఒకదాని శృంగాలు రెండవదాని ద్రోణులతోను మొదటి దాని ద్రోణులు రెండవదాని శృంగాలతోను ఏకీభవిస్తాయి. కనుక వినాశక వ్యతికరణం జరిగి వా బిందువులు చీకటి బిందువులుగా కనబడుతాయి.

S_1, S_2 చీలికలలో ఏ ఒక దానిని మూసివేసినా చీకటి పట్టీలు మాయమయి తెర అంతా కాంతివంతమౌతుంది. ఒక చీలిక మాత్రమే తెరువబడినప్పుడు తెరమీద కాంతివంతంగా కనబడే బిందువు రెండు చీలికలను తెరచినప్పుడు చీకటి బిందువుగా గోచరించే దృగ్విషయాన్ని కణమయ సిద్ధాంతం విపులీకరించలేదు. కాని తరంగ సిద్ధాంతం ఈ ప్రక్రియను విపులీకరిస్తుందనే విషయం యంగ్ ప్రయోగం ద్వారా విశదమౌతుంది.

వ్యతికరణ దృగ్విషయము కాంతితరంగాలకే కాక అన్ని రకాలయిన తరంగాలకు **అనువర్తిస్తుంది.** సమాన పౌనఃపున్యంగల రెండు శ్రుతి దండాల కొనలకు సూదులను కట్టి రిపుల్‌టాంక్

లేదా

$$x = \frac{n\lambda L}{d} \quad (20.17)$$

n = 1 అయితే $x_1 = \frac{\lambda L}{d}$ (20.18)

n = 2 అయితే $x_2 = \frac{2\lambda L}{d}$ (20.19)

n = 3 అయితే $x_3 = \frac{3L\lambda}{d}$ (20.20)

క్రమానుగత వెలుగు పట్టీల మధ్య దూరం

$$x_n - x_{n-1} = \frac{n\lambda L}{d} - \frac{(n-1)\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} \quad (20.21)$$

చీకటి పట్టీలు : తరంగాలు వినాశక వ్యతికరణానికి లోనియయనప్పుడు చీకటి పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. వినాశక వ్యతికరణం జరగాలంటే పథభేదం అర్ధతరంగ దైర్ఘ్యానికి బేసి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉండాలి. కనుక P చీకటి పట్టిగా ఉండాలంటే

$$\frac{xd}{L} = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \quad 20.22)$$

ఇచ్చట n = 0, 1,2,......

$$x = (2n+1)\frac{\lambda L}{2d} \quad (20.23)$$

n = 0 అయితే $x_0 = \frac{\lambda L}{2d}$ (20.24)

n = 1 అయితే $x_1 = \frac{3}{2}\frac{\lambda L}{d}$ 20.25)

n = 2 అయితే $x_2 = \frac{5}{2}\frac{\lambda L}{d}$ (20.26)

క్రమానుగత చీకటి పట్టీల మధ్య దూరం

$$x - x = \frac{(2n+1)\lambda L}{2d} - \frac{(2n-1)\lambda L}{2d}$$

$$= \frac{\lambda L}{d} \quad (20.27)$$

క్రమానుగత వెలుగు పట్టీల మధ్య దూరాన్ని లేదా క్రమానుగత చీకటి పట్టీల మధ్య దూరాన్ని పట్టి వెడల్పు అంటారు. దీనిని δ తో సూచిస్తే

$$\delta = \frac{\lambda L}{d} \quad (20.28)$$

λ విలువ తక్కువగా ఉంటుంది. కనుక $\frac{L}{d}$ విలువ ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడే పట్టీలను సుస్పష్టంగా చూడగలము.

యంగ్ ప్రయోగంలో జంట చీలికల మధ్య దూరం 0.05 cm చీలికలకు తెరకు మధ్య దూరం 2.5 m కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యం 5893 A^0 అయిన వ్యతికరణ పట్టీల వెడల్పు కనుగొనుము.

$$\delta = \frac{\lambda L}{d} = \frac{5893 \times 10^{-8} \times 250}{0.05} = 295 \text{ mm}$$

సమీకరణం 20.28 ప్రకారం పట్టి వెడల్పు

(i) తరంగ దైర్ఘ్యానికి

(ii) చీలికలకు తెరకు గల మధ్య దూరానికి అనువాతం లోను

(iii) జంట చీలికల మధ్య దూరానికి విలోమాను పాతంలోను ఉంటుంది.

అవగాహన పరీక్ష 1

పట్టీ వెడల్పును నిర్వచించండి.

అవగాహన పరీక్ష 2

వ్యతికరణం చెందే రెండు కాంతి తరంగాల మధ్య పథభేదం

అర్థతరంగదైర్ఘ్యానికి బేసి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే నిర్మాణాత్మకంగా వ్యతికరణ జరుగుతుంది.

మాదిరి లెక్క 2

యంగ్ జంట చీలికల ప్రయోగంలో జంట చీలికల మధ్య దూరం 2.00 mm పట్టీ వెడల్పు 0.30 m చీలికలకు తెరకు మధ్య దూరం 1m అయిన వ్యతికరణ పట్టీ ఏర్పడటానికి ఉపయోగించిన కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యమెంత ?

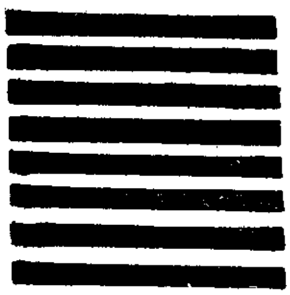
లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం

$d = 0.3\ \text{mm} = 3 \times 10^{-4}\ \text{m};\ d = 2.00\ \text{mm} = 2 \times 10^{-3}\ \text{m}.$

$L = 1\text{m}.$

$$\lambda = \frac{\delta d}{L} = \frac{3 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-3}}{1} = 6 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

$$\lambda = 600 \times 10^{-10}\ \text{m} = 6000\ \text{A}^\circ$$



పటము 20.5

యంగ్ ప్రయోగం ప్రకారం వ్యతికరణ ప్రక్రియ జరగాలంటే ఒకే పౌనఃపున్యం, ఒకే కంపన పరిమితి, ఏ సమయంలోనైనా నిర్దిష్ట దశగల రెండు కాంతి జనకాలు ఉండాలి. ఇలాంటి కాంతి జనకాలు లభించుట దుర్లభము. పౌనఃపున్యము కంపన పరిమితి ఆదిలో నిర్దిష్టదశ ఉన్నప్పటికి కొంత కాలం లోనే ఈ రెండు జనకాల తరంగాలు దశాభేదం కలిగి ఉంటాయి. దశాభేదం కాలంతో మారుతూ ఉంటుంది. కనుక రెండు సంబంద్ధ కాంతి జనకాలు కావాలంటే యంగ్ ప్రయోగంలో చేసినట్లు ఒక కాంతి కిరణ పుంజాన్ని రెండు కాంతి తరంగాలుగా విభజించడమే ఉత్తమమైన మార్గము. ఖచ్చితమైన ఏకవర్ణ అధిక తీవ్రత సంబద్ధతగల లేజర్ కాంతి కిరణాల సుపయోగించి నిసితమైన వ్యతికరణ వ్యూహాన్ని పొందవచ్చు. పటము 20.5లో సాధారణంగా ఏర్పడే వ్యతికరణ వ్యూహాన్ని చూడవచ్చు.

20.4.1 యంగ్ ప్రయోగంలో ఏర్పడు వ్యతికరణ వ్యూహ తీవ్రత

కాంతి తరంగాలు విద్యుదయస్కాంత ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటాయనే విషయము మనకు తెలిసినదే. విద్యుక్షేత్ర సదిశరాశి, అయస్కాంత క్షేత్ర సదిశరాశి ఒకదానికొకటి లంబంగా ఒక తలంలో ఉంటాయి. ఈ తలానికి లంబదిశలో కాంతి ప్రసరణ దిశ ఉంటుంది. విద్యుక్షేత్ర, అయస్కాంత క్షేత్ర పరిమాణాలు కాలంతో మారుతూ ఉంటాయి. ఏదేని ఒక బిందువు వద్ద ఏదో ఒక కాలంలో కాంతి తీవ్రత ఆ బిందువువద్ద విద్యుక్షేత్ర సదిశరాశి తత్కాల విలువ మీద ఆధారపడుతుంది.

పటము 20.5లో చూపిన P అనే బిందువు దగ్గర ఏదేని కాలం t వద్ద రెండు తరంగాల విద్యుక్షేత్రాల విలువలను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు..

$$E_1 = E_0 \sin \omega t \qquad (20.29)$$

$$E_2 = E_0 \sin (\omega t + \emptyset) \qquad (20.30)$$

పై సమీకరణంలో ω కోణీయ వేగాన్ని, ϕ దశాభేదాన్ని సూచిస్తాయి. ϕ విలువ P బిందువు స్థానం మీద ఆధారపడుతుంది. స్థిరజ్యామితీయ అమరిక ఉన్నప్పుడు P వద్ద దశాభేదం కోణం θ గా

ఆధారపడుతుంది. P వద్ద ఫలిత తరంగ విద్యుక్షేత్ర అంశం విలువను అధ్యారోహణ సూత్రం ఆధారంగా తెలుపవచ్చు.

$$E = E_1+E_2 \tag{20.31}$$

లేదా

$$E = E_0 \text{ Sin } \omega t + E_0 \text{ Sin } (\omega t+\phi) \tag{20.32}$$

$$E = E_0 \text{ Sin } \omega t+E_0 \text{ Sin } \omega t \text{ Cos } \phi + E_0 \text{ Cos } \omega t \text{ Sin } \phi \tag{20.33}$$

$$\therefore E = E_0 \text{ Sin } \omega t (1+\text{Cos } \phi) + E_0 \text{ Cos } \omega t \text{ Sin } \phi \tag{20.34}$$

$$E_0 (1+\text{Cos } \phi) = R \text{ Cos } \beta \tag{20.35}$$

$$E_0 \text{ Sin } \phi = R \text{ Sin } \beta \tag{20.36}$$

అనుకొనినచో సమీకరణం 20.34ను కిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$E = R \text{ Sin } \omega t \text{ Cos } \theta + R \text{ Cos } \omega t \text{ Sin } \beta \tag{20.37}$$

లేదా

$$E = R \text{ Sin } (\omega t+\beta) \tag{20.38}$$

సమీకరణం 20.38 సరళ హరాత్మక చలనాన్ని సూచిస్తుంది. ఇచ్చట R కంపన పరిమితిని సూచిస్తుంది. సమీకరణాలు 20.35, 20.36లను వర్గాలను కూడినచో R విలువను పొందవచ్చు.

$$R^2 \text{ Cos}^2 \beta + R \text{ Sin}^2 \beta = Eo^2 (1+\text{Cos}\phi)^2 + E^2o \text{ Sin}^2 \phi \tag{20.39}$$

$$R^2 = E_0^2 (1 + \text{Cos}^2\phi + 2 \text{ Cos } \phi + \text{Sin } \phi) \tag{20.40}$$

$$R^2 = 2E_0^2 (1+\text{Cos } \phi) \tag{20.41}$$

$$R^2 = 4E_0^2 \text{ Cos } \phi/2 \tag{20.42}$$

P బిందువు వద్ద కాంతి తీవ్రత (I) ఫలిత తరంగ కంప ... రిమితి (R) వర్గానికి సమానంగా ఉంటుంది. కనుక

$$I = R^2 = 4E_0^2 \text{ Cos}^2 \phi /2 \tag{20.43}$$

$\beta = \phi/2$ అయిన $I = R^2 = 4 E_0^2 \text{ Cos}^2 \beta$ అని కూడా చూపవచ్చును.

వివిధ సందర్భాలలో I విలువ ఎలా ఉంటుందో సమీకరణం 20.43 ద్వారా కనుగొనవచ్చును.

సందర్భం :1 $\phi = 0, 2\pi, 2(2\pi), 3(2\pi) \ldots n (2\pi)$

లేదా పథభేదం $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots\ldots n \lambda$ అయినప్పుడు

$$I = 4E_0^2 \tag{20.44}$$

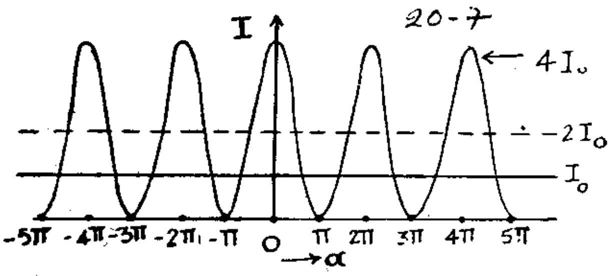
ఏదేని బిందువు వద్ద పథభేదం తరంగ దైర్ఘ్యానికి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే ఆ బిందువు వద్ద కాంతి తీవ్రత గరిష్ఠంగా ఉంటుంది.

సందర్భం : 2 $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots\ldots (2n+1)$గా కానీ లేదా

పథభేదం $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2 \ldots (2n+1) \lambda/2$ కాని ఉన్నచో

$$I = o \tag{20.45}$$

అవుతుంది. అంటే ఏదేని బిందువు వద్ద పథభేదం అర్ధతరంగ దైర్ఘ్యానికి బేసి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే



పటము 20.6

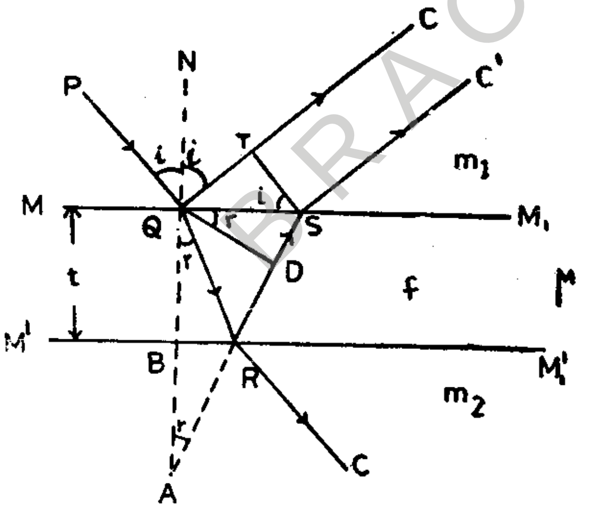
ఆ బిందువువద్ద కాంతి తీవ్రత కనిష్ఠంగా ఉంటుంది. పటము 20, 6 లో యంగ్ ప్రయోగంలో ఏర్పడ వ్యతికరణ వ్యూహ తీవ్రత చూపబడినది.

జంట చీలికలలో ఏదో ఒకదానిని మూసినప్పు డు తెరమీద ఏర్పడే కాంతి తీవ్రతను పటము 20.6లో I_0 ద్వారా సూచించినాము. రెండు చీలికలను తెరచినప్పుడు వాటినుంచి వెలువడే కాంతితరంగాలు అసంబద్ధంగా ఉంటే తెరమీద కాంతి తీవ్రత $2I_0$ ఉంటుంది. దీనిని కూడా పటము 20.6లో చూపినాము. జంట చీలికల నుంచి వెలువడే కాంతి తరంగాలు యంగ్ ప్రయోగంలో మాదిరి సంబద్ధంగా ఉంటే తెరమీద కాంతితీవ్రత పునర్వితరణ చెందుతుంది. శక్తివినాశనము చేయలేము. సృష్టించలేము. కనుక కనిష్ఠ తీవ్రత గల బిందువులకు మార్పిడి చేయబడుతుంది. పటమువ 29.6లో చూపినట్లు కాంతి తీవ్రత విలువ Eo^2 అంటే $4I_0$ ఉంటుంది. ఇది వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడినప్పు డు ఉండే కాంతి తీవ్రతకు సమానము.

20.5 పలుచటి పటలముల వలన వ్యతికరణము

సబ్బు బుడగల మీద, నీటి ఉపరితలంపై ఉన్న తైల పదార్థ పటలాల మీద ఉజ్వల రంగులు మనము అప్పు డప్పుడూ చూస్తూ ఉంటాము. పటలాల అంతర్గత, బహిర్గత తలాలనుంచి పరావర్తనానికి లోనయిన కాంతి తరంగాలు వ్యతికరణ ప్రక్రియకు లోనవుట వలననే ఈ రంగులను మనము చూడగులుగుతున్నాము. ఈ రంగుల తీవ్రత పటలము వక్రీభవన గుణకం మీద, పటలము మందం మీద, వక్రీభవన కోణం మీద ఆధారపడుతుంది. పటలం నుంచి పరావర్తన చెందిన కిరణాల వల్ల ఏర్పడే వ్యతికరణ ఫలితాలను ఇప్పు డు పరిశీలిద్దాము.

పటము 20.8లో చూపినట్లు t మందం గల పారదర్శక పటలాన్ని తీసికొందాము. దీని వక్రీభవన గుణకం M అనుకుందాము. పటలం ఇరువైపు తలాలను MM_1, $M^1M_1{}^1$ గా పటములో చూపినాము.



పటం 20.7

λ తరంతి దైర్ఘ్యం గల ఏకవర్ణ కాంతి కిరణం PQ తలం MM_1 మీద పతన మవుతున్న దనుకొందాము. ఇది QC వెంబడి కొంతభాగం పరావర్తనానికి మరికొంత భాగం QR వెంబడి వక్రీభవనానికి లోనవుతుంది. R వద్ద అంతర పరావర్తనం చెంది RS పరావర్తన కిరణం ఏర్పడుతుంది. ఇది MM_1 తలం వద్ద వక్రీభవనానికి లోనయి SC^1 కిరణంగా గాలి యానకంలోనికి వెలువడుతుంది. QC, SC^1 కిరణాలు ఒక దాని కొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి. QC, SC^1 మధ్య ప్రభావాత్మక పదభేదం కనుగొన్నచో తద్వారా వ్యతికరణం జరగాలంటే అనువైన పరిస్థితులేవో తెలిసికొనవచ్చును. పదభేదాన్ని

తెలుసుకొనుటకు వీలుగా QC, RS మీదికి ST, QD లంబరేఖలు గీయబడినవి. SRను పొడిగిస్తూ QBని A వద్ద కలిసేలా చేయబడినది.

పటము 20.8 ప్రకారం పతన కోణం $i = \angle PQN$ వక్రీభవన కోణం $r = \angle BQR$.

$$\angle NQT + \angle TQS = 90^\circ = \angle TQS + \angle TSQ \quad (20.46)$$

$$\angle NQT = \angle PQN = \angle QST = i \quad (20.47)$$

త్రిభుజాలు QBR, ABRలలో BR ఉమ్మడి భుజము $QR = RS = RA$, $QB = BA$ కనుక అవి సర్వ సమానములు. కనుక

$$\angle BQR = \angle BAR = r \quad (20.48)$$

పరావర్తన కిరణాలు QC, SC' లకు గల దృశా పదభేదం Δ అయిన దదినిని కింది విధంగా తెలువవచ్చును

$$\Delta = \text{పటలములో } (QR+RS) \quad \text{గాలిలో పథము } QT \quad (20.49)$$

$$\Delta = \mu\,(QR+RS) - QT \quad (20.50)$$

వక్రీభవన గుణకం μని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{QT/QS}{DS/QS} \quad (20.51)$$

లేదా

$$\mu = \frac{QT}{DS} \quad (20.52)$$

సమీకరణం 20.52ని సమీకరణం 20.50లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\Delta = \mu\ (QR + RS) - \mu\, DS \quad (20.53)$$

$$\Delta = \mu\ (QR + RS - DS) \quad (20.54)$$

$$\Delta = \mu\ (QR + RD + DS - DS) = \mu\,(QR + RD) \quad (20.55)$$

$QR = AR$ కాబట్టి

$$\Delta = \mu\,(AR + RD) = \mu\, AD \quad (20.56)$$

లంబకోణ త్రిభుజం Q AD ప్రకారం

$$\cos r = \frac{AD}{AQ} = \frac{AD}{AB+BQ} = \frac{AD}{2t} \quad (20.57)$$

$$\therefore\ AD = 2t \cos r \quad (20.58)$$

సమీకరణం 20.58ని సమీకరణం 20.56లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\Delta = 2\,\mu\, t \cos r \quad (20.59)$$

సమీకరణం 20.59 దృశ్యమాన పదభేదాన్ని తెలుపుతుంది. విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతం ప్రకారం సాంద్రతర యానకం తలంనుంచి కాంతి తరంగం పరావర్తనకు లోనియనప్పుడు అది π దశాభేదాన్ని అంటే $\lambda/2$ పదభేదాన్ని పొందుతుంది. కనుక QC, SC^1ల మధ్య సరి అయిన పదభేదాన్ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\Delta = 2\mu t \cos r \pm \lambda/2 \quad (20.60)$$

పథభేదం తరంగ దైర్ఘ్యానికి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే, నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణం జరుగుతుంది.

$$\therefore\ \Delta\ 2\,\mu t \cos r \pm \lambda/2 = n\,\lambda \quad (20.61)$$

$$n = 0, 1, 2 \ldots\ldots$$

లేదా

$$2\,\mu\, t \cot r = (2n \pm 1)\,\lambda/2 \quad (20.62)$$

సమీకరణం 20.62 ద్వారా సూచించిన నియమం పాటింపబడినప్పుడు పటలం కాంతివంతంగా గోచరిస్తుంది.

పదభేదం అర్థతరంగ దైర్ఘ్యానికి బేసి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే వినాశక వ్యతికరణం జరిగి పటలం కాంతివిహీనంగా కనిపిస్తుంది అంటే

$$2\mu t \cos r \pm \lambda/2 = (2n+1)\lambda/2 \qquad (20.63)$$
$$2\mu t \cos r = n\lambda \qquad (20.64)$$
పై సమీకరణం వినాశక వ్యతికరణ నియమాన్ని సూచిస్తుంది.

QC, SC' ల తీవ్రత, కంపన పరిమితి సమానంగా ఉండవు కనుక వ్యతికరణ వ్యూహం సామాన్యంగా పరిపూర్ణంగా ఉండదు. ఈ పరావర్తన తరంగాల కంపన పరిమితి పటలంలోని వక్రీభవనం చెందిన పటలం వద్ద పరావర్తన చెందిన కాంతి తరంగాల తీవ్రతను బట్టి మారుతుంది. పటలం కీలాకారంగా ఉన్నట్లయితే పటలం సందలి కొన్ని భాగాలలో నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణం జరుగుతుంది. గరిష్ఠ కనిష్ఠ తీవ్రతలు గల రేఖలు మనకు గోచరిస్తాయి. పటలాన్ని తెల్లని కాంతితో కాంతివంతం చేస్తే, పటలం సందలి వేరు వేరు స్థానాల నుంచి పరావర్తనం చెందే కాంతి వివృత్తికి లోనయి వివిధ రకాలయిన నిర్మాణాత్మక వినాశక వ్యతికరణ ప్రక్రియలు జరుగుతాయి. దీనిని సబ్బు బుడగల మీద నీటి ఉపరితలంపై తేలియాడే చమురు పటలాల మీద మనము సాధారణంగా చూస్తుంటాము.

మాదిరి లెక్క 3

గాలిలో నున్న నీటి పటలం మందం 3000 A^0 నీటి వక్రీభవన గుణకం 1.33 దీనిపై లంబకోణ దిశలో తెలుపు కాంతి పతన మవుతున్నది. పటలం నుంచి పరావర్తనం చెందే కాంతి రంగును కనుగొనుము.

పరావర్తన కాంతి తీవ్రత గరిష్ఠంగా ఉండాలంటె పాటించవలసిన నియమం

$$2\mu t \cos r = (2n \pm 1)\ \lambda/2 = (2n+1)\ \lambda/2 \qquad (20.65)$$

అనుకొందాము,

$$\therefore \lambda = \frac{2\mu t \cos r}{(n+1/2)}$$

పతన కోణం 90° కనుక వక్రీభవన కోణం కూడా దాదాపు శూన్య విలువను కలిగి ఉండాలి. కనుక

$$\lambda = \frac{2\mu t}{(n+1/2)} \qquad (20.66)$$

$$\lambda = \frac{2(1.33)\ 3000}{(n+1/2)} = \frac{7980}{(n+1/2)} \qquad (20.67)$$

అలాగే పరావర్తన కాంతి తీవ్రత కనిష్ఠంగా ఉండాలంటే

$$\lambda = \frac{7980}{n} \qquad (20.68)$$

ఉండాలి సమీకరణం 20.67, 20.68ల ననుసరించి కింది పట్టికలో చూపిన విధంగా వివిధ తరంగ దైర్ఘ్యాలకు గరిష్ఠ కనిష్ఠ కాంతి తీవ్రతలు ఏర్పడుతాయి.

n	0 గరిష్ఠ	1 కనిష్ఠ	1 గరిష్ఠ	2 కనిష్ఠ	2 గరిష్ఠ
$\lambda(^0A)$	15960	7980	5320	3990	3192

n = 1 అయినప్పుడు గరిష్ఠ కాంతి తీవ్రత λ విలువ 5320 A^0 ఉన్నప్పుడు కలుగుతుంది. అంటే పటలం నుంచి ఆకు పచ్చరంగు గల కాంతి పరావర్తనం చెందుతుంది.

అవగాహన పరీక్ష 3

సబ్బు బుడగ నుండి పరావర్తనం చెందే కాంతికి వ్యతికరణం కారణమా ?

20.6 సారాంశం

కాంతి తరంగాలు వ్యతికరణానికి లోనవుతాయిన థామస్ యంగ్ శాస్త్రజ్ఞుడు వివరించినాడు. ఒకే పౌనఃపున్యం, కంపన పరిమితి, నిర్దిష్టమైన దశాభేదము కల రెండు కాంతి తరంగాలు వేరు వేరు పథాల గుండా ప్రసరిస్తూ ఏదేని ఒక బిందువు వద్ద కలిసినపుడు వ్యతికరణం చెందుతాయి. కాంతి

తరంగాల పదభేదంలో బిందువు వద్ద తరంగ దైర్ఘ్యానికి పూర్ణాంక గుణకం అయితే సంపోషకంగా వ్యతికరణం చెందుతాయి. అలా కాక పదభేదం అర్థతరంగ దైర్ఘ్యానికి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే వినాశకంగా వ్యతికరణం జరుగుతుంది.

20.7 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

రెండు వరుస వెలుగు లేక చీకటి పట్టీల మధ్య దూరం పట్టీ వెడల్పును ఇస్తుంది

అవగాహన పరీక్ష 2

కాదు. పదభేదం అర్థతరంగ దైర్ఘ్యానికి బేసి పూర్ణాంక గుణకంగా ఉంటే వినాశాత్మక వ్యతికరణం జరుగుతుంది.

అవగాహన పరీక్ష 3

అవును. తెల్లని కాంతివలన సబ్బు బుడగ పలుచటి పొర నుండి పరావర్తనం చెందిన కాంతులే.

20.8 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. వ్యతికరణం అనగా నేమి ? యంగ్ ప్రయోగాన్ని వివరించి, వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడాలంటే ఏ నియమాలు పాటించాలో తెలపండి.
2. యంగ్ ప్రయోగంలో ఏర్పడే వ్యతికరణ వ్యూహం తీవ్రతను సూచించే సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి. ఈ సమీకరణం ద్వారా వ్యతికరణ వ్యూహాన్ని గూర్చి ఏ విషయాలు తెలుస్తాయో వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్న 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

పలుచటి పటలం నుండి పరావర్తనం చెందిన కాంతికిరణాలు వ్యతికరణ చెందే దృగ్విషయాన్ని సిద్ధాంత రీత్యా వివరించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. యంగ్ జంట చీలికల ప్రయోగంలో జంట చీలిక మధ్య దూరం 0.2mm వీటి నుంచి తెర 1m దూరంలో ఉన్నది. ఏకవర్ణ కాంతిజనకాన్ని ఉపయోగించి నప్పుడు వ్యతికరణవ్యూహంలో 4 వ వెలుగుపట్టి తెరమధ్య బిందువునుంచి 10 mm దూరములో నున్నది. ఏకవర్ణ కాంతితరంగ దైర్ఘ్యమెంతో కనుగొనండి. (జ. 500° A^{0})
2. 1.5mm దూరంలోనున్న సూదిమొన రంధ్రాలద్వారా 5893 A^{0} తరంగ దైర్ఘ్యం గల సోడియమ్ కాంతి ప్రసరించుచున్నది. సూదిమొనలకు 1.5 mm దూరంలోనున్న తెరమీద ఏర్పడే వ్యతికరణ వ్యూహం పట్టీ వెడల్పు ఎంత ?
3. 6×10^{-5}m మందంగల సబ్బు పటలం తలానికి లంబదిశలో 45° కోణం చేయు దిశలో పరావర్తనం చెందిన కిరణాలను పరిశీలించినచో దృశావర్ణపటము లోని ఏవి తరంగ దైర్ఘ్యాలు కనుపించవో కనుగొనండి. సబ్బు పటలము వక్రీభవన గుణకము 1.33 (జ. 5635 A^{0})

భాగం-21 : న్యూటన్ వలయాలు- పరావర్తన, ప్రసారిత వ్యూహాలు

విషయక్రమం

21.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో న్యూటన్ వలయాలు, అవి ఏర్పడటానికి కావలసిన నిబంధనల వివరణ ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1) న్యూటన్ వలయాలు ఏర్పడడానికి ఉపయోగించిన కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని లెక్కించ గలరు.
2) న్యూటన్ వలయాల సహాయంతో పారదర్శక ద్రవం వక్రీభవన గుణకాన్ని కనుగొన గలరు.

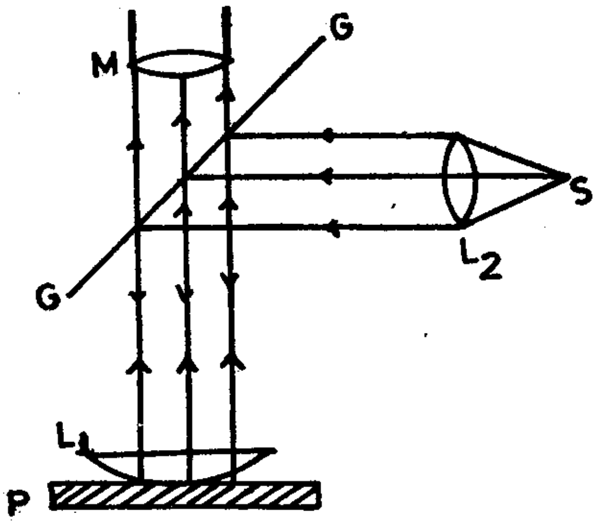
21.2 ప్రవేశిక

సమతల గాజు ఫలకం మీద సమతల కుంభాకార కటకాన్ని ఉంచినప్పుడు వాటి మధ్య సన్నటి గాలిపటలం ఏర్పడుతుంది. ఈ పటలం మీద కాంతికిరణాలు పతనమైనపుడు అవి పటలంపై పొర కింది పొరల వద్ద పరావర్తనానికి లోనవుతాయి. ఈ పరావర్తన కిరణాలు వ్యతికరణానికి లోనయి ఫలితంగా వెలుగు చీకటి వలయాలు ఏర్పడుతాయి. ఈ వ్యతికరణ వ్యూహం కేంద్రం చీకటి పట్టీగా ఉంటుంది. పటలం నుంచి ప్రసరించే కాంతి కిరణాలను గమనించినచో కేంద్రం వెలుగు పట్టీగా క్రమానుగతిలో వెలుగు చీకటి పట్టీలు మనకు గోచరిస్తాయి. తెల్లని కాంతి కిరణాన్ని ఉపయోగించినచో పరావర్తన కిరణాల వల్ల ఏర్పడే కాంతితరంగ ప్రసారిత కిరణాల వల్ల ఏర్పడే కాంతిరంగుకు పరిపూరకంగా ఉంటుంది. ఈ వ్యతికరణ వలయాలను న్యూటన్ విశేషంగా అధ్యయనం చేసినందున వీటిని న్యూటన్ వలయాలు అంటారు. న్యూటన్ ఈ వలయాల వ్యాసార్థాన్ని లెక్క కట్ట గలిగినా ఇవి ఎల ఏర్పడుతున్నాయో వివరించలేక పోయినాడు. తరంగ సిద్ధాంతం ఆధారంగా థామస్ యంగ్ దీనిని తృప్తికరంగా వివరించ గలిగాడు. గాలిపటలం పైతలం, కింది తలంల వద్ద పరావర్తనం చెందిన కాంతి తరంగాలు వ్యతికరణం చెందడం వల్ల వలయాలు ఏర్పడుతాయని థామస్ యంగ్ సూచించారు.

21.3 పరావర్తన కాంతి వలన న్యూటన్ వలయాలు

న్యూటన్వలయాలు పరిశీలించుటకు అవసరమయిన ప్రయోగపుటమరిక పటము 21.1లో చూడవచ్చు. ాంతిజనకం నుంచే వెలువడే కాంతి కుంభాకార కటకం ద్వారా ప్రసరించినపుడు అది

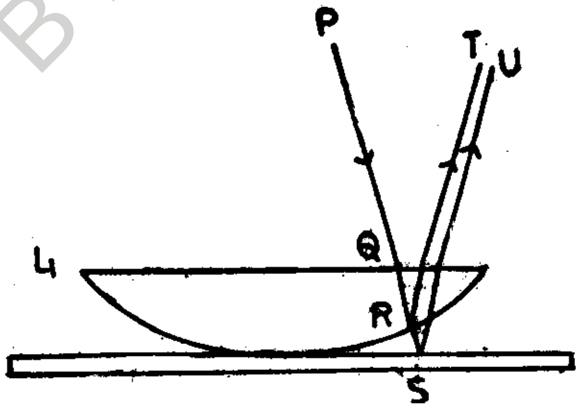
సమాంతర కాంతి పుంజంగా మార్చబడుతుంది. ఇది గాజు ఫలక G మీదకు 45° కోణం చేస్తూ పతనమయినప్పుడు అది సమతల కుంభాకార కటకం L_1 మీదకు పరావర్తనం చెందుతుంది. ఫలితంగా L_1 మీదకు లంబదిశలో కాంతిపుంజం పతనమవుతుంది. కుంభాకార కటకం L_1 గాజు ఫలక



పటము 21.1

P మీద ఉన్నందున వాటి మధ్య సన్నని గాలి పటలం ఏర్పడి ఉంటుంది. ఈ గాలి పటలం పై పొర, లోపలి పొరల వద్ద పరావర్తనం చెందిన కిరణాలు వ్యతికరణం చెంది వలయాలు ఏర్పడుతాయి. సూక్ష్మదర్శిని M తో ఈ వలయాలను పరిశీలించవచ్చు. వెలుగు చీకటి పట్టీలు వలయాకృతిలో మనకు గోచరిస్తాయి. గాజు పలక P అడుగు భాగాన నల్లటి కాగితం ఉంచినచో గాజు పలక ద్వారా ప్రసరించిన కాంతి కిరణాలు మళ్ళీ సూక్ష్మదర్శిని దిమ్మె నుంచి పరావర్తనం చెందకుండా శోషింపబడుతాయి.

పటము 21.2 ఆధారంగా న్యూటన్ వలయాలు ఎలా ఏర్పడుతాయో విశదీకరించవచ్చు. ఇచట PQ ఏకవర్ణ కాంతి కిరణము. ఇది సమతల కుంభాకర కటకం మీద పతనమవుతున్నది. PQ, R వద్ద పరావర్తనానికి, వక్రీభవనానికి గురవుతుంది. పరావర్తన కిరణం RT దశోత్క్రమణ చెందదు. వక్రీభవన కిరణం RS, S వద్ద పరావర్తనానికి లోనయి 180° దశోత్క్రమణ చెంది SU పథం గుండా పయనిస్తుంది. RT, SU కిరణాలు ఒకే కిరణం PQ ద్వారా ఏర్పడినవే గనకు అవి వ్యతికరణ చెంది



పటము 21.2

న్యూటన్ వలయాలు ఏర్పడుతాయి. PQ కిరణం లంబంతో కొంత కోణం చేస్తూ తలంపైన పతనమవుతుంది. అందువల్ల వ్యతికరణ కిరణాలు విడిగా గోచరమవుతాయి. కాని వాస్తవంలో PQ లంబంగా పతనమవుతుంది.

వ్యతికరణ వ్యూహం పరావర్తన కాంతి కోణాల వల్ల ఏర్పడుతుంది కనుక పథభేదం

$$\Delta = 2\mu t \cos r + \lambda/2 \tag{21.1}$$

గాలిపటలాని $\mu=1$. పతనకోణం 90° కనుక వక్రీభవన కోణం $r = o$ కనుక పథభేదం

$$\Delta = 2t+\lambda/2 \tag{21.2}$$

వెలుగు వలయము ఏర్పడుటకు పాటించ వలసిన నియమము కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$2t+\lambda/2 = n\lambda \tag{21.3}$$

లేదా

$$2t = n\lambda - \lambda/2 = (2n-1)\lambda/2 \tag{21.4}$$

ఇచ్చట $n = o, 1, 2, 3, \ldots\ldots$

అలాగే చీకటి వలయం ఏర్పడాలంటే పాటించ వలసిన నియమము

$$2t+ \lambda/2 = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \tag{21.5}$$

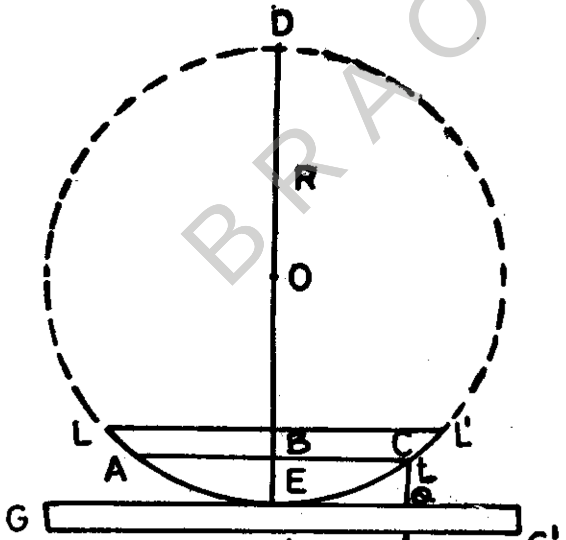
లేదా

$$2t = n\lambda \tag{21.6}$$

ఇచ్చట $n = o, 1, 2, 3, \ldots\ldots$

వెలుగు చీకటి వలయాల వ్యాసాలను ప్రస్తుతం కనుగొందాము. సమతల కుంభాకార కటకం వక్రతా వ్యాసార్థం R అనుకొందాం. పటము 21.3లో చూపినట్లు $EQ = x$ వద్ద పటలం మందం t అనుకొందాము. గాజు ఫలక GG' మీద ఉంచిన సమతల కుంభాకార కటకం అనుకొందాం. E వద్ద కటకం వలకను స్పర్శిస్తుంది. పటము 21.3 ప్రకారం వృత్త ధర్మాల ననుసరించి

$$AB \times BC = EB \times BD \tag{21.7}$$



పటము 21.3

అయితే $BD = ED - EB = 2R - t$ కనుక

$$AB \times BC = x.x = x^2 = t(2R-t) \tag{21.8}$$

2R కంటె t చాలా తక్కువ గనుక పై సమీకరణాన్ని కింది విధంగా క్లుప్తీకరించవచ్చు.

$$x^2 = 2Rt \tag{21.9}$$

అంటే

$$t = \frac{x^2}{2R} \tag{21.10}$$

t విలువను సమీకరణం 21.4 లో ప్రతిక్షేపిస్తే వెలుగు వలయాలకు సంబంధించి

$$\frac{x^2}{2R} = \frac{(2n-1)\lambda}{2} \tag{21.11}$$

$$\therefore x_b = \left(\frac{(2n-1)\,\lambda R}{2}\right)^{1/2} \tag{21.12}$$

ఇచ్చట x_b వెలుగు వలయం యొక్క x విలువను సూచిస్తుంది. వెలుగు వలయం వ్యాసం D_b అయిన $D_b=2x_b$ అవుతుంది. 21.12 ను కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$D_b = 2\left(\frac{(2n-1)\,\lambda R}{2}\right)^{1/2} = [2\,(2n-1)\,\lambda\,R]^{1/2} \tag{21.13}$$

D_b విలువ $[2(2n-1)]^{1/2}$కి, $\lambda^{1/2}$కి, $R^{1/2}$కి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది. t విలువను సమీకరణం 21.10 లో ప్రతిక్షేపిస్తే చీకటి వలయానికి సంబంధించి

$$2\,\frac{x_d^2}{2R} = n\,\lambda \tag{21.14}$$

లేదా

$$x_d = [Rn\,\lambda]^{1/2} \tag{21.15}$$

ఇచ్చట x_d చీకటి వలయం యొక్క x విలువను సూచిస్తుంది. చీకటి వలయం వ్యాసం D_d అయిన

$$D_d = 2x_d = 2\,[Rn\,\lambda]^{1/2} \tag{21.16}$$

చీకటి వలయం వ్యాసం $R^{1/2}$, $n^{1/2}$, $\lambda^{1/2}$ విలువలకు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది, $n = 0$ అయినప్పు డు చీకటి వలయం వ్యాసం

$$D_{d0} = 2\,[n\,\lambda\,R]^{1/2} = 0 \tag{21.17}$$

ఇది న్యూటన్ వలయాల కేంద్రాన్ని సూచిస్తుంది. వలయాల సంఖ్యను లెక్కించేటప్పు డు కేంద్రీయ వలయాన్ని లెక్కలోకి తీసికొనరాదు. సమీకరణం 21.17 ప్రకారం

మొదటి వలయానికి n = 1 కనుక

$$D_{d1} = 2\,[\lambda\,R]^{1/2} \tag{21.18}$$

రెండవ వలయానికి n = 2 కనుక

$$D_{d2} = 2\,[2\,\lambda\,R]^{1/2} \tag{21.19}$$

అలాగే n వలయానికి

$$D_{dn} = 2\,[n\,\lambda\,R]^{1/2} \tag{21.20}$$

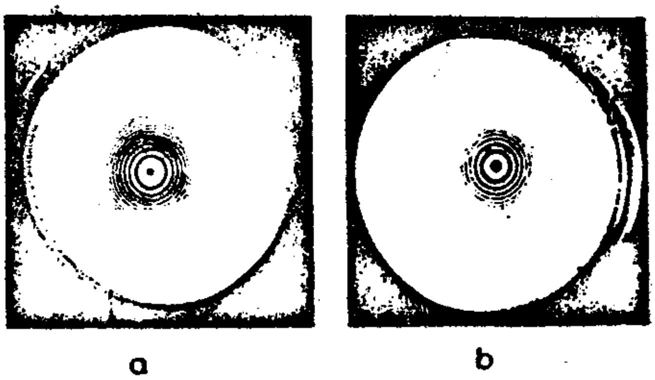
ఇప్పు డు n = 1.4 వలయాలను తీసికొందాము. ఈ రెండు వలయాల వ్యాసాల భేదం

$$D_{d4} - D_{d1} = 2\,[4\,\lambda\,R]^{1/2} - 2\,[\,\lambda\,R]^{1/2} = 2\,[\lambda\,R]^{1/2} \tag{21.21}$$

అలాగే n = 9, 16 వలయాలను తీసికొందాము. వీటి వ్యాసాల భేదం

$$D_{d16} - D_{d9} = 2\,[\,16\,\lambda\,(R]^{1/2} - 2\,[9/R]^{1/2} = 2\,[\lambda R)^{1/2} \tag{21.22}$$

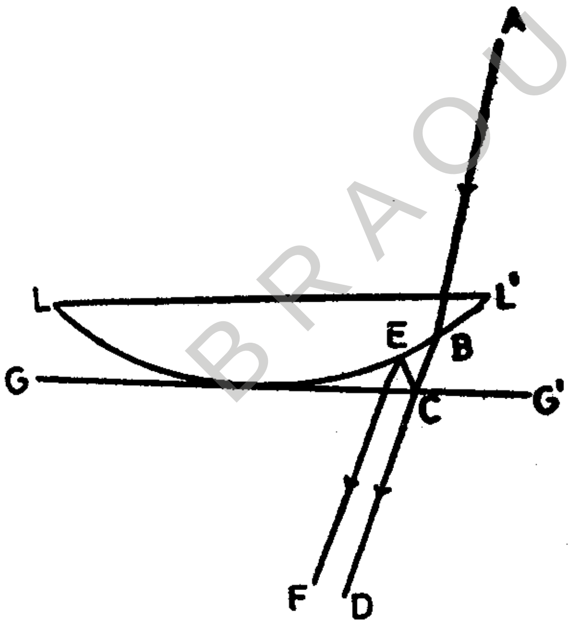
సమీకరణాలు 21.21, 21.22 ప్రకారం పట్టీల వెడల్పు పట్టీ క్రమసంఖ్య పెరిగే కొద్దీ తగ్గుతుంది. పట్టీ క్రమసంఖ్య పెరిగే కొద్దీ ఒక దాని కొకటి దగ్గరవుతూ ఉంటాయి. పటము 21.4 లో చూపిన న్యూటన్ వలయాలను పరిశీలించిన పై విషయాలు విశదమవుతాయి.



పటము 21.4

21.4 ప్రసారిత కాంతి వలన న్యూటన్ వలయాలు

ప్రసారిత కాంతి వలన ఏర్పడే న్యూటన్ వలయాలను గూర్చి తెలుసుకొందాము. పటము 21.5లో చూపినట్లు ఏకవర్ణ కాంతి కిరణం ABC, CD దిశలో గాలిపటలం ప్రసారితమయినదనుకొందాము. BC కిరణం కొంతభాగం C వద్ద పరావర్తనానికి లోనయి E బిందువు వద్దకు చేరి అచ్చట మరలా పరావర్తనానికి లోనయి B F దిశలో పయనిస్తుంది. CD, EF లు వ్యతికరణానికి లోనయి న్యూటన్ వలయాలు ఏర్పడుతాయి. ప్రసారిత కిరణాల పథభేదం $(2t + \lambda/2 - \lambda/2)$ ఉంటుంది. ఇచ్చట t బిందువు వద్ద పటలం మందాన్ని సూచిస్తుంది.



పటము 21.5

వెలుగు వలయాలు ఏర్పడాలంటే

$$2t+\lambda/2-\lambda_2 = n\lambda \quad (21.23)$$

$$\therefore\ 2t = n\lambda \quad (21.24)$$

$t = \dfrac{x^2_b}{2R}$ కనుక

$$\frac{2x_b^2}{2R} = n\,\lambda \quad (21.25)$$

లేదా

$$x_b = (n \lambda R)^{1/2} \tag{21.26}$$

వెలుగు వలయం వ్యాసం $D_b = 2x_b$ కనుక

$$D_b = 2 (n \lambda R)^{1/2} \tag{21.27}$$

వెలుగు వలయం వ్యాసం (D_b); $n^{\frac{1}{2}}, \lambda^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}}$ విలువలకు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

చీకటి వలయాలు ఏర్పడాలంటే పాటించ వలసిన నియమాన్ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$2t = (2^n - 1) \lambda/2 \tag{21.28}$$

$$t = \frac{x^2_d}{2R} = \left(\frac{D_d}{2}\right)^2 \frac{1}{2R}$$ కనుక చీకటి వలయం వ్యాసం

$$D_d = [2(2n-1) \lambda R]^{1/2} \tag{21.29}$$

చీకటి వలయం వ్యాసం $(2n-1)^{1/2}$, $\lambda^{1/2}$, $R^{1/2}$ విలువలకు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

వెలుగు వలయాలకు సమీకరణం 21.27 ప్రకారం $n = 0$ అయినప్పు డు $D_b = 0$ కనుక ప్రసారిత కిరణాల వలన ఏర్పడే న్యూటన్ వలయాలలో కేంద్రీయ వలయం వెలుగు వలయంగా ఉంటుంది. వలయం క్రమసంఖ్య పెరిగే కొద్ది వెడల్పు తగ్గుతుంది. వలయం క్రమసంఖ్య పెరిగే కొద్దీ వలయాలు దగ్గరవుతూ వస్తాయి. ప్రసారిత పరావర్తన వలయాలు ఒకదాని కొకటి పరిపూరకంగా ఉంటాయి.

అవగాహన పరీక్ష

పరావర్తన, ప్రసార కాంతి కిరణాల వల్ల ఏర్పడిన న్యూటన్ వలయాలలోని తేడా ఏమిటి?

21.5 న్యూటన్ వలయాల అనువర్తనాలు

న్యూటన్ వలయాలను ఉపయోగించి కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని, పారదర్శక ద్రవం వక్రీభవన గుణకాన్ని కనుగొనవచ్చును. పటము 21.1లో చూపిన ప్రయోగపు టమరికను తీసికొందాం. గాలిపటలం మీదకు కేంద్రీకృతం చేసిన చల సూక్ష్మదర్శిని ద్వారా న్యూటన్ వలయాలను చూడవచ్చు. ఏకవర్ణ కాంతి జనకాన్ని (సోడియం కాంతి) ఉపయోగించినపుడు వెలుగు చీకటి వలయాలు మనకు గోచరిస్తాయి. కేంద్రీయ వలయం చీకటిగా ఉంటుంది. చల సూక్ష్మదర్శిని ద్వారా n, m క్రమసంఖ్య గల చీకటి వలయాల వ్యాసాలను కనుగొన వలయును.

n క్రమసంఖ్యగల చీకటి వలయం వ్యాసం

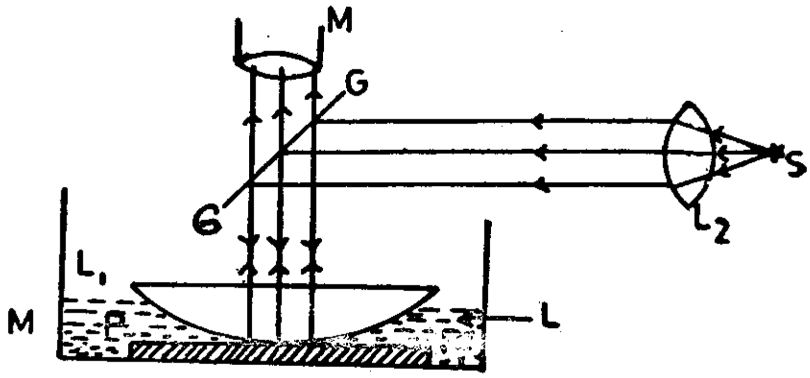
$$D_{dn} = [4n \lambda R]^{1/2} \tag{21.31}$$

సమీకరణం 21.20, 21.21 నుంచి కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యం λ విలువను కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించ వచ్చును.

$$\lambda = \frac{D^2_{dm} - D^2_{dn}}{4(m-n)R} \tag{21.32}$$

సమీకరణం 21.32లో R సమతల కుంభాకర కటకం వక్రతా వ్యాసార్ధాన్ని సూచిస్తుంది. దీనిని స్ఫెరామీటర్ ద్వారా కనుగొనవచ్చు. D_{dm}, D_{dn}, m, n, R విలువలు తెలియుట ద్వారా λ విలువ సమీకరణం 21.32 ను ఉపయోగించి కనుగొనవచ్చును.

పారదర్శక ద్రవం వక్రీభవన గుణకాన్ని కనుగొనుటకు పటము 21.6లో చూపిన ప్రయోగపు టమరికను ఉపయోగించాలి. ఇచ్చట లోహపు తొట్టి M లో సమతల కుంభాకార కటకం గాజు పలక స్థిరంగా అమర్చి ఉంటాయి. గాజు పలక, సమతల కుంభాకార కటకము మధ్య గాలి పటలం ఉన్నప్పు డు న్యూటన్ వలయాలను మొదట పరిశీలించిన n, m క్రమసంఖ్యలు గల చీకటి వలయాల



పటము 2.1.6

వ్యాసాలను చలమైక్రోస్కోప్ ద్వారా కనుగొనాలి. తొట్టి M లో ఉంచిన కటకం గాజు ఫలకాల అమరిక ఏ మాత్రము చెడుకుండా తొట్టిలోనికి ద్రవాన్ని పోయాలి. ఇప్పుడు గాజు ఫలక సమతల కుంభాకార కటకాల మధ్య నీటి పటలం ఉంటుంది. ఫలితంగా న్యూటన వలయాలు మార్పు చెందుతాయి. మరలా n, m క్రమసంఖ్య గల చీకటి వలయాల వ్యాసాలు D'_{dm}, D'_{dn} లకు చల మైక్రోస్కోప్ ద్వారా కనుగొనాలి.

గాలిపటలంఉన్నప్పుడు

$$D^2_{dm} = 4m \lambda R \tag{21.33}$$

$$D^2_{dn} = 4n \lambda R \tag{21.34}$$

$$\therefore \lambda = \frac{D^2_{dm} - D^2_{dn}}{4(m-n)R} \tag{21.35}$$

ద్రవపటలంఉన్నప్పుడు

$$D'^2_{dn} = \frac{4n \lambda R}{\mu} \tag{21.36}$$

$$D'^2_{dm} = \frac{4m \lambda R}{\mu} \tag{21.37}$$

ఇచ్చట μ ద్రవం వక్రీభవన గుణకాన్ని తెలుపుతుంది.

$$D'^2_{dm} - D'^2_{dn} = \frac{4(m-n)\lambda R}{\mu} \tag{21.38}$$

$$\therefore \mu = \frac{(D'^2_{dm} - D'^2_{dn})}{4\ (m-n)\ \lambda\ R} \tag{21.39}$$

λ, R, m, n, D'_{dm}, D'_{dn} విలువలు తెలియుట ద్వారా μ విలువ కనుగొనవచ్చును. λ విలువ తెలియనిచో విలువను సమీకరణం 21.29, 21.35 లనువయోగించి కనుగొనవచ్చును. సమీకరణం 21.35 నుంచి λ విలువను సమీకరణం 21.39లో ప్రతిక్షేపిస్తే

$$1 = \mu \frac{(D^2_{dm} - D^2_{dn})\ 4\ (m-n)R}{4(m-n)R\ (D'^2_{dm} - D'^2_{dn})} \tag{21.40}$$

లేదా

$$\mu = \frac{D^2_{dm} - D^2_{dn}}{D'^2_{dm} - D'^2_{dn}} \tag{21.41}$$

λ, R విలువలు తెలియక పోయినా μ విలువను న్యూటన్ వలయాలద్వారా కనుగొనవచ్చును.

మాదిరి లెక్క -1

పరావర్తన కాంతి వలన ఏర్పడే న్యూటన్ వలయాల ప్రయోగంలో 6, 26 క్రమ సంఖ్యగల చీకటి వల వలయాల వ్యాసాలు 0.4cm, 0.9 cm ఉన్నవి. సమతల కుంభాకార కటకం వక్రతా వ్యాసార్ధం

100 cm అయిన కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యమెంత?

$$\lambda = \frac{(D'^2_{dm} - D^2_{dn})}{4(m - n) R}$$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం $D_{dm} = D_{d26} = 0.8cm, D_{dn} = D_{d6} = 0.4cm, R=100 cm, m = 26, n = 6$

$$\therefore \lambda = \frac{(0.8)^2 - (0.4)^2}{4(26-6)100} = 6000 A^\circ$$

మాదిరి లెక్క – 2

సమతల కుంభాకార కటకానికి సమతల గాజు ఫలకానికి మధ్య ద్రవపటలం ఉన్నప్పుడు తరంగ దైర్ఘ్యం 5895 A° గల ఏకవర్ణ కాంతి పటలం నుంచి పరావర్తనను చెంది వ్యతికరణకు లోనయి వలయాలు ఏర్పడినాయి. క్రమసంఖ్య 5, 20 గల చీకటి వలయాల వ్యాసాలు వరుసగా 0.3 cm, 0.7 cm ఉన్నవి. సమతల కుంభాకార కటకం వక్రతా వ్యాసార్థం 100 cm అయిన ద్రవం వక్రీభవన గుణకమెంత?

వక్రీభవన గుణకం $\mu = \frac{D'^2_{dm} - D'^2_{dn}}{4(m-n) R\lambda}$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం

$$\mu = \frac{(0.7)^2 - (0.3)^2}{4(20-5)\ 5895 \times 100 \times 10^{-8}}$$

$$\mu = 1.13$$

21.6 సారాంశం

సమతలం గల గాజు పలకకు దాని మీద ఉంచిన సమతల కుంభాకార కటకానికి మధ్య గల పలుచటి గాలి పటలం యొక్క వెలుపలి లోపలి పొరలనుంచి పరావర్తనం చెందిన కిరణాల వ్యతికరణం వల్ల వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడుతుంది. మధ్యస్థానం చీకటిగాను ఒకదాని తరువాత ఒకటి క్రమరీతిలో వెలుగు చీకటి వలయాలుగా వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడుతుంది. ఈ వ్యూహాన్ని న్యూటన్ వలయాలు అంటారు.

21.7 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష

పరావర్తన కిరణాలవల్ల ఏర్పడిన న్యూటన్ వలయాలలో మధ్య బిందువు నల్లగాను, ప్రసారకాంతికిరణాల వల్ల ఏర్పడిన వలయాలలో మధ్య బిందువు తెల్లగాను ఉంటాయి.

21.8 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

న్యూటన్ వలయాల ఆధారంగా ఏకవర్ణకాంతి తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని ఎలా కనుగొనవచ్చునో వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. వలుచటి గాలిపటలం ద్వారా పరావర్తన ప్రసారిత కాంతి కిరణాలవల్ల ఏర్పడే న్యూటన్ వలయాలలో గల తారతమ్యాలను విశదీకరించండి. ఈ తారతమ్యాలు ఎందుకు జరుగుతాయో వివరించండి.
2. న్యూటన్ వలయాల పట్టిక వెడల్పు వలయక్రమంపై ఆధారపడి ఉండరాదని చూపండి.

III ్రకింది సమస్యలను సాధించండి.

1. పరావర్తన కిరణాల ద్వారా ఏర్పడే న్యూటన్ వలయాలలో 8 వ వలయం వ్యాసం 0.5 cm ఉన్నది. కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యం 5900 A°అయిన సమతల కుంభాకార కటకం వక్రతావ్యాసార్థ మెంతో కనుగొనండి.

2. గాజు దిమ్మె సమతల కుంభాకార కటకాల మధ్య ద్రవపటలము కలదు. ఈ పటలానికి లంబదిశలో 5893 A° తరంగ దైర్ఘ్యంగల సోడియమ్ కాంతి పతనమవుతున్నది. పరావర్తన కిరణాలద్వారా ఏర్పడే న్యూటన్ వలయాలలో 4, 8 వలయాల వ్యాసాలు వరుసగా 1.5 mm 3.8 mm ఉన్నవి. ద్రవం వక్రీభవన గుణకాన్ని కనుగొనండి.

(జ. $\mu = 1.142$)

భాగం – 22 : మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకం

విషయ క్రమం

22.1 ఉద్దేశాలు లక్ష్యాలు

ఈభాగంలో మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకం పనిచేసే విధానం వివరణ మాపకం అనువర్తనాల చర్చ ఉన్నాయి.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత వ్యతికరణ మాపక సహాయంతో

1. గాజు పలక మందాన్ని
2. ఏకవర్ణ కాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని
3. పలుచని ఫలకరూపంలోనున్న పారదర్శక పదార్థం వక్రీభవన గుణకాన్ని లెక్కించగలరు.

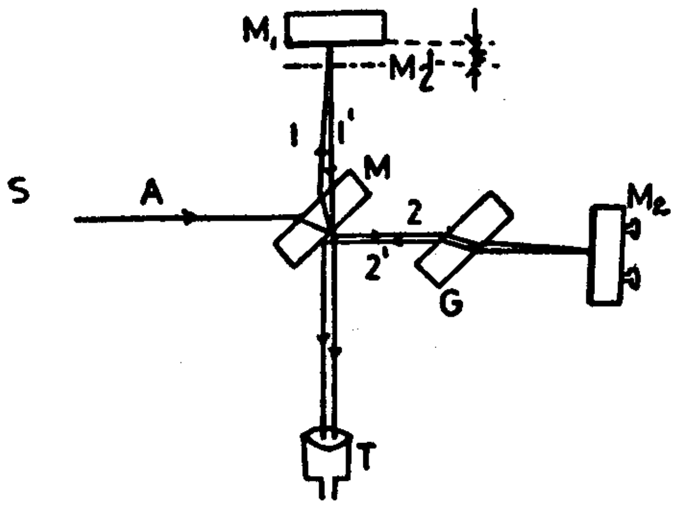
22.2 ప్రవేశిక

వ్యతికరణ ప్రక్రియ ఆధారంగా నిర్మితమైన పరికరాలను వ్యతికరణ మాపకాలంటారు. వ్యతికరణ మాపకాలు పొడవులో చిన్న మార్పులను ఖచ్చితంగా కొలుచుటకు, తలాల సమతలత్వాన్ని పరిశీలించుటకు, ఏకవర్ణ కాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని కనుగొనుటకు వాడుతారు. 1881లో మైకల్‌సన్ అను శాస్త్రజ్ఞుడు వ్యతికరణ మాపకాన్ని ఉత్పాదించి నిర్మించాడు. ఇది అతని పేరు మీదుగా మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకమని పిలుపబడుతున్నది. ఈ పాఠంలో మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకం పనిచేయు విధానం దాని అనువర్తనాలను గూర్చి తెలుసుకొందాము.

22.3 మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకము

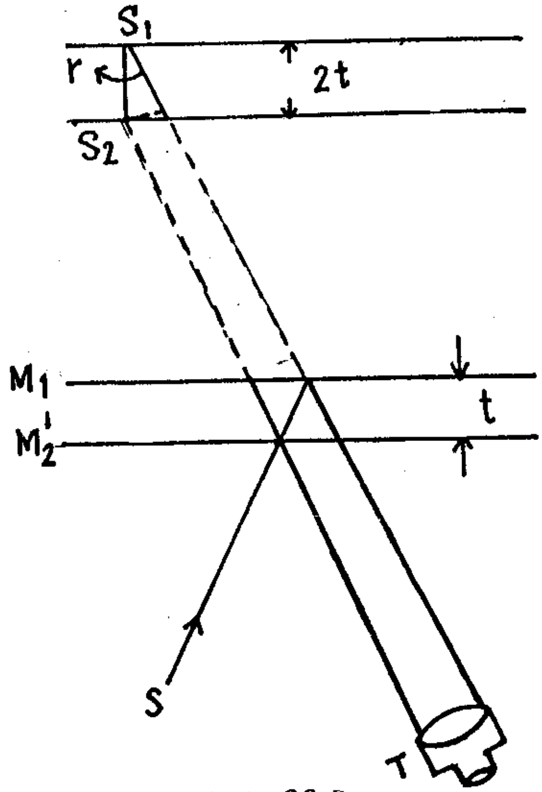
పటము 22.1లో మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకము పథకాత్మకంగా చూపినాము. ఉన్నతంగా మెరుగు పరచి దృశా సమతలత్వము గల దర్పణాలు M_1, M_2 ఒకదానికొకటి లంబదిశలో అమర్చి ఉన్నాయి. S విస్తృత కాంతి జనకము, M_1, M_2 దర్పణాలకు 45° కోణం చేస్తూ వెనుకభాగం మాత్రమే

అర్ధ రజిత లేపనం చేసిన దర్పణం అమర్చి ఉన్నది. M_1 ఒక క్యారేజ్ మీద అమర్చి ఉంటుంది. అతిసున్నితమైన సూక్ష్మ మాపకస్క్రూ ద్వారం M_1 చలనం నియంత్రితతం చేస్తూ ఉంటుంది. సూక్ష్మమాపక స్క్రూద్వారా M_1 స్థానభ్రంశం 10^{-5} cm వరకు ఖచ్చితంగా కొలవవచ్చును. M_1, M_2 దర్పణాలకు మూడు మట్టపు మరలు అమర్చి ఉంటాయి. వీటిని సర్దుబాటు చేసి M_1, M_2 దర్పణాలకు ఒకదాని కొకటి లంబదిశలో ఉండేలా అమర్చవచ్చును.



పటము 22.1

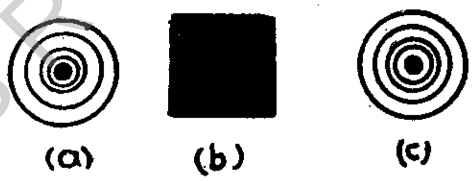
పటము 22.1లో చూపినట్లు అర్ధరజిత లేపనం చేసిన దర్పణం M మీద A పతన మవుతున్నదనుకొందాము. ఇది M వద్ద పాక్షికంగా పరావర్తనానికి లోనయి కిరణము 1ని వక్రీభవనానికి లోనయి కిరణము 2ని బహిర్గతం చేస్తుంది. కిరణం 1, M మీద పతనమై పరావర్తనా కిరణం 1' వెలువడి M ద్వారా టెలిస్కోపును చేరుతుంది. కిరణము పారదర్శక పలక G గుండా ప్రసరించి M_2 వద్ద పరావర్తనానికి లోనయి కిరణము 2 గా వెనుదిరిగి M వద్ద పరావర్తనానికిలోనై టెలిస్కోపును చేరుతుంది. పటము 22.1లో చూపినట్లు కిరణము 1, M ద్వారా రెండు మార్లు ప్రసరిస్తుంది. కాని కిరణం 2 ఏ మాత్రం దర్పణం M నుంచి ప్రసరించదు. కనుక దృశాపథము కిరణము 1, 2 లకు సమానంకాదు. ఈ పథాలు సమానంగా ఉండుటకు అనువుగా కిరణము 2 ప్రసరించే పథంలో M ఫలకం తరువాత అదే పదార్థంతో తయారు చేసిన గాజు ఫలక G అమర్చబడి ఉంటుంది. కనుక గాజు పలక Gని ప్రతికారి ఫలక అంటారు. కిరణాలు 1', 2' లు ఒకే కాంతి జనకం నుంచి పొందినవి కనుక వ్యతికరణ చెందుటకు అనువయిన నియమాలు ఈ పరికరంలో పాటింపబడి వ్యతికరణ వ్యూహం ఏర్పడుటకు వీలవుతుంది. M_1 దర్పణాన్ని స్థానభ్రంశానికి లోనుచేసి కావలసిన పథభేదాన్ని పరావర్తన కిరణాలు 1', 2'ల మధ్య పొందవచ్చును. M_2, M వద్ద పరావర్తనానికి లోనవుట ద్వారా ఏర్పడిన మిథ్యా ప్రతిబింబము M'_2 అనుకొందాము. అప్పుడు M_2 వద్ద పరావర్తనానికి లోనయిన కిరణము ఏ నియమాలకు బద్ధమై ఉంటుందో అదే నియమాలు M_2 వద్ద పరావర్తన చెందే కోణంలో కూడా పాటింపబడుతాయి. కనుక వ్యతికరణ పట్టీలు M_2, M'_2 ల మధ్య గాలిపటలము ఉన్నప్పుడు తద్వారా పరావర్తన కిరణాలు వ్యతికరణం చెందితే ఎలాంటి వ్యతికరణ పట్టీలు ఏర్పడుతాయో అలాగే ఉంటాయి. సమతలం గల గాలి పటలాన్ని కలిగిన గాజు పలక నుండి పరావర్తన కిరణాలు వ్యతికరణం చెందితే పట్టీలు ఎలా ఉంటాయో అలాంటి పట్టీలు టెలిస్కోపు దృక్ క్షేత్రంలో గోచరిస్తాయి. పథభేదాన్ని బట్టి M_1, M_2ల మధ్య గల కోణాన్ని బట్టి వ్యతికరణ పట్టీలు సరళరేఖా కృతిగా గానీ, వలయాకృతిగా గానీ, వరవలయాత్మకంగా గానీ ఏర్పడుతాయి. టెలిస్కోపును చేరే కిరణాల మధ్య పదభేదం (1) M నుంచి M_1, M_2లకు గల దూరం మీద (2) M, M_2 ల మధ్య గల కోణం మీద ఆధారపడుతుంది.



పటము 22.2

పటము 22.2లో చూపినట్లు M'_1, M'_2ల వలన ఏర్పడిన విస్తృతకాంతి జనకం S యొక్క మిధ్యా ప్రతిబింబము S_1, S_2 అనుకొందాము. M_1, M'_2ల మధ్య దూరము t అనుకొంటే S_1, S_2ల మధ్య దూరము 2t ఉంటుంది. 1',2' కిరణాల మధ్య గల పథభేదం 'δ'ని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

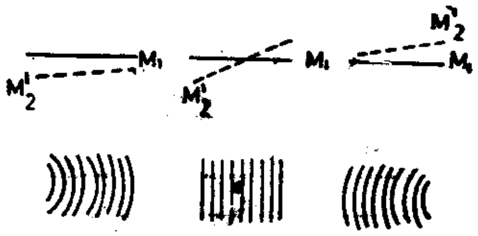
$$\delta = 2t \cos r \, \lambda/2 \tag{22.1}$$



పటము 22.3

$2t \cos r + \lambda/2 = n\lambda$ అయినప్పుడు $1^1, 2^1$ కిరణాలు నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణం చెంది వ్యతికరణవ్యూహం ఏర్పడుతుంది. వలయాకృత పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. టెలిస్కోపు నుంచి M_2^1, M^1 కన్న దగ్గరగా ఉన్నచో పటము 22.3aలో చూపినట్లు వ్యతికరణ పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. M_2^1, M^1 ఒకదానితో ఒకటి కలిసినప్పుడు పథభేదం శూన్యం గనుక టెలిస్కోప్ దృక్క్షేత్ర పటము 22.3b లో చూపినట్లు చీకటి మయమవుతుంది. M_2^1 M'కన్న టెలిస్కోపు నుంచి దూరంగా ఉన్నట్లయితే పటము 22.3cలో చూపినట్లు వలయాకృత పట్టీలు ఏర్పడుతాయి.

M_1, M_2 లు ఒకదాని కొకటి సమాంతరంగా ఉన్నప్పుడు M_1, M_2ల మధ్య గల గాలిపటలం కీలాకారంగా ఉంటుంది. పటము 22.4 లో చూపినట్లు సరళరేఖా కృత పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. M_1, M_2^1లు ఒకదాని కొకటి వ్యతిచ్ఛేదం చేసేలా ఉన్నట్లయితే పట్టీలు ఖచ్చితమైన సరళ రేఖాకృతి లోను అలా కాక మామూలు కీలాకారంగా ఉన్నప్పుడు వక్రరేఖా కృతంగాను ఏర్పడుతాయి.



పటము 22.4

తెల్లని కాంతి జనకాన్ని ఉపయోగించినప్పుడు వ్యతికరణ పట్టీలు పథభేదం తక్కువగా ఉన్నప్పుడు మాత్రమే ఏర్పడుతాయి. కేంద్రీయ పట్టీ చీకటిగాను ఇతర పట్టీలు రంగురంగులుగాను ఏర్పడుతాయి. వివిధ రకాలయిన రంగుల పట్టీలు అతిపాతం చెందుట వలన మొదటి కొన్ని పట్టీలు మాత్రమే నిశితంగా గోచరిస్తాయి.

22.4 మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకం అనువర్తనాలు

మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని (1) ఏకవర్ణకాంతి తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని కనుగొనడానికి (2) పలుచటి పారదర్శక ఫలక మందాన్ని కనుగొనడానికి (3) పలుచని ఫలక రూపంలో నున్న పారదర్శక పదార్థం వక్రీభవన గుణకాన్ని తెలిసికొనడానికి (4) కొద్దిగా ఎడము ఉన్న వర్ణ పట రేఖల తరంగ దైర్ఘ్యాల భేదం కనుగొనడానికి (5) కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యంతో పోల్చి మీటర్ పొడవును ప్రమాణీకృతం చేయుటకు ఉపయోగించవచ్చును. ఇవి ఎలా కనుగొనవచ్చునో ప్రస్తుతం తెలుసుకొందాము.

22.4.1 కాంతి జనకం తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని కొలుచుట

పటము 22.1లో చూపినట్లు దర్పణం M_2ని సర్దుబాటు చేసి M_1కి లంబంగా ఉండేలా అమర్చాలి. అప్పుడు మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకంలో వెలుగు చీకటి వలయాలు ఏర్పడుతాయి. కేంద్రీయ పట్టీ వెలుగు పట్టీగా ఉంటుంది.

M_1, M_2^1ల మీద లంబకోణంలో పతనమయ్యే కాంతికిరణాలు పరావర్తనం చెందినప్పుడు అవి నిర్మాణాత్మక వ్యతికరణ చెందుటకు పాటించవలసిన నియమము

$$2t + \lambda/2 = n\lambda$$
$$n = 0, 1, 2, 3, \ldots \quad (22.2)$$

పై సమీకరణములో t; M_1, M_2^1ల మధ్య గల గాలి పటలం మందాన్ని సూచిస్తుంది. M_2^1 నుంచి M_1ని $\lambda/2$ దూరం వెనుకకు వెళ్ళేలా సర్దుబాటు చేసినచో పరావర్తన కిరణాలమధ్య λ పథభేదం ఏర్పడుతుంది. ఫలితంగా వెలుగు పట్టీ టెలిస్కోప్ దృక్ క్షేత్రం మధ్యకు జరుగుతుంది. M_2^1 నుంచి M_2ని $\lambda/2$ దూరం వెనుకకు మళ్ళేలా సర్దుబాటు చేసినప్పుడల్లా వెలుగుపట్టీ టెలిస్కోపు దృక్క్షేత్రం మధ్యకు వస్తుంది. Mని తొలిస్థానం x_1 నుంచి తుదిస్థానం x_2కు జరిగేలా సర్దుబాటు చేసినప్పుడు టెలిస్కోప్ దృక్క్షేత్రం నుంచి జరిగే వెలుగుపట్టీలు N అయిన

$$N\,\lambda/2 = (x_2 - x_1) \quad (22.3)$$

$$\lambda = \frac{2(x_2 - x_1)}{N} \quad (22.4)$$

(x_2-x_1)ని కొలచి, Nని లెక్కకట్టి తద్వారా λ విలువ కనుగొనవచ్చును.

22.4.2 కొద్దిగా ఎడము ఉన్న వర్ణపట రేఖల తరంగ దైర్ఘ్యాల భేదాన్ని కనుగొనుట

కాంతి జనకం కొద్దిగా ఎడము ఉన్న తరంగ దైర్ఘ్యాలుగల వర్ణపటరేఖలను ఉదాగ్గరం చేస్తున్నదను కొందాము. అలాంటి కాంతి జనకమే సోడియమ్ ఆవిరి దీపము. ఇది D_1, D_2 అను వర్ణపట రేఖలను ఉద్గారం చేస్తుంది. D_1 తరంగదైర్ఘ్యం λ_1, D_2 తరంగదైర్ఘ్యం λ_2 అనుకొందాము. λ_1, λ_2 కంటె కొద్ది ఎక్కువ విలువ కలిగి ఉన్నదనుకొందాం. D_1, D_2 రెండింటి వలన వ్యతికరణ పట్టీలు ఏర్పడుతాయి. M_1ని సర్దుబాటు చేసి పట్టీలు కాంతివంతంగా ఉండేలా చేసినామనుకొందాము. అప్పుడు M_1 స్థానం x_1 అనుకొందాం. ఇలాంటి పరిస్థితిలో D_1 వలన ఏర్పడిన వెలుగు పట్టీ D_2 వలన ఏర్పడిన వెలుగు పట్టీతో ఏకీభవిస్తుంది. M_1ని దూరంగా జరిపేకొద్ది D_1,D_2 ల వల్ల ఏర్పడిన పట్టీలు ఎడమవుతాయి. (out of step) ఒక నిర్దిష్ట స్థానంలో M_1 ఉన్నప్పుడు ఒక వర్ణపటరేఖవలన ఏర్పడిన వెలుగు పట్టీ మరొక వర్ణపటరేఖ వల్ల ఏర్పడిన చీకటి పట్టీతో ఏకీభవించి ఫలితంగా టెలిస్కోప్ దృక్‌క్షేత్రంలో పట్టీలు కనబడకుండా పోతాయి. M_1ని ఇంకా వెనుకకు సర్దుపాటుచేస్తూ పోతే ఒక నిర్దిష్టస్థానం x_2 వద్ద ఒక వర్ణపటరేఖ వల్ల ఏర్పడిన వెలుగు పట్టీలు రెండవ వర్ణపటరేఖవల్ల ఏర్పడిన వెలుగు పట్టీలతో ఏకీభవిస్తాయి. ఫలితంగా టెలిస్కోప్ దృక్ క్షేత్రంలో కాంతివంత వెలుగు పట్టీలు కనబడుతాయి. ఇలా జరగాలంటే ఎక్కువ తరంగ దైర్ఘ్యం గల కాంతికిరణం యొక్క n క్రమసంఖ్య పట్టీ తక్కువ తరంగ దైర్ఘ్యం గల కాంతికిరణం (n+1) యొక్క క్రమ సంఖ్య పట్టీతో ఏకీభవించాలి.

$x_2 - x_1 = x$ అయిన

$$x = \frac{n\lambda_1}{2} \tag{22.5}$$

$$x = \frac{(n+1)}{2}\lambda_2 \tag{22.6}$$

$$\therefore (n+1)-n = \frac{2x}{\lambda_2} - \frac{2x}{\lambda_1} = \frac{2x(\lambda_1-\lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2} \tag{22.7}$$

$$\therefore \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2x} \tag{22.8}$$

$\lambda_1 \simeq \lambda_2$ కనుక

$$(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda_1^2}{2x} \text{ లేదా } \frac{\lambda_2{}^2}{2x} \tag{22.9}$$

λ_1 కానీ లేదా λ_2 గానీ తెలిసినచో xని మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకంద్వారా కనుగొని $(\lambda_1-\lambda_2)$ని లెక్కకట్టవచ్చు.

22.4.3 పలుచని పారదర్శక ఫలక మందాన్ని, వక్రీభవన గుణకాన్ని కనుగొనుట

తెల్లటి కాంతిని ఉపయోగించి మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని దాని టెలిస్కోప్ దృక్ క్షేత్రంలో వ్యతికరణ పట్టీలు ఏర్పడేలా సరిచేయాలి. టెలిస్కోప్ అడ్డగీతలు కేంద్రీయ పట్టీతో ఏకీభవించేలా చేయాలి, మందాన్ని కొలవవలసిన ఫలకను వ్యతికరణకు లోనవు కిరణాలలో ఏదో ఒక దాని పథంలో ఉంచాలి. దాని మందము t, వక్రీభవన గుణకం μ అయిన దాని గుండా ప్రసరించే కిరణం పొందే అధిక దృశాపథం 2 (μ-1) t అవుతుంది. ఫలితంగా వ్యతికరణ (Shift) పట్టీలు తమ తొలిస్థితి నుంచి విస్థాపనం చెందుతాయి. M_1ని ముందుకుగానీ వెనుకకు గానీ కదల్చి మరలా కేంద్రీయ పట్టీ టెలిస్కోపు అడ్డగీతతో ఏకీభవించేలా చేయాలి. ఇలా జరుగుటకు M_1 పొందే స్థానభ్రంశం విలువ x అయిన

$$2x = 2(\mu-1)t \tag{22.10}$$

అవుతుంది.

$$\therefore t = \frac{x}{(\mu-1)} \tag{22.11}$$

μ తెలిసిన tని, t తెలిసిన μని కనుగొనవచ్చును.

22.4.4 ఏకవర్ణ కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యంతో పోలుస్తూ మీటర్‌ని ప్రమాణీకృతం చేయుట

ప్రమాణ మీటర్‌ను కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యంతో పోల్చి ప్రమాణీకృతం చేయుట మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపక అనువర్తనాలలో ప్రధానమయినది. ఫ్రాన్స్ దేశంలోని సెల్‌రిస్ అనుచోట ఇంటర్ నేషనల్ బ్యురో ఆఫ్ వెయిట్స్అండ్ మెజర్స్ (International Bureu of Weights and Measures) అను సంస్థలో ఉంచిన ప్రమాణ మీటర్ పొడవుకు ప్రమాణము. ప్రమాణ మీటర్ పొడవు ప్లాటినం ఇరిడియమ్ మిశ్రమ లోహపు కడ్డీమీద గీచిన రెండు గీతల మధ్య దూరానికి సమానంగా నిర్వచింపబడినది. మీటర్ పొడవుకు గౌణ ప్రమాణికలు ఉన్నప్పటికి మీటర్ పొడవును వినాశానికి వీలుగాని, శాశ్వతమైన ప్రమాణంతో పోల్చి తెలుపుట ఎంతో ముఖ్యము. మైకల్‌సన్, కాడ్మియమ్ దీపం నుంచి వెలువడే ఎరుపురంగు కాంతితరంగ దైర్ఘ్యంతో పోల్చి మీటర్ పొడవు, 1,553, 163.5 తరంగ దైర్ఘ్యాలకు సమానంగా ఉన్నదని నిర్ధారించాడు. 15° ఉష్ణోగ్రత 760 mm Hg పీడనం గల గాలిలో కాడ్మియమ్ దీపం నుంచి వెలువడే ఎరుపురంగు తరంగ దైర్ఘ్యం విలువ 6434, 4696 A° ఉంటుంది. ఈ పరిశోధనను మైకల్ సన్ 1893-1895ప్రాంతంలో జరిపారు. ఆ తర్వాత అనేకమార్లు ప్రమాణ మీటర్ పొడవు కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యంతో పోల్చడం జరిగింది. 1923 లోను, 1927 లోను అంతర్జాతీయ తూనికలు కొలతలు సంఘం (International Committee on Weights and Mesures) కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని పొడవుకు ప్రమాణికంగా ఉపయోగించవచ్చునని ఆమోదం తెలిపింది. తక్కువ ఉష్ణోగ్రత పీడనముల వద్ద సామాన్య శక్మము తక్కువ విద్యుత్ ప్రవాహ సాంద్రత గల కాడ్మియమ్ ఆవిరి దీపం నుంచి వెలువడే ఎరుపు రంగు తరంగ దైర్ఘ్యం 6438, 4696 A° నకు 1553, 164.13 రెట్లుగా మీటర్ పొడవును సూచించడం జరిగింది.

పొడవును ప్రమాణంగా సూచించే మూల ప్రమాణం ప్రత్యుత్పాదకంగాను, లోపరహితంగాను ఉండాలి. కాడ్మియమ్ ఆవిరి దీపంసందలి విద్యుత్ ప్రవాహ తీవ్రత పెరిగేకొద్దీ అది ఉద్గారం చేసే ఎరుపురంగు కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం పెరుగుతుంది. Hg^{198} ఉత్సర్గదీపం నుంచి వెలువడే ఆకు పచ్చరంగు తరంగ దైర్ఘ్యం 5460, 7532 A° ఉంటుందని దీనిలో సంభావ్య దోషము 0.000/A°కన్న తక్కువ ఉంటుందని కనుక ఈ కాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని మీటర్ పొడవును సూచించుటకు మూలప్రమాణంగా తీసికోవచ్చునని మెగ్గర్స్ అను శాస్త్రజ్ఞుడు పేర్కొన్నాడు. 1951లో నేషనల బ్యురో ఆఫ్ స్టాండర్స్, అటామిక్ ఎనర్జీకమిషన్ కలిసి Hg^{198} నుంచి వెలువడే ఆకుపచ్చరంగు తరంగ దైర్ఘ్యానికి 1.831, 249.21 రెట్లు మీటర్ పొడవు ఉంటుందని సూచించారు.

పరమాణు ప్రమాణంగా పొడవును సూచించుటకు 196 లో అంతర్జాతీయంగా ఒడంబడిక ఏర్పడినది. దీని ప్రకారం మీటర్‌ను ప్లాటినమ్ ఇరిడియమ్ కడ్డీ ద్వారా సూచించుటకు మారుగా క్రిప్టాన్ - 84 నుంచి వెలువడే నారింజ-ఎరుపు కాంతి తరంగము ప్రపంచ వ్యాప్తంగా పొడవుకు మూల ప్రమాణంగా తీసికొనబడినది. ఆదిలో ఈ తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని మీటర్లలో చెప్పేవారు. ఇప్పుడు మీటర్ పొడవును ఈ తరంగ దైర్ఘ్యానికి 1,650,763.73 రెట్లుగా నిర్వచించినారు.

22.4.5 మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకము - కాంతి ప్రసరణ

కాంతి తరంగ సిద్ధాంతం మొదట ప్రతిపాదించినప్పుడు ఈథర్ యానకం అంతరాళం అంతటా నిండి ఉన్నదని ఊహింపబడినది. ఈ ఈథర్ యానకంలో కాంతి తరంగాలు $3x10^8$ ms^{-1} వేగంతో ప్రసరిస్తాయని ఊహించబడినది. మైకల్ సన్, మార్లె అను శాస్త్రజ్ఞునితో కలిసి ఈథర్ ఉనికిని నిర్ధారణ చేయుటకు మైకల్ సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని ఉపయోగించినాడు. వారు ప్రతిపాదించి చేసిన ప్రయోగాన్నే మైకల్ సన్ - మార్లె ప్రయోగము అంటారు. కాంతి తరంగాల ఈథర్ యానకంలో పయనించినట్లయితే, పరికరము కదిలే దిశకు ఏ దిశలో కాంతి ప్రసరణ జరుగుతుందో దాన్ని బట్టి కాంతి వేగం మారాలి. భూమి $3x10^4$ ms^{-1} వేగంతో పయనిస్తున్నట్లు, ఈథర్ యానకం నిశ్చలంగా ఉన్నట్లు భావించితే, మైకల్ సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని తొలిస్థితినుంచి 90° మార్చుకు గురిచేసినప్పుడు వ్యతికరణ పట్టీలు విస్థాపనం చెందాలి. పట్టి విస్థాపకాన్ని 0.01 పట్టీ వెడల్పు ఖచ్చితత్వంతో కొలుచుటకు వీలయినప్పటికి పై ప్రయోగంలో మైకల్ సన్ - మార్లెలు ఎలాంటి పట్టీ విస్థాపనాన్ని కనుగొనలేదు, మైకల్ సన్ - మార్లెలు ప్రయోగాన్ని అనేక మంది శాస్త్రజ్ఞులు చేసినప్పటికి వారు ఎలాంటి విస్థాపనం కనుగొనలేదు.

మైకల్సన్ - మార్లె ప్రయోగం కాంతి వేగం స్థిరమని, ఏ దశలో కొలచినా అది స్థిర విలువ కలిగి వుంటుందని ఋజువు చేసింది. ఈథర్ ఉనికి సందేహాస్పదమని నిర్ధారణ జరిగింది. ఈ ఫలితాలు ఐన్‌స్టీన్ ప్రతిపాదించిన విశేష సాపేక్ష సిద్ధాంతాల కనుగుణంగా ఉన్నాయి. ఐన్‌స్టీన్ కాంతి రిక్తాకాసంలో కూడా ప్రసరిస్తుందని, కాంతిజనకం పరిశీలకుల వేగాలు ఎలా వున్నప్పటికీ కాంతివేగం స్థిరంగా ఉంటుందని సూచించినారు. కాంతి వేగం $2{,}998 \times 10^{8}\ ms^{-1}$

మాదిరిలెక్క - 1

మైకల్ సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని ఉపయోగించి చేసిన ఒక ప్రయోగంలో చర దర్పణం 0.059 mm స్థానభ్రంశం పొందినప్పుడు 200ల పట్టీలు టెలిస్కోప్ దృక్క్షేత్రం అడ్డుగీతలను దాటుకొంటూ వెళ్ళినాయి. ఈ ప్రయోగంలో ఉపయోగించిన ఏకవర్ణ కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యమెంత ?

ఇచ్చట పాటించవలసిన నియమము $n\lambda = 2t$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం $n = 200,\ t = 0.059$ mm

$$\therefore \lambda = \frac{2t}{n} = \frac{2 \times 0.059}{200} = 5900\ A^{\circ}$$

మాదిరిలెక్క - 2

మైకల్ సన్ వ్యతికరణ మాపకంలో కాంతి జనకంగా సోడియం ఆవిరిదీపం వాడినారు $D_1 D_2$ల తరంగ దైర్ఘ్యాలు వరుసగా 5896 A°, 5890'A అయిన, క్రియానుగతిలో వ్యతికరణ పట్టీలు గరిష్ఠ కాంతివంతంగా కనబడుటకు చర దర్పణాన్ని ఎంత స్థానభ్రంశానికి లోను చేయాలో కనుగొనుము.

చర దర్పణం పొందవలసిన స్థాన భ్రంశం $x = \dfrac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)}$

22.5 సారాంశం

మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకం వ్యతికరణ ప్రక్రియ ఆధారంగా పనిచేస్తుంది. వ్యతికరణ మాపకాన్ని ఉపయోగించి (1) ఏకవర్ణ కాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని (2) పారదర్శక ఫలకం మందాన్ని (3) కొద్ది ఎడమ గల తరంగ దైర్ఘ్యాల భేదాన్ని (4) పారదర్శక పదార్థం వక్రీభవన గుణకాన్ని కనుక్కోవచ్చును. కాంతి వేగం కాంతిజనకం పరిశీలకుల పరస్పర వేగాల మీద ఆధారపడదని మైకల్‌సన్ - మార్లెలు ప్రయోగపూర్వకంగా ఋజువు చేసారు. రిక్తాకాశంలో కూడ కాంతి ప్రసరిస్తుంది.

22.6 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని వర్ణించి అది ఎలా పనిచేస్తుందో వివరించండి.
2. మైకల్‌సన్ వ్యతికరణమాపకం ద్వారా ఏకవర్ణకాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని ఎలా కనుగొనవచ్చునో వివరించండి.
3. కొద్దిపాటి ఎడం ఉన్న వర్ణపట రేఖల తరంగదైర్ఘ్యాల భేదాన్ని మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకంతో ఎలా కనుగొనవచ్చునో తెలపండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. మైకల్‌సన్, మార్లె ప్రయోగ ప్రాముఖ్యతను తెల్పండి.
2. మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకాన్ని ఉపయోగించి పారదర్శక పదార్థపు వక్రీభవన గుణకాన్ని ఎలా కనుగొనవచ్చునో వివరించండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

1. మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకంలో చరదర్పణాన్ని కొంతదూరం స్థానభ్రంశానికి లోనుచేసినపుడు టెలిస్కోపు దృక్క్షేత్రంలో 25° పట్టీలు కదలినాయి. ఇచ్చట

ఉపయోగించిన కాంతిజనకం తరంగదైర్ఘ్యం 6240 A_0 అయిన చరదర్పణం పొందిన స్థానభ్రంశమెంతో కనుగొనండి.

(జ. 0.078 mm)

2. 2 mm మందం 1.4 వక్రీభవన గుణకం గల పారదర్శక ఫలకాన్ని మైకల్‌సన్ వ్యతికరణ మాపకంలో వ్యతికరణకు లోనయ్యే కాంతి కిరణ పథంలో ఉంచినప్పుడు వ్యతికరణ వ్యూహం దృక్క్షేత్రం నుంచి కొద్దిదూరం స్థానభ్రంశం చెందింది. ఇది మరలా దృక్క్షేత్ర కేంద్రంతో ఏకీభవించుటకు చర దర్పణాన్ని ఎంత దూరం విస్థాపన చేయవలెనో కనుగొనండి.

(జ. 0.4 mm)

22.7 పదకోశం

దీప్తి పదార్థము	:	దృగ్గోచర ప్రాంతంలో కాంతిని ఉద్గారం చేసే పదార్థాన్ని దీప్తి పదార్థం అంటారు.
రేఖాత్మక ప్రసరణ	:	కాంతి ఋజుమార్గంలో ప్రసరించుటను రేఖాత్మక ప్రసరణ అంటారు.
విక్షేపణము	:	తెల్లని కాంతి వపట్టకం ద్వారా వెళ్ళినప్పుడు రంగురంగులుగా విడిపోవుటను విక్షేపణం అంటారు.
ఫోటో విద్యుత్ ఫలితము	:	కాంతిలోహపు పదార్థతలంమీద పతనమయినప్పుడు ఎలెక్ట్రాన్‌లు వెలువడు ప్రక్రియను ఫోటో విద్యుత్ ఫలితము అంటారు.
సమదైశిక యానకము	:	ఏదేని యానకంలో దాని ధర్మాలు దిశాత్మకంగా మారనిచో అట్టి యానకాన్ని సమదైశిక యానకం అంటారు.

22.8 చదవదగిన గ్రంథాలు

1. Physics Part I and II — by D. Halliday and R. Resnicc
2. Mechanics, Heat & Sound — by Sears
3. University Physics — by Richard Sears Wehr and Lemanstg
4. Concept in Physics — by Rabert K Adair

ఖండం - 9 : వివర్తనం

భాగం - 23 ఫ్రెనెల్, ఫ్రాన్స్ హోఫర్ వివర్తనం

విషయక్రమం

23.1 ఉద్దేశ్యాలు లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో వివర్తనం అనే దృగ్విషయాన్ని పరిశీలింపచడం జరిగింది. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత ఫ్రెనెల్, ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనాల మధ్యగల తారతమ్యాలను గుర్తించగలుగుతారు.

23. 2 ప్రవేశిక

కాంతి సరళరేఖ మార్గంలో ప్రసారం చెందుతుంది అనే సిద్ధాంతం కాంతి వస్తువుల నీడలను ప్రదర్శించడాన్ని జామితీయ కాంతి శాస్త్రం వివరిస్తుంది.

ఒక కాంతి మూలకం నుండి కాంతి అపర్చర్ ద్వారా ప్రసారం చెందినప్పు డు దాని మార్గంలో అవరోధాలు కలిగినప్పు డు అది నీడలను ప్రదర్శిస్తుంది అనే భావం యీ సిద్ధాంతం తెలియజేస్తుంది. ఈ సిద్ధాంతాన్ని వుపయోగించి జ్యామితీయ కాంతి శాస్త్రానికి సంబంధించిన ఆధారాలను క్రీ.పూ. 4వ శతాబ్దంలో యూక్లిడ్ ప్రవేశపెట్టినాడు. అయితే కొన్ని ప్రయోగాల ద్వారా యీ సిద్ధాంతం సరి అయినది కాదని క్రీ.శ. 17వ శతాబ్దంలో తెలియజేయడం జరిగింది. వస్తువుల నీడల ప్రాంతంలోకి "కాంతి వంగడాన్ని" వివర్తనం అంటారు.

గ్రీమాల్డి, ఇటలీ దేశంలోని బోలోగ్నలోని చర్చిలో ప్రీస్ట్, అతని మరణానంతరం ప్రచురించబడిన డేలామినే అనే పుస్తకంలో దృశాశాస్త్రంలో తాను జరిపిన ప్రయోగాలను వాటి ఫలితాలను ఆధారంగా కాంతి స్వభావాన్ని వర్ణిస్తానని అతను రాసినాడు. సూటిగా జరిగే కాంతి వ్యాపనం, పరావర్తనం, వక్రీభవనం అనే మూడు రకాలైన వ్యాపనం పద్ధతుల ద్వారానే కాకుండా వివర్తనం ద్వారా కూడా కాంతి ప్రసారం లేదా వ్యాపనం చెందుతుంది అని అతను తాను జరిపిన కాంతి వివర్తన ఆవిష్కరణలను వర్ణిస్తూ రాసినాడు. చిన్న రంధ్రం ద్వారా సూర్యకాంతి ప్రవేశిస్తున్న ఒక చీకటి గదిలో గ్రిమాల్డి తన వివర్తన ప్రయోగాలను చేసినాడు. యీ కాంతి మార్గంలో కొన్ని వస్తువులను వుంచినపుడు, ఏర్పడిన వస్తువుల నీడలు నిశితంగా లేకపోవడం అతను గమనించాడు. కాంతి రుజుమార్గం నుండి వంగి ప్రయాణించడమే, దీనికి కారణం అని అతను వూహించినాడు వస్తువుకు, తెరకు మధ్యగల దూరాన్ని మార్చి యీ ప్రయోగాలను జరిపించడం ద్వారా యీ దృగ్విషయాన్ని అతను వివరంగా పరిశీలించగల్గినాడు.

ఈ దృగ్విషయాన్ని అతను "వివర్తనం"గా పేర్కొన్నాడు. కాంతి నిరోధక వస్తువులు, కాంతి నిరోధక తెరలలోని చీలికలు (అపర్చర్లు) యీ దృగ్విషయాన్ని ప్రదర్శిస్తాయి అని అతను కనుగొన్నారు.

23.3 'కాంతి వివర్తనం' గూర్చి న్యూటన్ చేసిన ప్రయోగాలు

'కాంతి వివర్తనం' గూర్చి న్యూటన్ తన ప్రయోగాలను 1666వ సంవత్సరంలో ప్రారంభించాడు. ఈ ప్రయోగ ఫలితాలను అతను తన పుస్తకం "అప్టిక్"లో 1704లో ప్రచురించాడు. తాను ప్రవేశపెట్టిన 'కాంతికణ సిద్ధాంతం' ఆధారంగా యీ ఫలితాలను వివరించడానికి ప్రయత్నించాడు విజ్ఞాన శాస్త్ర రంగంలో న్యూటన్‌కు వున్న ప్రాముఖ్యత అధికారం మూలంగా సుమారు 100 సంవత్సరాలపాటు 'వివర్తనం' దృగ్విషయాన్ని వివరించడానికి కాంతి తరంగ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించడానికి శాస్త్రజ్ఞులు సాహసించలేక పోయినారు. అయితే శబ్దవేగం నిర్ణయించడానికి వుపయోగించిన సమీకరణాన్ని రాబట్టడంలో న్యూటన్ తనకు తానే శబ్ద తరంగ సిద్ధాంతాన్ని వుపయోగించాడు.

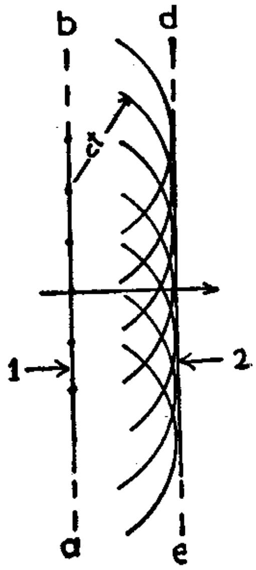
23.4 కాంతి తరంగ సిద్ధాంతం ద్వారా 'వివర్తనం' వివరణ

స్ఫటికాలు ప్రదర్శించే "ద్వి వక్రీభవనం" దృగ్విషయాన్ని వివరించడానికి కాంతి తరంగ సిద్ధాంతాన్ని హైజన్స్ ప్రవేశపెట్టినారు. దీన్నే తరువాత కాలంలో 'హైజన్ సూత్రం' అని పిలవడం జరిగింది. ఒక తరంగ అగ్రములోని ప్రతి బిందువు సెకండరీ సూక్ష్మ తరంగాలకు మూలంగా పనిచేస్తుందనీ, యీ సెకండరీ సూక్ష్మతరంగాల ఆచ్ఛాదనే (envelope) కొత్త తరంగా అగ్రము అవుతుందని, హైజన్ సూత్రం తెలియ జేస్తుంది. అయితే గ్రిమాల్డి 'వివర్తనం'పై జరిపిన ప్రయోగాలను గూర్చి హైజన్‌కు తెలుసునో లేదో చెప్పడం కష్టం. కాంతి రుజుమార్గంలో ప్రసారం చెందుతుంది అనే సిద్ధాంతానికి తన సూత్రం అనుగుణంగా వుందని హైజన్స్ తెలియ చేశాడు. అయితే ప్రసారం, పురోగామి దిశలోనే జరుగుతుంది. కాని వస్తువుల నీడలను దాటి వంగదు. అంటే హైజన్స్ సిద్ధాంతం ప్రకారం కాంతి వంగడానికి లేదా వివర్తనం చెందడానికి వీలులేదు. 1801 సంవత్సరంలో యంగ్ అనే బ్రిటిష్ భౌతిక శాస్త్రజ్ఞుడు కాంతి తరంగ స్వభావం ద్వారా 'వ్యతికరణం' దృగ్విషయాన్నివివరించినాడు. కొన్ని సంవత్సరాల తరువాత వివర్తనం దృగ్విషయాన్ని ఫ్రెసనల్. కాంతి తరంగ సిద్ధాంతం ద్వారా వివరించినాడు. కొన్ని సామాన్య వస్తువులు, అపర్చర్లు (చీలికలు) ప్రదర్శించే వివర్తనాన్ని, హైజన్స్ సిద్ధాంతం ఆధారంగా ఫ్రెసనల్ వివరించ గల్గినాడు. "కాంతి వివర్తనం" గూర్చి తాను రాసిన పరిశోధనా పత్రానికి ఫ్రెంచి అకాడమీ బహుమతిని ఫ్రెసనల్ 1859లో పొందగల్గినాడు. వివరత్నం గూర్చిన హైజన్స్-ఫ్రెసనల్ సిద్ధాంతాలను గూర్చి యీ పాఠాలలో నేర్చుకొంటాం. వస్తువు స్వభావాన్ని (లోహం లేదా అవాహకం) వస్తువుకు అతి సమీపంలో వున్న వివర్తన ఆకారాలను పరిగణలోనికి తీసుకొని సందర్భాలలో మాత్రం యీ సిద్ధాంతాలు కొన్ని యిబ్బందులను కలుగ జేస్తాయి. అటువంటి సందర్భాలలో మాక్స్‌వెల్ 1893లో ప్రవేశపెట్టిన విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతాన్ని వుపయోగించ వలసి వస్తుంది. మైక్రోతరంగాలు ప్రదర్శించే (రాడార్ విషయంలో) వివర్తనం గూర్చి పరిశీలించినప్పుడు, యీ సిద్ధాంతం అతి ప్రాముఖ్యం వహిస్తుంది. X- కిరణాలు స్ఫటికాల ద్వారా ప్రయాణించినప్పుడు కలిగే వివర్తనం విషయంలో యీ వివర్తన ప్రయోగ ఫలితాలు ప్రాముఖ్యం వహిస్తాయి. అంతేకాకుండా, ఎలెక్ట్రాన్ వంటి కణాలు స్ఫటికాలు గుండా ప్రయాణించే సందర్భాలలో కూడా యిది చాలా ప్రాముఖ్యం వహిస్తుంది.

23.5 కాంతి వివర్తనాన్ని అర్థం చేసుకోడానికి ప్రవేశపెట్టబడిన గణితాత్మక దృక్పథం హైజన్ ఫ్రెసనల్ సిద్ధాంతం

హైజన్ ఫ్రెసనల్ సిద్ధాంతం రెండు సూత్రాల మీద ఆధారపడి వుంది.

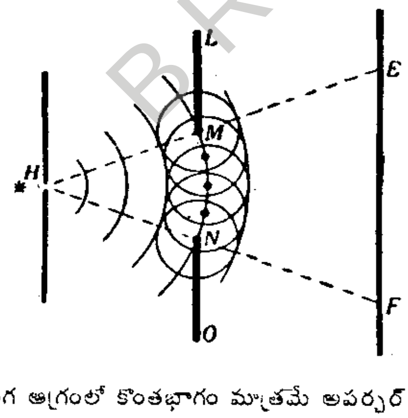
1. హైజన్ సూత్రం
2. వ్యతికరణ సూత్రం (అధ్యారోపణ సూత్రం)



పటము 23.1 కాంతి మూలం నుండి వెలువడే కాంతి తరంగాలు

మూలం గోళాకార తరంగ అగ్రాలను వెలువరిస్తుంది. వాటిలో ఒకటి పటంలో చూపబడినది. యీ తరంగ అగ్రంలో ప్రతిబిందువు, సెకండరీ తరంగాలకు మూలం అయి సెకండరీ తరంగ అగ్రాన్ని వెలువరిస్తుంది. యీ సెకండరీ తరంగ అంగ్రాల అచ్ఛేదన ఒక కొత్త తరంగ అగ్రంగా పరిగణించ బడుతుంది. యీ కొత్త తరంగ అగ్రంలోని ప్రతి బిందువు పైవిధంగానే, మరొక కొత్త సెకండరీ తరంగ అగ్రానికి, మూలం అవుతుంది. యీ విధంగా కాంతి ప్రసారాన్ని మనం తరంగ అగ్రాల పురోగమనంగా బావించవచ్చు. యీ విధంగా ఒక తరంగ అగ్రం ఒక మూలంనుండి మరొక స్థానం వరకు ప్రయాణిస్తుంది. తరంగ అగ్రాలు అడ్డు లేకుండా ప్రయాణించినంతవరకు పై భావనలు కాంతి ప్రసారాన్ని వివరించడానికి వుపయోగపడతాయి.

అయితే తరంగ అగ్రం అంతా కాకుండా అందులో కొంత భాగం మాత్రమే ఒక అపర్చర్ (చీలిక) ద్వారా ప్రయానించినప్పు డు ఏమి జరుగుతుంది అని ఫ్రెనెల్ ఆలోచించసాగినాడు.



పటం 23.2 తరంగ అగ్రంలో కొంతభాగం మాత్రమే అపర్చర్ గుండా ప్రయాణించడం.

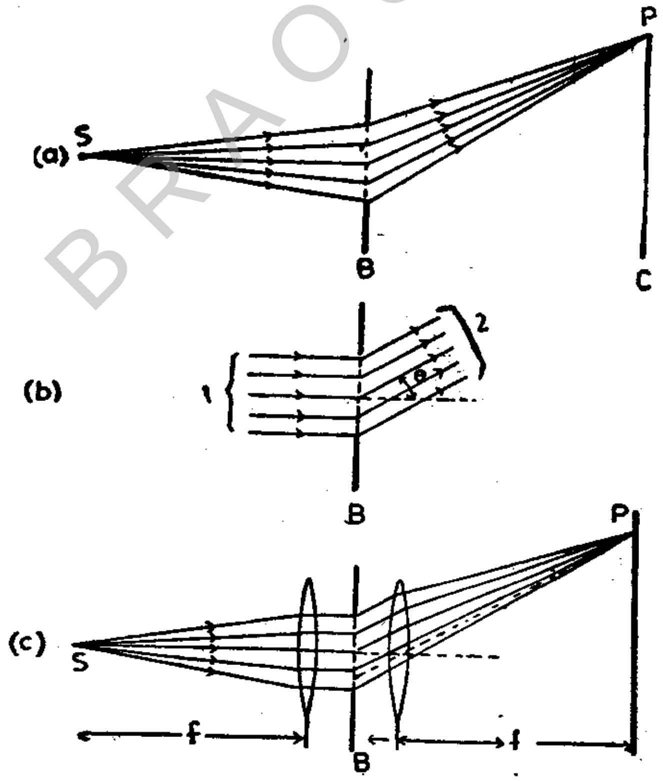
1. పతన తరంగం
2. తరంగ కొత్త స్థానం

శంఖు పరిధిలో, తరంగ అగ్రంలోని బిందువు వున్నంత వరకు ఏమి ప్రత్యేకత కనిపించదు. అయితే నీడల అంచుల వద్ద మాత్రం వివర్తన పట్టికలు కనబడతాయి. ఈ ప్రాంతంలో కాంతి, రుజుమార్గ సిద్ధాంతాన్ని పాటించదు.

వివర్తనం దృగ్విషయాన్ని వివరించడానికి, కాంతి తరంగ అగ్రంలోని ప్రతి బిందువు నుండి వెలువడే సెకండరీ తరంగ అగ్రము అవరోధం లేకుండా ప్రయాణించడమే కారణం అదే హైజన్ సూత్రాన్ని ఫ్రెనల్ వుపయోగించినాడు. ఈ సెకండరీ తరంగ అగ్రాల ప్రభావాన్ని విశదీకరించడానికి అధ్యారోపణ సూత్రాన్ని వుపయోగించినాడు. ఈలా సెకండరీ తరంగాలు కలుగజేసిన ప్రభావాల ఫలితాల మొత్తమే వివర్తనానికి కారణం అవుతుంది. ఈ సెకండరీ తరంగాలు వ్యతికరణాన్ని కలుగ జేస్తాయి. సెకండరీ తరంగాలు ఏవిధంగా కలుస్తాయి అనే విషయం మీద ఆధారపడి కాంతివంతమైన పట్టికలు, లేదా కాంతి విహీనమైన పట్టికలు వుంటాయి. ఈవిధంగా హైజన్స్-ఫ్రెనల్ వివర్తన సిద్ధాంతం ప్రకారం, వివర్తన ఆకారాన్ని వ్యతికరణం ఆకారం నుండి తెలుసుకొనడానికి పిలవుతుంది. ఒక తరంగ అగ్రంలోని వివిధ బిందువుల నుండి వెలువడే సెకండరీ తరంగాల వ్యతికరణ దృగ్విషయాన్ని అనుసరించి వివర్తన దృగ్విషయం వుంటుంది. యీ విషయాలను తరువాతి పాఠాలలో నేర్చుకొందాం. వివర్తనాన్ని ఫ్రెనల్ వివర్తనం, ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనం అని రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చుననే వ్యాఖ్యతో యీ భాగాన్ని ముగిద్దాం.

23.6 ఫ్రెనల్-ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనం

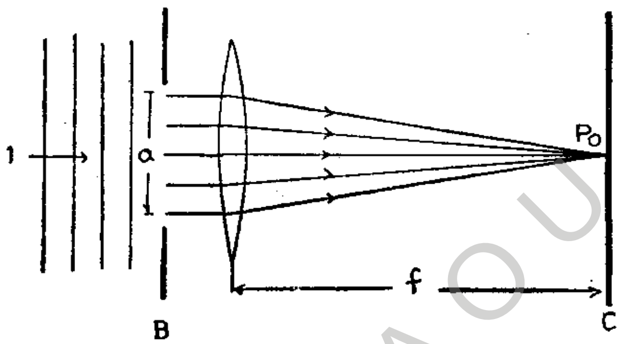
వివర్తనం దృగ్విషయాన్ని పరిశీలించడానికి ఒక సూక్ష్మ కాంతిమూలం, చీకటి గది అవసరం అని గ్రీమాల్డి చేసిన వివర్తన ప్రయోగాలు మనకు తెలియ జేస్తాయి. అయితే యిది పూర్తిగా నిజం కాదు. వివర్తనాన్ని మనం అతి సామాన్యంగా కూడా చూస్తూ వుంటాం. ఉదాహరణకు ఒక చిన్న వీధి దీపాన్ని, ఒక జేబు రూమాలు గుండా మనం చూసినట్లైతే దీపం చుట్టూ మనం కాంతివంతమైన బిందువులను చూస్తాం దీన్నే మనం వివర్తనం అనవచ్చు. యిదే విధంగా సగం మూసివుంచిన కంటితో ట్యూబ్‌లైటును మనం చూసినప్పుడు లైటు చుట్టూ మనం వివర్తన పట్టికలను చూస్తాం. దీనికి కారణం లైటు నుండి వచ్చే కాంతి ప్రసారానికి కంటిరెప్పలు కలుగ జేసే అడ్డంకులే కారణం అని తెలుసుకున్నారు. యిదే



పటం 23.3

విధంగా రెండుచేతి వేళ్ల మధ్య ఖాళీనుండి ట్యూబ్‌లైటును మనం చూసినప్పుడు కూడా వివర్తన పట్టీలను గమనిస్తాం. వివర్తనం ఆకారాన్ని అతి సులువుగా కనుగొనడానికి వీలవుతుంది. అవి పటం 23.3 ద్వారా తెలుసుకొనవచ్చు.

కాంతిమూలం, పరిశీలన బిందువు, యీ రెండింటికి తెరకు మధ్యగల దూరాలు తక్కువగా వుంటే అప్పుడు గమనించిన వివర్తనాన్ని 'ఫ్రెనల్ వివర్తనం' అంటారు. ఈ విషయాలు గ్రిమాల్డి ప్రయోగాలు తెలియజేస్తాయి. ఇదేవిధంగా కాంతిమూలం పరిశీలన బిందువు. తెరనుండి అత్యధిక దూరాలలో వుంటే, అప్పుడు ఏర్పడే వివర్తన ఆకారాన్ని 'ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం' అంటారు. ఈ ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనంలో తెరమీద పడే కాంతి వివర్తన తెరను విడిచిపెట్టే కాంతి, కూడా సమాంతర కిరణ పుంజాలుగా వుంటాయి. యీ కారణంగా సమాంతర కాంతి కిరణ పుంజాలు ద్వారా ఏర్పడిన వివర్తనాన్ని ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం అని పరిగణించవచ్చు. దీన్ని అనుసరించి కాంతి మూలం పరిశీలకుని స్థానం, వివర్తనం కల్గించే వస్తువు నుండి అత్యధిక దూరంలో వుండాలి అనే విషయం తెలుస్తుంది. అయితే యీ నిబంధన నిజానికి సాధ్యంకాదు. అందుచేత కాంతి మూలాన్ని కుంభాకార కటకం యొక్క మూలనాభి వద్ద నుంచి, కటకం గుండా ప్రయాణించే సమాంతర కాంతి కిరణాలను వివర్తన తెరమీద పడేటట్టు జేస్తారు. ఇదేవిధంగా వివర్తనం చెందిన తరువాత వెలువడే సమాంతర కిరణాలను కుంభాకార కటకం ద్వారా ప్రయాణించేటట్టు చేస్తారు. ఈ కటకం నుండి వెలువడే కిరణాలను ఆ కటకం ప్రధాన నాభి వద్ద వుంచి తెరమీద పడేటట్టు చేస్తారు.



పటం 23.4 ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం

1. పతన తరంగం

ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనాన్ని పరిశీలించడానికి స్పెక్ట్రో మీటరును వుపయోగించవచ్చు. ఇందుకుగాను, స్పెక్ట్రో మీటరులోని కాలిమీటరును, టెలిస్కోపును సమాంతర కిరణాలు వచ్చేటట్టు ఏర్పాటు చేస్తారు. వస్తువులను స్పెక్ట్రోమీటరు టేబిల్‌మీద వుంచి, వివర్తన ఆకారాలను పరిశీలిస్తారు.

పటం 23.4లో ఒక మూలం యొక్క బింబాన్ని తెరమీద కటకం ఏర్పరచడం చూపించడం జరిగింది. ఇందులో అపర్చర్ (చీలిక) కటకానికి దగ్గర వుంచినట్టైతే, వివర్తన పట్టికలు తెరమీద, మూలం యొక్క బింబం చుట్టూ ఏర్పడ్డం చూస్తాం. నిజానికి బింబం యిటువంటి పట్టికలు లేకుండా ఏర్పడాలని జ్యామితీయ కాంతి శాస్త్రం తెలుపుతుంది. అయితే మనం చేసే యీ కాంతి పట్టికలు, అపర్చర్ యొక్క ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం ద్వార కలుగుతున్నాయని తెలుస్తుంది. ఒక కటకానికి బదులుగా రెండు కటకాలను వాడి ప్రయోగాన్ని జరిపించడం ద్వారా దీన్ని అర్థం చేసుకోవచ్చు. ఈ రెండు కటకాలను అపర్చర్‌కు రెండువైపుల అమరుస్తారు. వీటి నాభ్యంతరాలు (Focal Lengths) వరుసగా కటక మూలానికి, కటకానికి బిందువుకు గల మధ్య దూరాలకు సమానంగా వుంటాయి. ఈ కారణంగా, మొదటి కటకం సమాంతర కిరణాలను అపర్చర్ మీద పడేటట్టు చేస్తుంది. రెండవ కటకం వివర్తనం చెందిన సమాంతర కిరణాలను కేంద్రీకరింప జేస్తుంది. ఈ విధంగానే ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం వుంటుంది. ఈ ప్రయోగం నుంచి కొన్ని ముఖ్య విషయాలు తెలుస్తాయి. మనం దృశాపరికరాలను (టెలిస్కోప్ వంటివి) ఉపయోగించి, దూరపు వస్తువులను (నక్షత్రం వంటివి) పరిశీలించినప్పుడు, అగుపడే బింబం నిజానికి అపర్చర్ (చీలిక) యొక్క ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తన ఆకారం మాత్రమే. దీనికి కారణం కటకం నుండి ప్రయాణించే కాంతిని, అపర్చర్ కలిగించే అడ్డంకు అని అర్థం అవుతుంది.

23.7 ఫ్రెనల్–ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనం గణితాత్మక మార్గం

ఇంతవరకు మనం ఫ్రెనల్, ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనాలను వస్తువుకు, తెరకు, పరిశీలకునికి మధ్యగల సూక్ష్మదీర్ఘ, దూరాల పరంగా చర్చించాము. ఈ వివర్తనాలను ఖచ్చితంగా అవగాహన చేసుకోనడానికి వీలుగా ఫ్రెనల్ భావాలను గణితాత్మకంగా పరిశీలిద్దాం. ఒక సమతల అపర్చర్ (చీలిక) గల ఒక సమతల తెరమీద ఒక సమతల తరంగం పతనం చెందుతుందని వూహిద్దాం. పరిశీలక తెరమీద ఒక బిందువు వద్ద కాంతి తీక్షణతను కనుగొన వలసివుందని అనుకొందాం. హైజన్స్ సూత్రం అనుసరించి అపర్చర్‌లోని ప్రతి బిందువునుండి కాంతి తరంగాలు బయలు దేరి, తెరమీద బిందువును చేరుతాయి. యీ తరంగాలు డోలనాల ఫలితాన్ని మనం లెక్కకట్ట వలసి వుంటుంది. కాంతి తరంగ సిద్ధాంతం అనుసరించి ఒక బిందువు వద్ద కాంతి తీక్షణత, తరంగ డోలనాల వర్గానికి అనులోమాను పాతంలో వుంటుంది. ఒక బిందువు Q, సెకండరీ గోళాకార తరంగాలకు మూలం అయివుండి, దాని డోలన పరిమితి అయితే బిందువు P వద్ద (d దూరంలో వున్న) యీ తరంగాల వల్ల కలిగే కాంతి సంచలనం కింది సమీకరణం తెలియజేస్తుంది.

$$\phi = \frac{a}{d} \cos(\omega t - kd)$$

ఇక్కడ ω = కోణీయ పౌనఃపున్యం $2\pi f$

f = పౌనఃపున్యం

t = కాలం

$k = 2\pi/\lambda$

λ = తరంగ దైర్ఘ్యం

$\omega t - kd$ = తరంగం దశాభేదం

ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతం ప్రకారం, అపర్చర్ ABలో A_1 Bల మధ్యనున్న అన్ని బిందువుల ద్వారా కలిగిన యీ సంచలనాలను మనం కూడినట్లైతే, ఫలిత తరంగం లభిస్తుంది.

$$\psi = \Sigma \frac{a}{d} \cos(\omega t - kd) \tag{23.1}$$

A Bలోని వంటి బిందువులు అవిచ్ఛిన్నంగా వుండే కారణంచేత, ఫలిత సంచలనాన్ని కింది సమీకరణం ద్వారా వ్యక్తం చేయవచ్చు.

$$\psi = \int \phi\, dr = \int \frac{a}{d} \cos(\omega t - kd)\, dr \tag{23.2}$$

ఇక్కడ 'r' తెరలో మూలం నుండి R బిందువుకు గల దూరాన్ని తెలియజేస్తుంది.

సమీకరణాలు 23.1, 23.2 వివర్తన ఆకారాలను లెక్కగట్టడానికి వుపయోగిస్తాయి. వీటిని తరువాతి పాఠాలలో నేర్చుకుంటారు.

ముందుగా యిప్పుడు ఫ్రెనల్, ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనాలను గుర్తించడానికి సహాయపడే పరిణామాత్మక పద్ధతిని పరిశీలిద్దాం. ఈ పరిశీలనలో అపర్చర్ పరిణామం ముఖ్యపాత్ర వహిస్తుంది. అపర్చర్ AB అంత్యాల వద్దనుండి బయలుదేరి P బిందువును చేరే రెండు తరంగాల దశాభేదాన్ని తెలుపుకొనేందుకు సమీకరణాన్ని పరిశీలిద్దాం.

$AP = D$

$BP = D + \Delta$ అయితే (Δ = మార్గంలో భేదం) $\frac{2\pi\Delta}{x}$ దశాభేదం అవుతుంది. ABP త్రిభుజంలోని భుజాలమధ్య గల సంబంధాన్ని అనుసరించి కింద సమీకరణాన్ని రాయవచ్చు.

$$(D + \Delta)^2 - D^2 + b^2 - 2bD \cos(\pi/2 + \theta) \tag{23.3}$$

తెరతలం యొక్క లంబానికి, APకు మధ్యగల కోణం "θ"

సమీకరణం 23.3ను సూక్ష్మీకరిస్తే

$$2D\Delta + \Delta^2 = b^2 + 2Db \sin\theta \quad \text{వస్తుంది.} \tag{23.4}$$

ఇక్కడ $\Delta << D$ అనే అంశాన్ని మనం ఊహించ వలసి వస్తుంది. AB నుండి P అధిక దూరంలో ఉందని దీని అర్థం

పై సమీకరణంలో $2\Delta D$ లో సరిపోల్చి Δ^2 ను లెక్కలోకి తీసుకోకుండా ఉంటే, సమీకరణం 23.4 ను

$$2\Delta D = b2 + 2bD \sin\theta \tag{23.5}$$

అని రాయవచ్చు.

పై సమీకరణం, ఫ్రెనెల్, ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనాలను గుర్తించడానికి ఉపకరిస్తుంది. విలువ చాలా హెచ్చుగా ఉంటే, అంటే $D \rightarrow \infty$

$\Delta = \Delta\alpha = b \sin\theta$

ఇది ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనానికి నిబంధనగా పనిచేస్తుంది. 'D' యొక్క అల్పవిలువలకు $\frac{b^2}{2D}$ పదం ప్రాముఖ్యం వహిస్తుంది. $\Delta - \Delta\alpha = \frac{b^2}{2D}$ అని రాపచ్చు. ఈ కారణంగా 'D' యొక్క అల్ప విలువలకు, దశా మార్పు b^2 కు అనుపాతంలో ఉంటుంది. ఫలిత డోలనం, దశ మార్పు మీద ఆధారపడి ఉంటుంది కనుక, ఫలిత డోలనం పరిమితి $\Delta/\Delta\alpha = b \sin\theta$ కంటే వేరుగా వుంటుంది. యిది 'b' తో రేఖీయ అనుపాతంలో వుంటుంది. ఈ కారణంగా మార్గభేదం 'b^2' తో అనుపాతంలో వుంటే కలిగే వివర్తనాన్ని ఫ్రెనల్ వివర్తనం అంటారు. అయితే ఫ్రెనల్, ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనాలను వేరువేరుగా గుర్తించే రేఖ ఏది అనేది ప్రశ్న. దీనికి సమాధానం కోసం మనం రేలే భావనలను పరిశీలిద్దాం. వీని ప్రకారం మార్గభేదం $\lambda/8$ కంటే తక్కువగాను, దశాభేదం $\pi/2$ కంటే తక్కువగాను ఉంటే తీక్షణతలలో బేధం కనిపించదు. అంటే ప్రస్తుత చర్చల్లో $\Delta - \Delta\alpha < \lambda/8$ అయినట్లైతే మనం ఫ్రెనల్, ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనాలను గుర్తించడానికి వీలుపడదు. ఈ కారణంగా ఈ రెండింటి బేధవర్త్పే రేఖను తెలియజేసే సమీకరణం

$\Delta - \Delta\infty = \frac{b^2}{2D} = \frac{b^2}{l} = \frac{\lambda}{8}$ అవుతుంది.

లేదా $\frac{b^2}{l} = \frac{\lambda}{8}$ అనేది ఈ భేదవర్త్పే రేఖను తెలియ బేస్తుంది.

l యొక్క అధిక విలువలకు $\frac{b^2}{l} << \lambda$ ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం

l యొక్క అల్ప విలువలకు $\frac{b^2}{l} = \lambda$ ఫ్రెనల్ వివర్తనం

l యొక్క అత్యల్ప విలువలకు $\frac{b^2}{l} >> \lambda$

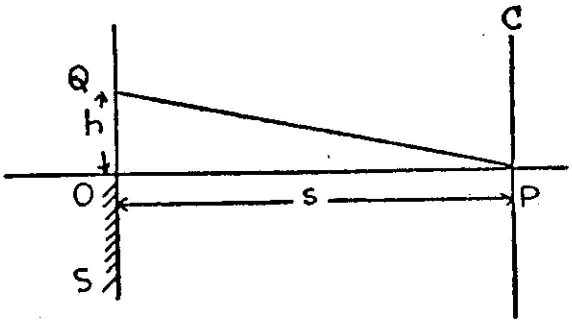
ఇటువంటి పరిస్థితులలో నిశితమైన నీడలు కన్పిస్తాయి. కాంతి పట్టికలు కన్పించవు. రుజుమార్గ ప్రసారం కన్పిస్తుంది. యీ వాస్తవాలను కింది విధంగా రాయవచ్చు.

$\frac{b^2}{l\lambda} << 1$ ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనం

$\frac{b^2}{l\lambda} = 1$ ఫ్రెనల్ వివర్తనం

$\frac{b2}{l\lambda} >> 1$-- రుజుమార్గ ప్రసారం (జ్యామితీయ దృశాశాస్త్రం)

కాబట్టి $\frac{b^2}{l\lambda}$ విలువ వివర్తన ఆకారాన్ని తెలుసుకోడానికి ఉపయోగ పడుతుంది. దీనిని ఒక ఉదాహరణ ద్వారా పరిశీలిద్దాము. 6×10^{-5} cm λ విలువ గల సమానాంతర కిరణ పుంజం, 0.1mm (b విలువ) గల చీలికమీద పతనం చెందిందనుకుందాం. మూడు l విలువలను 10^{-1}cm, 1 cm, 100 cm తీసుకుందాం. $\frac{b^2}{l\lambda}$ విలువలు అప్పుడు వరుసగా 17, 1.7, 0.0017 అవుతాయి. మొదటి ఉదాహరణలో ఋజుమార్గ ప్రసారం చెంది నిశితమైన నీడను చూస్తాము. రెండవ ఉదాహరణలో ఫ్రెనల్ వివర్తనం



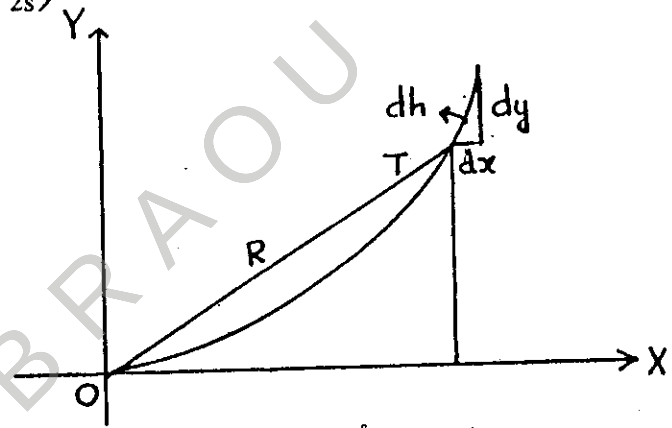
పటం 24.1 తిన్నని అంచువద్ద ఫ్రెనెల్ వివర్తనం

తరంగాన్ని ఒక సదిశచే సూచించవచ్చు. సదిశ పొడవు కంపనపరిమితి (dh)కి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. నిర్దేశ అక్షం (OX) పరంగా సదిశ దిశ, దశ $\left(\frac{2P}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$కు సమానంగా ఉంటుంది. dh పొడవు X అక్షంతో కోణంచేసే $\theta\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$ కోణం సదిశను పటం 24.2 చూపుతుంది.

ఈ సదిశకు x, y అంశాలు

$$dx = dh\,\mathrm{Cos}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$$

$$dy = dh\,\mathrm{Sin}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right) \qquad (24.2)$$



పటము 24.2 తరంగాన్ని సదిశచే సూచించడం

తరంగాగ్రంలో O,Q ల మధ్య ఉన్న గౌణ జనకాల నుంచి బయలుదేరే తరంగాల సాముదాయిక అంశదానాన్ని, పై సమీకరణాలను (Zero) : o,h ల మధ్య సమాకలనం చేసి కనుక్కోవచ్చు. అందువల్ల

$$\text{ఫలితం } x\text{ - అంశం} = A = \int_0^h dh\,\mathrm{Cos}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$$

$$\text{ఫలిత } y\text{ - అంశం} = B = \int_0^h dh\,\mathrm{Sin}\,\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{h^2}{2s}\right)$$

P బిందువు వద్ద ఫలిత కంపనపరిమితి, ఫలిత సదిశ పొడవు Rకు సమానంగా ఉంటుంది.

$R = \sqrt{A^2+B^2}$ దూరము OT (పటం 24.2లో) అందువల్ల సదిశ TO ఫలిత తరంగాన్ని సూచిస్తుంది, ఈ ఫలిత తరంగం దశ ∅ అవుతుంది. OQ, వెంబడి ఉన్నఅల్పాంశాల నుంచి బయలుదేరి తెరను చేరే తరంగాల అంశదాన సాముదాయక ఫలాన్ని, T బిందువు సూచిస్తుంది. OQ

పొడవు పెరిగే కొద్దీ T బిందువు పటం 24.2 లోని వక్రం వెంబడి కదలుతుంది. సమీకరణం 24.2, 24.3లు ఈ వక్రాన్ని విశదపరచే పరామితి సమీకరణాలు. h విలువ చాలా ఎక్కువైనప్పుడు ఈ వక్రం ఆకారం ఎట్లా ఉంటుందో చూద్దాం. సౌలభ్యం కోసం h బదులు మరొక చరరాశి 'v' ను ఉపయోగిస్తాం.

$$v = h\sqrt{\frac{2}{\lambda S}} \tag{24.4}$$

అప్పుడు సమీకరణం 24.2 ను కిందివిధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$dx = \sqrt{\frac{\lambda S}{2}}\, dv \cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right)$$

$$dy = \sqrt{\frac{\lambda S}{2}}\, dv \sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right)$$

కొత్త చరాశులు x, yలను తీసుకొంటే

$$dx = dv\cos\left(\frac{\pi}{2}v^2\right)$$

$$dy = dv\sin\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) \tag{24.5}$$

అసౌకర్యం ఏమి లేనందువల్ల కొత్త చరరాశులను x, y లు గానే వ్రాస్తాం.

v వద్ద వక్రం వాలు $= \frac{dy}{dx} = \tan\left(\frac{\pi}{2}v^2\right)$

వాలు కోణం $\theta = \frac{\pi}{2}v^2$

దీనిని బట్టి v విలువ పెరిగే కొద్దీ T బిందువు వక్రంపై దూరంగా జరిగి, వక్రం వాలు v^2 తో పెరుగుతుందని, వక్రం అనేక చుట్లతో ఉంటుందని తెలుస్తుంది. అంటే వక్రం సర్పిలాకారంలో ఉంటుంది. $v \to \alpha$ అయినప్పుడు అంత్య బిందువు (అవధి బిందువు) Cను చేరుతుంది. ఆ బిందువులు నిర్దేశాంకాలు

$$X = \int_0^\infty \mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) dv = \frac{1}{2}$$

$$Y = \int_0^\infty \mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{2}v^2\right) dv = \frac{1}{2}$$

సమాకలములు x,yలను ఫ్రెనల్ఇంటెగ్రల్ (సమాకలములు) అంటారు. వక్రాన్ని కార్న్యుసుడి వక్రం అంటారు. v ఋణాత్మక విలువలకు x, y ల విలువలలో మార్పు రాదు. కాని వాటి గుర్తులలో మార్పు వస్తుంది. అందువల్ల ఈ వక్రం క్రింద భాగం $D\left(x=-\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{2}\right)$ అవధి బిందువు వద్ద అంతమవుతుంది. v సార్వత్రిక పరామితి. ఒక నిర్దిష్ట సమస్యకు గణించవచ్చు. కనుక h బదులుగా v ను ఎంచుకోవటం జరిగింది. కార్న్యు సుడి వక్రాన్ని పటం 24.3లో చూపాం.

ఫ్రెనల్ ఇంటెగ్రల్‌లు, కార్న్యుసుడి వక్రాన్ని ఉపయోగించి తెర OS పై వివిధ బిందువుల వద్ద కాంతి తీక్షతను కనుక్కొందాం. (పటము 24.1) ముందుగా తెరపై నీడ అంచు P వద్ద కాంతి తీక్షణతను కనుక్కొందాం. P వద్ద ఫలిత కంపన పరిమితిని కనుక్కోవడానికి ద్వారం నుంచి బహిర్గతమయే తరంగాలకు అనురూపమైన అవధి విలువలు తెలుసుకోవాలి. ఈ సందర్భంలో ఒక అవధి $\lambda = 0$, రెండవ అవధి $\lambda = \infty$ (Qతరవాత) అవుతుంది. కార్న్యు వక్రంలో ఈ అవధులకు అనురూపమైన ఫలిత సదిశ నిర్దేశాంకాలు: $x = 0; y = 0$ ఇది మూలబిందువు O

భాగం - 25 ఒకటి రెండు చీలికల వద్ద వివర్తనం

విషయక్రమం

25.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో ఏకచీలిక, రెండు చీలికల వల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనాన్ని, హైగన్సు - ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతం అనుసరించి వివరించటం జరిగింది.

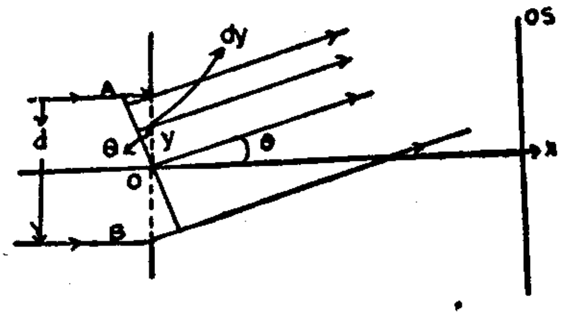
మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత ఏక, రెండు చీలికల వల్ల ఏర్పడిన వివర్తన ఆకారాన్ని (Diffraction Pattern) వివరించగలరు.

25.2 ప్రవేశిక

23వ భాగంలో ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం గురించి తెలుసుకున్నాం. ఈ భాగంలో ఏక, జంట చీలికల వద్ద ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనం గురించి తెలుసుకుందాం.

25.3 ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనం (ఏకచీలిక)

కాంతి జనకం, తెర అవరోధం నుంచి అనంత దూరాలలో ఉంటే ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనం ఏర్పడుతుంది. అంటే రంధ్రం మీద పతనమయే తరంగాలు సమతల తరంగాలు, వివర్తనం తరువాత రంధ్రం నుంచి ప్రయాణించే తరంగాలు సమతల తరంగాలు.



పటము 25.1

మనం ఇక్కడ Y - అక్షం వెంబడి d వెడల్పు ఉన్న చీలికకు హైగన్స్ - ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతాన్ని అనువర్తిద్దాము. మూల బిందువు O ను చీలిక మధ్య బిందువు వద్ద తీసుకొందాము. చీలిక పై ఒక సమతల తరంగం ఎడమనుంచి లంబంగా పడుతుంది. X అక్షంతో θ కోణం చేస్తున్న దిశలో వివర్తనం చెందిన సమతల తరంగం తీక్షణతను మనం కనుక్కోవాలనుకొందాము. పటం 25.1లో చూపినట్లు A,B

బిందువు మధ్యన ఉన్న dy వంటి అల్పాంశాల నుంచి θ దిశలో వెలువడిన గౌణతరంగాల సాముదాయక ఫలమే. ఈ సమతల తరంగం మూలబిందువు నుంచి y దూరంలో ఉన్న dy అల్పాంశం నుంచి వెలువడిన కాంతి కంపన పరిమితి dyకు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది. దాని దశ $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}$ Y Sin θ అవుతుంది.

ఇక్కడ y Sin θ మూల బిందువు నుంచి dy అల్పాంశం నుంచి వెలువడిన గౌణతరంగాల మధ్య పదభేదం. అందువల్ల Y దూరంలో ఉన్న అల్పాంశం నుంచి వెలువడిన గౌణతరంగం తీక్షణత $d\psi = e/c\, dy \cos(\omega t-\delta)$ e అనుపాత స్థిరాంకం.

భాగం 24లో వలె తరంగాలను సదిశలచే సూచిస్తాము. dy నా సదిశచే సూచించబడానికి xoy అక్షాలు గల వ్యవస్థను ఎన్నుకొందాం. dy ని x- అక్షంతో δ కోణం చేస్తున్న cdy పొడవున్న సదిశచే సూచిస్తాం. ఈ సదిశకు x,y అంశాలు కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$dx = cdy \cos \delta$$
$$dx = cdy \sin \delta$$

మొత్తం ద్వారం నుంచి బయలుదేరిన గౌణతరంగల ఫలితం x - అంశం

$$x = \int_{-d/2}^{d/2} cdy \cos \delta$$

y - అంశం

$$Y = \int_{-d/2}^{+d/2} cdy \sin \delta$$

మనం ఇప్పుడు x కు సమాకలనాన్ని గణిస్తాం.

$$x = \int_{-d/2}^{+d/2} cdy \, \mathrm{Cos}\left(\frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta\right)$$

ఇక్కడ $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta$

$$x = \frac{c}{\frac{2\pi}{\lambda}} \sin \theta \left(\sin \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta\right)_{-d/2}^{d/2}$$

$$= \frac{2c \;\mathrm{Sin}\, \theta \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2} \mathrm{Sin}\, \theta\right)}{\frac{2\pi}{\lambda}}$$

$$= cd \frac{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{\lambda} d \;\mathrm{Sin}\, \theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \;\mathrm{Sin}\, \theta}$$

Y కు సమాకలని విలువ సున్న అవుతుందని చూపించవచ్చు. అప్పుడు ఫలిత కంపన పరిమితి

$$A = \sqrt{x^2 - y^2} = X = cd \frac{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta}$$

$$= cd \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \, d \sin\theta$$

$\theta = o$ అయినప్పుడు $A = A_0 = cd$

$$A/A_o = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta}$$

కాంతి తీవ్రత కాంతి కంపన పరిమితి వర్గానికి అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది కనుక

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2 = \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta}\right)^2$$

ఇక్కడ I, θ దిశలో వివర్తనం చెందిన కాంతి తీక్షణత, I_0 X అక్షం వెంబడి పోయే కాంతి తీక్షణత.

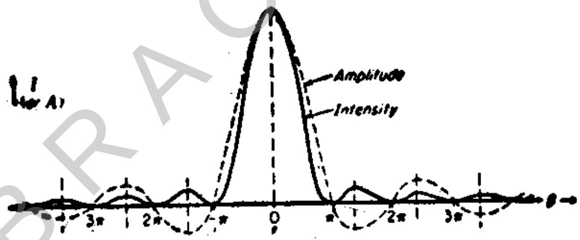
$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$ అని వ్రాస్తే

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right) = I_0 \sin c^2 \alpha$$

$\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ను $\text{Sinc}^2 \alpha$ అంటారు

సమా. 25.2 θ కోణంతో కాంతి తీక్షణతో కలిగే మార్పును చూపుతుంది. ఒంటి చీలిక వల్ల ఏర్పడిన వివర్తన వ్యూహాన్ని వివరిస్తుంది.

ద్వారం AB తరవాత అమర్చిన ఒక కుంభాకార కటకం వల్ల θ దిశలో వివర్తనం చెందిన సమాంతర కిరణాలు దాని నాభీయ తలంలో కేంద్రీకృతమవుతాయి. I కు α కు గీచిన రేఖా చిత్రాన్ని పటం 25.2 చూపుతుంది.



పటం 25.2

$\theta = 0$ వద్ద మధ్య గరిష్ఠము (I_0) ఉంటుంది. $\left(\text{అవధి} \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 1 \text{ కనక}\right)$
$\theta \to O$

θ (అంటే α) పెరిగే కొద్దీ I విలువ తగ్గుతూ గరిష్ఠ, కనిష్ఠ విలువలను పొందుతుంది. $\sin\alpha = o$ అయినప్పుడు ($\alpha = 0$ విలువ తప్పించి) I కు శూన్య విలువలు ఉంటాయి.

$\alpha = \pi, 2\pi, \ldots\ldots m\pi$ అయినప్పుడు తెరపై Cos విలువల అనురూప బిందువుల వద్ద చీకటి పట్టికలు ఏర్పడతాయి. వీటి మధ్యలో ఉపగరిష్ఠాలు ఉంటాయి. α పెరిగే కొద్దీ ఈ ఉపగరిష్ఠాల తీవ్రత వేగంగా తగ్గుతుంది వీటి స్థానాలు తెలుసుకోవడానికి $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ ను అవకలనం చేయవలెను.

$$\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0$$

$$2\,\frac{\sin\alpha}{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\cos\alpha \; \frac{\sin\alpha}{\alpha^2}\right) = 0$$

$$2\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)\frac{1}{\alpha^2}(\alpha\ \mathrm{Cos}\alpha - \mathrm{Sin}\alpha) = 0$$

$$\therefore\ \alpha\ \mathrm{Cos}\ \alpha - \mathrm{Sin}\ \alpha = 0$$

లేదా $\tan\alpha = \alpha$

(25.4)

ఈ విలువ ఉపగరిష్ఠాల స్థానాలను తెలువుతుంది. సమా 25.4ను గ్రాఫ్ పద్ధతిని సాధించవచ్చు. ఫలితాలను పట్టిక 1లో చూపాం.

పట్టిక 1

గరిష్ఠం	α	తీక్షణత $\left(\frac{I}{I_0}\right)$
0	0	1,0000
1	1,430 π	0.0469
2	2.46π	0.0168
3	3.47π	0.0083

ఈ గరిష్ఠ స్థానాలు పక్కపక్కల ఉంటే కనిష్ఠ స్థానాలకు కచ్చితంగా మధ్య ఉండవు $\alpha = 0$కు రెండువైపులా ఉన్న మొదటి కనిష్ఠ స్థానాల మధ్య (అంటేSin $= +\frac{\lambda}{d}$ ∫ — λ/d) కేంద్ర గరిష్ఠం విస్తరించి ఉంటుంది.

సమా (24.3) సూచించే వివర్తనాకారం $\lambda/d<1$(లేదా$\sin\theta<1$) అయినప్పుడు మాత్రమే ఏర్పడుతుంది. అంటే λ విలువ d కన్న తక్కువగా ఉండాలి. చీలిక వెడల్పు స్థిరంగా ఉంచి, వివిధ తరంగదైర్ఘ్యాలున్న కాంతిని ఉపయోగించినప్పుడు తెరపై ఏర్పడిన వివర్తనాకారాన్ని పరిశీలిస్తాం. అతి తక్కువ తరంగ దైర్ఘ్యాలకు $\frac{\lambda}{d} \rightarrow O$. అందువల్ల $\sin\theta \rightarrow O$ కనక $\theta = 0$ అయినప్పుడు కాంతి సరళరేఖా మార్గం (ఋజుమార్గం) నుంచి వంగదు. అంటే అల్పతరంగ దైర్ఘ్యాలకు ($\lambda \rightarrow O$) వివర్తనం జరగదు. λ విలువ పెరిగేకొద్దీ వివర్తనాకారం ఏర్పడటం ప్రారంభమవుతుంది. $\sin\theta = 1$ లేదా $\theta = 90°$ అయితే $\lambda = d$. అప్పుడువివర్తన పట్టికలు ఏర్పడవు. దీనిని బట్టి ఒంటి చీలికవల్ల సాధారణ కాంతి వివర్తనం చెందుతుందీ అని X కిరణాలు వివర్తనం చెందవని తెలుస్తుంది.

ఒక గది గోడపై ఒక చీలికవల్ల వివర్తనాకారాన్ని ఏర్పరచడానికి ఒక ప్రయోగాన్ని వివరిద్దాం. సాధారణ వర్ణపట మాపకంలోని చీలిక వంటి, వెడల్పు మార్చడానికి వీలుగా ఉంటే చీలికను తీసుకొందాం. He—Ne లేజర్‌ను కాంతిజనకంగా తీసుకొందాం. ఈ కాంతి జనకం నుంచి 6328°f. తరంగ దైర్ఘ్యం కల సంబద్ధ, సమాంతర కిరణపుంజం వెలువడుతుంది. చీలిక వెడల్పు $\frac{1}{20}$మి.మీ. ఉన్నప్పుడు మొదటి చీకటి పట్టిక $\frac{1.26}{100}$ రేడియన్‌ల కోణంలో ఏర్పడుతుంది. చిలికను లేజర్ కాంతితో ప్రకాశవంతం చేసినప్పుడు చీలిక నుంచి 100 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న గోడపై వివర్తన పట్టికలు చూడవచ్చు. కటకాల అవసరం లేదు. ఇది ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనాకారం అని నమ్మకం ఎట్లా ? ఇందుకు పరామితి $\frac{d^2}{\lambda}$ను (బాగం 23) సరిచూడాలి. ఈ విలువలను ప్రతిక్షేపిస్తే

$$\frac{d^2}{l\lambda} = \frac{\left(\frac{1}{200}\right)^2}{100X6328X10^{-8}} \simeq \frac{1}{252}$$

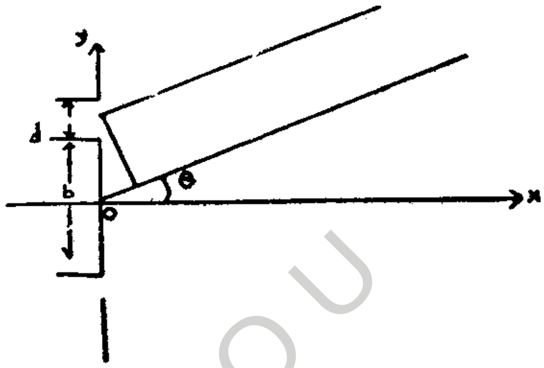
$\frac{d^2}{l\lambda} < 1$ కనక ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనం సమీకరణం వర్తిస్తుంది. ఫ్రెనల్ వివర్తనానికి చీలికకు చాలా దగ్గరగా జరగవలసి ఉంటుంది.

మనం ఇంతవరకు λ తరంగ దైర్ఘ్యం గల ఏకవర్ణకాంతి చీలికపై పతనమైందని ఊహించాం. తెల్లని కాంతి ఉపయోగిస్తే తెరపై ఏం కనబడుతుంది ? వెలుగు, చీకటి పట్టికలున్న అదే వివర్తనా కారం ఏర్పడుతుందా? లేదు. కేంద్ర గరిష్ఠం మాత్రమే తెల్లగా ఉంటుంది. దీనికి ఇరువైపులా వర్ణపట్టికలను

చూడవచ్చు. దీనిని కింది విధం◌ ◌రించవచ్చు. కేంద్రం వద్ద ($\theta=0$) అన్ని తరంగ దైర్ఘ్యాలకు $d \sin\theta = m\lambda$ ($m = 0$ అయినప్పుడు) ◌ స్తుంది. అన్ని రంగుల కలయికవల్ల కేంద్ర గరిష్ఠం తెల్లగా ఉంటుంది. కేంద్రానికి కొంచెం దూరంగా ◌ ◌రంగా దైర్ఘ్యం (ఊదారంగు) మొదటి కనిష్ఠ స్థానం ఏర్పడే షరతును ($d \sin\theta, = \lambda$) సంతృప్తి ప◌ ◌ది. అందువల్ల θ దశలో ఊదారంగు తప్ప మిగిలిన రంగులన్ని ఉంటాయి. కంటికి ఈ ◌ ◌తి వర్ణకాంతిగా కనబడుతుంది. θ విలువ పెరిగే కొద్దీ, అధిక తరంగ దైర్ఘ్యాలకు మొదటి కనిష్ఠస్థానం ఏర్పడుతుంది. అందువల్ల తెరపై ఈ బిందువులవద్ద కొన్ని రంగులు లోపిస్తాయి. వర్ణకాంతి కనబడుతుంది. కేంద్ర గరిష్ఠానికి దూరంగా ఉన్న రంగులను "వ్యతికరణ రంగులు" అంటారు.

25.4 ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనం (జంట చీలికలు)

ఒక్కొక్క చీలిక వెడల్పు d, వాటి మధ్యదూరం b ఉన్న రెండు చీలికలను తీసుకొందాం. వాటి మధ్య బిందువును నిర్దేశాంక మూల బిందువుగా తీసుకొందాం. చీలికలో dy అల్పాంశం నుంచి వెలువడే



పటము 25.8

గౌణతరంగాలకు మూల బిందువు పరంగా దశాభేదము $\frac{2\pi}{\lambda} y \sin\theta$. కంపనపరిమిత dyకు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది. చీలికలలోని అన్ని అల్పాంశాలనుంచి అంశదానాల మొత్తాన్ని ముందటివలె సదిశ (ఫేజర్) పద్ధతిని ఉపయోగించి కనుక్కొందాం. xoy తలంలోని సదిశా చిత్రంలో ఫలిత x అంశం

$$X = \int_{\left(\frac{-b}{2}+d\right)}^{-b/2} c\,dy \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} y \sin\theta\right) + \int_{+b/2}^{b/2+d} c\,dy \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta\right)$$

దీనిని సాధిస్తే

$$X = 2cd \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{b+d}{2}\sin\theta\right)\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\sin\theta\right)}{\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\sin\theta}$$

Y అంశం శూన్యమవుతుంది.

కాంతి తీక్షణతల నిష్పత్తిని కనుక్కొంటే

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(b+d)\sin\theta\right)\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta}\right)$$

దీనిని కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$I = I_0 \cos^2 \beta \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

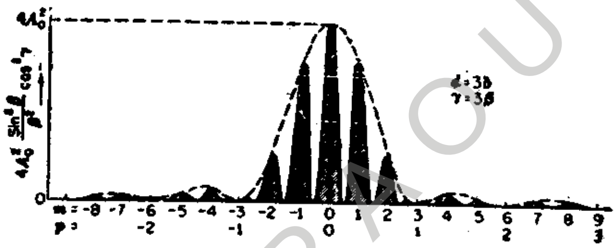
$$\beta = \frac{\pi}{\lambda}(b+d) \sin\theta \; ; \; \alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

వివర్తనాకారంలో కాంతి తీక్షణత θ యొక్క రెండు ప్రమేయాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. మొదటి భాజకం $\cos^2 \delta$. $\cos^2\beta$ ను β ప్రమేయంగా గ్రాఫ్ గీచినప్పుడు గరిష్ఠ కనిష్ఠ స్థానాలు ఏర్పడతాయి. ఇది రెండు సంబద్ధ కాంతి జనకాల వల్ల ఏర్పడిన వ్యతికరణ పట్టికలు. వెలుగు పట్టికలు $\beta = m\lambda$ లేదా $(b+d) \sin\theta = -m\lambda$ ఐనప్పుడు, చీకటి పట్టికలు $(b+d) \sin\theta = (m+1/2)\lambda$ అయినప్పుడు ఏర్పడతాయి. పట్టికలు ఒకే వెడల్పుతో ఉంటాయి.

రెండవ భాజకము $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ ఏక చీలిక సందర్భంలో మనం చూసినదే మొదటి భాజకం నుంచి, తెరపై వ్యతిరేకంగా పట్టికలు ఏర్పడతాయని, వెలుగు పట్టికలు అన్నీ సమాన ప్రకాశమానంగా ఉండవనీ తెలుస్తుంది. వెలుగు పట్టికల ప్రకాశత, ఒంటి చీలిక ప్రమేయం $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ వల్ల తగ్గుతుంది. $\cos^2\beta$ భాజకానికి, $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ భాజకం పటం 25.4లో చూపినట్లు ఆచ్ఛాదన ప్రమేయం వలె ఉంటుంది.

$\cos^2\beta$ పట్టికల వెడల్పును కింది సమాకరణం సూచిస్తుంది.

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{b+d} \text{ (m పూర్ణ సంఖ్య)}$$



పటము 25.4

ఇది $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ మొదటి కనిష్ఠ స్థానాల మధ్య దూరం కంటె తక్కువ. అందువల్ల $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ మధ్య గరిష్ఠంలో, అంటే $\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{d}$ మధ్య సమాన వెడల్పు గల వ్యతికరణ పట్టికలు ఉంటాయి.

వ్యతికరణ పాఠంలో మీరు యంగ్ ప్రయోగాన్ని గురించి చదివి ఉన్నారు. జంట చీలిక వల్ల ఏర్పడే వివర్తనంలో ఒంటి చీలిక వల్ల ఏర్పడే వివర్తనం మీద యంగ్ ప్రయోగంలో చూపిన జంట చీలిక వల్ల ఏర్పడే వ్యతికరణం ఉంటుంది.

25.5 సారాంశం

ఏకచీలిక, జంట చీలికల వల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తన వివరించడం జరిగింది

25.6 నమూనా ప్రశ్నలు

I. **కింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.**

1. ఒకటి, రెండు చీలికల వద్ద హైగన్ - ఫ్రెనెల్ వివర్తనను అనువర్తనాలను చర్చించండి.
2. ఒకే చీలిక వద్ద వివర్తన వ్యూహాన్ని చర్చించండి. కోణంతో తీవ్రతలోని మార్పును సూచించే సమీకరణాన్ని రాబట్టండి.
3. ఒకే వెడల్పు గల రెండు చీలికల వద్ద ఫ్రాన్ హాఫర్ వివర్తనాన్ని చర్చించండి.

భాగం - 26 వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనం

విషయక్రమం

26.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో హైగెన్స్ - ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతాన్ని అనుసరించి చేసిన వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడిన వివర్తన వివరణ ఉంది. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడిన వివర్తనాన్ని, ఏక చీలిక వల్ల ఏర్పడిన వివర్తనంతో పోల్చగలరు.

26.2 ప్రవేశిక

23వ భాగంలో ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనం గురించి, 25 భాగంలో ఏకచీలిక, జంట చీలికల వద్ద వివర్తనం గురించి తెలుసుకున్నాం. ఈ భాగంలో వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనం గురించి తెలుసుకుందాం.

26.3 వృత్తాకార ద్వారం వద్ద వివర్తనం

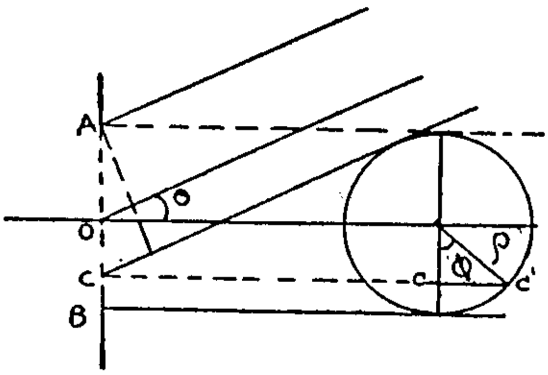
మనం ఇంతవరకు తెరలోని ఏకమితీయ ద్వారం గురించి చర్చించాము అంటే ఒక సాధారణంగా వివర్తన తెర, సమతల కాగితం వలె ద్విమితీయంగా ఉంటుంది దానిలో చేసిన రంధ్రం ద్వారంగా పనిచేస్తుంది. ఈ రంధ్రం, చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, వృత్తాకారం లేదా మరేదైనా ఆకారంలో ఉండవచ్చు. y దిశలో d వెడల్పు ఉన్న ద్వారం వల్ల ఏర్పడిన వివర్తనం కేంద్ర గరిష్ఠం $\frac{\lambda}{d}$ మీద ఆధారపడుతుందని భాగం - 25లో గమనించాము: వెడల్పు (y- దిశలో) ఎక్కువయే కొద్దీ కేంద్ర గరిష్ఠం వెడల్పు తగ్గిపోయి, $d \to \infty$ అయినప్పుడు ఆ దిశలో కాంతి వివర్తనం జరగదు. అందువల్ల అంచులు Y, Z అక్షాలకు సమాంతరంగా ఉండి, Z దిశలో వెడల్పు చాలా ఎక్కువగా ఉన్న దీర్ఘచతురస్రాకార ద్వారాన్ని తీసుకొంటే Y,Z దిశలో కాంతి వివర్తనం జరగదు. తెరపై వివర్తన ఆకృతి తీవ్రత, yY దిశలో ఏక మితీయ సందర్భం వలె మారుతుంది.

ఈ భాగంలో r వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార రంధ్రం రూపంలో ఉన్న ద్విమితీయ ద్వారాన్ని గురించి చర్చిద్దాము. ఈ విషయం దృశాపరికరాల పృథక్కరణ సామర్థ్య సిద్ధాంతంలో ముఖ్యమైనది. దృశాపరికరాలలోని వృత్తాకార ద్వారం గల కటకాలు పరికరాన్ని చేరే తరంగాగ్రాలను అడ్డగించడం వల్ల, ఏర్పడిన ప్రతిబింబాలపై ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తన ప్రభావం ఉంటుంది.

ఈ వృత్తాకార ద్వారం సమస్యను 1835లో సర్ జార్జ్ ఏరీ, ఇంగ్లండ్‌లోని ఆస్థాన ఖగోళ శాస్త్రజ్ఞుడు పరిష్కరించినాడు. వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడిన ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తన వ్యూహాన్ని 'ఏరీ మండలం' అంటారు.

O మధ్య బిందువుగా గల ఒక వృత్తాకార ద్వారం AOB, మీద ఒక సమతల తరంగాగ్రం పతనమైనదనుకొందాము.

AOB లోని గౌణ తరంగ జనకాల నుంచి θ దిశలో వివర్తనం చెందిన గౌణ తరంగాల తీవ్రతను



పటము 26.1

కనుక్కోవాలనుకొందాము. A,C ల వద్ద ఉన్న అల్పాంశాల నుంచి బయలుదేరిన తరంగాల మధ్య పథభేదం AC Sin θ అందువల్ల C నుంచి బయలుదేరిన కాంతి తరంగాన్ని దిశ C యొక్క రెండు అంశాలుగా వ్రాయవచ్చు.

$$dx = c\, ds \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} AC \sin\theta\right)$$

$$dy = c\, ds \left(\sin\frac{2\pi}{\lambda} AC \sin\theta\right)$$

ఇక్కడ C స్థిరాంకం, C వద్ద ఉన్న అల్పాంశం వైశాల్యం ds. ACOB ఒక గుండ్రని ద్వారం (పటం 26.1) dC^1 వంటి ఇతర అల్పాంశాలకు కూడ ఇదే దశాంతరం $\left(\frac{2\pi}{\lambda} AC \sin\theta\right)$ ఉంటుంది. సదిశ (ఫేజర్) X - ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$dx = c\, ds^1 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} AC \sin\theta\right)$$

c స్థిరాంకం.

c^1 కు ధ్రువ నిర్దేశాంకాలుగా ρ, φ లను తీసుకొంటే ds^1 వైశాల్యము ఈ వైశాల్యం = $\rho d\rho d\phi$ నుంచి బయలుదేరే తరంగ కంపనము

$$= C\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r+\rho\cos\phi)\sin\theta\right)\rho d\rho d\phi$$

$$= C\cos 2\pi\left(\frac{r\sin\theta}{\lambda} + \frac{\rho\cos\phi\sin\theta}{\lambda}\right)\rho d\rho d\phi$$

$$= C\cos 2\pi (M+N)\, \rho d\rho d\phi$$

$$= C\,[\cos 2\pi M \cos 2\pi N - \sin 2\pi M \sin 2\pi N]\, \rho d\rho d\phi$$

ఇక్కడ $= \frac{r\sin\theta}{\lambda}$ $N = \frac{\rho\cos\phi\sin\theta}{\lambda}$

ద్వారం అంతటి నుంచి వచ్చే గౌణ తరంగాల సాముదాయిక కంపన ఫలం

$$X = C\int_0^{2\pi}\int_0^{r} C\,(\cos 2\pi M\cos 2\pi N - \sin 2\pi M \sin 2\pi N)\,\rho d\rho d\phi$$

$$= C\cos 2\pi M\int_0^{2\pi}\int_0^{r}\cos 2\pi N\ \rho d\rho d\phi$$

O O

ఇక్కడ కూడ $Y = 0$ అవుతుందని చూపవచ్చు.

సమాకలనాన్ని సాధిస్తే కాంతి తీక్షణత విలువ ఈ విధంగా వస్తుంది.

$$I = \pi^2 r^4 \left(1 - \frac{1}{2}\frac{n}{L^1} + \frac{1}{3}\left(\frac{n}{L^2}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{n}{L^2}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{n}{L^6}\right)^4 - \right)^2$$

దీనిలో $n = \frac{\pi N \sin\theta}{\lambda}$

ఈ సమీకరణాన్ని ఉపయోగించి గరిష్ఠ, కనిష్ఠ తీవ్రతలను కనుక్కోవచ్చు. ఈ తీక్షణతల విలువలను పట్టిక 26.1లో చూపాం.

పట్టిక 26.1

	$\frac{n}{\pi}$	తీక్షణత I
1వ గరిష్ఠము	1	1
1వ కనిష్ఠము	0.61	0
2వ గరిష్ఠము	0.819	0.0174
2వ కనిష్ఠము	0.116	0

ద్వారం తరువాత ఉంచిన కుంభాకార కటకం నాభియతలంలో ఏర్పడిన వివర్తనా కారంలో చీకటి, వెలుగు వలయాలు ఏరీవలయాలు ఉంటాయి. మొదటి చీకటి వలయం వ్యాసార్థం విలువను కింది సమీకరణం చూపుతుంది.

$$\frac{n}{\pi} = \frac{r \sin\theta_1}{\lambda} = 0.61$$

$$\sin\theta_1 = \frac{0.61\,\lambda}{r}$$

ఈ చీకటి వలయంలోపల ఉండే మధ్య వెలుగు ప్రాంతాన్ని ఏరీ బిళ్ళ (Airy disc) అంటారు. ఒక తెరచే నిర్ణీతమైన ద్వారం ఉన్న ఒక కటకం వల్ల ఏర్పడిన ప్రతిబింబము ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనాకారమేనని ఇంతకుముందే తెలుసుకొన్నారు. ఖగోళ దూరదర్శినిలో చాలా దూరంలో ఉన్న నక్షత్రంవంటి బిందుజనకం ప్రతిబింబం, మధ్య ఏరీ బిళ్ళ, చుట్టూ వలయాలు ఉన్న వివర్తనాకారము. దూరదర్శినుల పృథక్కరణ సామర్థ్యం గురించి చదివేటప్పుడు ఈ విషయం గుర్తుంచుకోవాలి.

వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తనాకారానికి తీక్షణతను తెలిపే సమీకరణంను సాధారణంగా కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$I = I_0 \left(\frac{2J(\alpha)}{\alpha}\right)^2$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} r \,\mathrm{Sin}\,\theta$$

ప్రత్యేక ప్రమేయం $J_1(\alpha)$ను 'బెస్సెల్స్ ప్రమేయం' మొదటి ఆర్డర్ అంటారు. దీనిని ఒంటి చీలిక సందర్భంలోని సమీకరణంతో పోల్చితే

$$I = I_0 \left(\frac{\mathrm{Sin}\,\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \,\mathrm{Sin}\,\theta$$

d — చీలిక వెడల్పు

ఈ రెండు సందర్భాలలో మొదటి కనిష్ఠ స్థానాలలో ముఖ్యమైన తేడా ఉంది.

వృత్తాకార ద్వారానికి $\mathrm{Sin}\,\theta_1 = \frac{0.6\,\lambda}{r}$

ఒంటిచీలికకు $\mathrm{Sin}\,\theta_1 = \frac{0.5\,\lambda}{d/2}$

26.4 సారాంశం

వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడే వివర్తనాకారానికి తీక్షణత

$$I = \pi^2 r4 \left(1 - \frac{n}{2} + \frac{1}{3}\frac{n^2}{2\,!} - \frac{1}{4}\frac{n^3}{3!} + \frac{1}{5}\frac{n^4}{4!}\right)$$

ఒక నిర్దిష్టదశలో ఫలిత తీవ్రతను ఏరీ సమీకరణం యిస్తుంది.

26.5 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. వృత్తాకార ద్వారం వద్ద వివర్తనాన్ని వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. ఎయిరీ ఫార్ములా అనగా నేమి? దాని ఉపయోగాలేవి ?

భాగం – 27 వర్ణపటమాపకం విక్షేపణ, పృథక్కరణ సామర్థ్యం దూరదర్శిని పృథక్కరణ సామర్థ్యం

విషయక్రమం

27.1 ఉద్దేశ్యాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో పట్టిక వర్ణపటదర్శిని, దూరదర్శినిల పృథక్కరణ సామర్థ్యాలు వాటి అవధుల గురించిన చర్చ ఉంది.

1. పృథక్కరణ సామర్థ్యం దృగ్గోచరకాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం పైన, దృక్సాధనాల జ్యామితీయ ప్రతిబంధకాల మీద ఆధారపడి ఉంటుందని తెలుసుకుంటారు.
2. పట్టిక పృథక్కరణ సామర్థ్యం దాని విక్షేపణ శక్తి మరియు పీఠం పొడవుపై ఆధారపడి ఉంటుందని గ్రహించగలరు.

27.2 ప్రవేశిక

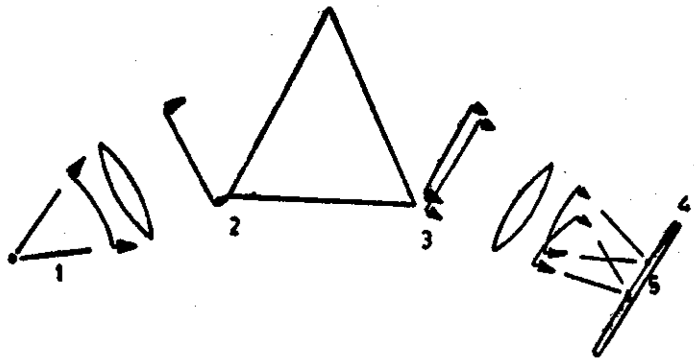
పట్టక వర్ణపట మాపకము వంటి దృక్సాధనాన్నుపయోగించినపుడు సాధారణంగా వస్తువు నుండి వెలువడు కాంతి, ఈ సాధనంద్వారా శోధన పరికరాన్ని (ఉదాహరణకు, ఫోటోగ్రాఫిక్ ఫిలిమ్ లేక మానవుని కన్ను మొదలగునవి) చేరుతుంది. అంటే, వస్తువు గురించిన సమాచారము ఈ సాధనం ద్వారా శోధన పరికరానికి చేర్చడం జరుగుతుంది. ఈ ప్రక్రియలో వస్తువు పరిమాణాన్ని బట్టి గాని లేక వస్తువు నుండి వెలువడే కాంతి తరంగదైర్ఘ్యాన్ని బట్టిగాని, శోధన పరికరానికి వస్తువును గూర్చిన పూర్తి సమాచారము అందకపోవచ్చును. ఉదాహరణకు,

(i) కాంతి తరంగదైర్ఘ్య కొలతతో పోల్చదగిన వస్తువు వివరాలను తెలుసుకోలేము.

(ii) దృక్సాధనంలో జరిగే వివర్తనం మొదలగు దృగ్విషయాల ప్రభావం వల్లగూడ సాధనం యొక్క దక్షతకు కొన్ని ప్రాథమిక అవధులు ఏర్పడుతాయి.

27.3 పట్టక వర్ణపట మాపకము (Prism Spectrometer)

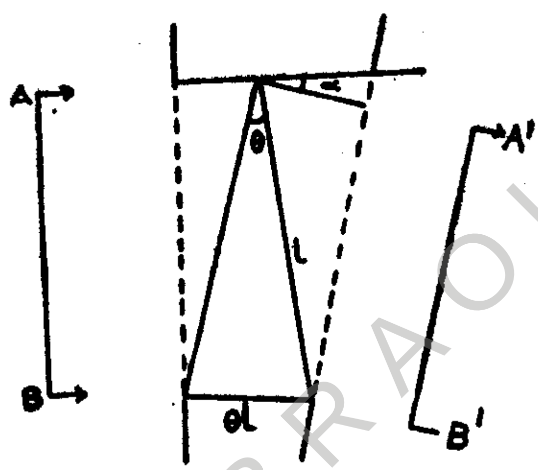
పటం 27.1 సాధారణంగా ఉపయోగించే వర్ణ పటమాపక నమూనాను తెలుపుతుంది. దీనిలో ముఖ్యంగా తరంగ పుంజాన్ని సమాంతరీకరణ చేసి సమతల తరంగాగ్రం, n వక్రీభవన గుణకం గల పట్టకంపై పతనం చెందుతుంది పట్టకం ద్వారా వక్రీభవనం చెందిన తరంగాగ్రం దూరదర్శినిని చేరుతుంది.



పటము 27.1

27.4 పట్టక విక్షేపణము

ఒక సమతల కాంతి తరంగాగ్రం θ కోణం గల పట్టకం గుండా ప్రయాణించేటప్పుడు α కోణంతో విచలనం చెందడం పటం 27.2 లో చూపబడింది.



పటము 27.2

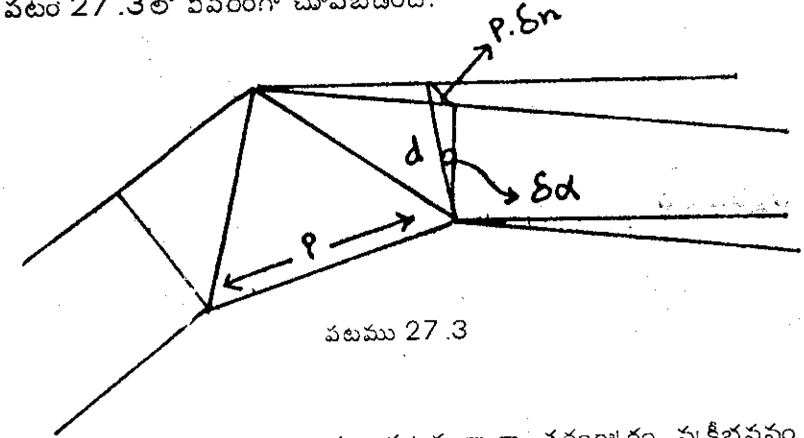
కోణాలు అల్పమైనప్పుడు తరంగాగ్రం తలంపై లంబంగా పతనమవుతుంది. పటంలో చూపినట్లు దృశ్యాపథాలు AA^1 మరియు BB^1 లు రెండు సమానం అవుతాయి. కాని B తరంగాగ్రం పట్టకం ద్వారా θl దూరం ప్రయాణం చేసే సమయంలో A తరంగాగ్రం గాలిలో $l\theta + l\alpha$ దూరం ప్రయాణం చేస్తుంది. గాలి మరియు పట్టక పదార్థ వక్రీభవన గుణకాలు వరుసగా 1, n, కాబట్టి పై రెండు దృశ్యాపథాలు (optical paths).

$$n\theta l = l(\theta+\alpha) \quad \text{లేక} \quad \alpha = \theta(n-1) \qquad (27.1)$$

అవుతుంది. పట్టక పదార్థ వక్రీభవన గుణకం (n) కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం (λ) పై ఆధారపడి ఉంటుంది కనక, పట్టకాన్ని సాధారణంగా తరంగాగ్రాన్ని మార్చు చేయడానికి ఉపయోగిస్తారు. అంటే, తెల్లని కాంతిలో ఉండే వేరు వేరు రంగులు పట్టకం ద్వారా ప్రసారమయినపుడు విభజింపబడును. అట్లాగే, వాటి విచలిత కోణాలు కూడా వేరు వేరుగా ఉంటాయి. అసలు సమీకరణం 27.1లో ఉన్న n α లను, చలరాశులుగా భావించి λ నిర్దేశకంగా దానిని వ్యవకలనం చేసినపుడు

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \theta \frac{dn}{d\lambda} \quad \text{వస్తుంది.} \qquad (2.72)$$

ఇక్కడ, $\frac{d\alpha}{d\lambda}$ను పట్టక కోణీయ విక్షేపణమనీ, $\frac{dn}{d\lambda}$ను పట్టక విక్షేపణ మని అంటారు. పై సమీకరణం బట్టి పట్టక కోణీయ విక్షేపణం దాని కోణం, విక్షేపణాలకు అనులోమానుపాతంలో ఉంది. అంటే రెండు దగ్గరగా ఉన్న తరంగదైర్ఘ్యాలను వేరు వేరుగా చూడవలెనంటే θ విలువ ఎక్కువగా ఉండాలి. కాని ఒక నియమిత అపర్చర్ వద్ద జరిగే వివర్తన ప్రక్రియ వల్ల ఈ తరంగ దైర్ఘ్యాల పృథక్కరణానికి అవధి ఏర్పడుతుంది. ఈ అవధి ముఖ్యంగా పట్టక పరిమాణంపై ఆధారపడి ఉంటుంది. రెండు తరంగాల దృశాపథంలో వచ్చే తేడాను పరిగణనలోకి తీసుకొన్నపుడు, సమీకరణం 27.2 యదార్థమవుతుంది. ఈ విషయాన్ని పటం 27.3లో వివరంగా చూపబడింది.



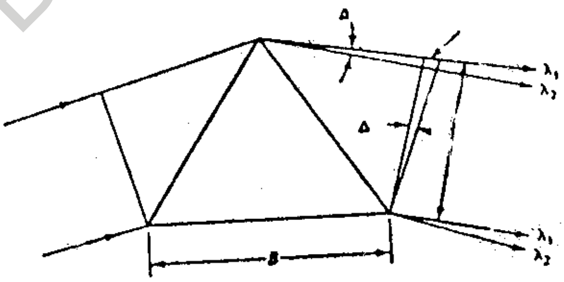
పటము 27.3

పటంలో చూపినట్లుగా d వెడల్పు గల పట్టకంద్వారా తరంగాగ్రం వక్రీభవనం చెందినపుడు, దానిలో వచ్చే విచలన కోణాన్ని

$$\delta\alpha = \frac{P}{d}\frac{dn}{d\lambda}\,\delta\lambda \quad (27..3)$$ గా వ్రాయవచ్చు.

27.5 పట్టక పృథక్కరణ సామర్థ్యం

మనకు పట్టక వర్ణపట దర్శినిలో ఎదురయ్యే ముఖ్యమైన సమస్య అతి దగ్గరగా ఉన్న రెండు తరంగ దైర్ఘ్యాలు పట్టకం ద్వారా వక్రీభవనం చెందినపుడు వాటిని స్పష్టంగా చూడగలగటం. కాబట్టి వర్ణపట మాపక విక్షేపణ ప్రక్రియ ద్వారా రెండు తరంగ దైర్ఘ్యాల భేదాన్ని (δλ) ఆ రెండింటి బహిర్గమన కోణాల భేదంగా చూడగలుగుతున్నాము. ఒక పూర్తి పట్టక వర్ణపటమాపక దృశా వ్యవస్థను పటం 27.4 చూపిస్తుంది.

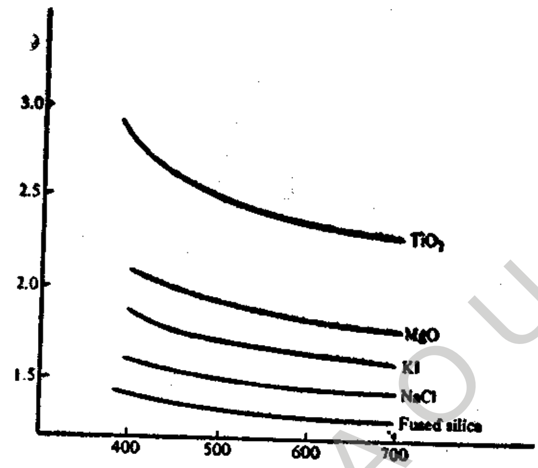


పటము 27.4

పట్టక వర్ణ పృథక్కరణ సామర్థ్యం (Chromatic resolving power) $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ అనేది పట్టక ప్రభావాత్మక అపర్చర్ వద్ద జరిగే వివర్తనం పై ఆధారపడి ఉంటుంది. పటం 27 4లో B పీఠం గల, ప్రభావాత్మక అపర్చర్ dλ తరంగ దైర్ఘ్యం వద్ద n వక్రీభవన గుణకంగల పట్టకాన్ని చూడవచ్చు. λ_1 తరంగ దైర్ఘ్యం గల సమతల తరంగాగ్రం పట్టకం ద్వారా ప్రసరించినట్లయితే రెండు స్థిరబిందువుల మధ్య దాని దృశాపథము అన్ని చోట్ల సమానంగా ఉంటుంది. అట్లాగే వేరొక తరంగ దైర్ఘ్యం λ_2 గల తరంగాగ్రం వక్రీభవనం చెందినపుడు బహిర్గమన తరంగాగ్రం మొదటి దానికి సాపేక్షంగా విచలిత $\Delta\alpha$ కోణం చేయును. అంటే పటంలో చూపించిన పై కిరణాల మధ్య ఉన్న దృశాపథభేదం $d\,\Delta\alpha$ అవుతుంది.

ఇది పట్టంలో క్రింది కిరణాలు గలిగిన దృశాపథాల బేధానికి సమానమవుతుంది. అనగా Δn రెండుతరంగ దైర్ఘ్యాల వక్రీభవన గుణకాల బేధమైనట్లయితే దృశాపథ బేధము $B. \Delta n$ కు సమానమవుతుంది. కాబట్టి $d\Delta \alpha = B \Delta n$ (27.4)

అవుతుంది. కాని వివర్తకావధి ననుసరించి అతితక్కువ కోణీయ పృథక్కరణము $\Delta \lambda = \frac{\lambda}{d}$ అవుతుంది. కావున పై సమీకరణాల ననుసరించి $d. \frac{\lambda}{d} = B. \Delta n$ (27.6) అవుతుంది. సమీకరణం 27.6 రెండు వైపుల $\Delta\lambda$తో భాగించినట్లయితే మనకు $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \; \frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$ (27.7) వస్తుంది. అనగా పట్టక పృథక్కరణ సామర్థ్యం $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ దాని పీఠపు కొలత మరియు విక్షేపణ మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. అనగా పృధరక్కరణ సామర్థ్యం విక్షేపణానికి అనులోమానుపాతంగా ఉంటుంది. సాధారణంగా పట్టక పదార్థ వక్రీభవన గుణకంలోని మార్పు తరంగదైర్ఘ్యాల బేధానికి అనులోమానుపాతంలో ఉండదు. అయినప్పటికీ, దాని వక్రీభవన గుణకం, విక్షేపణ, పట్టక పదార్థ స్వభావ ధర్మాల బట్టి ఉంటాయి.



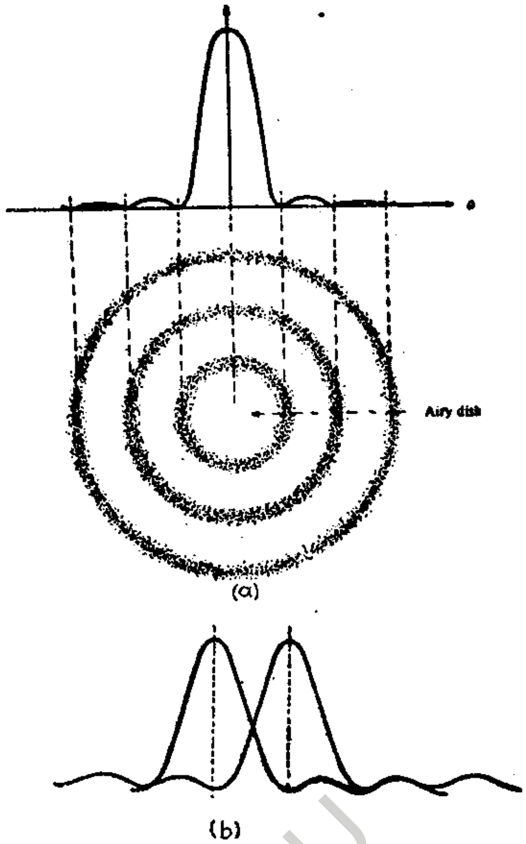
పటము 27.5

ఉదాహరణకు, పటం 27.5 కొన్ని పదార్థాల వక్రీభవన గుణకం ఏవిధంగా తరంగ దైర్ఘ్యాలపై ఆధారపడుతుందో చూపుతుంది.

27.6 దూరదర్శిని పృథక్కరణ సామర్థ్యం

దూరపు వస్తువులను చూడటానికి ఉపయోగించే దృక్సాధనాన్ని దూరదర్శిని అంటారు. ఈ సాధనంలో ముఖ్యంగా వస్తుకంటకంపై పతనం చెందిన కాంతికిరణాలు అక్షికటకం ముందు నిజప్రతిబింబాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కావున అక్షికటకం ద్వారా ప్రతిబింబాన్ని చూడవచ్చును. వివర్తన ప్రక్రియ ఏ విధంగా ప్రతిబింబం మీద ప్రభావం చూపుతుందో తెలుసుకోనడానికి దూరదర్శిని ఒక మంచి ఉదాహరణగా భావించవచ్చు. ఎందుకంటే: కటకం వద్ద వివర్తనం చెందిన కాంతి తరంగాలు పరస్పర ప్రఫలీకరణం చెందుట వలన వచ్చేదే ప్రతిబింబంగా భావించవచ్చు. ఈ ప్రక్రియను పటం 27.6లో చూడవచ్చును.

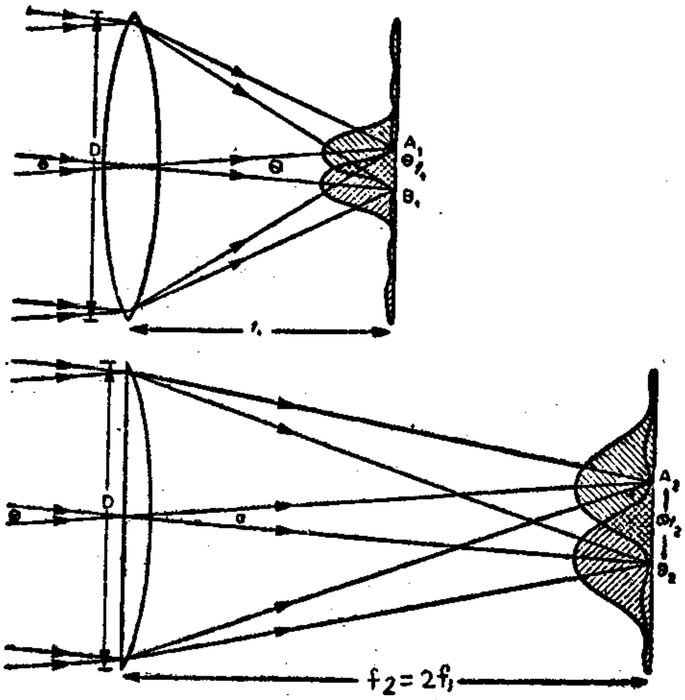
కాబట్టి దూరదర్శిని ముఖ్య ఉద్దేశ్యము రెండు దగ్గరగా ఉన్న వస్తువులను విడివిడిగా చూడగలగడమని తెలుసుకోవచ్చును. ఉదాహరణకు, అతి తక్కువ కోణీయ అంతరం గల రెండు నక్షత్రాలను దూరదర్శినితో పరిశీలించినట్లయితే, వస్తు కటక నాభితలంలో కనిపించే ప్రతిబింబాలు రెండు వివర్తన పట్టికలుగా కన్పిస్తాయి. వీనినే, 1835లో వృత్తాకారపు ఆపర్చర్ వివర్తన సమస్యను మొట్టమొదటగా సాధించిన సర్‌జార్జీ ఎరీ గౌరవార్థం ఎరీ (Airy) వ్యూహములంటారు అనగా!



పటము 27.6

ప్రతిబింబము జ్యామితీయ దృశాశాస్త్రం సూచించే విధంగా ఒక బిందువుగాని, ప్రకాశితమైన ఒక వృత్తాకార ప్రదేశమూ, దాని చూట్టూ తీవ్రత క్రమంగా క్షీణిస్తూ ఉండే గౌణకాంతి వలయాలు ఉండేటట్లు ఉంటుంది. ప్రతిబింబమూనాను పటం 27.6a లో చూడవచ్చును. కేంద్ర గరిష్టాన్ని ఏరీ డిస్క్ అని కూడా అంటారు. వ్యాసం ఉన్న వృత్తాకారపు అపర్చర్ వివర్తనములోని మొదటి కనిష్టాన్ని $\sin\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}$ ఇస్తుందని పరిశీలనాత్మక విశ్లేషణ వలన తెలుస్తుంది. సాధారణంగా θ విలువ అతి తక్కువ కాబట్టి, పై సమీకరణాన్ని $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}$ (27.9)గా వ్రాయవచ్చును. ఇప్పుడు 'θ' కోణీయ అంతరం గల రెండు నక్షత్రాలను పరిశీలించనట్లయితే, కటకనాభి తలంలో వాటి వివర్తన కేంద్ర గరిష్టాల మధ్య దూరం $\theta.f$ అవుతుంది. ఇక్కడ f కటక నాభ్యంతము. కాబట్టి f ను అధికం చేస్తూ, ఈ మధ్య దూరాన్ని పెంచవచ్చు. కాని ఈ విధంగా fను పెంచడం వల్ల దానికి అనులోమాను పాతంగా వివర్తన వ్యూహాలు కూడా పెరుగుతాయి కాబట్టి ఆ రెండింటిని పృథక్కరణ చేయవలెను. ఇదే దృగ్విషయాన్ని 27.7 పటంలో చూడవచ్చు.

కావున d వ్యాసంగల కటకమును ఉపయోగించినపుడు రెండు వస్తువులను విడివిడిగా చూడాలంటే సమీకరణం 27.9 మనకు అతి తక్కువ కోణీయ అంతరంగల వివర్తన కేంద్ర గరిష్టాల మధ్య దూరాన్ని కూడా యిస్తుంది. అంటే రెండు ఏరీ డిస్క్‌ల మధ్య కోణీయ **అంతరం** $1.22 \frac{\lambda}{b}$ ఉన్నపుడు ఒక జనకపు వివర్తన ఆకృతిలోని గరిష్టము. రెండవ జనకపు వివర్తన ఆకృతిలోని మొదటి క్రమ కనిష్టం మీద పడుతుంది. దీనిని 'రాలే' నిబంధన (Rayleigh's criterion) అంటారు. **ఈ** నిబంధన అనియతంగా ఎన్నుకొన్నప్పటికీ, కటకం రెండు అతి దగ్గరగా ఉన్న వస్తువులను **పృథక్కరణం** చేస్తుందని.తెల్పి చెప్పడానికి ఉపయోగపడుతుంది. లేక కటక కోణీయ పృథక్కరణ **సామర్థ్యం**



పటము 27.7

$\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{d}$ (27.10) అనే సమీకరణం తెలుపుతుంది. ఇదే ప్రక్రియ ఎలక్ట్రాన్ వివర్తన దృగ్విషయానికి కూడా ఉపకరిస్తుంది.

అవగాహన పరీక్ష

ఎయిరీ డిస్క్ అనగా నేమి ?

27.7 సారాంశం

పట్టక వర్ణపట దర్శినిలో కాంతి పుంజ విచలనానికి, పట్టక వక్రీభవన గుణకానికి ఉండే సంబంధం రాబట్టడం జరిగింది. పట్టక పృథక్కరణ సామర్థ్యం దాని విక్షేపణశక్తి మరియు పీఠం పొడవుపై ఆధారపడుతుంది. అతి దగ్గరగా ఉన్న రెండు వస్తువులను దూరదర్శిని యే విధంగా పృథక్కరిస్తుందో రాలే నిబంధన సహాయంతో చెప్పబడింది.

27.8 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1.

నక్షత్ర వివర్తన జాలంలోని ప్రకాశవంతమైన మధ్య బిందువుని ఎయిరీ డిస్క్ అంటారు.

వృత్తాకార ద్వారం వల్ల ఏర్పడిన ఫ్రాన్‌హాఫర్ వివర్తన జాలంలోని కేంద్ర గరిష్ఠ బిందువుని కూడా ఎయిరీ డిస్క్ అంటారు.

27.9 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. వివర్తన దృగ్విషయంలో రెండు సర్క్యులర్ అపర్చర్‌లు దగ్గరగా ఉన్నప్పుడు తెరపై కనపడే వివర్తన వ్యూహం ఎలా ఉంటుంది.
2. పట్టక వర్ణపటమాపకాన్ని వర్ణించండి.

ఖండం - 10 : ద్రవణం

భాగం – 28 సమతల ధ్రువణం, పోలరాయిడ్ పరావర్తన ధ్రువణం

విషయ క్రమం

28.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో ధ్రువణం దృగ్విషయ వివరణ ఉంది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1. కాంతి తరంగాలు తిర్యక్ తరంగాలుగా గ్రహిస్తారు.
2. పోలరాయిడ్ సహాయంతో అధ్రువిత కాంతిని ధృవిత కాంతిగా మార్చవచ్చునని తెలుసుకుంటారు.
3. మాలూస్ నియమాన్ని ఉపయోగించి ధ్రువిత కాంతి తీవ్రతను లెక్కించగలరు.

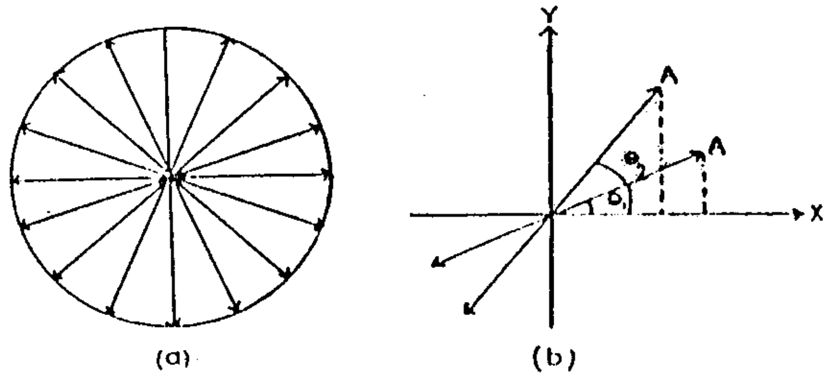
28.2 ప్రవేశిక

కాంతి తరంగాల ధ్రువణం అనే ప్రక్రియను ప్రదర్శిస్తుందనే దృగ్విషయం ఆధారంగా అవి తిర్యక్ తరంగాలుగా ఉంటాయనే విషయం రూఢీ అయింది. అధ్రువిత కాంతి నుంచి సమతల ధ్రువిత కాంతి నుంచి సమతల ధ్రువిత కాంతి, వృత్తాకార ధ్రువితకాంతి, దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి అనే మూడు రకాలయిన ధ్రువిత కాంతులను పొందవచ్చు. పదార్థ స్వభావాన్ని అర్థం చేసుకొనడంలో ధ్రువిత కాంతి అనువర్తనాలు ఎన్నో కలవు.

28.3 ధ్రువణం

వ్యతికరణం, వివర్తనం దృగ్విషయాలను కాంతిశక్తి ఒక ప్రదేశం నుంచి మరొక ప్రదేశానికి తరంగ రూపంలో ప్రసారమవుతుందన్న భావన ఆధారంగా విశదీకరించవచ్చు. తరంగాలు అనుదైర్ఘ్యతరంగాలని, తిర్యక్ తరంగాలని, తల తరంగాలని పలురకాలు. కాంతి తరంగాలు ఏ రకానికి చెందినవి ? పైన పేర్కొన్న వివిధ రకాలయిన తరంగాల వలన వ్యతికరణం, ద్వారా వివర్తనం జరుగుతుంది. ధ్రువణం కాంతి తరంగ స్వభావం గూర్చి సరైన సమాధానాన్ని ఇస్తుంది.

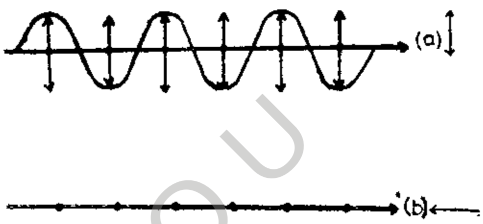
విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతం ప్రకారం కాంతి తరంగాలు ఇతర విద్యుదయస్కాంత వికిరణం మాదిరిగనే తిర్యక్ తరంగాలు. కాంతి తరంగంలోని విద్యుదయస్కాంత సదిశరాశులు రెండూ పరస్పరం లంబ దిశలలో కంపనానికి లోనవుతాయి. ఈ రెండు సదిశరాశులు ప్రసార దిశకు లంబ దిశలో ఉంటాయి. విద్యుదయస్కాంత సదిశరాశులలో విద్యుత్ సదిశరాశి మన దృష్టిని ప్రేరేపిస్తుంది. కాంతి ఫలితాలను వివరించేటప్పుడు సాధారణంగా సదిశ విద్యుత్ రాశిని మాత్రమే పరిగణిస్తారు.



పటము 28.1

పటము 28.1లో సాధారణ కాంతి పుంజం యొక్క అంత్య-మీది దృశ్యము (end on view) చూపినాము. ప్రసార దిశకు లంబ తలంలో అన్ని దిశలలోను సదిశ విద్యుత్ క్షేత్ర కంపనాలు ఉంటాయి. ఈ కంపనాలను పరస్పరం లంబ దిశలలో గల X, Y అక్షాల వెంబడి అంశాలుగా విభజన చేయవచ్చు. దీనిని పటము 28.1bలో చూడవచ్చు.

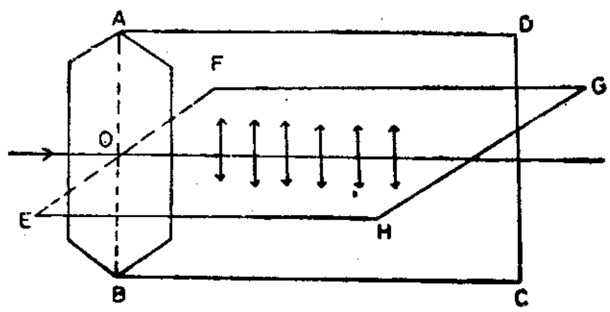
ఏదో ఒక ప్రక్రియ ద్వారా కాంతి పుంజంలోని తరంగాలన్నీ సమాంతర తలాలలో ఒక దిశాత్మకంగా కంపనానికి లోనయేలా చేసిన అలాంటి కాంతిని సమతల ధ్రువిత కాంతి అంటారు.



పటము 28.2

పటము 28.2a అలాంటి సమతల ధ్రువిత కాంతిని సూచిస్తుంది. పటము 28.2bలో కుడివైపుగా పయనిస్తూ కంపనాలు సమాంతర తలంలో నున్న సమతల ధ్రువిత కాంతిని చూపినాము. కంపనాలు ఉన్న తలాన్ని కంపన తలం అని, కంపన తలానికి లంబ దిశలోనున్న తలాన్ని ధ్రువణ తలం అని అంటారు. ఈ తలాలు పటము 28.3లో సూచింపబడినవి.

సమతల ధ్రువిత కాంతిలో కంపనాలు రేఖీయంగా ఉంటాయి. విద్యుత్ సదిశరాశి కొన ప్రసార దిశలో వృత్తాకార జాడని అనుసరిస్తూ స్థిరమైన వేగంతో కదులుతూ ఉంటుంది. అపుడు మనకు వృత్తాకార ధ్రువితకాంతి లభిస్తుంది. విద్యుత్ సదిశరాశి కొన ప్రసార దిశలో దీర్ఘ వృత్తాకార జాడను అనుసరిస్తూ కదులుతూ ఉంటే దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి లభిస్తుంది.



పటము 28.3

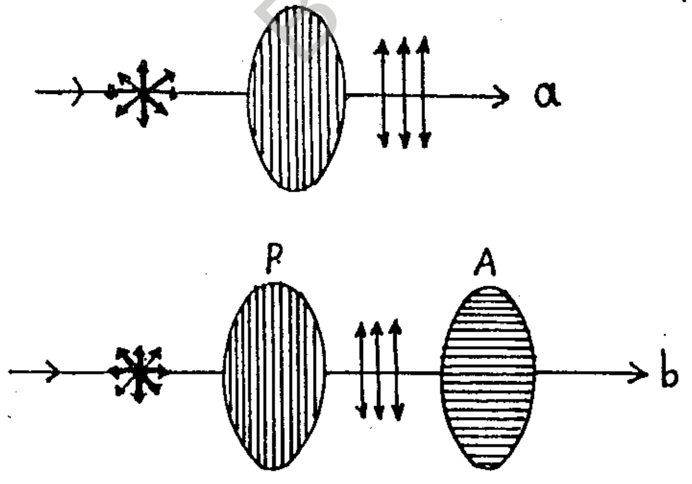
28.4 సమతల ధ్రువిత కాంతి ఉత్పాదన : పోలరాయిడ్

అధ్రువిత కాంతిని సమతల ధ్రువిత కాంతిగా మార్చుటకు, తమ ద్వారా అధ్రువిత కాంతి ప్రసరించినపుడు ఒక దిశలో కంపనాలు గల కాంతిని మాత్రమే ప్రసరణకు లోను చేసి, ఇతర దిశలలో కంపనాలు గల కాంతిని శోషింపచేసికొను ధర్మం గల ఏదయినా పరికరంగానీ, పదార్థంగానీ వాడవలసి ఉంటుంది. ఈ ధర్మం గల పదార్థాలు అనేకం గలవు. కాల్‌సైట్ స్ఫటికం తనపై అభిలంబంగా పతనమైన కాంతిని రెండు అంశాలుగా చీలుస్తుంది. ఈ రెండు సమతల ధ్రువిత కాంతులుగా ఉండి వాటి కంపనాలు పరస్పర లంబ దిశలో ఉంటాయి. వీటిని సాధారణ, అసాధారణ కిరణపుంజాలంటారు. ఈ దృగ్విషయాన్ని ద్వివక్రీభావనం అంటారు. ఈ రెండు కాంతి పుంజాలను వేరు చేసి ప్రయోగాలలో వాడుకోవచ్చు.

టూర్మలిన్ వంటి మరికొన్ని స్ఫటికాలు ద్వివక్రీభావనాన్ని ప్రదర్శించడమే కాకుండా సాధారణ, అసాధారణ కాంతి పుంజాలను వేరు వేరు విస్తృతిలో శోషణానికి గురి చేస్తాయి. ఈ ప్రక్రియను డైక్రాయిజం అంటారు. తగినంత మందం గల స్ఫటికాన్ని ఉపయోగించి ఒక కిరణ పుంజాన్ని పూర్తి శోషణకు గురి చేయవచ్చు. అప్పుడు స్ఫటికం నుంచి ఒక సమతల ధ్రువిత కాంతి పుంజం మాత్రమే బహిర్గతమౌతుంది. పోలరాయిడ్ సాధారణంగ లభించే ధ్రువణ పదార్థము. ఇది ఒకే దిశలో కంపనాలు గల కాంతిని మాత్రమే తన ద్వారా ప్రసరింపజేసి వీటికి లంబ దిశలో కంపనాలుగల కాంతిని శోషించుకొంటుంది. ఫలితంగా పోలరాయిడ్ నుంచి వెలువడే కాంతి సమతల ధ్రువిత కాంతిగా ఉంటుంది..

ఒక రకమయిన పొడుగాటి గొలుసు కట్టు అణువులు పొదిగిన సమ్మేత గల ప్లాస్టిక్ పదార్థం ద్వారా పోలరాయిడ్‌ని నిర్మిస్తారు. ప్లాస్టిక్ ఫలకను సాగదీసి అణువులు సమాంతర సహపంక్తి కూర్పు ఉండేలా చేస్తారు. పొడుగాటి గొలుసు కట్టు అణువులకి సమాంతరంగా ఉన్న కాంతి కంపనాలు శోషించబడతాయి. లంబంగా ఉన్న కంపనాలు ప్రసారం చేయబడతాయి.

పటము 28.4 పోలరాయిడ్‌లలో కాంతి ప్రసరణ సూచిస్తుంది. మొదటి పోలరాయిడ్ ద్వారా వెలువడే కాంతి సమతల ధ్రువిత కాంతి. ధ్రువణ దిశ పటములో చూడవచ్చు. కాంతి పథంలో రెండవ పోలరాయిడ్‌ని ఉంచినామనుకొందాము. రెండవ పోలరాయిడ్ మొదటి పోలరాయిడ్ దిగ్విన్యాసాన్ని కలిగి ఉంటే (పటము 28.4a) సమతల ధ్రువిత కాంతి రెండవ పోలరాయిడ్ ద్వారా ప్రసరిస్తుంది. అలా కాకుండా రెండవ పోలరాయిడ్‌ని 90° భ్రమణానికి లోనుచేస్తే (పటము 28.4b) సమతల ధ్రువిత కాంతి రెండవ పోలరాయిడ్ నుంచి బహిర్గతంకాదు. రెండవ పోలరాయిడ్ వెళ్ళే సమతల ధ్రువిత



పటము 28.4

కాంతి కంపనాలు పోలరాయిడ్ ధ్రువిత దిశకు లంబదిశలో ఉంటాయి కనుక అది పూర్తిగా శోషింపబడుతుంది. మొదటి పోలరాయిడ్‌ని ధ్రువణకారి అని, రెండవ పోలరాయిడ్‌ని విశ్లేషకం అని అంటారు. పరస్పరం లంబదిశలలో ధ్రువిత దిశగల పోలరాయిడ్ జంటను "వ్యత్యస్త పోలరాయిడ్"లు అంటారు. ఈ స్థితిలో వ్యవస్థ నుంచి కాంతి బహిర్గతం కాదు. నిర్దిష్టమైన తలంలో కాంతి-విద్యుత్

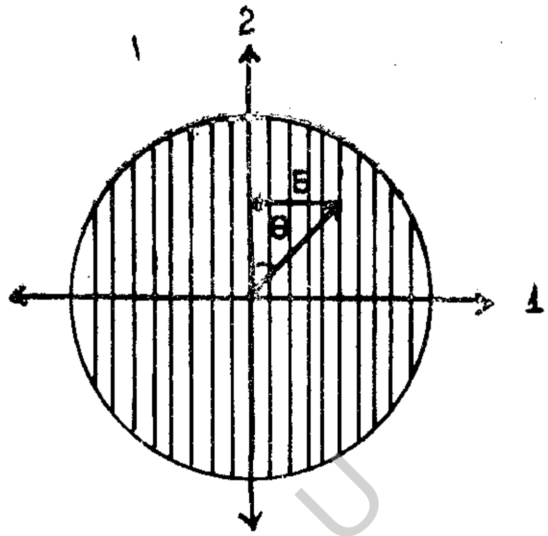
సదిశరాశి కంపనాలు లేకపోతే ఆకాంతిని ధ్రువిత కాంతి అని అంటారు. కావున విద్యుత్ సదిశరాశి కంపనాలు ఎపుడు ధ్రువిత తలానికి లంబంగా ఉంటాయి.

అవగాహన పరీక్ష 1

అధ్రువిత కాంతిని ధ్రువిత కాంతిగా ఎలా మార్చగలం.

28.5 మాలూస్ సూత్రము

కాంతి ప్రసరణ దిశ అక్షంగా విశ్లేషకాన్ని భ్రమణానికి లోనుచేస్తే విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రత ఎలా ఉంటుందో పరిశీలిద్దాము. పోలరాయిడ్‌లు వ్యత్యస్తంగా ఉన్నప్పుడు



పటము 28.5

వాటి ధ్రువిత దిశలు పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయి. కనుక విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రత శూన్యంగా ఉంటుంది. ఈ రెండు పోలరాయిడ్‌ల ధ్రువిత దిశల మధ్య కోణం శూన్యమయినప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రత గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. ధ్రువణకారి విశ్లేషకాల ధ్రువిత దిశలమధ్య కోణం θ ఉన్నప్పుడు విశ్లేషకం మీద పతనమయ్యే సమతల ధ్రువిత కాంతి కంపన పరిమితి E_m అయిన విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే సమతల ధ్రువిత కాంతి తీవ్రత $E_m \cos\theta$ ఉంటుంది. దీనిని పటము 28.5లో చూడవచ్చు.

కాంతి తీవ్రత కంపన పరిమితి వర్గానికి అనుపాతంలో ఉంటుంది గనుక

$$I = I_m \cos^2\theta \qquad (28.1)$$

I_m విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి గరిష్ఠ తీవ్రత. సమీకరణం 28.1నే మాలూస్ సూత్రము అంటారు.

మాదిరిలెక్క

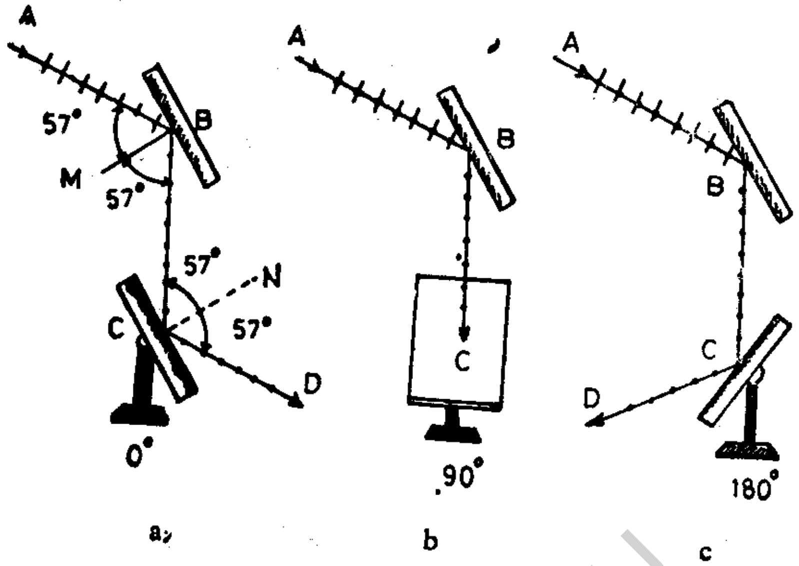
ధ్రువణకారి విశ్లేషకాల ధ్రువిత దిశలమధ్య కోణం శూన్యంగా ఉన్నప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి వెలువడే కాంతి తీవ్రత I_m ఉన్నది. పోలరాయిడ్‌ల మధ్య కోణం 135° ఉన్నప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి వెలువడే కాంతి తీవ్రతను కనుగొనుము.

$$I = I_m \cos^2\theta = I_m \cos^2 (135)$$

$$\therefore\ I = \frac{Im}{2} \qquad (28.2)$$

28.6 పరావర్తనంవల్ల ధ్రువణము

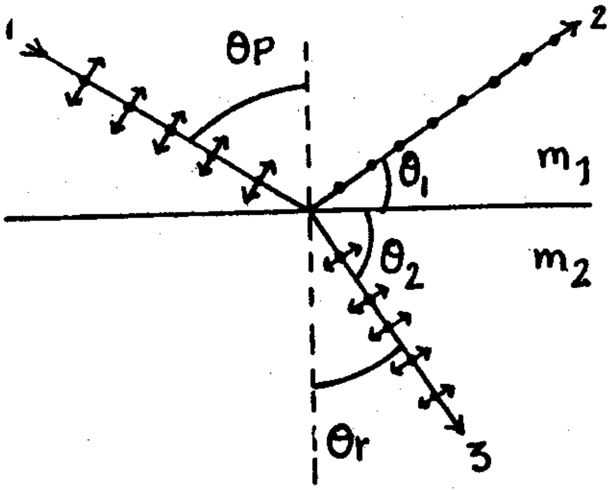
మెరుగు పరచిన గాజు ఫలక తలం మీద దాదాపు కోణం చేస్తూ అధ్రువిత కాంతి పతనమయినప్పుడు పరావర్తన కాంతి సమతల ధ్రువిత కాంతిగా మారుతుందని ఫ్రెంచి శాస్త్రజ్ఞుడు మాలూస్ కనుగొన్నాడు. మాలూస్ కనుగొన్న విషయాన్ని సూచించే ప్రయోగపుటమరిక పటము 28.6 లో చూడవచ్చు



పటము 28.6

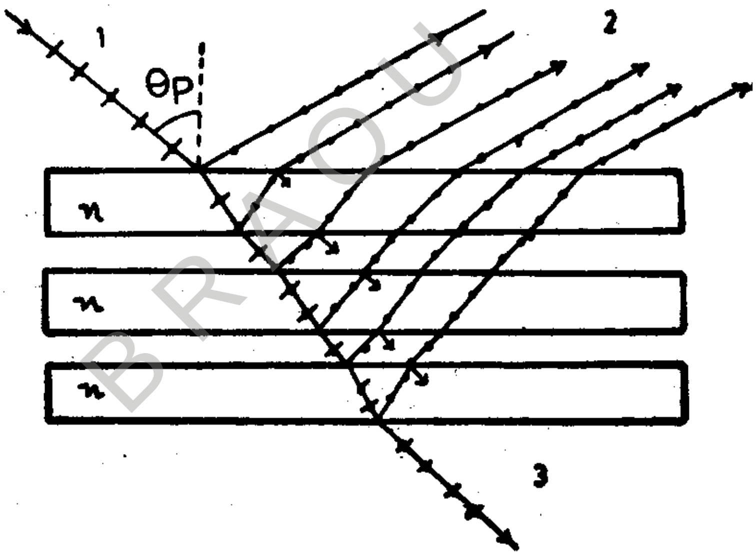
ప్రయోగపుటమరికలో, B, C అను రెండు గాజు ఫలకలు ఉంటాయి. గాజు ఫలక C ఒక పెడస్టల్ మీద భ్రమణానికి గురిచేయుటకు వీలుగా మౌంట్ చేయబడి ఉంటుంది. పటము 23.6aలో అధ్రువిత కాంతి మొదటి గాజు ఫలక మీద 57° కోణంతో B వద్ద పతనమౌతుంది. B వద్ద పరావర్తనం చెందిన కాంతి పుంజం రెండవ గాజు ఫలక C నుంచి 57° కోణంలో పరావర్తనం చెందుతుంది. B, C లు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయి. BC అక్షంగా Cని నెమ్మదిగా భ్రమణానికి గురి చేద్దాము. C నుంచి పరావర్తనం చెందే కాంతి పుంజం తీవ్రత తగ్గుతూ పటము 28.6bలో చూపినట్లు 90° కోణం చేసినప్పుడు శూన్య విలువను చేరుకొంటుంది. C ని మరలా త్రిప్పేకొద్దీ పరావర్తన కాంతి తీవ్రత పెరుగుతూ పటము 28.6cలో చూపినట్లు 180° కోణము ఉన్నప్పుడు గరిష్ఠ విలువను పొందుతుంది. Cని భ్రమణానికి గురిచేస్తూ కోణం 270° ఉన్నప్పుడు పరావర్తన కాంతి తీవ్రత శూన్యంగాను, 360° ఉన్నప్పుడు గరిష్ఠంగాను ఉంటుంది. Cని ఒక పూర్తి భ్రమణానికి లోను చేసినప్పుడు పతన కిరణం రెండు ఫలకల మీద 57° ఉంటుంది. పతన కోణం 57° కన్న వేరుగా ఉన్నచో C భ్రమణానికి లోనయినప్పుడు ప్రతి 90° కోణానికి పరావర్తన కాంతి తీవ్రత గరిష్ఠ, కనిష్ఠ విలువలు కలిగి ఉంటుందే కాని, శూన్య విలువను పొందదు. అంటే ఎల్లప్పుడు C నుంచి పరావర్తన కాంతి పుంజం CD ఉంటుంది.

పరావర్తన ప్రక్రియలో జరిగే మార్పులను పరిశీలించుట ద్వారా పై ప్రయోగ ఫలితాలను వర్ణించవచ్చు. పటము 28.7 లో అధ్రువిత కాంతి పరావర్తన ప్రక్రియను చూడవచ్చు. ఇంతకు మునుపే వివరించినట్లు పతన కోణంలోని సదిశ విద్యుత్ రాశిని రెండు అంశాలుగా విభజించవచ్చు. పటం తలానికి లంబ తలంలో కంపనాలను చుక్కలద్వారాను, పటం తలానికి సమాంతర తలంలో కంపనాలను బాణపు గుర్తులతోను సూచించినాము. సాధారణంగా ఈ రెండు అంశాలు సమాన కంపన పరిమితిని కలిగి ఉంటాయి. పతన కోణం θp ఉన్నప్పుడు చుక్కలతో సూచించిన కంపనాలు మాత్రమే గల కాంతి పుంజం పరావర్తనానికి లోనవుతుంది. రెండవ అంశం పూర్తిగా వక్రీభవనానికి గురౌతుంది. పరావర్తన కిరణం తక్కువ తీవ్రతను కలిగి ఉంటుంది. అది సమతల ధ్రువిత కాంతి θp కోణాన్ని ధ్రువణ కోణం అంటారు. ప్రసారిత కోణం పాక్షిక ధ్రువితంగా ఉంటుంది.



పటము 28.7

పటము 28.8లో చూపినట్లు గాజు ఫలకల పేర్పుద్వారా పరావర్తన సమతల ధ్రువిత కాంతి తీవ్రతను పెంచవచ్చు. సమాంతరంగా గల పలకల వద్ద పరావర్తనం చెందే కాంతి కిరణ పుంజాలు అధ్యారోపణం చెంది పరావర్తన కాంతి పుంజం తీవ్రత పెరుగుతుంది. ఈ ఫలక పేర్పు వలన ప్రసారిత కిరణ పుంజం కూడా రేఖీయ ధ్రువితమౌతుంది. ధ్రువిత కోణం θp వద్ద పరావర్తన వక్రీభవన కిరణ పుంజాలు పరస్పరం లంబదిశలలో ఉంటాయి.



పటము 28.8

$$\therefore\ \theta p + \theta r = 90^\circ \quad (28.3)$$

స్నెల్స్ నియమం ప్రకారం

$$\mu_1 \sin \theta p = \mu_2 \sin \theta r \quad (28.4)$$

$$\therefore\ \mu_1 \sin \theta p = \mu_2 \sin (90 - \theta p) = \mu_2 \cos \theta p \quad (28.5)$$

$$\therefore\ \tan \theta p = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \mu \quad (28.6)$$

ఇచ్చట $\mu \left(= \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$ మొదటి యానకాన్ననుసరించి రెండవ యానకం వక్రీభవన గుణకాన్ని సూచిస్తుంది. సమీకరణం 28.6 బ్రూస్టర్ నియమాన్ని సూచిస్తుంది.

మాదిరిలెక్క

1.55 వక్రీభవన గుణకం గల గాజు ఫలక ధ్రువిత కోణమెంత ?

$\theta p = \tan^{-1} \mu = \tan^{-1} (1.55) = 5.72$

28.7 సారాంశం

సాధారణ కాంతి, అధ్రువిత కాంతి కాంతి తరంగ సదిశ విద్యుత్ రాశి కంపనాలు తరంగ ప్రసారదిశకు లంబంగా అన్ని దిశలలోను ఉంటాయి. పోలరాయిడ్ ఉపయోగించి అధ్రువిత కాంతిని సమతల ధ్రువిత కాంతిగా మార్చవచ్చు. ధ్రువిత కాంతి సమతల, వృత్తాకార లేక దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతులలో ఏవైనా ఒకటి కావచ్చు.

మాలూస్ సూత్రం ప్రకారం విశ్లేషక పోలరాయిడ్ ద్వారా వెలువడే కాంతి తీవ్రత $I = I_m \cos^2 \theta$

28.8 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

పోలరాయిడ్‌ని ఉపయోగించి అధ్రువిత కాంతిని, ధ్రువిత కాంతిగా మార్చవచ్చును. పోలరాయిడ్ ఒక ప్రత్యేకమైన దిశలోనే కంపనాలను ప్రసరింపచేస్తుంది. ఈ దిశకు లంబంగా ఉండే మిగిలిన కంపనాలను శోషిస్తుంది.

28.9 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. పరావర్తన ప్రక్రియద్వారా అధ్రువిత కాంతి నుండి ధృవిత కాంతిని పొదవచ్చునని ప్రయోగపూర్వకంగా నిరూపించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. పోలరాయిడ్ నిర్మాణం, పనిచేయు విధానం తెలపండి.
2. మాలూస్ సూత్రాన్ని నిర్వచించి, వివరించండి.

III. క్రింది సమస్యను సాధించండి.

1.55 వక్రీభవన గుణకం గల గాజు ఫలకను ధ్రువణకారిగా వాడినప్పుడు వక్రీభవన కోణం ఎంత ఉంటుందో కనుగొనండి.

(జ. $\theta_r = 328°$)

భాగం – 29 ద్వివక్రీభవనం

విషయక్రమం

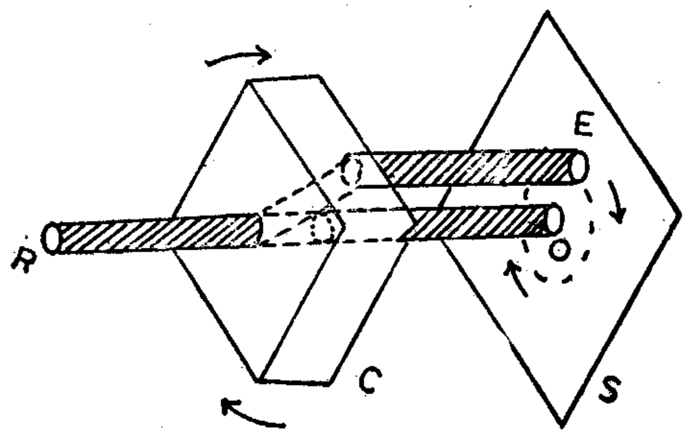
29.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో హైగన్స్ సిద్ధాంత సహాయంతో ద్వివక్రీభవన వివరణ ఉంది.

1. నికాల్ పట్టకం నిర్మాణాన్ని, పనిచేసే విధానాన్ని వివరించగలరు.
2. సాధారణ, అసాధారణ కిరణాల వక్రీభవన గుణకాలను లెక్కించగలరు.

29.2 ప్రవేశిక

గాజు ఫలక తలంపై కాంతి కిరణం పతనమయినప్పుడు కాంతి శక్తిలో కొంత భాగం పరావర్తనం మిగతా భాగం వక్రీభవనం చెందుతాయి. పతన కిరణానికి ఒకే వక్రీభవన కిరణముంటుంది. పరావర్తన కిరణము, వక్రీభవన కిరణము, నిర్దిష్టమైన నియమాలకు లోనయి ఉంటాయి. కానీ కాంతి కిరణం కాల్సైట్ ($CaCO_3$) లాంటి స్ఫటికాల మీద పతనమయినప్పుడు ఆసక్తికరమయిన ప్రక్రియ జరుగుతుంది. ఈ స్ఫటికం ఒక పతన కిరణానికి రెండు వక్రీభవన కిరణాలను ఉత్పన్నం చేస్తుంది ఈ దృగ్విషయాన్ని ద్వివక్రీభవనం అంటారు.



పటము 29.1

ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియను పటము 29.1లో చూడవచ్చు. కాల్‌సైట్ స్ఫటికం తలం మీద పతన కిరణం లంబకోణం చేస్తూ పతనమవుతున్నది. బహిర్గత కాంతి దిశలో ఉంచిన తెరమీద O, E అనే రెండు కాంతి బిందువులు ఏర్పడుతాయి. పతన కిరణ దిశకు సమాంతర అక్షం వెంబడి స్ఫటికాన్ని భ్రమణానికి లోను చేసినప్పుడు బిందువు O నిశ్చలంగా ఉంటుంది. బిందువు E భ్రమణాక్షం చుట్టూ తిరుగుతుంది. అందుచేత ఒక పతన కిరణం వలన రెండు వక్రీభవన కిరణాలు ఏర్పడుతాయి. ఇందులో O అనే కాంతి కిరణం స్ఫటికానికి మారుగా ఏదేని గాజు ఫలక ఉన్నప్పుడు ఉత్పన్నమయ్యే సాధారణ వక్రీభవన కిరణంగా ఉంటుంది. వక్రీభవన సూత్రాలను పాటించే ఈ కాంతి కిరణాన్ని సాధారణ కిరణం (O) అంటారు. ఇంకొక కిరణాన్ని అసాధారణ కిరణం (E) అంటారు.

సాధారణ కాంతి కిరణం సైన్ నియమాన్ని పాటిస్తుంది. అంటే $\frac{\sin i}{\sin r}$ స్థిరంగా ఉంటుంది. ఇచ్చట i పతన కోణాన్ని r వక్రీభవన కోణాన్ని సూచిస్తాయి. E కిరణానికి $\frac{\sin i}{\sin r}$ విలువ పతన కోణం మీద ఆధారపడుతుంది.

$$\frac{\sin i}{\sin r} \quad \frac{\text{గాలిలోకాంతివేగము}}{\text{యానకంలోకాంతివేగము}} = \mu \tag{29.1}$$

μ స్థిరంగా ఉన్నచో యానకంలో కాంతి వేగం అన్ని దిశలలోను స్థిర విలువను కలిగి ఉంటుంది. E కిరణానికి μ విలువ మారుతుంది. కనుక E కిరణ వేగం స్ఫటికంలోని వివిధ దిశలలో వేరు వేరు విలువలను కలిగి ఉంటుంది. కాల్‌సైట్ స్ఫటికంలో ఒక దిశలో తప్ప మిగిలిన అన్ని దిశలలోను ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియను పొందవచ్చు. ఈ దిశనే దృశాక్షం అంటారు. ఈ దృశాక్ష దిశలో సాధారణ అసాధారణ కాంతి కిరణ వేగాలు సమాన విలువలు కలిగి ఉంటాయి. ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియను కాల్‌సైట్, క్వార్ట్జ్, మంచు, టూర్మలిన్, అపటైట్, సోడా నైట్రేట్‌లు, బోరాక్స్, మైకా, సెలనైట్, టోపాజ్, అరొగనైట్ స్ఫటికాలలో పొందవచ్చు. ఈ స్ఫటికాలను ఏక అక్షీయ స్ఫటికాలని, ద్వి అక్షీయ స్ఫటికాలని రెండు రకాలుగా విభజించవచ్చు. ద్విఅక్షీయ స్ఫటికాలలో సాధారణ కాంతి అసాధారణ కాంతి కిరణాలు రెండు దిశలలో సమాన వేగాలతో పయనిస్తాయి. ఏక అక్షీయ స్ఫటికాలలో సాధారణ అసాధారణ కాంతి కిరణాలు ఒక దిశలో మాత్రమే సమాన వేగాలతో పయనిస్తాయి. పైన వివరించిన స్ఫటికాలలో మొదటి ఆరు స్ఫటికాలు ఏక అక్షీయ స్ఫటికాలు. మిగతావి ద్వి అక్షీయ స్ఫటికాలు.

అవగాహన పరీక్ష 1 : సాధారణ అసాధారణ కిరణాల మధ్య తేడా ఏమిటి ?

అవగాహన పరీక్ష 2 : స్ఫటికం దృశాక్షం అనగా నేమి ?

అవగాహన పరీక్ష 3 : ఏక అక్షీయ ద్వి అక్షీయ స్ఫటికాల మధ్య తేడా ఏమిటి ?

29.3 ద్వి వక్రీభవనప్రక్రియ – హైగన్స్ వివరణ

హైగన్స్ వివరణ ఆధారంగా ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియను ఎలా అర్థం చేసుకోవచ్చో ప్రస్తుతం పరిశీలిద్దాం. ఏక అక్షీయ స్ఫటికాలలో ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియను గమనిద్దాం. హైగన్స్ వివరణ కింద వివరించిన దృగ్విషయాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

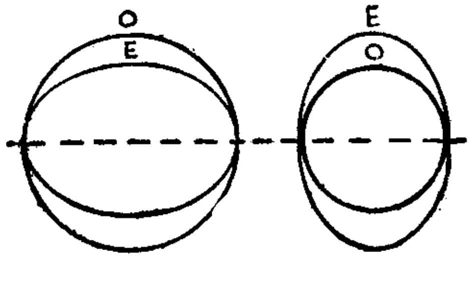
(a) ద్వివక్రీభవన యానకంలో రెండు కాంతి కిరణ పుంజాలు ప్రసారితమౌతాయి, కనుక స్ఫటికంలోని ప్రతికణం నుంచి రెండు గౌణతరంగికలు ప్రసారితమౌతాయి.

(b) O కాంతి కిరణ పుంజం వేగం అన్ని దిశలలో సమానంగా ఉంటుంది. కనుక తదనుగుణమైన తరంగిక గోళాకార తరంగికగా ఉంటుంది.

(c) E కాంతి కిరణం వేగం స్ఫటికంలో అది ప్రసరించే దిశ మీద ఆధారపడుతుంది. ఇదివరకే వివరించినట్లు కాంతి O, E కిరణ పుంజాల వేగాలు దృశాక్షం దిశలో సమాన విలువలు కలిగి ఉంటాయి.

పైన వివరించిన వాస్తవిక విషయాలు ఆధారంగా E తరంగిక దీర్ఘ వృత్తాభాసంగా ఉంటుందని హైగన్స్ భావించాడు. ఇది దృశాక్షంతో ఏకీభవిస్తున్న వ్యాసం ననుసరించి దీర్ఘవృత్తం పరిభ్రమించుట వలన ఏర్పడుతుంది. దృశాక్షం వెంబడి O, E కాంతి కిరణాల వేగాలు సమానం గనుక O, E తరంగికలు ___

ఈ దిశలో ఒకదానితో ఒకటి స్పర్శిస్తాయి. ఈ రెండు తరంగికల మధ్యచ్ఛేదాన్ని పటము 29.2 లో చూడవచ్చు.



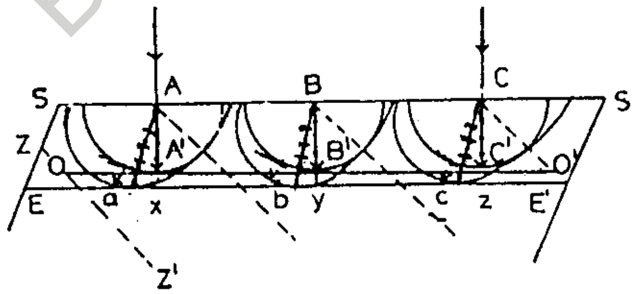
పటము 29.2

పటము 29.2aలో క్వార్ట్జ్ స్ఫటికంలోను పటము 29.2bలో కాల్సైట్ స్ఫటికంలోను O, E తరంగికల మధ్యచ్ఛేదాలను చూడవచ్చు. కాల్సైట్ స్ఫటికంలో దృశాక్షానికి లంబ దిశలో కాంతి వేగం గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. కనుక గోళాకార తరంగాగ్రం దీర్ఘవృత్తాభాసంలో ఇమిడి ఉంటుంది. ఇలాంటి స్ఫటికాలను "ఋణస్ఫటికాలు" అంటారు. క్వార్ట్జ్ స్ఫటికంలో దృశాక్షం దిశలో కాంతి వేగం గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. కనుక దీర్ఘవృత్తాభాసం గోళంలో ఇమిడి ఉంటుంది. ఇలాంటి స్ఫటికాలను ధనస్ఫటికాలంటారు.

29.4 కాల్సైట్ స్ఫటికంలో తరంగాగ్రాల నిర్మాణము – సరళ సందర్భాలు

హైగన్స్ వివరణ ఆధారంగా కాల్సైట్ స్ఫటికంలో వక్రీభవన తరంగాగ్రాల నిర్మాణాన్ని గూర్చి తెలుసుకొందాము.

మొదటి సందర్భం : పటము 29.3లో చూపినట్లు సమతల అధ్రువిత కాంతి తరంగం ఋణ ఏక అక్షీయ స్ఫటికమైన కాల్సైట్ తలం AB మీదకి అభిలంబంగా పతనమౌతున్నదనుకొందాము. స్ఫటిక తలానికి లంబంగాను, దృశాక్షానికి సమాంతరంగాను గల స్ఫటిక ఛేదం పటములో చూపినాము. పటములో చుక్కలతో చూపిన దిశ దృశాక్ష దిశను సూచిస్తుంది.

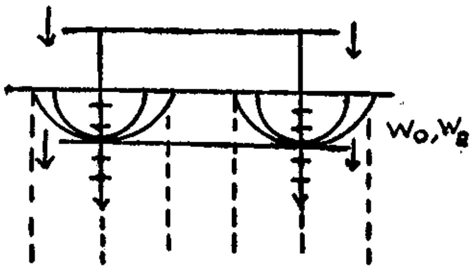


పటము 29.3

స్ఫటికం ఉపరితలం మీద కాంతి పతనమయిన వెంటనే ఉపరితలం మీద ప్రతి బిందువు గోళాకార, దీర్ఘవృత్తాకార తరంగికల గౌణ జనకాలుగా ప్రవర్తిస్తాయి. పటము 29.3లో A, B, C బిందువుల వద్ద తరంగికల ప్రసరణ చూపబడినది. ఈ బిందువుల నుంచి V_0t (V_0 =సాధారణ కాంతి కిరణ వేగము) వ్యాసార్ధంతో గీచిన వృత్తాలు t సెకనుల తర్వాత సాధారణ కాంతి తరంగాగ్రాలను సూచిస్తాయి. అసాధారణ కాంతి వేగం v_e అను కొంటే t సెకనుల తర్వాత $2v_et$ దీర్ఘవృత్తాభాసం దీర్ఘ అక్షాన్ని, $2v_et$ లఘు అక్షాన్ని సూచిస్తాయి. దీర్ఘవృత్తాభాసం గోళం దృశాక్ష దిశలో ఒకదానినొకటి స్పర్శిస్తాయి కనుక దృశాక్షానికి లంబ దిశలో $v_e t$ పొడవుతో రేఖను గీస్తే అది దీర్ఘ అక్షంలో సగం

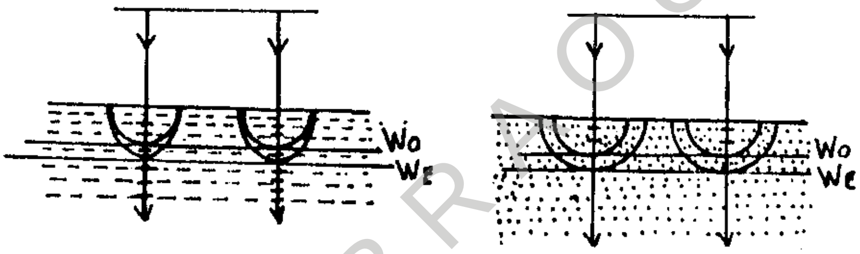
ఉంటుంది. వృత్తాన్ని, దీర్ఘవృత్తాన్ని $v_{o}t$, $v_{e}t$ విలువలు ఆధారంగా పటము 29.3లో చూపినట్లు గీయవచ్చు. వృత్తాలను స్పర్శించేలా గీచిన రేఖ OO^1 సాధారణ కాంతి తరంగాగ్రాన్ని సూచిస్తుంది. అలాగే దీర్ఘవృత్తాలను స్పర్శిస్తూ గీచిన రేఖ EE^1 అసాధారణ కాంతి తరంగాగ్రాన్ని సూచిస్తుంది. Aa, Bb, Cc లు అసాధారణ కాంతి వక్రీభవన దిశను సూచిస్తాయి.

రెండవ సందర్భం : అభిలంబ దిశలో కాంతి తరంగం స్ఫటిక ఉపరితలం మీద పతనమయినప్పుడు రెండు ప్రత్యేక సందర్భాలు ప్రముఖమైనవిగా ఏర్పడతాయి. వీటిని పటము 29.4 లోను 29.5 లోను చూపించాము.



పటము 29.4

పటము 29.4లో దృశాక్షానికి లంబ దిశలో కోసిన స్ఫటిక ఉపరితలం మీద అభిలంబంగా కాంతి పతనమవుతున్నది. కనుక కాంతి దిశ స్ఫటిక దృశాక్ష దిశలోనున్నది. ఈ దిశలో **సాధారణ,** అసాధారణ కాంతి తరంగాలు సమాన వేగంతో పయనిస్తాయి. కనుక ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియ **జరుగదు.**



(a) (b)

పటము 29.5

పటము 29.5 a, b లలో దృశాక్షానికి సమాంతర దిశలో కోసిన స్ఫటిక ఉపరితలం మీద లంబ దిశలో కాంతి తరంగాలు పతనమౌతున్నాయి. పటము (a) ప్రధానచ్ఛేదాన్ని (దృశాక్షంగల ఛేదం) పటము (b) దృశాక్షానికి లంబంగా గలచ్ఛేదాన్ని సూచిస్తాయి. ఇచ్చట O, E తరంగాలు వక్రీభవనానికి లోనుకావు కానీ వివిధ వేగాలతో స్ఫటికంలో ప్రసరిస్తాయి.

29.5 వక్రీభవన గుణకాలు

ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియను గూర్చి ఇంతవరకు తెలిసికొన్న విషయాలు ఆధారంగా ద్వివక్రీభవన పదార్థాలకు రెండు రకాలయిన వక్రీభవన గుణకాలు ఉంటాయి అని విశదమవుతుంది. ఇవి సాధారణ కిరణానికి సంబంధించిన వక్రీభవన గుణకం μ_o, అసాధారణ కిరణానికి సంబంధించి వక్రీభవన గుణకం μ_eని నిర్వచించుటలో ఏమి కష్టము లేదు. దీనిని $\frac{\sin i}{\sin r}$గా సూచించవచ్చు. ఇది స్థిర విలువను కలిగి ఉంటుంది. స్ఫటికం యొక్క అసాధారణ వక్రీభవన గుణకం దిశాత్మ ప్రమేయంగా ఉంటుంది. సాధారణంగా, వక్రీభవన గుణకాన్ని దృశాక్షానికి లంబ దిశ ననుసరించి నిర్వచిస్తారు. ఈ దిశలో **అసాధారణ కాంతి వేగం గరిష్ఠంగాగానీ,** లేదా కనిష్ఠంగా గానీ ఉంటుంది. μ_o μ_e లను కింది విధంగా **నిర్వచించవచ్చు.**

$$\mu_o = \frac{\text{శూన్యంలోకాంతితరంగవేగం}}{\text{స్ఫటికంలోసాధారణకాంతితరంగవేగం}}$$

$$\mu_e = \frac{\text{శూన్యంలోకాంతితరంగవేగం}}{\text{అసాధారణకాంతితరంగగరిష్ఠవేగం}}$$ — ఋణస్ఫటికాలకు

$$\mu_e = \frac{\text{శూన్యంలోకాంతితరంగవేగంప}}{\text{అసాధారణకాంతతరంగకనిష్ఠవేగం}}$$ — ధనస్ఫటికాలకు

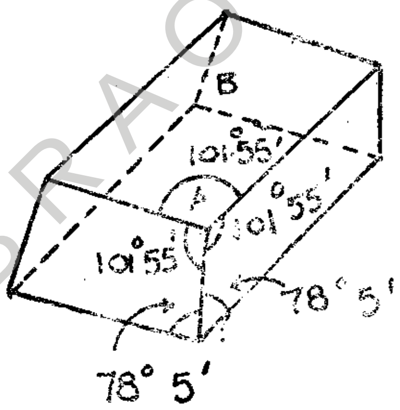
సోడియమ్ కాంతికి ($\lambda = 5893$ A°)

కాల్సైట్‌లో 18°Cల వద్ద	μ_o = 1.65836
	μ_e = 1.48641
క్వార్ట్జ్‌లో 18°C వద్ద	μ_o = 1.54425
	μ_e = 1.55336

ద్విక్రీభవన స్ఫటికాలలో తయారు చేసిన పట్టకాలను ఉపయోగించి స్పెక్ట్రామీటర్ ద్వారా కనిష్ఠ విచలన కోణాలను కొలిచి తద్వారా μ_o, μ_e ల విలువలు కనుగొనవచ్చును.

29.6 నికల్ పట్టకం

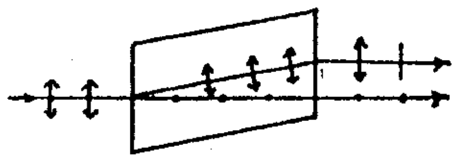
పటము 29.6లో కాల్సైట్ స్ఫటికాకృతి చూపినాము. కాల్సైట్ స్ఫటికాన్ని ఐలాండ్ స్పార్ (Iceland spar) అని కూడా పిలుస్తారు. A, B అంచుల వద్ద పరస్పరం ఖండించుకొంటున్న ముఖాల ద్వారా ఏర్పడే కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. వీటి విలువ 101°55'. A నుంచి గానీ, B నుంచి గానీ, ఖండించుకొంటున్న అంచులతో సమాన కోణాలు చేస్తూ గీచిన రేఖ దృశాక్ష దిశను సూచిస్తుంది. సాధారణ, అసాధారణ కాంతి తరంగ కంపన దిశలను దృశాక్షం పరంగా నిర్దేశించవచ్చు.



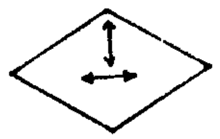
పటము 29.6

కాల్సైట్ స్ఫటికం సమతల ఛేదం పటము 29.7aలో చూబడినది. ఇది దృశాక్షాన్ని కలిగి ప్రకృతి స్ఫటికం ఎదురుదురు తలాలకు లంబంగా ఉంటుంది. తుదిగమన దృశ్యపరంగా (end of view) ప్రతిముఖం సమాంతర చతుర్భుజాకృతిలో ఉంటుంది. ఒక వికర్ణం మరొక వికర్ణం కన్నా పెద్దదిగా ఉంటుంది. సన్నని అధ్రువిత కాంతి పుంజం ఇలాంటి సమతల ఛేదం (ప్రధానచ్ఛేదం) నుంచి వెళ్ళినప్పుడు అది రెండుగా విడిపోయి ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉండేలా బహిర్గతమౌతాయి వీటిలో ప్రతి ఒక్కటి రేఖీయ ధ్రువితంగా ఉంటుంది. సాధారణ కాంతి కంపన దిశ ప్రధాన చ్ఛేదతలానికి లంబ దిశలో ఉంటుంది. అసాధారణ కాంతి తరంగ కంపన దిశ ప్రధానచ్ఛేదతలంలో ఉంటుంది.

కాల్సైట్ స్ఫటికాన్ని ఆకృతిలో కొద్దిగా మార్పుచేసి దానిని ధ్రువణకారిగా గాని, విశ్లేషకంగా గానీ వాడవచ్చు. ప్రసారణ కిరణాల నుంచి ఒక ధ్రువిత కాంతిని తొలగించుట ద్వారా పై ప్రక్రియలను సాధించవచ్చు. దీనిని ఎలా పొందవచ్చో పటము 29.8లో చూపబడినది.



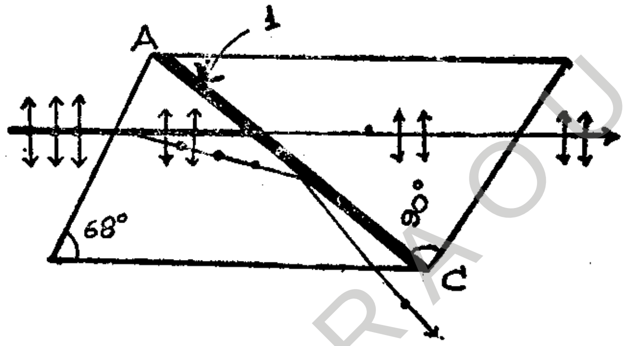
(a)



(b)

పటము 29.7

బాగా పొడవు స్వచ్ఛతగల స్ఫటికాన్ని ఎంచుకోవాలి. ప్రధానచ్ఛేదంతో చేసే కోణం 71° (పటము 29.7 a)ని 68°లకు (పటము 29.8) వచ్చేలా స్ఫటికం తుది తలాలను కోయాలి. తర్వాత స్ఫటికాన్ని రెండు అర్థభాగాలుగా AC వికర్ణం వెంబడి ప్రధాన ఛ్ఛేద తలానికి లంబదిశలో కోసి వేరు చేయాలి. మరలా ఈ రెండు భాగాలను కెనడా బాల్సమ్ అనే పారదర్శక సిమెంట్ ఉపయోగించి అతికించాలి. ఇలా తయారుచేసిన దృశా పరికరాన్ని నికల్ పట్టకం అంటారు.



పటము 29.8

కాల్సైట్ సాధారణ కాంతి వక్రీభవన గుణకం 1.66. కెనడా బాల్సమ్ సాధారణ కాంతి వక్రీభవన గుణకం 1.55. కెనడా బాల్సమ్ తలంపద్ద పతసమయ్యే సాధారణ కాంతి పతనకోణం సందిగ్ధ కోణంకన్నా ఎక్కువ ఉంటుంది. ఫలితంగా అది సంపూర్ణాంతర పరావర్తనం చెందుతుంది. కాల్సైట్‌లో అసాధారణ కాంతి వక్రీభవన గుణకం ప్రసారదిశను బట్టి మారుతుంది. నికల్ పట్టకంలో అనువుగా ఉండే ప్రసరణ దిశను అనుసరించి E కిరణం వక్రీభవన గుణకం 1.49. అందుచేత అసాధారణ కాంతి కిరణం కెనడా బాల్సమ్ నుంచి ప్రసరించి పట్టకం నుంచి బహిర్గత మౌతుంది. దీనిని పటములో చూడవచ్చు.

నికల్ పట్టకాలను ధ్రువణ కారులుగా గానీ, విశ్లేషకాలుగా గానీ వాడవచ్చు. ఈ పట్టకం నుంచి ప్రసారితమయ్యే కాంతి కంపనదిశ పట్టకం తుది ముఖానికి పరంగా ఉన్న లఘు వికర్ణానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది. కనుక నికల్ పట్టకం మీద అధ్రువిత కాంతి పతనమయినప్పుడు అది సమతల ధ్రువిత కాంతిని ఉత్పన్నం చేస్తుంది. ఈ కాంతి కంపన దిశ పట్టకం తుది ముఖ లఘు వికర్ణానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది. రేఖీయ ధ్రువితకాంతి ఉత్పన్నంలో పై ధర్మాన్ని వాడుతారు. నికల్ పట్టకం, లఘు వికర్ణానికి సమాంతర దిశలో కంపనాలు గల సమతల ధ్రువిత కాంతిని మాత్రమే ప్రసారం చేస్తుంది. ఇది లఘు, వికర్ణానికి లంబదిశలో కంపనాలు గల సమతల ధ్రువిత కాంతిని పూర్తిగా ప్రసార దిశనుంచి తొలగిస్తుంది. ఈ ధర్మాన్ని ఉపయోగించే ధ్రువిత కాంతిని విశ్లేషణ చేస్తారు.

29.7 సారాంశం

సాధారణ కాంతి కాలసైట్ లాంటి స్ఫటిక తలంమీద ఏకమయినపుడు రెండు కిరణాలుగా చీలుతుంది. వీటిలో ఒకటి మాత్రమే స్నెల్స్ వక్రీభవన నియమాన్ని పాటిస్తుంది. వీనిని సాధారణ కాంతి (o) అంటారు. స్నెల్స్ వక్రీభవన నియమాన్ని పాటించని కాంతి కిరణాన్ని అసాధారణ కాంతి (E) కిరణము అంటారు. కాలసైట్ లాంటి స్ఫటికాల ద్వారా సాధారణ కాంతి రెండు కాంతి కిరణాలుగా విడగొట్టబడే దృగ్విషయాన్ని ద్వివక్రీభవనం అంటారు.

E కిరణవేగ స్ఫటికంలో అది ప్రసరించే దిశమీద ఆధారపడుతుంది. కానీ O కిరణం స్ఫటికం అన్ని దిశలలోను ఒకే వేగంతో ప్రసరిస్తుంది. స్ఫటిక అక్షం వెంబడి O, E కిరణాలు ఒకే వేగంతో ప్రయాణిస్తాయి.

ఏక అక్షీయ స్ఫటికాలలో O, E కిరణాలు సమాన వేగాలతో ప్రసరించే దిశ ఒకటి మాత్రమే ఉంటుంది. ద్వి అక్షీయ స్ఫటికాలలో O, E కిరణాలు సమాన వేగాలతో ప్రసరించే దిశలు రెండు ఉంటాయి.

29.8 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

స్నెల్ వక్రీభవన నియమాన్ని పాటించే కిరణాన్ని సాధారణ కిరణమని, పాటించని కిరణాన్ని అసాధారణ కిరణమని అంటారు.

అవగాహన పరీక్ష 2

స్ఫటికం ఒక నిర్దిష్ట దిశలో సాధారణ అసాధారణ కిరణాలు ఒకే వేగంతో ప్రయాణిస్తాయి. ఈ ప్రత్యేకమైన దిశను దృశాక్షం అంటారు.

అవగాహన పరీక్ష 3

ఏక అక్షీయ స్ఫటికాలలో సాధారణ, అసాధారణ కిరణాలు ఒకే వేగంతో ఒకే దిశలో ప్రయాణిస్తాయి. ద్విఅక్షీయ స్ఫటికాలలో రెండు దిశలలో ప్రయాణిస్తాయి.

29.9 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. నికల్ పట్టక నిర్మాణాన్ని వివరించండి. దీని ఉపయోగాలను రాయండి.

II. క్రింది ప్రశ్నకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. ద్వివక్రీభవన ప్రక్రియకు హైగన్ వివరణను తెలపండి.

భాగం – 30 వర్తుల, దీర్ఘవర్తుల ధ్రువణం

విషయక్రమం

30.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో వృత్తాకార, దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతుల ఉత్పన్న విధానం, వాటి ధర్మాల చర్చ ఉన్నాయి.

మీరు ఈభాగం చదివిన తరువాత సమతల వృత్తాకార, దర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతులను నిర్వచించగలరు.

30.2 ప్రవేశిక

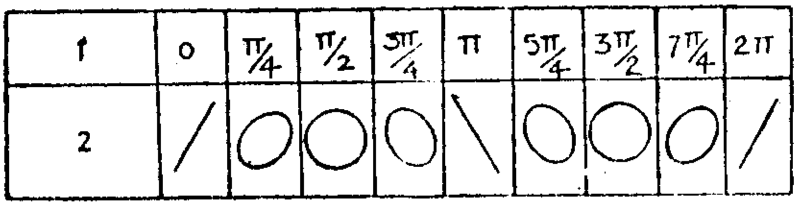
రేఖీయ ధ్రువణం, వివిధరకాలయిన ధృవశణాలలో సరళమైనది. ముందు భాగంలో ద్వివక్రీభవన స్ఫటికమగు క్వార్ట్జగానీ, కాల్‌సైటగానీ, అధ్రువిత కాంతిని సాధారణ, అసాధారణ కిరణాలుగా చీలుస్తుందని నేర్చుకొన్నాము. ఈ రెండు కిరణాలు సమతల (రేఖీయ) ధ్రువితంగా ఉంటాయి. ఈ రెండింటి కంపన దిశలు ఒకదానికొకటి లంబదిశలలో ఉంటాయి.

ముందు భాగంలో వివరించిన విషయాలను బట్టి కొన్ని సందర్భాలలో సాధారణ, అసాధారణ కాంతి కిరణాలు ఒకే పథం వెంబడి వివిధ వేగాలతో పయనిస్తాయని తెలుసుకొన్నాము. ఉదాహరణకి దృశాక్షానికి సమాంతరంగా కోసిన కాల్‌సైట్ స్ఫటికాన్ని తీసికొందాము. పటము 29.7 లో చూపినట్లు ఈ స్ఫటికం ఒక ముఖంపై లంబదిశలో పతనమయిన కాంతికిరణము ఒకే పథం వెంబడి వేరువేరు వేగాలతో పయనిస్తాయి. స్ఫటికం నుంచి ఇవి బహిర్గతమయినప్పుడు వాటిమధ్య దశాభేదం ఏర్పడుతుంది. ఈ దశాభేదం పతన కాంతి పౌనఃపున్యం మీద, స్ఫటికం మందం మీద, స్ఫటికంలో సాధారణ, అసాధారణ కాంతివేగాల మీద ఆధారపడుతుంది.

స్ఫటికం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కిరణాలు అధ్యారోపణ చెందినప్పుడు ఏర్పడే ఫలితాలు ఎంతో ప్రాముఖ్యమైనవి. ఇలాంటి సమస్య ఫలితాలు, పరస్పర లంబదిశలలో గల సరళ హరాత్మక చలనాలను కలిపినప్పుడు వచ్చే ఫలితాలు ఒకేవిధంగా ఉంటాయి. పరస్పరం లంబదిశలో కంపనాలు గల సరళహరాత్మక చలనాల అధ్యారోపణం వల్ల ఏర్పడే వివిధ రకాలయిన ఆకారాలు పటము 30.1లో చూపినాము.

దశాభేదం O, 2π లేదా π యొక్క సరిసంఖ్యా గుణకంగా ఉన్నప్పుడు ఏర్పడే ఫలిత కంపనం రెండు సరళ హరాత్మక చలన కంపన దిశలకు 45° కోణంచేసే రేఖీయ కంపనంగా ఉంటుంది. పథభేదం

π యొక్క బేసి సంఖ్యా గుణకంగా ఉంటే ఫలిత కంపనం ఇంతకు ముందు వివరించిన రేఖీయ కంపన దిశకు 90° కోణంలో రేఖీయ కంపనంగా ఉంటుంది. దశాభేదం $n\pi/2$ ($n = 1, 3, 5, 7....$) అయిన ఫలిత కంపనం వృత్తాకారంగా ఉంటుంది. తదితర దశాభేదాలు ఉన్నప్పుడు ఫలిత కంపనాలు దీర్ఘవృత్త కంపనాలుగా ఉంటాయి.



పటము 30.1

వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతిని దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతిని మనం ఎలా అవగాహన చేసికోవాలి ? కాంతి కంపనాలు ప్రదేశంలో విద్యుత్క్షేత్ర సదిశరాశి ఆవర్తన కంపనాలుగా భావించాలని మనకు తెలిసిన విషయమే. కనుక వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతిలో విద్యుత్ క్షేత్ర సదిశరాశి మొన (terminus) ప్రసార దిశకు లంబతలంలో వృత్త పరిధి వెంబడి చలిస్తుంది. అలాగే దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతిలో విద్యుత్క్షేత్ర సదిశరాశి మొన ప్రసార దిశకు లంబతలంలో దీర్ఘ వృత్తాకార పరిధి వెంబడి చలిస్తుంది.

అవగాహన పరీక్ష 1

వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి అనగా నేమి ?

అవగాహన పరీక్ష 2

దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువితకాంతి అనగా నేమి ?

30.3 చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం

సాధారణ, అసాధారణ కాంతికిరణాలు స్ఫటికంలో ఒకే పథం వెంబడి వివిధ వేగాలతో పయనించినప్పుడు నిర్ణీత కాల వ్యవధిలో అవి పయనించిన దూరాలు వేరువేరుగా ఉంటాయి. అంటే వాటి మధ్య పథభేదం (దశాభేదం) ఏర్పడుతుంది. పథభేదం $\lambda/4$ (λ పతనకాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం) ఉండేలా స్ఫటికం మందం ఉన్నచో అలాంటి స్ఫటికం ఫలకాన్ని చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం అంటారు. $\lambda/2$ పథభేదాన్ని కలిగించే స్ఫటిక ఫలకాలను అర్ధ తరంగ ఫలకం అని, λ పథభేదాన్ని కలిగించే స్ఫటిక ఫలకాలను పూర్ణ తరంగ ఫలకాలని పిలుస్తారు.

తరంగ ప్రసరణలో పథభేదం λ దశాభేదం 2πకి సమానం. కనుక చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం $\pi/2$ దశాభేదాన్ని కలుగ జేస్తుంది.

ప్రస్తుతం చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం మందాన్ని ఎలా లెక్కకట్టవచ్చో తెలుసుకొందాము. ఇదివరకే వివరించినట్లు స్ఫటికం మందం λ మీద ఆధారపడుతుంది. μ_o, μ_e లు స్ఫటికం యొక్క సాధారణ అసాధారణ వక్రీభవన గుణకాలను, t చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం మందాన్ని సూచిస్తే దృశాపథభేదం Δని కింది సమీకరణం ద్వారా సూచించవచ్చు.

$$\Delta = (\mu_o \sim \mu_e)\ t \qquad (30.1)$$

ఋణ స్ఫటికంతో తయారు చేసిన చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకానికి

$$(\mu_o - \mu_e)\ t_o = \frac{\lambda}{4} \qquad (30.2)$$

అవుతుంది.

$$\therefore\ t_o = \frac{\lambda}{4(\mu_o - \mu_e)} \qquad (30.2a)$$

ధన స్ఫటికాలకు క్వార్ట్జ లాంటి పదార్థాలకు

$$t_o = \frac{\lambda}{2(\mu_o - \mu_e)} \qquad (30.2b)$$

అర్థతరంగ ఫలకం మందం

$$t_H = \frac{\lambda}{2\,(\mu_o - \mu_e)} \text{ ఋణస్ఫటికాలకు} \qquad (30.3a)$$

$$t_H = \frac{\lambda}{2\,(\mu_o - \mu_e)} \text{ ధనస్ఫటికాలకు} \qquad (30.3b)$$

మాదిరి లెక్క :

కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం 5000 A కు సంబంధించి క్వార్ట్జ్ స్ఫటికం ప్రధాన వక్రీభవన గుణకాలు 1.5533, 1.5422 చతుర్ధాంశ తరంగ ఫలకం మందాన్ని కనుగొనుము.

$$t_o = \frac{\lambda}{4\,(\mu_e - \mu_o)}$$

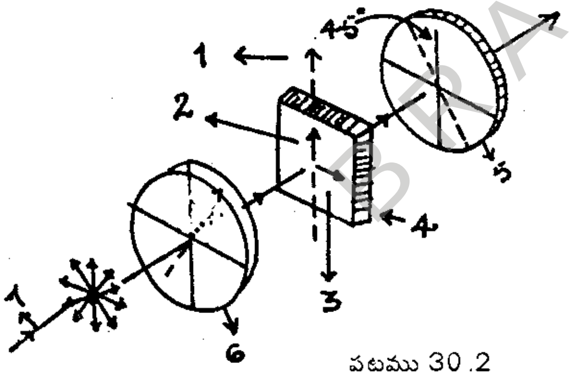
లెక్కలో ఇచ్చిన దత్తాంశం ప్రకారం

$$t_o = \frac{5000 x 10^{-8}}{4\,(1.5533 - 1.5422)} = 1.126 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

ఇది చాలా తక్కువ మందంగల ఫలకం. దృఢమైన చతుర్ధాంశంతరంగ ఫలకాలను t_o యొక్క బేసి గుణకానికి సమానమైన మందంగల ఫలకంతో తయారుచేస్తారు. చతుర్ధాంశ తరంగ ఫలకాలను క్వార్ట్జ్ తోగానీ, మైకాతోగానీ తయారు చేస్తారు. మైకాను పలుచటి ఫలకాలుగా సులభంగ చీల్చవచ్చు. కనుక అవసరమైన మందం గల మైకా ఫలకాలను సులభంగా పొందవచ్చు.

30.4 వృత్తాకార, దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతుల ఉత్పాదన

వృత్తాకార, దీర్ఘవృత్తకార ధ్రువిత కాంతులను ఉత్పన్నం చేయుటకు అనువైన ప్రయోగవుటమరిక పటము 30.2లో చూపినాము. నికల్ పట్టకము (పోలరాయిడ్) ద్వారా అధ్రువిత



1. అధృవిత కాంతి
2. E - కంపనం
3. O - కంపనం
4. స్ఫటిక ఫలకం
5. విశ్లేషణకారి.
6. ధ్రువణకారి

పటము 30.2

పతన కాంతి ధ్రువిత కాంతిగా మార్చ బడుతుంది. నికల్ పట్టకాన్ని ధ్రువణకారి అంటారు. అధ్రువిత ఏకవర్ణ కాంతి ధ్రువణకారి నుంచి ప్రసరించినప్పుడు బహిర్గత కాంతి కిరణం రేఖీయ ధ్రువితంగా ఉంటుంది. రేఖీయ ధ్రువిత కాంతి కంపన దిశ ధ్రువణకారిలో చుక్కలగీతల ద్వారా సూచించినాము. రేఖీయ ధ్రువిత కాంతి ద్వివక్రీభవన స్ఫటికం (కాల్సైట్)లో ప్రవేశిస్తుంది. కాల్సైట్ స్ఫటికంలో ఈ కిరణం దృశాక్షానికి లంబ దిశలో ప్రసరించేవిధంగా కాల్సైట్ స్ఫటికం కోసి తయారు చేయబడి ఉంటుంది. పతన కిరణ కంపన దిశతో స్ఫటికం దృశాక్షం 45° కోణం చేసేలా స్ఫటికం అమర్చి ఉంటుంది. పతన కిరణం O, E కిరణాలుగా కాల్సైట్ స్ఫటికంలో చీలుతుంది. ఇందులో E కంపనాలు దృశాక్షానికి సమాంతర దిశలోను, O కంపనాలు దృశాక్షానికి లంబదిశలోను పటము 30.2లో చూపినట్లు ఉంటాయి. పతన కిరణం దృశాక్షంతో 45° కోణం చేస్తుంది కనుక O, E కంపన పరిమితులు సమానంగా ఉంటాయి. స్ఫటికంలో ఈ O,E కిరణాలు వివిధ వేగాలతో ఒకేదిశలో పయనిస్తాయి. ఫలితంగా వాటి మధ్య దశాభేదం ఏర్పడుతుంది. ఈ O ,E కిరణాలు అధ్యారోపణం చెందినప్పుడు దశాభేదం విలువను

ఇట్టి వృత్తాకార లేదా దీర్ఘవృత్తాకార కంపనాలు ఏర్పడుతాయి.

దశాభేదం విలువ పతన కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం మీద, స్ఫటికం మందం మీద ఆధారపడుతుంది. నిర్దిష్టమైన కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యనికి చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకాన్ని వాడితే O, E కిరణాల మధ్య పథభేదం $\pi/2$ ఉంటుంది. అధ్యారోపణం వల్ల ఏర్పడే ఫలిత తరంగ కంపనాలు వృత్తాకార కంపనాలుగా ఉంటుంది. ఇలాంటి కాంతి కిరణం వృత్తాకార ధ్రువితంగా ఉందని అంటారు

దశాభేదం π ఉండేలా స్ఫటికం మందం ఉన్నచో స్ఫటికం నుంచి బహిర్గత మయ్యే కాంతి రేఖీయ ధ్రువితంగా ఉంటుంది.

దశాభేదం, $n\pi$ (n పూర్ణాంకము) మరియు $R\pi/2$ (R బేసి పూర్ణాంకము), కాకుండా ఏ ఇతర విలువైనా ఉండే స్ఫటికం మందం ఉన్నచో స్ఫటికం నుంచి వెలువడే కాంతి దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువితంగా ఉంటుంది.

30.5 ధ్రువిత కాంతి శోధనం

30.5.1 సమతల ధ్రువిత కాంతి

భ్రమణానికి లోను చేయుటకు వీలుగా అమర్చిన విశ్లేషకం (నికల్ పట్టకం లేదా పోలరాయిడ్) మీద కాంతి కిరణాలు పతన మయ్యేలా చేయాలి. విశ్లేషకాన్ని ఒక పూర్తి భ్రమణానికి లోను చేసినప్పుడు దాని నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి రెండుమార్లు పూర్తిగా చీకటి మయమయిన విశ్లేషకం మీద పతనమయ్యే కాంతి సమతల (రేఖీయ) ధ్రువితంగా ఉంటుంది.

30.5.2 వృత్తాకార ధ్రువితకాంతి

విశ్లేషకం మీద పతనమయ్యే కాంతి వర్తులాకార ధ్రువితంగా ఉన్నప్పుడు విశ్లేషకం దిగ్విన్యాసము మారినా దానినుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రతలో మార్పు ఏర్పడదు. ధ్రువిత కాంతికి కూడా ఇదే ప్రవర్తన కలిగి ఉంటుంది. ఈ రెండింటి భేదాన్ని తెలిసి కొనుటకు కాంతి కిరణాన్ని చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం గుండా ప్రసరించేలా చేయాలి. వృత్తాకార ధ్రువితకాంతి దశాభేదం $\lambda/4$ గల రెండు రేఖీయ ధ్రువిత కాంతుల సముదాయంగా ఉంటుంది. కనుక అది చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం నుంచి ప్రసరించినప్పుడు వాటి మధ్య మరొక $\lambda/4$ పథభేదం ఏర్పడుతుంది. కనుక మొత్తం $\lambda/2$ పథభేదం కనుక వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం నుంచి ప్రసరించినప్పుడు అది సమతల ధ్రువిత కాంతిగా మారుతుంది. కనుక ఇప్పుడు విశ్లేషణ కారిని భ్రమణానికి లోను చేసినప్పుడు కాంతి తీవ్రత శూన్య విలువను రెండుసార్లు చేరుకొంటుంది.

పతనకాంతి కిరణం అధ్రువిత కాంతి కిరణంగా ఉన్నచో అది చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం నుంచి ప్రసరించినప్పుడు దాని కాంతి తీవ్రతలో మార్పు ఏర్పడదు. అందువలన చతుర్థాంశతరంగ ఫలకం ద్వారా ప్రసరించిన కాంతిని విశ్లేషకం ద్వారా పరిశీలించినప్పుడు అది, విశ్లేషకాన్ని ఒక పూర్తి భ్రమణానికి గురి చేసినప్పుడు రెండుమార్లు శూన్య విలువను (కాంతి తీవ్రత) చేరుకొన్నచో పతనకాంతి వృత్తాకార ధ్రువి కాంతిగా పేర్కొనవచ్చును.

30.5.3 దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి

దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతిని పరిభ్రమణానికి లోనయే వీలుగల విశ్లేషకంతో పరిశీలించినప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రత గరిష్ఠ కనిష్ఠ విలువలు పొందుతుంది. కనిష్ఠ విలువ శూన్య విలువగా ఉండదు. ఇదే విధంగా విశ్లేషకం నుంచి అధ్రువిత, రేఖీయ ధ్రువిత కాంతి మిశ్రమం వెళ్ళినా కాంతి తీవ్రతలు గరిష్ఠ కనిష్ఠ విలువలు కలిగి ఉంటాయి. ఈ రెండు రకాలయిన కాంతులను గుర్తించాలంటే పతన కాంతిని చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం నుంచి ప్రసరింప జేసి తర్వాత విశ్లేషకం ద్వారా ప్రసరించేలా చేయాలి. చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకాన్ని, విశ్లేషకాన్ని ఒకదానితో ఒకటి ప్రమేయం లేకుండా పరిభ్రమించేలా చేయాలి. రెండు రకాలయిన సందర్భాలు ఇప్పుడు ఏర్పడుతాయి.

(i) చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకం విశ్లేషకం ఒక నిర్దిష్ట దిగ్విన్యాసంలో ఉన్నప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రత శూన్యంగా ఉంటుంది.

(ii) విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే కాంతి తీవ్రత మారుతుంది. కానీ శూన్య విలువను చేరుకోదు.

సందర్భం (i) పతన కాంతి దీర్ఘ వృత్తాకార ధ్రువితకాంతిని సూచిస్తుంది.

సందర్భం (ii) పతన కాంతి అధ్రువిత, సమతలధ్రువిత కాంతి మిశ్రమంగా సూచిస్తుంది.

30.6 సారాంశం

నికల్ పట్టకం నుంచి బహిర్గతమయ్యే ధ్రువిత కాంతి కాల్‌సైట్ లాంటి ద్వివక్రీభవన స్ఫటికం మీద పతనమయినప్పుడు ఆ స్ఫటికం నుంచి రెండు తరంగాలు కొంత దశాభేదంతో బహిర్గతమౌతాయి. ఈ పథభేదాన్ని బట్టి బహిర్గత కాంతి వృత్తాకార ధ్రువితకాంతిగా గానీ, దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువితకాంతిగా గానీ, ఉంటుంది.

సమాన కంపన పరిమితి, పరస్పరం లంబదిశలో కంపనాలు దశాభేదం $\frac{\pi}{2}$ గల రెండు తరంగాల ఫలితమే వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి. దశాభేదం $\frac{\pi}{2}$ పరస్పర కంపనాలు లంబదిశలోను వేరు వేరు కంపన పరిమితులు గల రెండు తరంగాల ఫలితమే దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి.

30.7 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

సమాన కంపన పరిమితి, పరస్పరం లంబదిశలో కంపనాలు దశాభేదం $\frac{\pi}{2}$ గల రెండు తరంగాల ఫలితమే వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి.

అవగాహన పరీక్ష 2

వేరు వేరు కంపన పరిమితులు, దశాభేదం $\frac{\pi}{2}$ పరస్పర కంపనాలు లంబదిశలోను గల రెండు తరంగాల ఫలితమే దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి.

30.8 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. చతుర్థాంశ తరంగ ఫలక నిర్మాణం పనిచేయు విధానం తెల్పండి.
2. వృత్తాకార, దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతులను పొందుటకు అనువైన పద్ధతిని తెల్పండి.

II. క్రింది ప్రశ్నకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

సమతల, దీర్ఘవృత్తాకార, వృత్తాకరా ధ్రువిత కాంతులను ఎలా శోధించవచ్చో ప్రయోగపూర్వకంగా తెలపండి.

III. క్రింది సమస్యను సాధించండి.

తరంగదైర్ఘ్యం 5893°A గల సోడియమ్ కాంతికి క్వార్ట్ వక్రీభవన గుణకాలు క్వార్ట్ స్ఫటికంలో తయారుచేసిన అర్ధతరంగ ఫలకం మందమెంత ?

భాగం – 31 : భ్రమణధృవణం

విషయక్రమం

31.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతం ఉపయోగించి భ్రమణ, ధృవణ, వివరణ ఉంది. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

1. ఏ పదార్థం సవ్యభ్రామక, అపసవ్యభ్రామక పదార్థమో చెప్పగలరు.
2. విశిష్టభ్రమణాన్ని నిర్వచించగలరు.
3. పోలారీ మీటర్ సహాయంతో ధ్రువణ భ్రమణాన్ని కొలవగలరు.
4. బైక్వార్ట్జ్ అర్ధచ్ఛాయా తుదిబిందు పరికరాన్ని ఉపయోగించి భ్రమణ, కోణ కొలతలోని సునిసి తత్వాన్ని పెంచగలమని గ్రహించికోగలరు.

31.2 ప్రవేశిక

ఈ భాగంలో భ్రమణ ధృవణానికి ఫ్రెనల్ ధృవణ వివరణ గురించి తెలుసుకుంటాం.

31.3 ధ్రువణ భ్రమణత

క్వార్ట్జ్ లాంటి పదార్థాలు తమ గుండా సమతల ధ్రువిత కాంతి పయనించినప్పుడు ఆ కాంతి కంపన తలాన్ని భ్రమణానికి గురి చేస్తుంది. ఈ దృగ్విషయాన్ని ధ్రువణతల భ్రమణం అంటారు. ఈ ఫలితాన్ని కలుగచేసే పదార్థాలను ధ్రువణ భ్రమణాలు అంటారు. వ్యత్యస్త స్థితిలో అమర్చిన నికల్ పట్టకాల జంటను గాని, పోలరాయిడ్ జంటను గానీ ఉపయోగించి ధ్రువణ భ్రమణతను పరిశీలించవచ్చు. వ్యత్యస్త స్థితిలో నున్నప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి కాంతి బహిర్గతం కాదు. ధ్రువణకారి విశ్లేషకాల మధ్య ధ్రువణ భ్రమణత గల పదార్థాన్ని ఉంచినప్పుడు విశ్లేషణకారి నుంచి కొంత కాంతి బహిర్గతం అవుతుంది. విశ్లేషకం θ కోణం భ్రమణానికి గురిచేసినప్పుడు విశ్లేషకం నుంచి కాంతి మరలా బహిర్గతం కాదు. అందువలన పదార్థం నుంచి బహిర్గతం అయ్యే కాంతి కంపన తలం పదార్థం మీద పతనమయ్యే కాంతి కంపన తలంతో θ కోణం చేయాలి.

దృశాక్షం పరంగా క్వార్ట్జ్ స్ఫటికాలు టర్పన్‌టైన్ వంటి కొన్ని ద్రావకాలు, టార్టారిక్ ఆమ్లము, చక్కెర జలద్రావణాలు మొదలగు పదార్థాలు ధ్రువణ భ్రమణతను కలిగి ఉంటాయి. ధ్రువణ

భ్రామకం కంపన తలాన్ని సవ్యదిశలోగానీ, అపసవ్యదిశలోగానీ భ్రమణానికి గురి చేయవచ్చు. ఫలితంగా వీటిని వామభ్రమణం, దక్షిణభ్రమణం కల పదార్థాలుగా విభజింపబడినాయి. ప్రకృతిలో కొన్ని పదార్థాలు రెండు భ్రమణాలను కలిగి ఉంటాయి. క్వార్ట్జ్ రెండు భ్రమణాలను కలిగిన పదార్థాలకు ఒక ఉదాహరణ.

ధ్రువణ భ్రమణ కోణం పదార్థంలో కాంతి ప్రసరించే దూరం మీద ఉష్ణోగ్రత మీద, ద్రావణాలలో అయితే వాటి గాఢత మీద, కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం మీద ఆధారపడుతుంది.

వివిధ రకాలయిన పదార్థాల ధ్రువణ భ్రమణాన్ని పోల్చుటకు విశిష్ట భ్రమణాన్ని (α) నిర్వచిస్తారు. ఒక ఘనపు సెంటిమీటరు ద్రవంలో 1 గ్రాము పదార్థంగల ద్రావణంలో 10 సెంటిమీటర్ల దూరం సమతల ధ్రువిత కాంతి పయనించినప్పుడు అది పొందే ధ్రువణ భ్రమణ కోణాన్ని విశిష్ట భ్రమణం అంటారు. mg/cc క్రియాశీల పదార్థంగల ధ్రువణ భ్రామకంలో l దూరం సమతల ధ్రువిత కాంతి పయనించినప్పుడు ధ్రువణ భ్రమణకోణం.

$$\theta = \frac{\alpha m l}{10} \tag{31.1}$$

$$\therefore \alpha = \frac{10\theta}{ml} \tag{31.2}$$

స్వచ్ఛ ద్రావకానికి m విలువ దాని సాంద్రతకు సమానము.

అవగాహన పరీక్ష 1

ధ్రువణ భ్రమణం అనగానేమి ?

అవగాహన పరీక్ష 2

సవ్యభ్రామకాలు, అపసవ్యభ్రామకాల మధ్య తేడా ఏమిటి ?

మాదిరి లెక్క 1

20 cm పొడవుగల గొట్టంలో నింపిన చక్కెర ద్రావణం విశిష్ట భ్రమణం 60°. అది చేసే ధ్రువణ భ్రమణ కోణం 6° అయిన ద్రావణం గాఢతను కనుగొనుము.

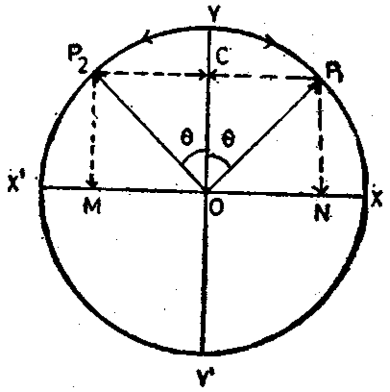
విశిష్ట భ్రమణము $\alpha = \frac{10\theta}{ml}$

లెక్కలోని దత్తాంశం ప్రకారం $60^\circ = \frac{10 X 6^\circ}{m\ 20}$

ద్రావణం గాఢత $m = 0.05$ g/c.c.

31.4 ధ్రువణతల భ్రమణానికి ఫ్రెనెల్ వివరణ

ధ్రువణతల భ్రమణాన్ని, యాంత్రిక శాస్త్రంలో తారసిల్లే సరళ సిద్ధాంతం ఆధారంగా ఫ్రెనెల్



పటము 31.1

వివరించారు. ఎదురెదురు దిశలలోగల వృత్తాకార చలనాల అధ్యారోపణవల్ల సరళ రేఖ వెంబడి సరళ హరాత్మక చలనం ఏర్పడుతుందన్న సూత్రమే ఫ్రెనెల్ వివరణకు మూలము.

పటము 26.1లో ఈ చలనాలు చూపినాము. ఇచ్చట P_1, P_2 అనే బిందువులు ఒకే వేగంలో ఎదురెదురు దిశలలో వృత్తాకార చలనం ఉన్నాయని అనుకొందాము. ఈ రెండు బిందువులు Y దగ్గర ఒకసారి, Y^1 దగ్గర మరొకసారి కలుస్తాయి. P_1, P_2 గమనాలను X-, Y- అక్షాలవెంబడి రెండు అంశాలుగా విభజించవచ్చు. ఉదాహరణకు X, Y దిశలలో OP_1 అంశాలు

$$ON = a\sin\theta, \quad OC = a\cos\theta \tag{31.3}$$

అలాగే OP_2 అంశాలు X, Y దిశలలో

$$OM = -a\sin\theta, \quad OC = a\cos\theta \tag{31.4}$$

$ON = -OM$ కనుక X అక్షం వెంబడి ఫలిత అంశం శూన్యంగా ఉంటుంది. Y అక్షం వెంబడి ఫలిత అంశం $2a\cos\theta$. కనుక రెండు వృత్తాకార చలనాల ఫలిత చలనం Y దిశలో $2a\cos\theta$ కంపన పరిమితిగల సరళ హరాత్మక చలనానికి సమానము. అంటే ఒక సరళరేఖలో జరిగే సరళ హరాత్మక చలనం ఒకే కోణీయ వేగమున్న రెండు ఎదురెదురు దిశలలోని వృత్తాకార చలనాలకు సమానమని కూడా భావించవచ్చు. ఈ వివరణ ఆధారంగా రేఖీయధ్రువిత కాంతిని రెండు వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతులుగా భావించవచ్చు.

సమతల ధ్రువిత కాంతి ఒక పదార్థంలో ప్రవేశించినప్పుడు అది రెండు వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతులుగా విభజింపబడుతుంది. అవి రెండు సమానవేగాలతో పయనించి పదార్థం నుంచి బహిర్గతమయ్యే దానికి ముందుగా కలిసి సమతల ధ్రువిత కాంతిగా వెలువడుతుంది. కానీ ధ్రువణ భ్రమణాలలో వృత్తాకార ధ్రువితకాంతులు వివిధ వేగాలతో పయనిస్తాయి. ఫలితంగా అవి పదార్థం నుంచి బహిర్గతమయినప్పుడు వాటి మధ్య దశాభేదం ఏర్పడుతుంది.

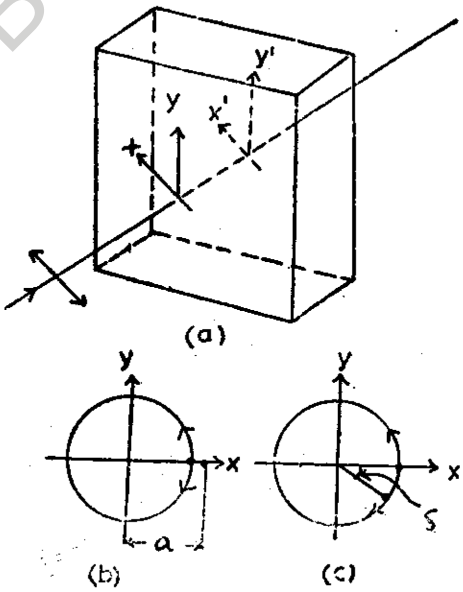
స్ఫటికంలో సమతల ధ్రువిత కాంతి ప్రవేశించినప్పుడు సవ్య, అపసవ్య వృత్తాకార చలనాలను కింది సమీకరణాలతో పేర్కొనవచ్చు.

సవ్యభ్రమణము

$$x = \frac{a}{2}\cos\omega t. \qquad y = \frac{-a}{2}\sin\omega t \tag{31.5}$$

అపసవ్యభ్రమణము

$$x = \frac{a}{2}\cos\omega t. \qquad y = \frac{a}{2}\sin\omega t. \tag{31.6}$$



పటము 31.2

స్ఫటికం తుది అంచు చేరునప్పటికి పటము 31.2లో చూపినట్లు ఈ రెండిమధ్య δ దశాభేదం ఏర్పడుతుందనుకొందాము. అప్పుడు

సవ్యభ్రమణానికి

$$x^1 = \frac{a}{2} \cos(\omega t + \delta), \quad y_1 = \frac{-a}{2} \sin(\omega t + \delta) \qquad (31.7)$$

అపసవ్యభ్రమణానికి

$$x^1 = \frac{a}{2} \cos \omega t, \quad y_1 = \frac{-a}{2} \sin \omega t \qquad (31.8)$$

అధ్యారోపణం వలన

$$x^1 = \frac{a}{2} [\cos(\omega t + \delta) + \cos \omega t] \qquad (31.9)$$

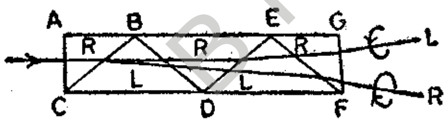
$$y^1 = \frac{a}{2} [\sin \omega t - \sin(\omega t + \delta)] \qquad (31.10)$$

$$\therefore x^1 = a \cos(\delta/2) \cos(\omega t + \delta/2) \qquad (31.11)$$

$$y^1 = -a \sin(\delta/2) \cos(\omega t + \delta/2) \qquad (31.12)$$

లంబదిశలలో గల ఈ రెండు రేఖీయ అంశాలు దశాత్మకంగా ఉన్నాయి. కనుక వీటి ఫలితాంశం X^1 దిశకు — δ/2 కోణం చేసే సరళరేఖగా గుర్తించవచ్చు.

ఫ్రెనెల్ సిద్ధాంతం ప్రకారం సవ్యభ్రామకాలలో సవ్య వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి అంశం కన్నా ఎక్కువ వేగంతో పయనిస్తుంది. అపసవ్య భ్రామకాలలో సవ్య వృత్తాకార ధ్రువిత కాంత అంశం అపసవ్య వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి అంశం కన్నా తక్కువ వేగంగా పయనిస్తుంది. ఈ భావనను ఫ్రెనెల్ పటము 31.3లో చూపిన వ్యవస్థ ద్వారా నిరూపించినాడు. ఈ వ్యవస్థలో 3 సవ్య, 2 అపసవ్య కార్ట్జ్ పట్టకాలు సిమెంట్ చేయబడి ఉన్నవి. AC ముఖంపై సమతల ధ్రువిత కాంతి పతనమవుతున్న దనుకొందాము. ఇది రెండు వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి అంశాలుగా విభజింపబడుతుంది. CB తలంమీద ఇవి పతనమై రెండవ పట్టకంలో ప్రవేశించినప్పుడు మొదటి పట్టకంలో వేగంగా పయనించిన అంశం రెండవ పట్టకంలో నిదానంగా పయనిస్తుంది. వక్రీభవన సూత్రాన్ననుసరించి ఒక కిరణం పతన బిందువు వద్ద లంబరేఖకు దగ్గర గాను మరొక కిరణం దూరంగాను వక్రీభవనం చెందుతుంది. ఇలాంటి ప్రభావం ఇతర పట్ట

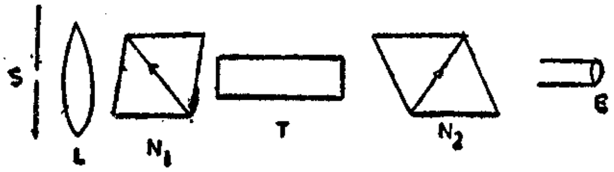


పటము 31.3

కాలలో కూడా జరుగుట చేత వ్యవస్థ నుంచి ఈ రెండు కిరణాలు బహిర్గలమయినప్పుడు అవి రెండు ఒకదాని నుంచి మరొకటి వేర్పరుచ బడుతాయి. ఈ ప్రక్రియను ఫ్రెనెల్ గమనించాడు. అంటే ధ్రువణ భ్రామకంలో వృత్తాకార ధ్రువిత కాంతి అంశాలు వివిధ వేగాలతో పయనిస్తాయని అర్థమవుతుంది.

31.5 ధ్రువణ మాపకాలు

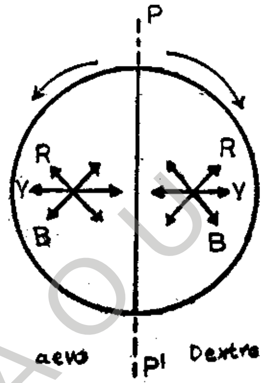
ధ్రువణ తల భ్రమణకోణాన్ని కనుగొనుటకు వాడే పరికరాలను ధ్రువణ మాపకాలు అంటారు. చక్కెర ద్రావణాల విశ్లేషణకు మాత్రమే ఉపయోగించే పరికరాన్ని సకరిమీటర్ (Saccharimeter) అంటారు. సరళమైన ధ్రువణ మాపకం పటము 31.4లో చూపినట్లు ధ్రువణకారి విశ్లేషకాల సముదాయంగా ఉంటుంది. మొదటి ధ్రువణకారి విశ్లేషకాలను వ్యత్యస్థంగా ఉండేలా అమర్చుతారు. ఇప్పుడు విశ్లేషకం రీడింగ్‌ని గుర్తించాలి. క్రియాశీలక పదార్థాన్ని (ధ్రువణభ్రామక పదార్థాన్ని) విశ్లేషకం ధ్రువణకారుల మధ్య అమర్చినప్పుడు వ్యత్యస్థితిలో మార్పు వస్తుంది. విశ్లేష



పటము 31.4

కాన్ని తిప్పుతూ దాని నుంచి వెలువడే కాంతి తీవ్రత శూన్య విలువను చేరేలా అమర్చి మరలా రీడింగ్‌ని గుర్తించాలి. ఈ రెండు రీడింగ్‌ల భేదం ధ్రువణ తలభ్రమణ కోణాన్ని సూచిస్తుంది.

ఈ సరళ ప్రయోగ వ్యవస్థలో విశ్లేషకాన్ని తిప్పినప్పుడు ఒక నిశ్చిత స్థానంలో కాక కొంతమేర వరకు కాంతి కనిపించకుండానే ఉంటుంది. అందువల్ల విశ్లేషకం ఏ స్థానంలో ఉన్నప్పుడు కాంతి పూర్తిగా అదృశ్యమయిందో ఆ స్థానాన్ని ఖచ్చితంగా నిర్ణయించడం సాధ్యం కాదు. కాని అర్ధచ్ఛాయా తుది బిందు పరికరాలను (Half shadow end point devices) ఉపయోగించి పై ప్రయోగవ్యవస్థ సున్నితత్వాన్ని పెంచవచ్చు. ఈ అర్ధచ్ఛాయా తుది బిందు పరికరాలను ధ్రువణకారి తర్వాత ఏర్పాటు చేస్తారు. ఇచ్చట దృశాక్షేత్రంలో రెండు సమ భాగాలలో గల కాంతి తీవ్రతలను పోల్చుట ద్వారా విశ్లేషకాన్ని కాంతి అదృశ్యమయే స్థానానికి అమర్చుతారు గనుక ప్రయోగపు సున్నితత్వము పెరుగుతుంది.



పటము 31.5

బైక్వార్ట్జ్ ఒక రకమయిన అర్ధచ్ఛాయా పరికరము. దీనిలో ఒకేమందం గల రెండు అర్ధ వృత్తాకారపు క్వార్ట్జ్ పలకలు ఉంటాయి. వీటిలో ఒకటి సవ్య క్వార్ట్జ్ నుంచి మరొకటి అపసవ్య క్వార్ట్జ్ పలకలు ఉంటాయి. వీటిలో ఒకటి సవ్య క్వార్ట్జ్ నుంచి మరొకటి అపసవ్య క్వార్ట్జ్ నుంచి కోయబడి ఉంటాయి. దీని మందం సామాన్యంగా 3.75 mm ఉన్నప్పుడు పసుపువచ్చని కాంతి దీని ద్వారా వెళ్ళిందనుకొందాం. అప్పుడు ఈ కాంతి కంపన తలం ఒక అర్ధ ఫలకలో సవ్యదిశలోను మరొక అర్ధఫలకలో అపసవ్యదిశలోను 90° కోణం భ్రమణానికి గురవుతుంది. అందువలన పసుపువచ్చకాంతికి బైక్వార్ట్జ్ రెండు చతుర్ధాంశ తరంగ ఫలకాల సముదాయంగా పని చేస్తుంది. ధవళకాంతిని ఉపయోగించినప్పుడు క్వార్ట్జ్ విక్షేపణం వలన ఎరుపు, పసుపు, నీలి కాంతుల కంపనదిశలు పటము 31.5లో చూపినట్లు ఉంటాయి.

విశ్లేషకం ప్రధాన అక్షం ధ్రువణకారి ప్రధాన అక్షానికి సమాంతరంగా ఉన్నప్పుడు పసుపు వర్ణం కాంతి విశ్లేషకం నుంచి బహిర్గతం కాదు. అందువల్ల విశ్లేషకం నుంచి వెలువడే కాంతి ఎరుపు నీల లోహిత రంగులో ఉంటుంది. ఈ రంగునే టింట్ ఆఫ్ పాసేజ్ (tint of passage) అంటారు. విశ్లేషకాన్ని కొద్దిగా తిప్పితే దృశాక్షేత్రంలో ఒక అర్ధభాగంప్రకాశవంతమైన ఎరుపురంగులోను మరొక అర్ధభాగం

భాగం – 24 : తిన్నని అంచువద్ద ఏర్పడే ఫ్రెనల్ వివర్తనం

విషయ్మక్రమం

24.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో తిన్నని అంచువద్ద (Straight edge) ఏర్పడే ఫ్రెనల్ వివర్తన వివరణ ఉంది. హైగన్సు - ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతం ఆధారంగా వివర్తనను చర్చించటం జరిగింది.

మీరు ఈ భాగం.చదివిన తరువాత

తెరపై ఒక బిందువు వద్ద ఫలిత తీక్షణతను కార్నూ వక్రాన్ని ఉపయోగించి తెలుసుకొంటారు.

24.2 ప్రవేశిక

ఈ భాగంలో తిన్నని అంచువద్ద ఏర్పడే ఫ్రెనల్ వివర్తనం తెలుసుకుంటాం.

24.3 తిన్నని అంచువద్ద ఏర్పడే వివర్తనం

తిన్నని అంచువద్ద ఏర్పడే ఫ్రెనల్ వివర్తనానికి మనం హైగెన్స్ - ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతాన్ని అనువర్తిస్తాము. పటం 24.1లో 'S' కు వెనుక అనంతం పొడవున్న సరళమైన (తిన్నని) అంచు C ఎడమవైపు నుంచి ఒక సమతల తరంగాగ్రం పతసమవుతూ వుంది. తరంగాగ్రంలో OS వెంబడి ఉన్న భాగాన్ని తిన్నని అంచు కప్పివేస్తుంది. OQ వెంబడి, దాని తరువాత ఉన్న భాగం ప్రసారమవుతుంది. OQ వెంబడి ఉన్న అల్పాంశాల నుంచి బయలు దేరిన గౌణ తరంగాలు తెరవైపు ప్రయాణిస్తాయి. వాటి కలయిక వల్ల తెరపై వివర్తనాకారం ఏర్పడుతుంది.

అంచు O నుంచి h దూరంలో ఉన్న dh పొడవుగల అల్పాంశం నుంచి బయలుదేరిన గౌణ తరంగం కంపన పరిమితి dh కు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది. Q నుంచి O నుంచి బయలు దేరిన తరంగాల మధ్య పథ భేదము $\Delta = \frac{h^2}{2s}$

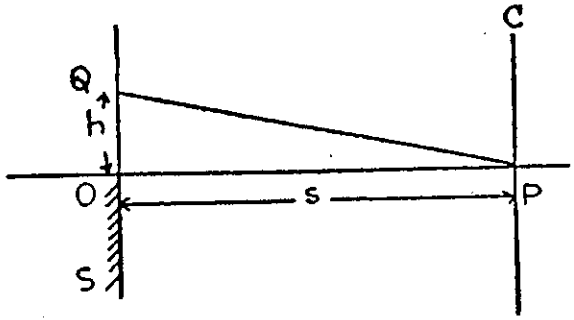
దశాభేదము $s = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$. దీనిలో O కు తెరపై నీడ అంచు Pకు మధ్యగల దూరము s. ఈ సమీకరణాన్ని యిది వరకు భాగంలో ఉత్పాదించాం.

Q నుంచి బయలుదేరి తరంగాల వల్ల P వద్ద అంశదాసం

$$d\psi = dh \cos(\omega t - 8) \qquad (24.1)$$

O, Q ల వద్ద ఉన్న అల్పాంశాల నుంచి బయలుదేరిన తరంగాల మధ్య దశాభేదం $= \frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}$

ఇటువంటి సరళహరాత్మక తరంగాల సంకలనాన్ని చాలా విధాలుగా గణించవచ్చు. మనం ఇక్కడ సదిశా పద్ధతి (దీనినే ఫేజర్ పద్ధతి అని కూడ అంటారు)ని ఉపయోగిస్తాం సమీ 24.1 తెలిపే



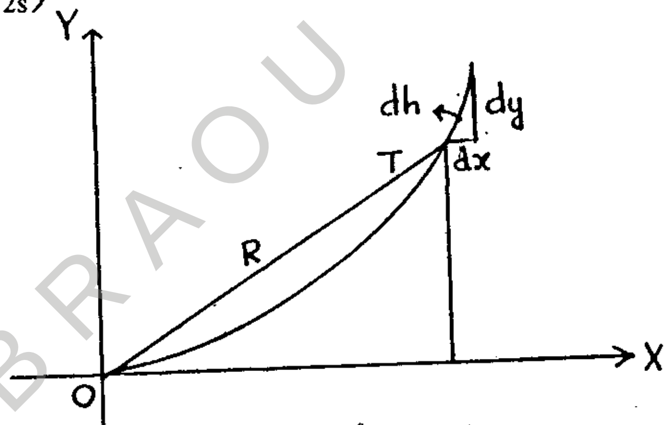
పటం 24.1 తిన్నని అంచువద్ద ఫ్రెనల్ వివర్తనం

తరంగాన్ని ఒక సదిశచే సూచించవచ్చు. సదిశ పొడవు కంపనపరిమితి (dh)కి అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది. నిర్దేశ అక్షం (OX) పరంగా సదిశ దిశ, దశ $\left(\frac{2P}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$కు సమానంగా ఉంటుంది. dh పొడవు X అక్షంతో కోణంచేసే $\theta\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$ కోణం సదిశను పటం 24.2 చూపుతుంది.

ఈ సదిశకు x, y అంశాలు

$$dx = dh \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$$

$$dy = dh \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right) \qquad (24.2)$$



పటము 24.2 తరంగాన్ని సదిశచే సూచించడం

తరంగాగ్రంలో O,Q ల మధ్య ఉన్న గౌణ జనకాల నుంచి బయలుదేరే తరంగాల సాముదాయిక అంశదానాన్ని, పై సమీకరణాలను (Zero) : o,h ల మధ్య సమాకలనం చేసి కనుక్కోవచ్చు. అందువల్ల

$$\text{ఫలితం x - అంశం} = A = \int_0^h dh \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h^2}{2s}\right)$$

$$\text{ఫలిత y - అంశం} = B = \int_0^h dh \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{h^2}{2s}\right)$$

P బిందువు వద్ద ఫలిత కంపనపరిమితి, ఫలిత సదిశ పొడవు Rకు సమానంగా ఉంటుంది.

$R = \sqrt{A^2+B^2}$ దూరము OT (పటం 24.2లో) అందువల్ల సదిశ TO ఫలిత తరంగాన్ని సూచిస్తుంది, ఈ ఫలిత తరంగం దశ Ø అవుతుంది. OQ, వెంబడి ఉన్నఅల్పాంశాల నుంచి బయలుదేరి తెరను చేరే తరంగాల అంశదాన సాముదాయక ఫలాన్ని, T బిందువు సూచిస్తుంది. OQ

ప్రకాశవంతమైన నీలి (Blue) రంగులోను ఏర్పడుతుంది. రెండు భాగాలు ఒకే రంగులో ఉండేలా విశ్లేషకం స్థానాన్ని కచ్చితంగా నిర్ణయించవచ్చు.

అవగాహన పరీక్ష 1

సకారీమీటర్ అనగా నేమి ?

అవగాహన పరీక్ష 2

ధ్రువణ భ్రమణం సవ్యదిశలో ఉంటే ధ్రువణ భ్రామకాన్ని సవ్యభ్రామకమని, అపసవ్యదిశలో ఉండే ధ్రువణ భ్రమణాన్ని అపసవ్యభ్రామకమని పిలుస్తారు.

అవగాహన పరీక్ష 3

సకారీమీటర్ సహాయంతో చక్కెర ద్రావణం ధ్రువణభ్రమణాన్ని కొలుస్తారు.

31.6 సారాంశం

క్వార్ట్జ్ చక్కెర జలద్రావణాలు తమ గుండా సమతల ధ్రువిత కాంతి ప్రసరించినప్పుడు దాని కంపనతలం కాంతి ప్రసారదిశను బట్టి భ్రమణానికి లోనవుతుంది. ఈ దృగ్విషయాన్నే ధ్రువణ భ్రమణం అంటారు. ధ్రువణ భ్రమణం, ధ్రువణ భ్రామకంలో కాంతి పయనించే దూరానికి అనులోమానుపాతంలోను, కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యానికి విలోమానుపాతంలోను ఉంటుంది. ధ్రువణ భ్రమణం సవ్యదిశలో ఉంటే ధ్రువణ భ్రమకాన్ని సవ్యభ్రమకమని, అపసవ్యదిశలో ఉండే ధ్రువణ భ్రమణాన్ని అపసవ్య భ్రమకమని పిలుస్తారు. ధ్రువణ భ్రమకాల వల్ల కలిగే ధ్రువణ భ్రమణాన్ని ధ్రువణ మాపకంతో కొలుస్తారు.

బైక్వార్ట్జ్ అర్ధచ్ఛాయ తుది బిందువు పరికరాన్ని ఉపయోగించి ధ్రువణ భ్రమణ కోణం ఖచ్చితంగా కొలువ గలము.

ఒక ఘనపు సెంటీ మీటరు ద్రవంలో ఒక గ్రాము పదార్థం ఉన్న ద్రావణంలో ఏకతల ధ్రువిత కాంతి 10 సెంటీమీటర్లు ప్రయాణించినప్పుడు దాని ధ్రువణ తలంలో ఏర్పడే భ్రమణ కోణం విశిష్ట భ్రమణం అవుతుంది.

31.7 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష :

సమతల ధ్రువిత కాంతి క్వార్ట్జ్ చక్కెర ద్రావణాల గుండా ప్రయాణించినపుడు దాని కంపన తలం కాంతి ప్రసార దిశను బట్టి భ్రమణానికి లోనవుతుంది. దీనినే ధ్రువణ భ్రమణం అంటారు.

31.8 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1) ఒక పదార్థపు విశిష్ట భ్రమణాన్ని ఎలా కనుగొన వచ్చునో ప్రయోగ పూర్వకంగా వివరించండి.

2) ధ్రువణ మాపకాలలో బైక్వార్ట్జ్ ఉపయోగమేమి?

3) కొన్ని పదార్థాలు ప్రదర్శించే ఆప్టికల్ ఆక్టివిటీని ఫ్రెనల్ వివరించిన విధానాన్ని తెలుపండి.

II. క్రింది సమస్యలను సాధించండి :

1. 30 cm పొడవు గల గాజు గొట్టంలో 20% చక్కెర ద్రావణం కలదు. దీనినుంచి సమతల ధ్రువిత కాంతి పయనించినప్పుడు దాని ధ్రువణ తలం 24° భ్రమణానికి లోనయింది. ద్రావణం విశిష్ట భ్రమణమెంత? (జ. 40°)

2. 20 cm పొడవు గల గాజుగొట్టంలో చక్కెర ద్రావణమున్నది. సమతల ధ్రువిత కాంతి దీని నుంచి వెళ్ళినప్పుడు దాని ధ్రువణతలం 11° భ్రమణానికి లోనయింది. ఈ ద్రావణం విశిష్ట భ్రమణం 66° అయిన ద్రావణం గాఢత ఎంత? (జ. 0.083 g/cc)

31.9 పదకోశం

ధ్రువణకారి	అధ్రువిత కాంతిని సమతల ధ్రువిత కాంతిగా మార్చే దృశా పరికరము.
విశ్లేషకం	ధ్రువిత కాంతిని విశ్లేషణ చేయుటకు వాడే దృశా పరికరము.
నికల్ పట్టకము	కాల్సైట్‌తో తయారు చేసిన ప్రత్యేక రకమయిన పట్టకము. దీనిని ధ్రువణ కారిగాను, విశ్లేషకంగాను వాడవచ్చు.
చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకము	సాధారణ అసాధారణ కాంతి తరంగాల మధ్య $\lambda/4$ పథభేదం ఏర్పడేలా చేయుటకు వాడే దృశాపరికరము.
సవ్యభ్రామకము	సమతల ధ్రువిత కాంతి ధ్రువణ తలాన్ని ఎడమవైపుకు పరిభ్రమించేలా చేసే పదార్థము.

ఖండం - 11 : గ్రేటింగ్ వర్ణ పటాలు

భాగం – 32 బహుళ చీలికల వల్ల వివర్తనం

విషయ క్రమం

32.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో చీలికల వల్ల ఏర్పడిన వివర్తనం వివరణ ఉంది.

మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత చీలికల వల్ల ఏర్పడే వివర్తనంలో ఫలిత కంపన పరిమితిని కనుగొని ప్రధాన గరిష్ఠ, కనిష్ఠాలను వివరించ గలుగుతారు.

32.2 ప్రవేశిక

మనం ఇంతవరకు ఒక చీలిక రెండు చీలికల వల్ల ఏర్పడే వివర్తనాన్ని గురించి తెలుసుకున్నాం. ఆ సిద్ధాంతాన్ని బహు చీలికలకు అనువర్తిస్తాం.

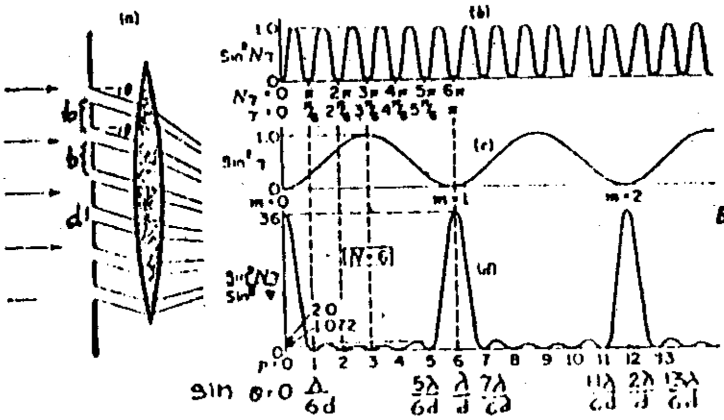
32.3 బహుళ చీలికల వల్ల వివర్తనం

మనం ఇంతవరకు ఒక చీలిక, రెండు చీలికల వల్ల ఏర్పడే వివర్తనాన్ని గురించి తెలుసుకున్నాం. ఆ సిద్ధాంతాన్ని బహుళ చీలిలకు అనువర్తిస్తాం. ఒక చీలిక వల్ల వివర్తనం చెందిన సాముదాయక కంపన ఫలం θ దిశలో

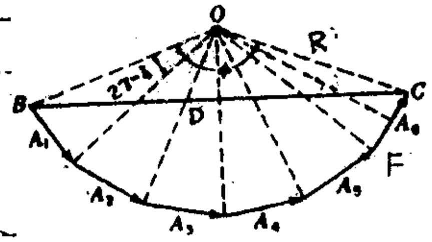
$$A_1 = cd\,\frac{\sin\alpha}{\alpha} \quad \ldots\ldots \qquad 32.1$$

దీనిలో $\alpha = \frac{\pi}{\lambda}$ d Sin θ: d - చీలిక వెడల్పు; c — స్థిరాంకం

పటం 32.1 ఆరు చీలికల ఏర్పాటును చూపుతుంది. ఈ చర్చను N చీలికలకు విస్తరించవచ్చు. ప్రతి చీలిక వెడల్పు d. రెండు ఆసన్న చీలికల మధ్యనున్న అవరోధం వెడల్పు కనుక రెండు ఆసన్న చీలికల మధ్య బిందువుల దూరం (b+d). ఏక వర్ణకాంతి సమతల తరంగాలు చీలికలపై లంబంగా పడుతుందనుకొందాం. ప్రతి చీలిక నుంచి θ దిశలో వివర్తన తరంగం వెలువడుతుందనుకొందాం. ఈ తరంగం కంపన పరిమితి A_1, దీని దశ. చీలిక మధ్య బిందువు నుంచి వెలువడే తరంగానికి ఉండే దశతో సమానంగా ఉంటుంది. ఆరు చీలికల నుంచి θ దిశలో వివర్తనం చెందిన తరంగాల కంపన పరిమితులను కలపటం వల్ల ఫలిత కంపన పరిమితిని కనుక్కోవచ్చు. పక్క పక్కన ఉన్న చీలికల నుంచి వివర్తనం చెందిన తరంగాల మధ్య దశాభేదం $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}$ (b+d) Sinθ ఇందులో పక్కపక్కన ఉన్న చీలికల మధ్య బిందువుల నుంచి వెలువడే కిరణాల మధ్య పథ భేదం (b+d) Sinθ సదిశా (ఫెజర్) పద్ధతి ఉపయోగించి ఈ ఆరు తరంగాలను పటం 32.2లో చూపినట్లు ఆరు సదిశలుగా సూచించవచ్చు. ఈ సదిశల ఫలిత సదిశను OA సూచిస్తుంది.



పటం 32.1



పటము 32.2

BC పొడవు ఆరు చీలికల నుంచి θ దిశలో వివర్తనం చెందిన తరంగాల సాముదాయక కపంన పరిమితిని తెలుపుతుంది. BC ను కింద చూపినట్లు రేఖా చిత్రీయ పద్ధతిని గణించవచ్చు.

ఆరు సదిశల లంబ సమద్విఖండన రేఖల ఖండన బిందువు O, O బిందువును ఆరు సదిశల చివర (కొన)లను కలిపే రేఖ లన్నింటి పొడవు సమానం. ప్రతి సదిశ O వద్ద చేసే కోణం δ కు సమానంగా ఉంటుంది. అందువల్ల $\angle BOC = n\delta$

Δ BOC OD perpendicular to BC

$$\underline{|COD} = \frac{n\delta}{2}$$

$$CD = R \text{ Sin } \frac{n\delta}{2} \quad (\therefore R = OC)$$

$$\therefore BC = 2\,CD$$

$$= 2R \text{ Sin } \frac{n\delta}{2}$$

అదే విధంగా ACAF లో

$$OF = 2R \text{ Sin } \frac{\delta}{2}$$

N చీలికల వద్ద వివర్తనం వల్ల తరంగా కపంన పరిమితి A_Nను సూచిస్తుంది (ఇక్కడ N = 6) ఒంటి చీలిక వల్ల వివర్తన కంపన పరిమితిని CF సూచిస్తుంది.

$$\therefore \frac{BC}{CF} = \frac{A_N}{A_6} = \frac{\text{Sin } \frac{N\delta}{2}}{\text{Sin } \frac{\delta}{2}}$$

$$A_{N,} = A_6 = \frac{\text{Sin } \frac{N\delta}{2}}{\text{Sin } \frac{\delta}{2}}$$

కాని $\quad A_6 = Cd \dfrac{\text{Sin } \alpha}{\alpha}$

$$\therefore A = Cd \frac{\text{Sin } \alpha}{\alpha} \; \frac{\text{Sin} \frac{N\delta}{2}}{\text{Sin } \frac{\delta}{2}}$$

$$\rho = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \text{ b+d) Sin } \theta$$ అనుకొందాం

$$\therefore\ A_N = Cd\,\frac{\sin\alpha}{\alpha}\,\frac{\sin N\beta}{\beta}$$

$\theta \to 0$ అయితే $\alpha \to 0,\ \beta \to 0$

$$\frac{\sin\alpha}{\alpha} \to 1,\ \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \to N$$

ముందు దిశలో వివర్తన కంపన పరిమితి

$$(A_N)_0 = CdN$$

$$\frac{A_N}{(A_N)_0} = \frac{\sin\alpha}{\alpha}\,\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}$$

θ దిశలో $\theta = 0$ దిశలో వివర్తన కాంతి తీక్షణతలు I, I_0 అనుకొందాం. ఈ కాంతి తీక్షణతలు అనురూప కంపన పరిమితుల $A_N, (A_N)_0$ వర్గాలకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి అందువల్ల

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2$$

$$1 = 1\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2 \qquad (32.2)$$

పై సమీకరణంలో $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ ఒంటి చీలిక వల్ల ఏర్పడే వివర్తన పరిమాణంలో వివిధ బిందువుల దగ్గర ఉండే కాంతి తీక్షణతనం ఇస్తుంది. రెండో భాజకం $\left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2$ N చీలికల వల్ల ఏర్పడే వ్యతికరణాన్ని సూచిస్తుంది. $N = 2$ అయినప్పుడు జంట చీలికల విషయంలో వలె $I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cos\beta$ అవుతుంది. దీనిని పటం 32.1లో చూడవచ్చు. పటంలో ప్రధాన గరిష్ఠాలతో పాటుగా కనిష్ఠ స్థానాలు, ఉప గరిష్ఠ స్థానాలు ఏర్పడటం చూడవచ్చు. దీనిని కింది విధంగా వివరించవచ్చు.

(a) ప్రధాన గరిష్ఠాలు :

$\beta = m\pi$ అయినప్పుడు $m = 0, 1, 2, 3, \ldots\ \ldots$

$$\left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2 = 1$$

గరిష్ఠాలు వస్తాయి. వీటిని ప్రధాన గరిష్ఠాలు అంటారు.

ప్రధాన గరిష్ఠాలు ఏర్పడటానికి షరతు

$$\beta = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda}(b+d)\sin\theta = m\lambda$$

లేదా $(b+d)\sin\theta = m\lambda$ (32.3)

పై సమీకరణంలోని $(b+d)\sin\theta$, రెండు ఆసన్న చీలికల నుంచి వెలువడే కిరణాల పథభేదం ఇస్తుంది.

b) కనిష్ఠ స్థానాలు :

$N\beta = n\pi$ అయినప్పుడు $n = 1, 2, 3, \ldots\ \ldots\ \ldots$

$\left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2 = 0$ అవుతుంది.

అంటే కనిష్ఠ స్థానాలు వస్తాయి.

$$(b+d)\sin\theta = \frac{n\lambda}{N} \qquad (32.4)$$

అయినప్పుడు కనిష్ఠ స్థానాలు వస్తాయి.

N = 6 అయినప్పుడు

$$\sin\theta = \frac{1}{6}\frac{\lambda}{b+d},\ \frac{2}{6}\frac{\lambda}{b+d},\ \frac{3}{6}\frac{\lambda}{b+d},\ \frac{4}{6}\frac{\lambda}{b+d},\ \frac{5}{6}\frac{\lambda}{b+d}$$

అయినప్పుడు కనిష్ఠ స్థానాలు వస్తాయి.

రెండవ ప్రధాన గరిష్ఠ $\sin\theta = \frac{6}{b}\frac{\lambda}{b+d} = \frac{\lambda}{b+d}$ వద్ద ఏర్పడుతుంది.

అంటే రెండు వరస ప్రధాన గరిష్ఠాల మధ్య 5(= N-1) కనిష్ఠ స్థానాలు ఉంటాయి.

(c) ఉపగరిష్ఠాలు :

రెండు కనిష్ఠ స్థానాల మధ్య గరిష్ఠ స్థానాలు ఉంటాయి. కాని ఇది ప్రధాన గరిష్ఠాల కంటె చిన్నవిగా ఉంటాయి. ప్రధాన గరిష్ఠానికి ఇరువైపులా ఉపగరిష్ఠ స్థానాలు ఉంటాయి. వివర్తనా కారంలో ఈ భాగం మాత్రం ఒంటి చీలికవల్ల ఏర్పడే వివర్తనాకారాన్ని పోలి ఉంటుంది. N విలువ అత్యధికంగా ఉంటే m=O ప్రధాన గరిష్ఠం వద్ద β విలువ అత్యల్పంగా ఉంటుంది. అందువల్ల $\frac{\text{Sin } N\beta}{N \text{ Sin}\beta}$ $\rightarrow \left(\frac{\text{Sin } N\beta}{N\sin\beta}\right)^2$ ఇది ఒంటి చీలిక సందర్భంలోని సమీకరణం వలె ఉంది. అయితే

$\alpha^1 = N\beta = \frac{N\pi}{\lambda}$ (d+b) Sin θ లేదా $\alpha^1 = \frac{\pi}{\lambda} N$ (b+d) Sin θ కనక ప్రధాన గరిష్ఠ వద్ద తీక్షణత, వెడల్పు $\alpha^1 = N$ (b+d) (=మొత్తం N చీలికల అమరిక పొడవు) ఉన్న ఒంటి చీలిక సందర్భంలో వలె మారడం గమనించవచ్చు. చీలిక వెడల్పు ఎక్కువైతే గరిష్ఠ వెడల్పు చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. కనక N చీలికల అమరికలో ప్రధాన గరిష్ఠం చాలా సున్నితంగా (Sharp) ఉంటుంది. వివర్తన గ్రేటింగ్ సిద్ధాంతంలో ఈ విషయం చాలా ముఖ్యమైనది.

పటం 32.1 నుంచి ఉపగరిష్ఠాల ఎత్తు ప్రధాన గరిష్ఠాల ఎత్తుతో పోలిస్తే ఉపేక్షణీయమని గమనించవచ్చు.

N విలువ పెరిగే కొద్దీ ప్రధాన గరిష్ఠాలు సన్నం అవుతాయి.

పతనకాంతిలో λ_1 λ_2 తరంగదైర్ఘ్యాలు ఉంటే, ప్రతి తరంగానికి సంబంధించిన ప్రధాన గరిష్ఠాలు ఏర్పడతాయని ఊహించవచ్చు. వాటికి సమీకరణాలు

$$\left.\begin{aligned} (b+d)\,\text{Sin}\,\theta_1 &= m\lambda_1 \\ (b+d)\,\text{Sin}\,\theta_2 &= m\lambda_2 \end{aligned}\right\} \quad m = O, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots$$

N అమిత సంఖ్యలో ఉంటే, ప్రధాన గరిష్ఠాలు అతిసన్నగా ఉంటాయి. λ_1 λ_2 కు అత్యంత సమీపంలో ఉంటే వాటి అనురూప ప్రధాన గరిష్ఠాలను పక్కపక్కనే గుర్తించవచ్చు. అందువల్ల పతనకాంతులు $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ....

తరంగ దైర్ఘ్యాలుంటే, తెరపై ఒకె ఆర్డర్‌కు ఏర్పడిన కొన్ని ప్రధాన గరిష్ఠాలను చూడవచ్చు. ఈ ప్రధాన గరిష్ఠాలను వర్ణపటరేఖలు అంటారు. N చీలికల అమరికవల్ల ఏర్పడే వివర్తన వర్ణపటాన్ని, వర్ణపటమితిశాస్త్రం అనే భౌతికశాస్త్రంలోని భాగంలో అనేక పదార్థాల నుంచి ఉద్గారంచెందిన కాంతివల్ల ఏర్పడే వర్ణపటాలను పరీక్షించడానికి ఉపయోగిస్తారు. వర్ణపటమితిశాస్త్రంలో ఉపయోగించే ఈ N - చీలికల అమరికను వివర్తన గ్రేటింగ్ అంటారు.

32.4 సారాంశం

N చీలిక వల్ల ఏర్పడే వివర్తన కాంతి తీక్షణత $I = I_o \left(\frac{\text{Sin}\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\text{Sin } N\beta}{N \text{ Sin } \beta}\right)^2$ అనే సూత్రం యిస్తుంది.

ఆసన్న చీలికల మధ్య ఉన్న పథభేదం అయితే ప్రధానగరిష్ఠం ఏర్పడుతుంది. m ధన లేక ఋణ పూర్ణాంకం విలువ కలిగి వుంటుంది. రెండు వరుస ప్రధాన గరిష్ఠాల మధ్య N-1 కనిష్ఠాలు ఉంటాయి. N చీలికల సంఖ్య. N పెరిగే కొద్దీ ప్రధాన గరిష్ఠం తగ్గుతుంది.

32.5 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నకు సమాధానం 30 పంక్తులలో రాయండి.

1. చీలికల వల్ల ఏర్పడే వివర్తనాన్ని హైగన్ ఫ్రెనల్ సిద్ధాంతాన్ని ఎట్లా అనువర్తిస్తారు.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. $\beta = m\pi$, $m = O, 1, 2$ అయినప్పుడు $\frac{\text{Sin } N\beta}{N \text{ Sin } \beta} = 1$ అని చూపండి
2. ఒకే వెడల్పు d గల 5 చీలికల వల్ల 1, 2, 3, 4, 5 ఆర్డర్‌లలో ఏర్పడిన ప్రధాన గరిష్ఠాల తీవ్రతలను కనుక్కోండి. $\frac{b}{d} = 3$ అనుకోండి.
   (భాగం 32లోని 2వ సమీకరణాన్ని ఉపయోగించి b,dల మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొనండి.)
3. ప్రశ్న 8లో ఇచ్చిన దత్తాంశాన్ని ఉపయోగించి మొదటి ఉపగరిష్ఠ తీవ్రతను కనుక్కోండి. (మొదటి ఉపగరిష్ఠం మొదటి, రెండవ కనిష్ఠాల మధ్య ఉందనుకోండి.

భాగం – 33 వివర్తన గ్రేటింగ్ – కాంతి తరంగదైర్ఘ్యం కనుక్కోవడం

విషయక్రమం

33.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో వివర్తన గ్రేటింగ్ నిర్మాణం, వివరణ గ్రేటింగ్ ఉపయోగాల చర్చ ఉన్నాయి. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత

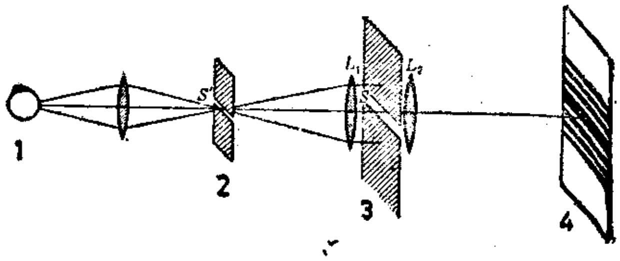
1. గ్రేటింగ్ ఉపయోగించి వర్ణపటమాపక పద్ధతిని కాంతి తరంగదైర్ఘ్యం
2. గ్రేటింగ్ వర్ణపటంలో కనిపించే కపట రేఖలను వివరించగలరు.

33.2 ప్రవేశిక

23, 24, 25, 26, భాగాలలో ఫ్రెనల్, ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనాల వివరణ చదివాము కదా! ఈ భాగంలో ఒకదాని కొకటి సమాంతరంగా ఉన్న అనేక చీలికల వల్ల ఏర్పడే వివర్తనాన్ని గురించి తెలుసుకుందాము. దీనిలో భాగంగా గ్రేటింగ్ నిర్మాణం, ఉపయోగాల గురించి కూడా తెలుసుకుందాము.

33.3 ఏకజంట, బహుళ చీలికల వద్ద ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనం

సాధారణంగా ఒంటి చీలిక, జంట చీలిక, అమిత సంఖ్యలో చీలికల వల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనాకారాన్ని పటం 33.1లో చూపినటువంటి ఏర్పాటుతో పొందవచ్చు.



1. కాంతి జనకం 2. కాంతికనకం చీలిక 3. వివర్తన చీలిక 4. తెర

పటం 31.1

ఈ చీలికలు ఒక భుజం రెండో భుజం కంటే చాలా తక్కువగా ఉన్న దీర్ఘచతురస్రాకార ద్వారాలు. అనేక సంఖ్యలో చీలికలున్న అమరికలో ఈ ద్వారాల మధ్య అపారదర్శక గీతలుంటాయి. సమాంతరంగా ఉన్న చీలికలు అపారదర్శక గీతలతో తయారైన దానిని "సమతల వివర్తన గ్రేటింగ్"

అంటారు. ఈ గ్రేటింగ్‌ను పటం 33.1లో చూపిన అమరికలో ఉపయోగించి, L_2 కటకం నాభీయ తలంలో ఫోటోగ్రాఫిక్ ప్లేట్ నుంచి తీసిన వివర్తనాకార ఛాయా చిత్రాలను పటం 33.2లో చూపాం.

భాగం 32లో విశదీకరించినట్లు చీలికలు అమిత సంఖ్యలో ఉంటే ప్రధాన గరిష్ఠాలు సన్నగా ఉండి, పటం 33.1లోని S' చీలిక ప్రతిబింబాలవలె కనపడతాయి. పతన కాంతిలో అనేక తరంగ దైర్ఘ్యాలుంటే, వాటి అనురూప ప్రధాన గరిష్ఠాలు ఫోటోగ్రాఫిక్ ప్లేట్‌మీద స్ఫుటమైన రేఖలుగా కనబడుతాయి. కనక ఛాయా చిత్రం పతన కాంతి వర్ణపటాన్ని చూపుతుంది. ప్రధాన గరిష్ఠాలు ఏర్పడటానికి కావలసిన నిబంధనను (దీనినే గ్రేటింగ్ ఫార్ములా అంటారు) ఉపయోగించి పతన కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం కనుక్కోవచ్చు.

చీలిక, అవరోధం ఉన్న గ్రేటింగ్‌ను వర్ణపటమితిశాస్త్రంలో ఉపయోగించరు. అక్కడ ఒక సెం.మీకు కొన్ని వేల చీలికలున్న గ్రేటింగ్‌లు కావాలి. అపారదర్శక అవరోధం అల్పంగా ఉన్న సూక్ష్మ చీలికలను తయారు చేయడానికి పద్ధతులను ఉపయోగించారు.

మొదట గ్రేటింగ్‌ను 1819లో ఫ్రాన్‌హోఫర్ తయారు చేసాడు. 1882లో H.A.రౌలండ్ గ్రేటింగ్‌లను తయారు చేసాడు. గాజు తలంపై కదులుతున్న వజ్రం గాడినేర్పరుస్తుంది. ఆ పరికరానికి అమర్చిన స్క్రూ వజ్రం పక్క స్థానానికి కదిలేటట్లు చేసి మొదటి గాడితో సమాంతరంగా ఉన్నా వేరొక గాడిని గీస్తుంది. ఈ విధంగా గాజు తలంపై అనేక గీతలను సమాన దూరాలలో సమాంతరంగా గీస్తారు. గాజుతలంపై గీచిన గీతలు పతనకాంతిని పరిక్షేపిస్తాయి అంటే అవి అపారదర్శక అవరోధాలుగా పనిచేస్తాయి. రెండు గీతల మధ్య భాగంను చీలికగా పరిగణించవచ్చు: కచ్చితమైన, సరైన గ్రేటింగ్‌తో లేత్ సహాయంతో గీచిన గీతలు ఒకే పరిమాణంలో, ఒకే ఆకారంలో, వాటి మధ్య ఒకే దూరంలో ఉండాలి. దీనికి గాను స్క్రూ, లేత్ కచ్చితంగా ఉండాలి. రౌలండ్ అతి కచ్చితత్వం గల లేత్‌ను తయారుచేయడంలో కృతకృత్యుడైనాడు. అతడు అంగుళానికి 14,000 గీతలు గీసినాడు అంటే $(b+d) \approx 1.7 \times 10^{-4}$ సెం.మీ. గ్రేటింగ్ వెడల్పు 15 సెం.మీ.

ఆ తరువాత మెరుగుపెట్టిన లోహపు తలంపై (అల్యూమినం) గీతలు కనుక్కొన్నారు. గీతలు గీచిన లోహ తలం ఛాయచిత్రాలను ప్లాస్టిక్ పదార్థంపై తీసుకొంటారు. దీనిని గ్రేటింగ్ ఛాయ అంటారు. ఈ ఛాయను సమతల గాజు ఫలకపై బిగిస్తారు. ఇట్లాంటి గ్రేటింగ్‌లను డిగ్రీస్థాయి ప్రయోగశాలలో వాడతారు. ఈనాడు యాంత్రిక, ఎలక్ట్రానిక్ పరికరాలు వృద్ధిచెందడంతో అత్యధిక గుణాత్మకమైన గ్రేటింగ్‌లను తయారు చేస్తున్నారు. వర్ణపటమితి శాస్త్రంలో ఉపయోగించే అధిక కచ్చితత్వం గల గ్రేటింగ్‌లు చాలా ఖరీదైనవి. గత 15 సంIIలలో అభివృద్ధి చెందిన గ్రేటింగ్ నిర్మాణంలో కొత్త పద్ధతిని ఇక్కడ తెలుసుకొందాం. ఆధునిక దృశాశాస్త్రంలోని ఒక భాగమైన 'హెూలాగ్రఫీ' సిద్ధాంతాలను ఈ పద్ధతిలో ఉపయోగిస్తారు. ఈ విధంగా తయారుచేసిన గ్రేటింగ్‌లను హెూలాగ్రాఫిక్ గ్రేటింగ్ లంటారు. ఈ గ్రేటింగ్‌లు, లేత్ సహాయంతో గీచిన గ్రేటింగ్‌ల కంటె చౌకగా ఉంటాయి.

గ్రేటింగ్‌ను ఉపయోగించి కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని కనుక్కోవడానికి ఉపయోగించే పరికరం వర్ణపటమాపకం, పట్టకాన్ని ఉపయోగించి, పట్టకం కనిష్ఠాతిక్రమణ కోణం, వక్రీభవన గుణకం కనుక్కొనే ప్రయోగాలలో మీరు వర్ణపటమాపకం గురించి తెలుసుకున్నారు. వర్ణపటమాపకంలోని కాలిమేటర్ నుంచి సమాంతర కిరణపుంజం వెలువడుతుంది. సమాంతర కిరణపుంజం పట్టక వేదికపై బిగించిన గ్రేటింగ్‌పై పడుతుంది. పట్టకంతో చేసిన ప్రయోగాలలో వలె దూరదర్శినిని సమాంతర కిరణాలకు సర్దుబాటు చేయాలి. వివర్తన కాంతిని దూరదర్శినిలో చూడవచ్చు. గ్రేటింగ్ దాని స్థానంలో లేనప్పుడు కాలిమేటర్‌కు ఎదురుగా దూరదర్శినిని ఉంచినప్పుడు చీలిక నిశితమైన (Sharp) ప్రతిబింబం కనబుతుంది. చీలిక సాధ్యమైనంత సన్నగా ఉండేట్లు సర్దుబాటు చేయాలి. తరువాత గ్రేటింగ్‌ను దాని స్థానంలో, కాలిమేటర్ నుంచి కిరణాలు లంబంగా పడేట్లు ఉంచాలి. గ్రేటింగ్ లంబపతానానికి చేయవలసిన విధానాన్ని ప్రయోగశాలలో తెలుసుకొంటారు. అంతేకాకుండా గ్రేటింగ్ లోని గీతలు చీలికకు సమాంతరంగా ఉండేట్లు చూడాలి.

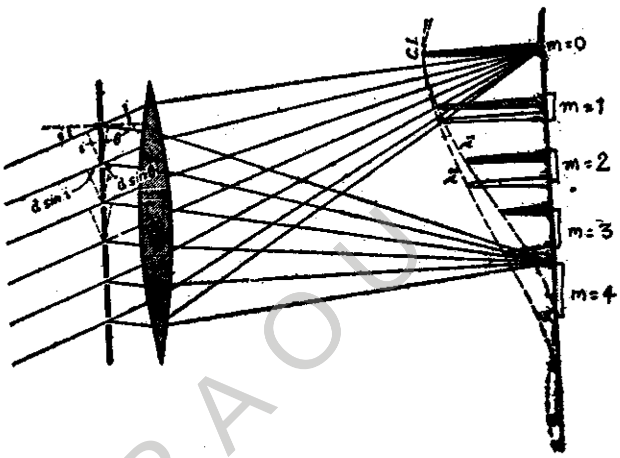
సూటిస్థానం నుంచి దూరదర్శినిని పక్కకు పరిపినప్పుడు వివర్తన కాంతిని చూడవచ్చు. λ తరంగదైర్ఘ్యం కల ఏకవర్ణ కాంతిని తీసుకొన్నమనుకొందాము. వివర్తన కోణం θ వివిధ విలువలకు కింది నిబంధనకు లోబడి చీలిక ప్రతిబింబాలు ఏర్పడుతాయి.

$$(b+d) \sin\theta = m\lambda \qquad (33.1)$$

m ను ఆర్డర్ అంటారు.

ఈ ప్రతిబింబాలు గ్రేటింగ్ వల్ల ఏర్పడిన ప్రధాన గరిష్ఠాలు దూరదర్శిని కాలిమేటర్ ఎదురుగా ఉన్నప్పుడు కనిపించే చీలిక సూటి ప్రతిబింబం. m=o అయినప్పుడు ఏర్పడిన ప్రధాన గరిష్ఠం ఈ స్థానానికి ఇరువైపులా $m = \pm 1, \pm 2$ .... ఆర్డర్‌లను అనురూపమైన ప్రధాన గరిష్ఠాలు ఏర్పడతాయి. చీలకల సంఖ్య (N) అత్యధికంగా ఉన్నందువల్ల ప్రతి ప్రధాన గరిష్ఠం చీలిక నిశితమైన ప్రతిబింబం వలె కనబడుతుంది.

పాదరస దీపాన్ని కాంతి జనకంగా ఉపయోగించినప్పుడు సూటి ప్రతిబింబం తెల్లగా కనబడుతుంది. ఈ స్థానానికి రెండు పక్కలా మొదటి ఆర్డర్ (m = 1)లో పాదరస వర్ణపటం ఏర్పడుతుంది. θ విలువ పెరిగే కొద్దీ రెండవ ఆర్డర్ (m = 2) వర్ణపటాన్ని చూడవచ్చు. వర్ణపటంలోని ఒక రేఖ తరంగదైర్ఘ్యాన్ని గణించడానికి θను కొలవాలి. m ఆర్డర్‌లోని వర్ణపట రేఖకూ, సూటి ప్రతిబింబానికి మధ్యగల కోణీయ దూరం θ, గ్రేటింగ్, అల్పాంశం (b+d) విలువను, గ్రేటింగ్‌తోనే సరఫరా చేస్తారు. గ్రేటింగ్ మీద ముద్రించిన సంఖ్య ప్రమాణ పొడవులోని గీతల సంఖ్యను తెలుపుతుంది. ఈ సంఖ్యకు విలోమరాశి (b+d)కు సమానం.



పటము 33.2

పైన వివరించిన ప్రయోగంలో కిరణాలు గ్రేటింగ్‌పై లంబంగా పడుతున్నాయి. సాధారణ సందర్భంలో పతన కిరణాలు గ్రేటింగ్ మీద i కోణంతో పతనమవడం సంభవం. పక్క పక్కల ఉంటే చీలికల నుంచి వివర్తనం చెందిన కిరణాల మధ్య పథభేదము $(b+d)(\sin i + \sin\theta)$ అవుతుంది. పతన కాంతి దిశలోనే వివర్తన కిరణాలు ప్రయాణిస్తే ఈ పథభేదం శూన్యమవుతుంది. ఈ సందర్భంలో

$$(b+d)(\sin i + \sin\theta) = 0$$

$$\therefore \theta = -i$$

గ్రేటింగ్ తలం గీచిన లంబానికి కింద ఉంటే i, θలు ధనాత్మకం (పటం 33.2). ప్రధాన గరిష్ఠానికి సమీకరణం కింది విధంగా ఉంటుంది.

$$(b+d)(\sin i + \sin\theta) = m\lambda \qquad (33.2)$$

వివిధ ఆర్డర్‌లలో వివర్తన వర్ణపటాలను, వాటి సాపేక్ష తీవ్రతలను పటం 33.2 తెలియజేస్తుంది.

అవగాహన పరీక్ష

గ్రేటింగ్ స్థిరాంకమనగానేమి ?

రెండు గ్రేటింగ్‌లు G_1, G_2 పట్టక వేదికపై ఒకదాని వెనక మరొకటి ఉంచినప్పుడు ఏం జరుగుతుందో చూద్దాం. గ్రేటింగ్ G_1 వల్ల వివర్తనం చెందిన కాంతి మళ్ళీ గ్రేటింగ్ G_2 వల్ల వివర్తనం చెందుతుంది. G_1 వల్ల ఏర్పడిన ప్రతి ప్రధాన గరిష్ఠం G_2 కు పతన కాంతిగా పనిచేస్తుంది. అందువల్ల దూరదర్శినిలో G_1 వల్ల ఏర్పడిన వర్ణపట రేఖల చుట్టూ అనేక వివర్తన రేఖలను చూడవచ్చు.

గ్రేటింగ్‌పై గీతలు గీయడంలో వచ్చే దోషం వర్ణపటంలో "కపట రేఖల" (ghosts)కు కారణభూతమవుతుంది. నిర్దిష్ట గ్రేటింగ్‌లో (b+d) దూరం అన్ని గీతలకు స్థిరంగా ఉంటుంది. ప్రతిగాడి అన్నివిధాలా ముందు గాడివలె ఉంటుంది. కాని వాడుకలో ఇది సాధ్యం కాదు. గీతలు గీసే యంత్రం, వజ్రపు మొనలోని దోషాల వల్ల గాడులు అవర్తనంగా, సర్వసమానంగా ఉండవు. ఉదాహరణకు, గీతలు గీసే యంత్రం, ప్రతి ఐదవ గీతను కొంచెం లోతుగా గీస్తుందనుకొందాం. ఇట్లాంటి గీతలన్ని కలిసి ప్రత్యేక (b+d) విలువ ఉన్న గ్రేటింగ్ అవుతుంది. పైన వివరించిన ఊహాత్మక ప్రయోగంలో ఈ గ్రేటింగ్ G_2 గ్రేటింగ్ వలె పనిచేసి వర్ణపటంలో రేఖలనిస్తుంది. ఈ రేఖలను కపట రేఖలు అంటారు. పతన కాంతి వల్ల ఏర్పడిన అసలైన వర్ణపటంతో కపటరేఖలు కలిసిపోవడం వల్ల, వర్ణపటమితిశాస్త్రంలో కపటరేఖలను గుర్తించడంలో ప్రత్యేక శ్రద్ధ చూపాలి. అతి కచ్చితంగా కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని కొలిచే వర్ణపట గ్రాహకాలలో పైన వివరించిన ప్రసార గ్రేటింగ్‌లను అరుదుగా వాడతారు. సాధారణంగా పరావర్తన గ్రేటింగ్‌లను ఉపయోగిస్తారు. వీటిలో మెరుగుపెట్టిన లోహతలం మీద వజ్రం మొనతో గీతలు గీస్తారు. ఈ గ్రేటింగ్‌పై పతనమైన కాంతి వివర్తనం చెందుతుంది. ఒకే దిశలో పతనమైన కాంతి వివిధ దిశలలో పరావర్తనం చెంది, గ్రేటింగ్ సమీకరణాన్ని తృప్తిపరచినప్పుడు ప్రధాన గరిష్ఠాలు ఏర్పడతాయి. పుటాకార తలంమీద గీతలు గీస్తే (పుటాకార గ్రేటింగ్) అది వివర్తన కాంతిని కేంద్రీకృతమయేటట్లు చేస్తుంది. ఆ విధంగా కటకాలను ఉపయోగించే అవసరం లేకుండా చేస్తుంది. ఈ గ్రేటింగ్‌కు ఇంకో ప్రయోజనం కూడా ఉంది. సాధారణ కటకాల వల్ల శోషణం చెందే అతినీలలోహిత ప్రాంతం లోని వర్ణపటాలను గ్రహించి వాటి శోధనకు ఈ గ్రేటింగ్‌ను ఉపయోగించవచ్చు.

అవగాహన పరీక్ష 2

ఎన్ని రకాల గ్రేటంగ్‌లు కలవు ? అవి ఏవి ?

33.4 సారాంశం

గ్రేటింగ్‌ను ఉపయోగించి వర్ణపట మాపన పద్ధతిని కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం కనుక్కోగలం పరావర్తన, ఛాయ ద్విమితీయ గ్రేటింగ్‌లు వర్ణించడం జరిగింది.

33.5 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

గ్రేటింగ్ సంఖ్య ప్రమాణ పొడవులోని గీతల సంఖ్యను యిస్తుంది. ఈ సంఖ్యకు విలోమరాశి (b+d) కు సమానం.

అవగాహన పరీక్ష 2

రెండు రకాల గ్రేటింగ్‌లు కలవు. అవి ప్రసార గ్రేటింగ్, పరావర్తన గ్రేటింగ్.

33.6 నమూనా ప్రశ్నలు

I. **క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.**

1. చీలికల సంఖ్యను పెంచడంవల్ల వివర్తనాకారంలో కలిగే మార్పును వివరించండి.
2. ప్రసార గ్రేటింగ్‌లు, పరావత్తన గ్రేటింగ్‌లు అంటే ఏమి ?

II. **క్రింది సమస్యలను సాధించండి.**

1. సెం.మీ.కు 5000 గీతలున్న గ్రేటింగ్‌పై పతన కోణాన్ని 0° నుంచి 90° కు మార్చారు. సూటి కిరణం నుంచి మొదటి వివర్తనం చెందిన కిరణం యొక్క అతిక్రమణ మార్పును రేఖా చిత్రం ద్వారా సూచించండి. కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యం 4000A°
2. ప్రశ్నల 1లోని సందర్భంలో కనిష్టాతిక్రమణ కోణానికి, తరంగదైర్ఘ్యానికి గల సంబంధాన్ని రాబట్టండి.

భాగం – 34 గ్రేటింగ్ విక్షేపణ, పృథక్కరణ సామర్థ్యం

విషయక్రమం

34.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో 1) గ్రేటింగ్ విక్షేపణ పృథక్కరణ సామర్థ్యాల వివరణ 2) దగ్గరగా ఉన్న రెండు వస్తువులు ఎప్పుడు పృథక్కరణం చెంది కనబడతాయో తెల్పి చెప్పడానికి అనువుగా రాలే నిబంధన చర్చ ఉన్నాయి.

మీరు ఈభాగం చదివిన తరువాత గ్రేటింగ్ పృథక్కరణ సామర్థ్యాన్ని నిర్ణయించగలరు.

34.2 ప్రవేశిక

దూరదర్శిని, సూక్ష్మదర్శిని, పట్టక వర్ణపటమాపకము, జాలక వర్ణపటమాపకము మొదలగు దృక్సాధనములను ఉపయోగించినపుడు, వస్తువును గురించిన సమాచారాన్ని కాంతి, ఈ సాధనాల ద్వారా శోధన పరికరానికి అందజేస్తుంది. ఈ ప్రక్రియలో, ముఖ్యంగా, మూడు స్థానాలలో సమాచారము అందకుండా పోవడానికి అవకాశము ఉన్నది. అవి ఏమనగా :

i) కాంతి తరంగం, ఏ సమాచార్నైనా అందజేయగలదా లేదా అనేది ముఖ్య విషయము. మనకు వివరాలు కావలసిన వస్తువు పరిమాణానికి ఉపయోగించే కాంతి తరంగ దైర్ఘ్యానికి ముఖ్యమైన సంబంధము ఉన్నది. ఈ విషయం ఆధారంగానే ఎలక్ట్రాన్ సూక్ష్మదర్శిని, X — కిరణ వివర్తనము లాంటి ప్రక్రియలలో కాంతి తరంగము కంటే చాలా తక్కువ తరంగదైర్ఘ్యంవ గల విద్యుదస్కాంత తరంగాలకు ఉపయోగించే చిన్న (సూక్ష్మ) పరిమాణంగల వస్తువులను గురించిన వివరాలను తెలుసుకోగలుగుతున్నాము.

ii) వస్తువునుండి వెలువడే కాంతి దృక్సాధనంలోని అనేక అవర్యర్‌ల ద్వారా శోధన పరికరాన్ని చేరుతుంది. కాబట్టి వివర్తన దృగ్విషయం వల్ల వస్తువు యొక్క ప్రతిబింబం సరిగా దాని మాదిరి ఉండకపోవడం.

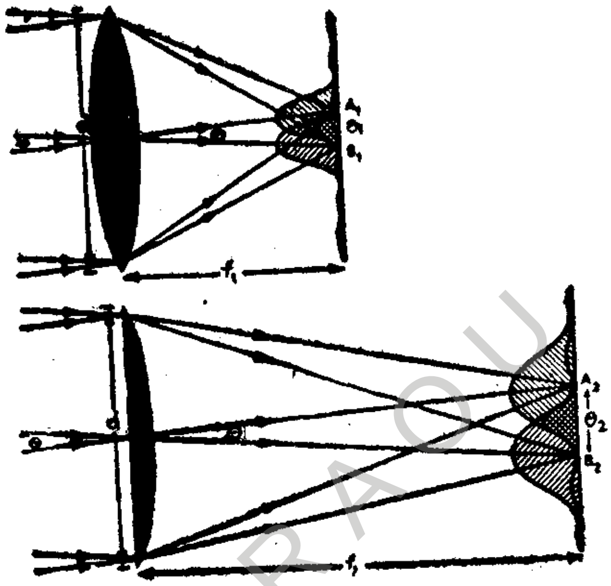
iii) ప్రతిబింబాన్ని, ఫోటోగ్రాఫిక్ ఫిలిమ్‌ద్వారా గాని లేక టి.వి. కెమెరాలాంటి సాధనంతో గాని చూడగలుగుతాము. కాబట్టి, మనము గుర్తించ కలిగిన వస్తువు పరిమాణం, శోధన పరికరం యొక్క సునిశిత శక్తిపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

34.3 రాలే నిబంధన

ఉదాహరణకు రెండు ఆసన్న నక్షత్రాల ప్రతిబింబాలను దూరర్శినితో **పరిశీలించినట్లయితే**,

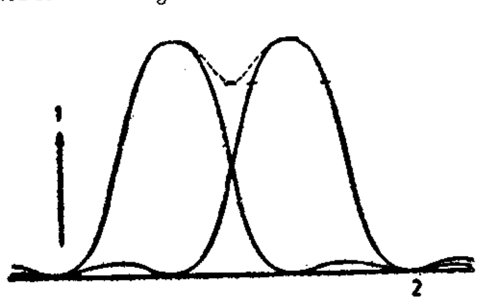
దానిలో ఉండే అభిసారి కటకం నాభి తలంలో ఏర్పడే ప్రతిబింబాలు జ్యామితీయ దృశా శాస్త్రం సూచించే విధంగా కాక వివర్తన పటాలుగా ఉంటాయి. అంటే ప్రతిబింబము ప్రకాశితమైన ఒక వృత్తాకార ప్రదేశము, దాని చుట్టూ తీవ్రత క్రమంగా క్షీణిస్తూ ఉండే గౌణ కాంతి వలయాలు ఉండేటట్లు అవి రూపొందుతాయి. ఈ రెండు నక్షత్రాల మధ్య కోణీయ అంతరము 'θ' అయితే, దాని నాభి తలంలో ఆ రెండింటి ప్రతిబింబాల మధ్య దూరము θf అవుతుంది. (f అనునది కటక నాభ్యంతరము) అంటే ఈ దూరాన్ని fను అధికం చేస్తూ పెంచవచ్చును. ఈ విధంగా మధ్య దూరం అధికమైనప్పటికీ, వాటి వివర్తన పట్టికల స్కేలు కూడా అదే నిష్పత్తిలో పెరుగుతుంది కాబట్టి దాని పృథక్కరణ సామర్థ్యం పెరుగదు.

అట్లాగే జనకపు వివర్తన ఆకృతిలోని గరిష్ఠము దాని మొదటి క్రమ కనిష్ఠానికి వుండే మధ్య దూరము $f\theta = 1.22\frac{\lambda}{d}f$ అవుతుంది. ఇక్కడ d అనునది అభిసారి కటకం యొక్క వ్యాసము. అంటే fను పెంచడం వలన ప్రతిబింబాల సాపేక్ష వివర్తన పట్టికల పరిమాణంలో మార్పురాదు.



పటము 34.1

ఇందువలన పటం 34.1లో చూపినట్లు ప్రతిబింబము ఆవర్ధనం చెందుతుందేగాని, పృథక్కరణం మాత్రం అభివృద్ధి చెందదు. కాబట్టి నక్షత్రాల ప్రతిబింబము మధ్యదూరం మారకుండా వాటి వివర్తన పట్టికలకు చిన్నవిగా చేయవలెనంటే కటక వ్యాసము (d)ని అధికం చేయాలి. అయినప్పటికిని, నక్షత్రాల



పటము 34.2

మధ్య కోణీయ అంతరం మరీ తక్కువగా ఉంటే, వాటి ప్రతిబింబాలను మనము విడి విడిగా **చూడలేము**. కావున రెండు నక్షత్రాలను విడి విడిగా చూడవలెనంటే పటం 34.2లో చూపినట్లు, ఒక **జనకపు వివర్తన ఆకృతిలోని** గరిష్ఠము రెండవ జనకం వివర్తనాకృతిలోని మొదటి కనిష్ఠం మీద

పడేటట్లు రెండు జనకాలకు కోణీయ అంతరము ఉండవలెను. దీనినే రాలే నిబంధన అంటారు ఈ నిబంధన అనియతంగా ఎన్నుకొన్నప్పటికి, రెండు దగ్గరగా ఉన్న వస్తువులు, ఎప్పుడు పృథక్కరణం చెంది కనబడతాయో తెల్పి చెప్పడానికి కావలసిన కోణీయ అంతరము $\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{d}$ θ_R కన్న తక్కువగా ఉన్న కోణీయ అంతరం గల వస్తువులను పృథక్కరించలేము.

34.4 గ్రేటింగ్ విక్షేపణము

'dλ' తరంగ దైర్ఘ్య బేధంగల రెండు తరంగ దైర్ఘ్యాలు ఒక జాలకం వద్ద dθ కోణీయ అంతరం గలిగి దాని ద్వారా ప్రసరించినపుడు, జాలకం యొక్క విక్షేపణం 'D' ని ఈ క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చును.

అనగా $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$ (34.1)

కాని జాలకం ఫార్ములా ప్రకారం $d \sin\theta = n\lambda \rightarrow 34.1$ అని మనకు తెలుసు. ఇక్కడ d అనునది జాలకం యొక్క రెండు గీతల మధ్య దూరము. పూర్ణాంకము $m = 0, 1, 2$ మొదలగునవి తత్సంబంధమైన ప్రధాన గరిష్ట క్రమము. λ మరియు θ లను చరరాశులుగా భావించి సమీకరణము 34.1ని వ్యవకలనం చేస్తే మనకు

$$\cos\theta \, d\theta = \frac{m}{d} d\lambda \rightarrow \qquad (34.2)$$

వస్తుంది.

జాలకవిక్షేపణం $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$ కాబట్టి, పై సమీకరణమును బట్టి మనకు $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$ (34.3) వస్తుంది.

34.5 గ్రేటింగ్ పృథక్కరణ సామర్థ్యము

తరంగ దైర్ఘ్యాలు దగ్గర దగ్గరగా ఉంటే కాంతి తరంగాలను విశిష్టంగా చూడవలెనంటే, జాలకం రూపొందించిన ఈ తరంగ దైర్ఘ్యాల ప్రధాన గరిష్టాలు సాధ్యమైనంత సన్నగా ఉండవలెను. అంటే అతి తక్కువ తరంగ దైర్ఘ్య బేధమున్న (dλ) రెండు కాంతి తరంగాలను m క్రమ సంఖ్యలో జాలక పృథక్కరణ సామర్థ్యము Rను $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ గా నిర్వచించవచ్చును. ఇక్కడ λ, రెండు వర్ణపట రేఖల సగటు తరంగ దైర్ఘ్యము. Δλ ఆ రెండింటి మధ్య తరంగ దైర్ఘ్య అంతరము, Δλ తక్కువైన కొద్దీ, రేఖలు మరింత దగ్గరౌతాయి. కాబట్టి, అటువంటి రేఖలను పృథక్కరణం చేయవలెనంటే, R విలువ ఎక్కువగా ఉండాలి. అనగా ఆ రెండు తరంగ దైర్ఘ్యాల వివర్తన కేంద్రీయ గరిష్టాలను నిర్దిష్టంగా చూడవలెనంటే, ఆ రెండు తరంగ దైర్ఘ్యాల కోణీయ అంతర కనీసపు విలువ Δθ మొదటి దాని వివర్తన కేంద్రీయ గరిష్టము రెండవదాని వివర్తన ఆకృతిలోని మొదటి కనిష్టం మీద పడేటట్లు ఉండాలి. అనగా సమీకరణము 34.3ను అనుసరించి

$\Delta\theta = \frac{m}{d\cos\theta} d\lambda$ (34.4) అవుతుంది. రాలే నిబంధన ప్రకారం Δθ మొదటి దాని వివర్తన ఆకృతిలోని గరిష్టానికి రెండవ దాని వివర్తన ఆకృతిలోని మొదటి కనిష్టానికి గల కోణీయ అంతరానికి సమానమవుతుంది. ఇప్పుడు N చీలికలున్న జాలకాన్ని పరిశీలించినట్లయితే m గరిష్ట క్రమ కోణీయ స్థానం θ అనుకుంటే దాని ఆసన్న కనిష్ట కోణీయ స్థానం θ+Δθ అవుతుంది. అనగా జాలక ఫార్ములా ప్రకారం

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{d}$$

$\sin(\theta+\Delta\theta) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{d}$ అవుతాయి. త్రికోణమితి ఫార్ములా ప్రకారం

$$\sin(\theta+\Delta\theta) = \sin\theta \cos\Delta\theta + \cos\theta \sin\Delta\theta = \left(m+\frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{d}$$

$\Delta\theta$ విలువ చాలా తక్కువగాబట్టి, $\cos\Delta\theta \approx 1$, $\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta$ గా పరిగణిస్తే పై సమీకరణం

$\sin\theta + \cos\theta\,\Delta = \left(m+\frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{d}$ అవుతుంది. ఈ సమీకరణం నుండి 34.1 తీసివేస్తే మనకు,

$$\cos\theta\,\Delta\theta = \left(m+\frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{d} - m\frac{\lambda}{d}$$

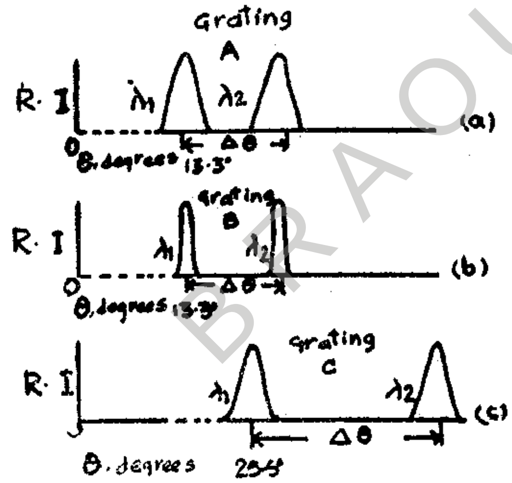
$$= \frac{\lambda}{N.d}$$ వస్తుంది.

లేక $\Delta\theta = \frac{\lambda}{N.d\cos\theta}$ (34.5) అవుతుంది. సమీకరణాలు 34.4 మరియు 34.5 సమానంగాబట్టి

$$\frac{m}{d\cos\theta}\,d\lambda = \frac{\lambda}{N.d\cos\theta}$$

లేక $R = \frac{\lambda}{d\lambda} = mN$ (34.6) అవుతుంది. $m = 0$ అయినప్పుడు $R = 0$. అనగా ప్రధాన గరిష్ఠ కేంద్రానికి పృథక్కరణ సామర్థ్యం సున్నా. ఈ క్రమంలో అన్ని తరంగ దైర్ఘ్యాలు అపవర్తనం లేకుండా ఉంటాయి.

జాలక పృథక్కరణ సామర్థ్యం దాని విక్షేపణమే, అనే దురభిప్రాయం పడకూడదు. దీని వివరణకు $\lambda = 5800A$ ల కాంతితో ప్రతి ఒకటి ప్రదీప్తమయి వివర్తిత కాంతి మొదటి క్రమంలో కనబడుతున్న మూడుజాలకాల అభి లక్షణాలను, పట్టిక 34.1లోను, పటం 34.3లోను చూపబడ్డాయి.



పటము 34.3

పట్టిక 34.1

మూడు జాలకాల కొన్ని అభిలక్షణాలు

$\lambda = 5890A$, $m = 1$

జాలకము	N	d_A	θ	R	D
A	10,000	25,400	13.3°	10,000	2.32
B	20,000	25,400	13.3°	20,000	2.32
C	10,000	13,700	25.5°	10,000	4.64

పట్టిక 34.1లో A, B జాలకాలు ఒకే విక్షేపణమును A మరియు C ఒకే పృథక్కరణ సామర్థ్యాన్ని కలిగున్నవని గ్రహించవచ్చును. అట్లాగే పటం 34.3నుండి 5890 A దగ్గరగావున్న λ_1

మరియు λ_2 తరంగ దైర్ఘ్యాలుగల కాంతి పట్టిక 34.1లోని జాలకాల మీద పతనమయినప్పు డు ఏర్పడే తీవ్రత ఆకృతులు, జాలకం B కి అత్యధిక పృథక్కరణ సామర్థ్యమూ, జాలకం C కి అత్యధిక విక్షేపణమూ వున్నవని గ్రహించవచ్చును.

అవగాహన పరీక్ష

గ్రేటింగ్ విక్షేపణం వల్ల ఏం తెలుస్తుంది ?

34.6 సారాంశం

గ్రేటింగ్ విక్షేపణను $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$ అనే సూత్రం సూచిస్తుంది. గ్రేటింగ్ పృథక్కరణ సామర్థ్యాన్ని $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ అనే సూత్రం యిస్తుంది.

34.7 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

గ్రేటింగ్ విక్షేపణ రెండు ఏక వర్ణ పతన కాంతికిరణాల మధ్యనున్న కోణీయ అంతరాన్ని తెలియజేస్తుంది. పతనకిరణాల తరంగదైర్ఘ్యాలు మధ్యభేదం చాలా తక్కువగా ఉంటుంది.

34.8 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. వర్ణపటమాపకం పట్టక వేదికపై గ్రేటింగ్ వెనకనే ఒక దీర్ఘచతురస్ర ద్వారాన్ని ఉంచామను కొందాం. ఈ ద్వారం వెడల్పును, గ్రేటింగ్‌లోని అతిస్వల్ప భాగం మాత్రమే కాంతిని ప్రసరింప చేసేట్లు, తగ్గించామనుకోండి. వివర్తన వర్ణపటంలో మీరు గమనించే మార్పులు ఏమి ?
2. $R = Nm$ సమీకరణం, వివర్తనాకారంలో అధిక ఆర్డర్‌ను ఎంచుకోవడం వల్ల గ్రేటింగ్ పృథక్కరణ సామర్థ్యాన్ని కావలసిన విలువకు పెంచవచ్చునని సూచిస్తుంది. చర్చించండి.
3. గ్రేటింగ్ విక్షేపణాన్ని వివరించండి.

II. క్రింది సమస్యలను సాధించండి

1. సోడియం యుగ్మకాన్ని నాలుగో ఆర్డర్‌లో పృథక్కరించాలంటే గ్రేటింగ్‌లో ఎన్ని గీతలు ఉండాలి.
2. 6 సెం.మీ. వెడల్పున్నా గ్రేటింగ్‌లో సెం.మీ. కు 6000 గీతలున్నాయి.

   a) రెండు వర్ణపట రేఖలు $\lambda = 5000°A$ వద్ద మూడో ఆర్డర్‌లో పృథక్కరణం చెందాలంటే వాటి మధ్య కనీసపు తరంగ దైర్ఘ్యం అంతరం ఎంత ఉండాలి ?

   b) ఈ గ్రేటింగ్ పృథక్కరణాన్ని అభివృద్ధి చేయవచ్చా ? ఎట్లా ?

భాగం – 35 X - కిరణ వివర్తనం, బ్రాగ్ నియమం

విషయక్రమం

35.1 ఉద్దేశాలు, లక్ష్యాలు

ఈ భాగంలో x - కిరణాల ఉత్పత్తి మరియు వాటిని ఉపయోగించి చేసే స్ఫటిక నిర్మాణ నిర్ధారణ, వివరణ ఉన్నాయి. మీరు ఈ భాగం చదివిన తరువాత x కిరణాల తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని నిర్ణయించగలరు.

35.2 ప్రవేశిక

1895వ సంవత్సరంలో రాంట్‌జెన్ (Roentgen) అనే జర్మన్ భౌతిక శాస్త్రవేత్త అసాధారణమైన వికిరణాన్ని కనుగొన్నాడు. దాని ప్రకృతి తెలియకపోవడం వలన అట్టి వికిరణానికి X-కిరణాలని పేరు పెట్టారు. ఈ X- కిరణాలు గూడ విద్యుదయస్కాంత స్వభావంగల తరంగాలని కనుగొనబడింది. 1912లో లావే (Lave) అనే శాస్త్రజ్ఞుడు X- కిరణాలు స్ఫటికాల ద్వారా వివర్తనం చెందుతాయని సైద్ధాంతికంగా నిరూపించాడు. ఆ తర్వాత బ్రాగ్ శాస్త్రజ్ఞుడు బ్రాగ్ నియమాన్ని ప్రతిపాదించి, X- కిరణ వివర్తనం ద్వారా స్ఫటిక నిర్మాణ నిర్ధారణేగాక ఈ వికిరణ తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని గూడ నిర్ధారించవచ్చునని నిరూపించాడు.

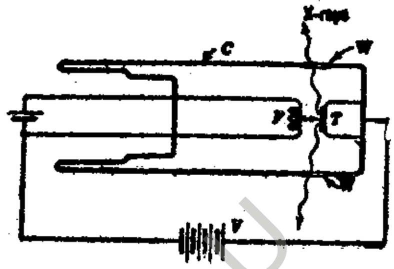
35.3 X- కిరణాల వుత్పత్తి మరియు వాటి స్వభావం

X- కిరణాలు మన కంటికి కనిపించవు. కాని యివి ఋజు మార్గంలో ప్రయాణించి, కాంతి కిరణాలవలె ఫోటో గ్రాఫిక్ ఫిల్మ్‌పై ప్రభావాన్ని కలుగజేస్తాయి. ఆధునిక సిద్ధాంతాల ననుసరించి X-కిరణాలు, విద్యుదయస్కాంత తరంగ స్వభావం గలవని, 0.01 నుంచి 1 నానో మీటర్ల (nm) (లేక 0.1 నుంచి 10 యాంగ్ స్ట్రామ్‌లు) వరకు వ్యాపించియున్న తరంగ దైర్ఘ్యం గల విద్యుదస్కాంత తరంగాలని తెలుస్తుంది. సాధారణంగా 0.05 నుంచి 0.25 nm గల X- కిరణాలను స్ఫటిక వివర్తన అధ్యయనంలో ఉపయోగిస్తాము.

అత్యధిక గతిశక్తి గల విద్యుదావేశాలను త్వరితంగా నిశ్చలస్థితికి తీసుకొచ్చినప్పుడు X-

కిరణాలు జనిస్తాయి. ప్రయోగాత్మకంగా X-కిరణ గొట్టంలో (X-ray tube) వేడిచేసిన ఫిలమెంటు నుంచి వెలువడే ఎలక్ట్రానులు, పొటెన్షియల్ భేదంవల్ల త్వరణం చెంది లోహ టార్గెట్‌ను ఢీకొన్నప్పుడు X-కిరణాలుద్భవిస్తాయి. సాధారణంగా X కిరణ గొట్టంలో వుపయోగించే వోల్టేజి 10 నుంచి 40 కిలో వోల్టులు (kV) వుండి కొద్ది మిల్లీ ఆంపియర్ల (mA) విద్యుత్ప్రవాహం కలిగి వుంటుంది.

తక్కువ తరంగ దైర్ఘ్యం గల X-కిరణాలు అధిక శక్తి కలిగి వుంటాయి. వీనినే కఠిన X-కిరణాలని అంటారు. ఎక్కువ తరంగ దైర్ఘ్యం గల X-కిరణాలను మెత్తటి (Soft) X-కిరణాలంటారు. సాధారణంగా X-కిరణాల తీవ్రత, తరంగ దైర్ఘ్యం X-కిరణ గొట్టంలో వుపయోగించిన టార్గెట్ లోహం మరియు ఫిలమెంటు, టార్గెట్‌ల మధ్య అప్లై చేసిన పొటెన్షియల్ భేదంనుబట్టి వుంటుంది. మామూలుగా X-కిరణ వర్ణపటం, అభిలక్షణ (Characteristic) వికిరణం మరియు సంతత లేక అవిచ్ఛిన్న (Continuous) వికిరణాల సమ్మేళనంగా వుంటుంది. అవిచ్ఛిన్న వర్ణపటం అధిక గతిశక్తిగల ఎలక్ట్రానులు టార్గెట్‌ను ఢీకొనడం వలన వుత్పత్తయితే, అభిలక్షణ వికిరణం టార్గెట్ లోహం యొక్క పరమాణువుల నిర్మాణాన్ని బట్టి వుంటుంది. పటం 35.1 X-కిరణాల నుత్పత్తి చేసే విధానాన్ని తెలుపుతుంది. వేడిచేసిన ఫిలమెంటు F నుంచి వెలువడే ఎలక్ట్రానులు, పొటెన్షియల్ భేదంవల్ల త్వరణం చెంది, ఒక లోహపు టార్గెట్ Tని ఢీకొన్నప్పుడు, X-కిరణాలుత్పన్నమవుతాయి.



పటము 35.1

అవగాహన పరీక్ష 1

కఠిన, మృదు X-కిరణాలనగా నేమి ?

అవగాహన పరీక్ష 2

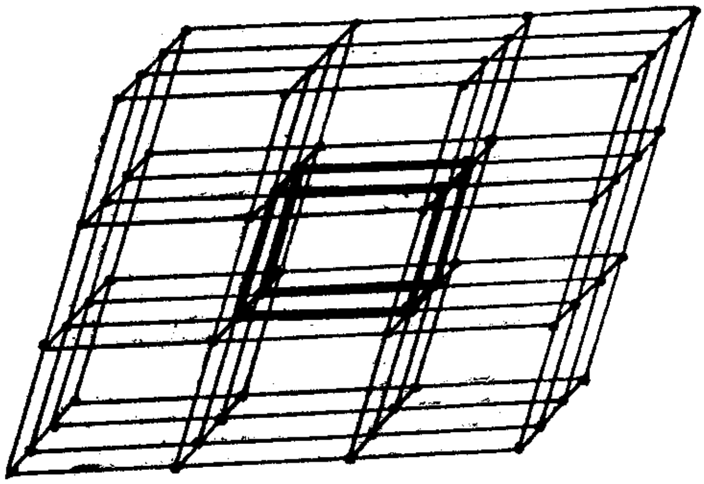
అభిలక్షణ X-కిరణాలు అంటే ఏమిటి ?

35.4 స్ఫటికాల రేఖాగణితము (The geometry of crystals)

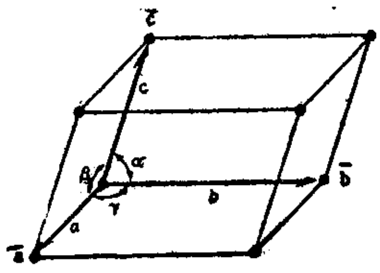
ఏదైనా ఘనపదార్థం యొక్క పరమాణువులు త్రిమితీయంలో క్రమబద్ధంగా అమర్చబడి వుండడాన్ని స్ఫటికం అంటారు.

స్ఫటిక నిర్మాణాన్ని గురించి చర్చించేటప్పుడు కొన్ని బిందువులు త్రిమితీయంగా అమర్చబడి ఉన్నాయి అని ఊహించుకుందాం. ఒక దిశలో అన్ని బిందువుల మధ్యదూరం సమానంగా ఉంటుంది. ప్రతి బిందువు వద్ద ఒకే రకమైన పరిసరాన్ని కలిగి ఉంటుంది. ఈ బిందువుల సముదాయాన్ని ప్రదేశిక జాలం అని అంటాం. ఈ బిందువుల అంతరాళాన్ని (space) ఒకే విధమైన అరలు విడగొడతాయి. ఈ అరలు సమాంతర పిపెడ్‌లవలె ఉంటాయి. ప్రాథమిక అరను అంతరాళంలో మూడు దిశలలోను కదిపినపుడు స్ఫటికరూపాన్ని పొందగలం. ప్రాథమిక అరను ప్రమాణం అర అని కూడా అంటారు.

ప్రమాణ అరయొక్క ఆకారం మరియు పరిమాణం, $\bar{a}$, $\bar{b}$ మరియు $\bar{c}$ అనే ప్రమాణ సదిశలతో నిర్దేశించవచ్చును. ఈ మూడు సదిశలను స్ఫటిక విజ్ఞాన అక్షాలంటారు (crystallographic axes). వీటిని వాటి కొలతలు (a, b & c) మరియు వాని మధ్యవుండే కోణాల (α, β & γ)ను బట్టి గూడ వర్ణించవచ్చును. వీటిని జాలకం యొక్క ప్రమాణాలని (lattice parameters) అంటాము. పటాలు 35.2 (A) మరియు 35.2 (B) వరుసగా ప్రదేశ జాలకాన్ని మరియు ప్రమాణ అరను చూపిస్తున్నవి.



పటము 35.2 (A)



పటము 35.2 (B)

త్రిమితీయంలో మూడు సమతలాల సముదాయాలు అమరికలను బట్టి మనకు అనేక ఆకారాలు గల ప్రమాణ అరలు ఏర్పడుతాయి. ఉదాహరణకు, మూడు సముదాయాల సమతలాలు ఒకదానికొకటి లంబం వుండి సమానదూరాలలో అమర్చబడివున్నట్లైయితే దానిని ఘనం (cube) అంటాము. రేఖాగణిత సూత్రాలననుసరించి మనకు ఏడురకాలైన అరల సముదాయాలు మాత్రమే ఏర్పడుతాయని తెలుస్తుంది. వీనినే సప్తస్ఫటిక సముదాయాలని (systems) అంటాము. పట్టిక 35.1 ఈ సప్తస్ఫటిక సముదాయాలు మరియు వాటి లక్షణాలను వివరిస్తుంది.

పట్టిక 35.1

	System	అక్షీయ కొలతలు	అక్షాలమధ్య కోణాలు
1.	ఘనం (cube)	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
2.	చతుష్కోలు (Tetragonal)	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
3.	ఆర్థోరాంబిక్ (Orthrhombic)	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
4.	త్రిసౌష్ఠవ (Trigonal)	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
5.	షష్టిసౌష్ఠవ (Hexagonal)	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$
6.	ఏకనతాక్ష (monoclinic)	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
7.	త్రినతాక్ష (Triclinic)	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta$

ఉదాహరణ

NaClకు కొలిచిన సాంద్రత 2.16×10^2 కిలోగ్రాములు/మీటరు^{2} మరియు సోడియం, క్లోరిన్ యొక్క పరమాణువు భారాలు వరుసగా 23.00 మరియు 35.46 అయినట్లయితే సోడియం క్లోరైడ్ స్ఫటికంలోని అంతర అణువుల మధ్య దూరాన్ని కనుగొనండి ?

జవాబు : ఇక్కడ Na Cl అణు ద్రవ్యరాశి $= 23.00 + 35.46 = 58.46$

కాబట్టి 58.46 కిలోల Na Cl లోని మొత్తం అణువుల సంఖ్య

$$= \frac{1\text{కి.మోల్}}{58.46\text{కి.గ్రా}} \times 6.025 \times 10^{26} \frac{\text{అణువులు}}{\text{కి.మోల్}}$$

6.025×10^{26} అణువులు/కి.మోల్ అనునది అవగాడ్రో సంఖ్య (N)

$$= \frac{6.025}{58.46} \times 10^{26} \frac{\text{అణువులు}}{\text{కి.గ్రా.}}$$

ప్రమాణ ఘనపరిమాణంలోని పరమాణువుల సంఖ్య

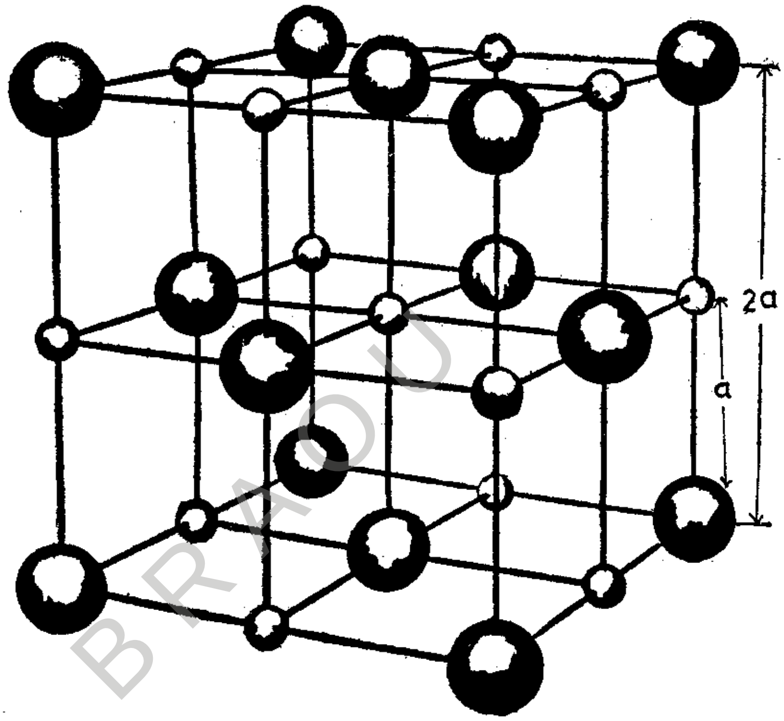
$$= \frac{\text{పరమాణువులసంఖ్య}}{\text{ఘనపరిమాణము}} = \frac{\text{పరమాణువులసంఖ్య}}{\text{భారము}} \times \frac{\text{భారము}}{\text{ఘ.పరి.}}$$

ఒక్కొక్క $NaCl$ అణువులో రెండు పరమాణువులున్నవి గావున,

$$\frac{\text{పరమాణువులసంఖ్య}}{\text{ఘనపరిమాణము}} = \frac{2 X 6.025 X 10^{26}}{58.46} = \frac{\text{పరమాణువులు}}{\text{క్రి.గ్రా.}} X\, 2.16 X 10^{3} \frac{\text{క్రి.గ్రా.}}{\text{మీటరు}^3}$$

$$\left(\frac{\text{భారము}}{\text{ఘ.పరి.}} = \text{సాంద్రత}\right)$$

$$= 4.45 X 20^{28} \frac{\text{పరమాణువులు}}{\text{మీటరు}^2} \qquad (35.1)$$



పటము 35.3

అంతర పరమాణువుల మధ్య దూరము a అనుకున్నట్లయితే పటం 35.3లో చూపినట్లు ప్రమాణ అరయొక్క ఘన పరిమాణము $(2a)^3$ కు సమానమవుతుంది. అట్లాగే ప్రతి $NaCl$ ప్రమాణిక అరలో నాలుగు సోడియం అయానులు, నాలుగు క్లోరిన్ అయానులు ఉంటాయి. పటంలో చూపిన విధంగా ఎనిమిది మూలల మీదున్న క్లోరిన్ అయానులు ఒక్కొక్కటి ఎనిమిది ఘనాలకు, పన్నెండు అంచులపై ఉన్న సోడియం అయానులు ఒక్కొక్కటి నాలుగు ఘనాలకు, ఆరు ముఖాలపై ఉన్న క్లోరిన్ అయానులొక్కొక్కటి రెండు ఘనాలకు మరియు అరకేంద్రం వద్ద ఉన్న సోడియం అయాను పటంలో చూపిన అరకే పూర్తిగా చెంది ఉంటాయి.

ఈ విధంగా ప్రమాణ అరలో మొత్తం అయానుల సంఖ్య $= \frac{1}{8}(8) + \frac{1}{4}(12) + \frac{1}{2}(6) + 1 = 8$

$$\text{కాబట్టి} \quad \frac{\text{అయానులసంఖ్య}}{\text{ఘనపరిమాణం}} = \frac{8}{(2a)^3} = \frac{8}{8a^2} = \frac{1}{a^2 \text{ మీటరు}} \qquad (35.2)$$

సమీకరణాలు 35.1 మరియు 35.2 సమానంగావున్న మనకు

$$\frac{1}{a^3 \text{ మీటరు}^3} = 4.45 \times 10^{28} \text{ మీటరు}^{-2} \text{ వస్తుంది.}$$

లేక $a^3 = \left(\frac{1}{4.45x10^{28}}\right)^{1/3}$ మీటర్లు

$a = 1/3\sqrt{\frac{1}{4.45x10^{28}}}$ మీటర్లు $= 2.82 \times 10^{-10}$ మీటరు

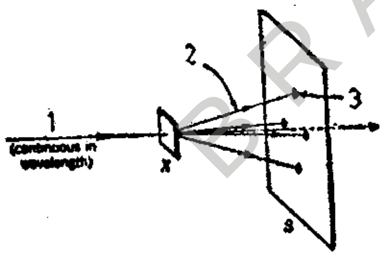
$= 2.82$ A (ఆంగ్‌స్ట్రామ్ యూనిట్లు)

కాబట్టి, పై విధంగా సాంద్రతను బట్టి Na Cl ప్రమాణ అరలోని అంతర పరమాణువుల మధ్య దూరము 2.82 A కనుగొన్నాము. ఈ అంతర పరమాణువుల మధ్య దూరము సుమారు X-కిరణాల తరంగ దైర్ఘ్యానికి సమానంగా ఉన్నది. కాబట్టి ఒక స్ఫటికానికి క్రమ పద్ధతిలో అమర్చిన పరమాణువు అమరిక ఉన్నందువల్ల అది X-కిరణాలకు స్వతసిద్ధమైన త్రిమితీయ వివర్తన జాలకంగా ఉపయోగపడుతుందని 1912వ సం॥లో జర్మన్ భౌతిక శాస్త్రజ్ఞుడైన మాక్స్ వాన్ లావే (Max-Von laue)కి స్ఫురించింది.

35.5 X-కిరణ వివర్తనము

X-కిరణాల ప్రకృతి, ఉత్పత్తి చేసే విధానము మరియు స్ఫటికాలగురించి తెలుసుకున్నాముగదా ! ఇప్పుడు X-కిరణాలు ఏ విధంగా ఏయే పరిస్థితులలో స్ఫటికాల వల్ల వివర్తనం చెందుతాయో తెలుసు కొందాము.

X-కిరణ తరంగ దైర్ఘ్యాలు దాదాపు పరమాణువు వ్యాసాలకు (~IA) సమానంగా ఉన్నందువల్ల అటువంటి జాలకాలను యాంత్రికంగా నిర్మించలేము. కాబట్టి, స్ఫటికాన్ని స్వతస్సిద్ధమైన త్రిమితీయ వివర్తన జాలకంగా ఉపయోగించ వచ్చునని లావే 1912లో గ్రహించినాడు. ఒక సమాంతరీకృత అవిచ్ఛిన్న తరంగ దైర్ఘ్యాల వితరణలో ఉన్న X-కిరణ పుంజాన్ని ఒక స్ఫటికం ద్వారా ప్రసరింపజేసినపుడు, స్ఫటికంలో నిర్మితమైన అనేక వివర్తన కేంద్రాల నుంచి పరస్పర సహాయక వ్యతికరణానికి సంబంధించిన తీవ్ర పుంజాలు, నిశితంగా నిర్దేశితమైన కొన్ని దిశలలో మాత్రమే కనబడతాయి అని లావే సైద్ధాంతికంగా నిరూపించాడు. ఈ వివర్తిత పుంజాలు ఫోటోగ్రాఫిక్ ఫిలిమ్



1. పతన కిరణం
2. ప్రక్షేపణ కిరణం
3. లావే చుక్క

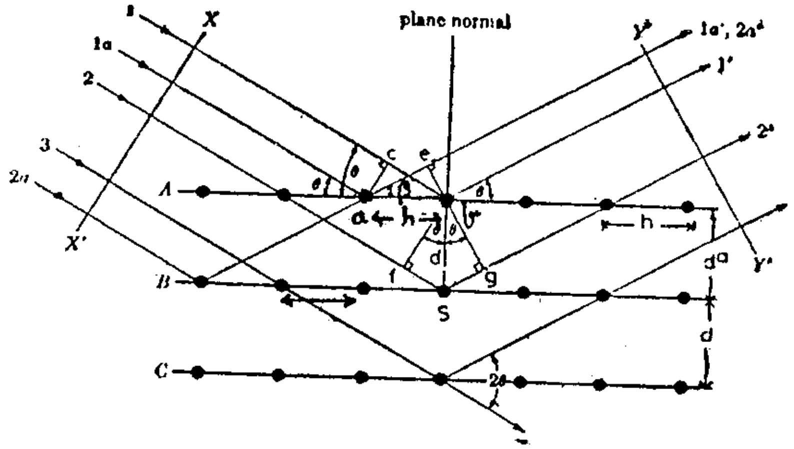
పటము 35.4

మీద పడినట్లయితే లావే చుక్కల అమరికను ఏర్పరుస్తాయి. దీనిని ప్రయోగ పూర్వకంగా అదే సం॥లో ఫ్రెడరిక్ మరియు నిప్పింగ్ (Friedrich and Knipping) అనే శాస్త్రజ్ఞులు నిరూపించారు. ఇటువంటి, Na Cl జ్యామితీయ నిర్మాణానికి సంబంధించిన వివరాలను పటం 35.4 చూపుతుంది.
ఇటువంటి క్రమబద్ధంగా స్ఫటికంలో అమర్చబడిన జ్యామితీయ పట్టిక, పరమాణువులు క్రమబద్ధంగా స్ఫటికంలో అమర్చబడినవని తెలుసుకోగలడగానికి నిదర్శనంగా ఉంటుంది.

35.6 బ్రాగ్ నియమము (Bragg Law)

ఒక స్ఫటికం నుంచి వివర్తిత X-కిరణ పుంజాలు సాధ్యమయ్యే పరిస్థితులను బ్రాగ్ నియమము తెలుపుతుంది. X-కిరణ గొట్టంలోని టార్గెట్ నుండి వెలువడే తరంగాలు ఒక స్ఫటికంపై పతనం చెందేటట్లు చేస్తాము. స్ఫటిక పరమాణువులలోని ఎలక్ట్రానులు, X-కిరణ విద్యుత్ క్షేత్రం వలన

డోలనాలు చేస్తూ కిరణాలను వివర్తనం చేస్తాయి. ఈ వివర్తన తరంగాలు ప్రబలీకరణం చెందిన దిశలో శోధించవచ్చును. ఈ ప్రబలీకరణం జరిగే దిశలను బ్రాగ్‌లు సైద్ధాంతికంగా ప్రతిపాదించారు (W.H Bragg & W.L. Bragg). దీనిని ఉత్పాదించేటపుడు ప్రామాణిక అర నిర్మాణాన్ని ఉపేక్షిద్దాము.



పటము 35.5

పటం 35.5లో చూపినట్లు మౌలిక వివర్తన కేంద్రాల ద్వారా పోయే సమతలాల అనియత సమితి ఒకటి పటంలోని సమతలంతో ఏర్పరచే వ్యతిచ్ఛేదాన్ని పరిశీలిద్దాము.

ఆసన్న సమతలాల మధ్యగల లంబదూరము d. నిర్వచించిన సమతలాల కుటుంబములోని ఒక దానిమీద పటం సమతలంలో ఉండే సమతల తరంగం θ పతన అన్యున్స్పృశ కోణం (Glancing angle) చేస్తూ పడుతూ ఉండటాన్ని పటంలో చూడవచ్చు. అదే సమతలంలో ఉంటూ, మౌలిక వివర్తన కేంద్రాలు గల సమతలం (A)తో β కోణం ఏర్పరిచే వివర్తిత కిరణాల కుటుంబాన్ని పరిశీలిద్దాము. ఆసన్న కిరణాల మధ్య పథభేదం పూర్ణ సంఖ్యాక తరంగ దైర్ఘ్యాలయినట్లయితే వివర్తిత కిరణాలు ప్రబలీకరణం చెంది గరిష్ఠ తీవ్రతను ఏర్పరుస్తాయి. అనగా

$ae - bc = m\lambda$ ఇక్కడ $m = 0, 1, 2, ...$ ఒక పూర్ణాంకము.

లేక $h(\cos\beta - \cos\theta) = m\lambda$ అవుతుంది.

$m = 0$ అయినప్పుడు, $\beta = \theta$ అవుతుంది. అంటే ఈ సమతలంలోని పరమాణువులన్నీ, పతన తరంగానికి ఒక సమతల దర్పణంగా పనిచేస్తాయి. అనగా వివర్తనం చెందిన ఈ తరంగాలన్నీ, పటంలో చూపిన 1 దిశలో ఒకే దశ (Phase) కలిగి, ప్రబలీకరణం చెంది గరిష్ఠ తీవ్రతను కలుగజేస్తాయి. ఈ విధంగా విడివిడి సమతలాలన్నీ ఏ 'θ' విలువకైనా సరే దర్పణ సదృశ పరావర్తనం కలుగజేస్తాయి. కాని θ దిశలో సమతలాల కుటుంబం అంతటి నుంచి వివర్తనం అయి వచ్చే కిరణ పుంజంలో పరస్పర సహాయక వ్యతికరణం జరుగవలెనంటే, సమతలాల నుంచి విడివిడిగా వచ్చే ఆ తరంగాలు ఒకదానినొకటి ప్రబలీకరణం చేసుకోవలెను. ఉదాహరణకు, పటంలో చూపినట్లు $1'$ మరియు $2'$ కిరణాలు a మరియు S అనే పరమాణువుల నుండి వివర్తనం చెందినవి. ఈ రెండింటి మధ్య పథభేదము (కిరణాలు 1b 1' మరియు 2s 2')

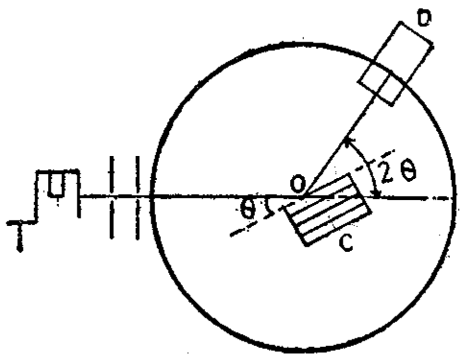
$fs + sg = d\sin\theta + d\sin\theta = 2d\sin\theta$ అవుతుంది. కాబట్టి ఈ పథభేదం పూర్ణ సంఖ్యాక తరంగ దైర్ఘ్యాలు అయినప్పుడు, కిరణాలు $1'$ మరియు $2'$ ఒకే దశ కలిగి పరస్పర సాహాయక వ్యతికరణం జరుగుతుంది. అనగా

$2d\sin\theta = n\lambda$ (35.1) అవుతుంది. ఇక్కడ $n = 0, 1, 2, ...$ ఒక పూర్ణాంకము.

దీనిని మొట్ట మొదటగా ఉత్పాదించిన W.L. బ్రాగ్ జ్ఞాపకార్థం బ్రాగ్ నియమమందురు. n ను, వివర్తన క్రమసంఖ్య (లేక వివర్తిత పుంజం) అంటారు. $\sin\theta$ గరిష్ఠ విలువ 1 కాబట్టి, దాని కనుగుణంగా మాత్రమే వివర్తిత పుంజాలు సాధ్యమవుతాయి.

35.7 తరంగ దైర్ఘ్య నిర్ధారణ

ప్రయోగాత్మకంగా బ్రాగ్ నియమాన్ని రెండు విధాలుగా ఉపయోగించవచ్చును. నిశ్చిత తరంగ దైర్ఘ్యంగల X-కిరణాన్ని ఉపయోగించి, 'θ' కోణాలను కనుక్కొని వాని ద్వారా అనేక సమతల కుటుంబాలలోని, ఆసన్న సమతలాల మధ్య లంబదూరం θ ని కనుక్కోవచ్చును. దీనినే స్ఫటిక

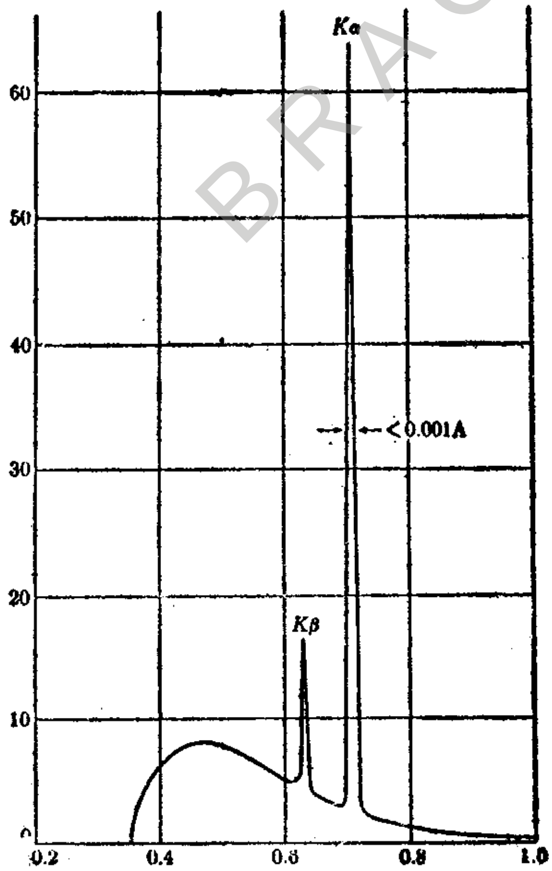


పటం 35.6

నిర్మాణ విశ్లేషణం (Crystal Structural Analysis) అంటారు. అదేవిధంగా స్ఫటికంలో నిశ్చిత లంబదూరం గల ఆసన్న సమతలాల సముదాయాన్ని ఎన్నుకొని, 'θ' కోణాన్ని తెలుసుకొని దాని ద్వారా బ్రాగ్ నియమము ఉపయోగించి X-వికిరణ తరంగదైర్ఘ్యాన్ని కనుగొనవచ్చును. బ్రాగ్ నియమం ప్రకారం

$$2d \sin\theta = n\lambda$$

$$\text{or } \lambda = \frac{2d \sin\theta}{n} \qquad (35.2)$$



పటము 35.7

పటం 35.6లతో చూపినట్లు T అనే X-కిరణ గొట్టం నుండి వెలువడే కిరణాలు 'C' అనే స్ఫటికంపై పతనం చెందుతున్నప్పు డు అను(స్పశ కోణం 'θ' ని వర్ణపటమాపక అక్షాన్ని బట్టి మారుస్తూ, ఎక్కడ X-కిరణ వివర్తిత తరంగ పుంజాల గరిష్ట తీవ్రత వస్తుందో, D అనే శోధన పరికరం ద్వారా కనుక్కుంటాము. సాధారణంగా స్ఫటికంలో నిశ్చిత ఆసన్న సమతలాల మధ్య లంబ దూరం ఉండే సమతలాల కుటుంబాన్ని ఎన్నుకొంటాము. ఈ సమతల కుటుంబము పరావర్తన సమతలానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది. ప్రయోగంలో X-కిరణ పుంజం పరావర్తన సమతలంలో 'θ' అనుస్పృశ కోణం చేస్తే శోధన పరికరం '2θ' కోణం వద్ద అమర్చుతాము. ఈ విధంగా తెలుసుకున్న కోణాన్ని సమీకరణం 35.2 లో ఉపయోగించి X-కిరణ తరంగదైర్ఘ్యాన్ని కనుక్కొంటాము. ఉదాహరణకు పటం 35.7 Co (cobalt) మూలకం టార్గెట్ గల X-కిరణ గొట్టం నుండి వెలువడే వర్ణపటాన్ని చూపుతుంది.

35.8 సారాంశం

X-కిరణాల ఉత్పత్తికి సంబందించిన మూలసూత్రాల వివరణ ఉంది. స్ఫటికాల త్రిమితీయ వర్గీకరణం తెలుపబడింది. X-కిరణాలను ఉపయోగించి స్ఫటిక నిర్మాణ, నిర్ధారణ చేయవచ్చును. బ్రాగ్ నియమ సహాయంతో X-కిరణ - తరంగ దైర్ఘ్యాన్ని నిర్ణయించవచ్చును.

35.9 నమూనా జవాబులు

అవగాహన పరీక్ష 1

ఎక్కువ చొచ్చుకొని పోవు శక్తి గల కిరణాలను కఠిన X-కిరణాలని అంటారు.* కఠిన X-కిరణాల తరంగదైర్ఘ్యము మృదు X-కిరణాల తరంగదైర్ఘ్యంకన్నా తక్కువ.

అవగాహన పరీక్ష 2

L కర్పరంలోని ఎలక్ట్రాన్‌లు K కర్పరంలోనికి M కర్పరంలోని ఎలక్ట్రానులు L కర్పరంలోనికి (దూకినపుడు) పోయినపుడు అభిలక్షణ X-కిరణాలు బహిర్గమవుతాయి.

35.10 నమూనా ప్రశ్నలు

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. స్ఫటిక నిర్మాణాన్ని కనుక్కోవడానికి కిరణాలు ఎట్లా ఉపయోగపడతాయి.
2. λ తరంగదైర్ఘ్య కల సమాంతర x కిరణ పుంజం అనియతంగా ద్విగ్విన్యస్తమైన స్ఫటికంపై పతనమైనప్పు డు తీవ్ర వివర్తిత కిరణ పుంజం వెలువడదు. తీవ్రమైన వివర్తిత పుంజం వెలువడడానికి

a) అనేక తరంగ దైర్ఘ్యాలున్న x కిరణ పుంజాన్ని ఉపయోగించాలి.

b) ఒకే స్ఫటికానికి బదులుగా దానిని చూర్ణం చేసి ఉపయోగించాలి వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో సమాధానం రాయండి.

1. కిరణాల స్వభావాన్ని గురించి వ్రాయండి.
2. స్ఫటికాలను వర్గీకరించే వివిధ స్ఫటిక వ్యవస్థలను పేర్కొనండి.
3. బ్రాగ్ సమీకరణాన్ని రాబట్టండి.

III. క్రింది సమస్యలను సాధించండి.

సమతలాల మధ్య 2.52A° దూరం ఉన్న స్ఫటికంపై $\lambda = 1.10$ A కల కిరణ పుంజం ఏకోణం వద్ద పతనమయినప్పు డు వివర్తిత కిరణపుంజం వెలువడుతుంది.

35.11 చదువదగిన గ్రంథాలు

1. Physics Part - I and Part - II — Resnick and Halliday
2. Optics — P.G. Smith and J.H. Thomson
3. Fundamentals of Optics — F.A. Jenkins and H.e. White
4. Elements of X-ray diffraction — B.D. Cullity
5. X-rays and Crystal structure — W.H. Bragg
6. University Physics — F.W. Sears and M.W. Zemansky
7. Modern College Physics — H.E. White

డా॥ బి.ఆర్. అంబేద్కర్ సార్వత్రిక విశ్వవిద్యాలయం

(డిగ్రీ స్థాయి)

రెండవ సంవత్సరం పాఠ్యప్రణాళిక

భౌతికశాస్త్రం – కోర్సు – 1

యాంత్రిక శాస్త్రం, తరంగాలు – డోలనాలు, దృశాశాస్త్రం

విభాగం–ఎ యాంత్రిక శాస్త్రం

ఖండం–1 శక్తి నిత్యత్వం
భాగం– 1 సంరక్షక బలాలు
భాగం– 2 అసంరక్షక బలాలు

ఖండం–2 రేఖీయ ద్రవ్య వేగ నిత్యత్వం
భాగం– 3 ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, క్షయీకృత ద్రవ్యరాశి
భాగం– 4 కణాల వ్యవస్థ రేఖీయ ద్రవ్యవేగం

ఖండం–3 భ్రమణగతి శాస్త్రం
భాగం– 5 శుద్ధగతి శాస్త్రం
భాగం– 6 టార్క్, భ్రమణ గతి
భాగం– 7 కోణీయ ద్రవ్య వేగ నిత్యత్వం

ఖండం–4 గురుత్వాకర్షణ
భాగం– 8 విశ్వ గురుత్వ సూత్రం
భాగం– 9 గ్రహాలు, ఉపగ్రహాల గమనం – కెప్లర్ సూత్రాలు
భాగం–10 గురుత్వ క్షేత్రం, గురుత్వ శక్మం

ఖండం–5 అభిఘాతాలు
భాగం–11 ప్రచోదనం–ద్రవ్యవేగం, ఏకమితిలో, ద్విమితిలో స్థితిస్థాపక, అస్థితిస్థాపక అభిఘాతాలు.
భాగం–12 అభిఘాత మధ్యచ్ఛేదం, పరమాణు అభిఘాతాలకు అనువర్తనం

విభాగం – బి తరంగాలు – డోలనాలు

ఖండం–6 డోలనాలు
భాగం–13 సరళ హరాత్మక చలనం
భాగం–14 అవరుద్ధ హరాత్మక డోలనాలు, బలాత్కృత డోలనాలు, అనువాదం

ఖండం–7 స్థితిస్థాపక యానకంలో తరంగాలు
భాగం–15 తరంగాలు, వివిధ రకాలు, వాటి అభిలక్షణాలు
భాగం–16 తరంగాల అధ్యారోపణం, వ్యతికరణం, విస్పందనాలు
భాగం–17 డాప్లర్ ఫలితం, దాని అనువర్తనాలు
భాగం–18 హుక్ నియమం, స్థితిస్థాపకత, స్థితిస్థాపక గుణకాలు, వాటి అనువర్తనాలు

విభాగం — సి దృశాశాస్త్రం

Dr. B. R. AMBEDKAR OPEN UNIVERSITY

FACULTY OF SCIENCES

SECOND YEAR (3 YDC) EXAMINATION

Model Question Paper

Physics

COURSE - 1 : MECHANICS, WAVES, OSCILLATIONS & OPTICS

Time : 3 Hours. Max. Marks. 75

PART – A : Essay Questions

(Marks 3 × 15 = 45)

ఏవేని మూడు ప్రశ్నలకైన సమాధానాలు రాయండి.

ప్రతి ప్రశ్నకు 15 మార్కులు

30 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. కణముల మొత్తము ద్రవ్యరాశిని కణముల ద్రవ్య కేంద్రము యొక్క త్వరణముచే హెచ్చించగా వచ్చు లబ్దము, కణముల వ్యవస్థపై పనిచేయు ఫలిత బాహ్య బలమునకు సమానమని చూపుము.
CO అణువు నందు C,O ల మధ్య దూరము 1.13×10^{10} మీటర్లు. ఆక్సిజన్ పరమాణువుకు సాపేక్షముగా CO అణువు ద్రవ్యకేంద్రమును నిర్ధారించుము.

2. న్యూటన్ విశ్వగురుత్వ సూత్రాన్ని నిర్వచింపుము. ఈ సూత్రం ఆధారంగా కెప్లర్ మూడవ గమన సూత్రాన్ని రాబట్టండి. గ్రహం ఆవర్తన కాలం 11.86 సంవత్సరాలు. సూర్యున్ని నుంచి గురు గ్రహం దూరం లెక్క కట్టుము. సూర్యుని నుంచి భూమి దూరం 1.5×10^{11} m.

3. ఒక త్రాటిపై ప్రయాణించే తిర్యక్ తరంగాల వేగమునకు సమాసమును రాబట్టుము.

4. ఒక ఒంటరి చీలికవద్ద ఫ్రాన్‌హోఫర్ వివర్తనం జరిగినప్పుడు ఏర్పడెడి కాంతితీవ్రతకు సమానమను రాబట్టుము.

5. చతుర్థాంశ తరంగ ఫలకము యొక్క నిర్మాణమును పనిచేయు తీరును చర్చించుము.

6. గ్రేటింగ్ పృథక్కరణ సామర్థ్యానికి విక్షేపక సామర్థ్యానికి ప్రమేయాలను ఉత్పాదింపుము.

SECTION - B : Essay Questions

(Marks 5 × 6 = 30)

ఏవైన 5 ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి.

ప్రతి ప్రశ్నకు 6 మార్కులు.

10 పంక్తులలో సమాధానాలు రాయండి.

1. సంరక్షక బలాలు అనాగా నేమి? ఇలాంటి బలాలకు కొన్ని ఉదాహరణలిమ్ము.

2. డాప్లర్ ఫలితం అనగా నేమి. కొన్ని ఉదాహరణలు యివ్వండి.

3. ఉపగ్రహమనగానేమి? భూమి సమీపంలో పరిభ్రమణంలోనున్న ఉపగ్రహం కక్ష్యా వేగానికి సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించుము.

4. అవరుద్ధ హరాత్మక డోలనం గమనాన్ని గూర్చి వర్ణింపుము.

5. ద్రవ్యరాశి – శక్తి తుల్యతా నియమాన్ని వివరింపుము.

6. ''ద్వివక్రీభవనం'' వివరించండి.

7. హైగన్స్ నియమాన్ని నిర్వచించి వివరించండి.

8. మైకల్సన్ వ్యతికరణ మాపక అనువర్తనాలు ఏవి?

9. ఏవి భిన్న స్ఫటిక వ్యవస్థల క్రింద స్ఫటికాలను వర్గీకరిస్తారో పేర్కొనండి.

10. వృత్తమందు ఏకరీతి చలనమునకు, సరళ హరాత్మక చలనమునకు మధ్యగల సంబంధమును వివరింపుము.

CUT HERE

Dr. B. R. AMBEDKAR OPEN UNIVERSITY

UNDERGRADUATE COURSE-II YEAR

SUBJECT : PHYSICS

COURSE - 1 : MECHANICS WAVES OSCILLATIONS & OPTICS

ASSIGNMENT NO. 1

N.B.

1. Do not copy the answer directly from any of the books.
2. As far as possible try to answer the questions independently in your own words.
3. If it is necessary to quote from any source give the correct reference.
4. Use your own foolscap pages for writing the assignments.
5. Leave sufficient margin for the comments of the evaluator.
6. Completion of this assignment normally should not take more than two hours time.

I. క్రింది ప్రశ్నలకు సుమారు 30 పంక్తులలో జవాబులు రాయండి.

1. సంరక్షక బలాల ప్రత్యేక లక్షణాలను వివరించండి. అటువంటి బలాలకు కొన్ని ఉదహరణ లివ్వండి?
2. స్థూపకేంద్రం గుండా పోతూ, స్థూప అక్షానికి లంబంగా ఉన్న అక్షపరంగా స్థూపం జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనండి.
3. M_1, M_2 ద్రవ్యరాసులు కలిగి క్రమముగా U_1 U_2 వేగములు కలిగిన రెండు కణములు పూర్తి ఆస్థితి స్థాపక అభిఘాతము చెందినవి. అభిఘాతము నందు గతిజశక్తిలో కలిగెడు నష్టమును కనుగొనుము.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు సుమారు 10 పంక్తులలో జవాబులు రాయండి.

1. ద్రవ్యవేగం అంటే ఏమిటి? ద్రవ్యవేగం కాలంతో మారే రేటు ఆ వస్తువు మీద పనిచేసే బాహ్యబలానికి సమానమని నిరూపించండి.
2. అంగారకునికీ సూర్యునికిగల మధ్యదూరం, భూమికీ సూర్యునికీ మధ్య గల దూరానికి 1.524 రెట్లు. సూర్యుని చుట్టు అంగారకుని ఆవర్తన కాలాన్ని కనుగొనండి.
3. భూమిపై గురుత్వత్వరణంలో కలిగే మార్పులను వివరించండి.

CUT HERE

Dr. B. R. AMBEDKAR OPEN UNIVERSITY

UNDERGRADUATE COURSE-II YEAR

SUBJECT : PHYSICS

COURSE - 2 : MECHANICS WAVES OSCILLATIONS & OPTICS

ASSIGNMENT NO. 2

N.B.

1. Do not copy the answer directly from any of the books.
2. As far as possible try to answer the questions independently in your own words.
3. If it is necessary to quote from any source give the correct reference.
4. Use your own foolscap pages for writing the assignments.
5. Leave sufficient margin for the comments of the evaluator.
6. Completion of this assignment normally should not take more than two hours time

---

I. క్రింది ప్రశ్నలకు సుమారు 30 పంక్తులలో జవాబులు రాయండి.

1. వియోటన లోలకం యొక్క అవకలన సమీకరణం పరిష్కరించటం ద్వారా దాని డోలనా వర్తనకాలమునకు సమాసమును రాబట్టుము.
2. పరావర్తన కాంతివల్ల న్యూటన్ వలయాలు ఎలా ఏర్పడుతాయో విశదీకరించండి. ఈ పద్ధతి ద్వారా ఏదేని ద్రవం వక్రీభవన గుణకాన్ని ఎలా కనుగొనవచ్చో వివరింపుము.
3. పరావర్తన ద్విగ్విషయాన్ని హైగెన్స్ తరంగాగ్ర నిర్మాణ సహాయంతో వివరించండి.

II. క్రింది ప్రశ్నలకు సుమారు 10 పంక్తులలో జవాబులు రాయండి.

1. మైకల్‌సన్ వ్యతికరణమాపక అనువర్తనాలు ఏవి?
2. సరళ హరాత్మక డోలకంశక్తి, $\frac{1}{2} KA^2$ సమానమని చూపండి. K, స్ప్రింగ్ స్థిరాంకాన్ని, A-కంపన పరిమితిని సూచిస్తాయి.
3. డాప్లర్ ఫలితం అనగా నేమి? కొన్ని ఉదాహరణలు యివ్వండి.

Dr. B. R. AMBEDKAR OPEN UNIVERSITY

UNDERGRADUATE COURSE-II YEAR

CUT HERE

Dr. B. R. AMBEDKAR OPEN UNIVERSITY

UNDERGRADUATE COURSE-II YEAR

SUBJECT : PHYSICS

COURSE - 2 : MECHANICS WAVES OSCILLATIONS & OPTICS

ASSIGNMENT NO. 3

N.B.

1. Do not copy the answer directly from any of the books.
2. As far as possible try to answer the questions independently in your own words.
3. If it is necessary to quote from any source give the correct reference.
4. Use your own foolscap pages for writing the assignments.
5. Leave sufficient margin for the comments of the evaluator.
6. Completion of this assignment normally should not take more than two hours time.

I. క్రింది ప్రశ్నలకు 30 పంక్తులలో జవాబులు రాయండి.

1. వృత్తాకార ద్వారంవల్ల ఏర్పడే ఫ్రాన్ హోఫర్ వివర్తనాన్ని చర్చించండి.
2. గ్రేటింగ్ విక్షేపణ, పృథక్కరణ సామర్థ్యాలకు సమీకరణాలను రాబట్టండి.
3. సమతల ధ్రువితకాంతి, వృత్తాకార ధ్రువితకాంతి, దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతుల మధ్య భేదా వివరించండి.

   అధ్రువిత కాంతి నుంచి వృత్తాకార, దీర్ఘవృత్తాకార ధ్రువిత కాంతులను పొందుటకు అనువైన ప్రయోగాన్ని వర్ణించండి.

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు 10 పంక్తులలో జవాబులు రాయండి.

1. బ్రాగ్ నియమాన్ని ఉత్పాదించండి.
2. మాలూస్ నియమాన్ని నిర్వచించి వివరించండి.
3. పోలరాయిడ్ నిర్మాణం, పనిచేయు విధానం వివరించండి.